Devoir maison 7

Exercice 1

1. *On considère la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par :*

$$p(x) = x^3 + 3x^2 + 5x - 1$$

   a. *Donner la limite de p en $-\infty$ et en $+\infty$.*

   b. *Calculer la dérivée de p.*

   c. *Déterminer le signe de p'.*

   d. *On suppose qu'il existe α tel que $p(\alpha) = 0$.*
   Déterminer, à la calculatrice, une valeur de α à 10^{-2} près.

   e. *Construire le tableau de variation de p et y inclure α.*

2. *On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1+x^2}$$

   a. *Donner la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$.*

   b. *Calculer $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f.*

   c. *Montrer que :*

$$f''(x) = \frac{e^{-x}(x+1)p(x)}{(1+x^2)^3}$$

   d. *En déduire les coordonnées des points d'inflexion de f et les intervalles où f est convexe et également ceux où elle est concave.*

Exercice 2 *Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ de l'espace, on considère les points :*

$$A(0;3;-1)$$
$$B(2;-2;0)$$
$$C(4;1;5)$$
$$D(2;21;12)$$

1. *Montrer que les points A, B et C définissent un plan.*
2. *Le point D appartient-il à ce plan ?*

Exercice 3 *Dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ de l'espace, on considère les points :*

$$A(-4;2;3)$$
$$B(1;5;2)$$
$$C(0;5;4)$$
$$D(-6;-1;-2)$$

1. *Démontrer que :*

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$$

2. *Que peut-on en déduire concernant les points A, B et C ?*