Résumé sur les suites

Définitions

Une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est <u>géométrique</u> s'il existe un réel q non nul appelé <u>raison</u> de la suite tel que pour tout $n \geqslant 0$:

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

Autrement dit, on passe d'un terme de la suite au suivant en multipliant toujours par le même nombre q :

$$u_0 \xrightarrow{\times q} u_1 \xrightarrow{\times q} u_2 \xrightarrow{\times q} u_3 \ldots \xrightarrow{\times q} u_n \xrightarrow{\times q} u_{n+1}$$

Méthode

1. Pour démontrer qu'une suite est géométrique, il faut expliquer que l'on passe d'un terme au suivant en multipliant par le même terme ; souvent cela vient du fait qu'il y a un pourcentage d'augmentation ou de diminution pour passer d'un terme au suivant.
2. Pour démontrer qu'une suite n'est pas géométrique, on peut comparer les deux quotients suivants :

$$\frac{u_1}{u_0} \text{ et } \frac{u_2}{u_1}$$

et vérifier qu'ils sont différents.

Expressions

Soit u_n une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0.

1. L'expression de u_n en fonction de n et de u_0 est :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = u_0 \times q^n$$

2. L'expression de u_{n+1} en fonction de u_n est :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = q \times u_n$$

Propriétés

Soit u_n une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme u_0. On a :

1. Si $0 < q < 1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
2. Si $q > 1$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ si $u_0 > 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ si $u_0 < 0$
3. Si $q = 1$, alors $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = u_0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = u_0$

Somme de n termes consécutifs

Soit u_n une suite géométrique de raison $q \neq 1$ et de premier terme u_0, alors on a :

$$u_0 + u_1 + .. + u_n = \sum_{i=0}^{n} u_i = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

En particulier :

$$1 + q + q^2 + .. + q^n = \sum_{i=0}^{n} q^i = u_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$