

🌀 Fonction logarithme népérien : activités

1. Rappeler les relations fonctionnelles de la fonction exponentielle.
2. Rappeler le tableau de variations de la fonction exponentielle.
3. Démontrer que l'équation $e^x = 2$ a une unique solution dans \mathbb{R} .
On note $\ln(2)$ cette solution.
4. D'une manière plus générale, pour quelles valeurs de b l'équation $e^x = b$ a-t-elle une unique solution?
On note $\ln(b)$ cette solution.
5. Déterminer $\ln(1)$, $\ln(e)$, $\ln(e^2)$ et $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$.
6. Déterminer une relation entre $\ln(x \times y)$ d'un côté et $\ln(x)$ et $\ln(y)$ d'un autre côté; préciser les valeurs de x et de y .
7. Donner une nouvelle expression de $\ln(x^n)$; préciser les valeurs de x et de n .
8. Donner une nouvelle expression de $\ln\left(\frac{1}{x}\right)$; préciser les valeurs de x .
9. Que vaut $e^{\ln(x)}$? En déduire la dérivée de $\ln(x)$ et préciser pour quelles valeurs de x on peut la calculer.
10. Quelle est la monotonie de la fonction $\ln(x)$?
11. Que déduire de x et y quand $\ln(x) = \ln(y)$? Préciser les valeurs de x et y .
12. Que vaut $\ln(e^x)$? Préciser pour quelles valeurs de x on peut faire ce calcul.
13. Pour $a > 0$, déterminer l'expression de y en fonction de x quand :

$$e^y = a^x$$

14. Quelle est la limite de 10^n quand n est un entier qui tend vers $+\infty$?
15. Quelle est la limite de 10^{-n} quand n est un entier qui tend vers $+\infty$?
16. En utilisant les propriétés des limites de l'exponentielles, en déduire les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln(x)$$

avec n un entier naturel.