

🌀 Évaluation 1

Exercice 1 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

1. **a.** Calculer les termes u_1 , u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
- b.** Recopier le script python ci-dessous et compléter les lignes 3 et 6 pour que `liste(k)` prenne en paramètre un entier naturel k et renvoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k .

1.	<code>def liste(k) :</code>
2.	<code> L = []</code>
3.	<code> u = ...</code>
4.	<code> for i in range(0, k+1) :</code>
5.	<code> L.append(u)</code>
6.	<code> u = ...</code>
7.	<code> return(L)</code>

2. Montrer que, pour tout entier naturel n , u_n est strictement positif.
3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
4. En déduire que la suite (u_n) converge.
5. Déterminer la valeur de sa limite.
6. **a.** Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .
- b.** Démontrer par récurrence la conjecture précédente.

Exercice 2 On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10000$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,95u_n + 200.$$

1. Calculer u_1 et vérifier que $u_2 = 9415$.
2. **a.** Démontrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n :

$$u_n > 4000.$$

- b.** On admet que la suite (u_n) est décroissante. Justifier qu'elle converge.
3. Pour tout entier naturel n , on considère la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n - 4000$.
 - a.** Calculer v_0 .
 - b.** Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison égale à $0,95$.
 - c.** En déduire que pour tout entier naturel n :

$$u_n = 4000 + 6000 \times 0,95^n.$$

- d.** Quelle est la limite de la suite (u_n) ? Justifier la réponse.
4. En 2020, une espèce animale comptait 10000 individus. L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 5 % chaque début d'année.
Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 200 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021.
Une responsable d'une association soutenant cette stratégie affirme que : « l'espèce ne devrait pas s'éteindre, mais malheureusement, nous n'empêcherons pas une disparition de plus de la moitié de la population ».
Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifier la réponse.