Dérivées : polynômes et fractions rationnellles

Pour les fonctions qui suivent, on déterminera leur dérivée et leur tableau de variation :

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 4x + 2$$

$$g_1(x) = \frac{5x-3}{4x+1}$$

$$g_2(x) = \frac{5x+3}{4x-1}$$

$$h(x) = \frac{3x+2}{3x^2+2}$$

$$i(x) = \frac{1x^2+5}{2x+1}$$

Correction :

$$f'(x) = 6x^2 - 12x - 4$$
$$\Delta = 240 > 0$$

Il y a deux solutions réelles distinctes qui sont :

$$x_1 = \frac{12 + \sqrt{240}}{12} \approx 2.2909944487358$$
$$x_2 = \frac{12 - \sqrt{240}}{12} \approx -0.29099444873581$$
$$x_2 < x_1$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(x_1) \approx -14.606629658239$$
$$f(x_2) \approx 2.6066296582387$$

$$g_1'(x) = \frac{17}{(4x+1)^2}$$
$$g_2'(x) = \frac{-17}{(4x-1)^2}$$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$g_1'(x)$		+	||	+	
$g_1(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$g_2'(x)$		$-$	||	$-$	
$g_2(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

$$h'(x) = \frac{-9x^2 - 12x + 6}{(3x^2+2)^2}$$
$$\Delta = 360 > 0$$

On a donc deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{12 - \sqrt{360}}{-18} \approx 0.38742588672279$$
$$x_2 = \frac{12 + \sqrt{360}}{-18} \approx -1.7207592200561$$
$$x_2 < x_1$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	$\searrow$	$h(x_2)$	$\nearrow$	$h(x_1)$	$\searrow$	0

$$h(x_1) = \approx 1.2220097427677$$
$$h(x_2) = \approx -0.28694480770274$$

$$i'(x) = \frac{2x^2 + 2x - 10}{(2x+1)^2}$$
$$\Delta = 84 > 0$$

On a donc deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{84}}{4} \approx -2.7912878474779$$
$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{84}}{4} \approx 1.7912878474779$$
$$x_1 < x_2$$

x	$-\infty$		x_1		$-\frac{1}{2}$		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(x_1)$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$f(x_2)$	↗	$+\infty$

$$f(x_1) = \approx -2.7912878474779$$
$$f(x_2) = \approx 1.7912878474779$$