

☞ Révision : devoir maison de synthèse 2

1. Calculer la transformée de Laplace de $\sin(6t)\mathcal{U}(t)$.
2. Déterminer l'originale de la fonction $\frac{1}{p} + \frac{1}{p+1} - \frac{2p}{p^2+1}$
3. Montrer que $\frac{1}{p} + \frac{1}{p+1} - \frac{2p}{p^2+1} = \frac{-p^2+2p+1}{p(p+1)(p^2+1)}$
4. Calculer la transformée de Laplace de $y''(t) - 2y'(t) + 3y(t)$ avec $y(0) = 2$ et $y'(0) = 1$.
5. On considère la fonction $f(t)$, impaire et π périodique telle que :

$$f(t) = \begin{cases} t - \frac{\pi}{4} & \text{si } t \in [0; \frac{\pi}{4}] \\ \frac{\pi}{4} - t & \text{si } t \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

Représenter la fonction sur $[-2\pi; 2\pi]$.

6. Que valent les coefficients a_n de la fonction précédente? Justifier.
7. Calculer b_1
8. Résoudre l'équation différentielle $y'(t) - 7y(t) = 0$.
9. Montrer que $h(t) = e^{-t}$ est une solution particulière de $y'(t) - 7y(t) = -8e^{-t}$.
10. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 0$.
11. Déterminer a tel $h(t) = ae^{2t}$ est une solution différentielle de $y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 4e^{2t}$.
12. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 0$.
13. Montrer que $h(t) = e^t$ est une solution différentielle de $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = te^t - 2e^t$.
14. Résoudre l'équation différentielle $5y''(t) - 2y'(t) + 1y(t) = 0$.
15. Déterminer une solution constante de l'équation différentielle de $5y''(t) - 2y'(t) + 1y(t) = 50$.
16. X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(40, 0.02)$. Quelle est l'espérance de X ?
17. X suit une loi normale de paramètres 123 et 8, calculer $P(115 \leq X \leq 131)$
18. X suit une loi normale de paramètres 137 et 11, déterminer $h > 0$ tel que $P(137 - h \leq X \leq 137 + h) = 0.95$
19. X suit la loi de Poisson de paramètre 6. Calculer $P(X \leq 7)$.
20. Déterminer un argument de $1 - 4i\omega$ pour $\omega > 0$.