

## ☞ Fonction logarithme 4

On considère la fonction suivante définie sur  $]0; +\infty[$  :

$$g(x) = 3x + 9 - 4\ln(x)$$

1. Calculer la limite de  $g$  en  $0^+$
2. Calculer la limite de  $g$  en  $+\infty$
3. Calculer la dérivée de  $g$ .
4. Déterminer le signe de  $g'(x)$ .
5. En déduire le tableau de variation de  $g(x)$ .
6. En déduire le nombre de solutions de  $g(x) = 0$ .

**Correction :**

1. On sait que :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 9 &= +9 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} 4\ln(x) &= -\infty \text{ par propriété du cours} \\ \text{donc } \lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 9 - 4\ln(x) &= +\infty\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x + 9 &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x\ln(x) &= +\infty \text{ par propriété du cours} \\ \text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x + 9 - 4\ln(x) &= +\infty \text{ par prépondérance de } x\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}g'(x) &= 3 - 4 \times \frac{1}{x} \\ &= \frac{3x - 4}{x}\end{aligned}$$

4.

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{c}{a}$$

5. On a :

$x$	0	$\frac{c}{a}$	$+\infty$
$g'(x)$		$\begin{matrix} - \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ + \end{matrix}$	
$g(x)$	$+\infty$	$13 + 4\ln\left(\frac{4}{3}\right)$	$+\infty$

6. On a :

$$g\left(\frac{4}{3}\right) \approx 14.150728289807$$

Par conséquent, comme  $g$  est continue, on en déduit que la fonction ne s'annule pas.