Devoir maisonn pour le 27/11/2020

Exercice 1 *On considère l'équation différentielle suivante :*

$$\begin{cases} y'(t) + 3y(t) = 4e^t \mathscr{U}(t) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

1. *Calculer la transformée de Laplace de chacune des trois fonctions de l'équation différentielles.*
   On appelera $Y(p)$ la transformée de Laplace de $y(t)$.
2. *Déterminer l'expression de $Y(p)$ en utilisant la transformée de Laplace de l'équation différentielle.*
3. *Montrer que :*

$$\frac{4}{(p+3)(p-1)} = \frac{1}{p-1} - \frac{1}{p+3}$$

4. *En déduire $y(t)$ l'original de $Y(p)$.*

Exercice 2 *On considère l'équation différentielle suivante :*

$$\begin{cases} y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = 4\cos(t)\mathscr{U}(t) - 4\sin(t)\mathscr{U}(t) \\ y(0) = -1 \text{ et } y'(0) = 0 \end{cases}$$

1. *Calculer la transformée de Laplace de chacune des cinq fonctions de l'équation différentielles.*
   On appelera $Y(p)$ la transformée de Laplace de $y(t)$.
2. *Déterminer l'expression de $Y(p)$ en utilisant la transformée de Laplace de l'équation différentielle.*
3. *Montrer que :*

$$-\frac{p+4}{p^2+4p+5} + \frac{4(p-1)}{(p^2+1)(p^2+4p+5)} = -\frac{p+2}{(p+2)^2+1} + \frac{-6}{(p+2)^2+1} + \frac{p}{p^2+1} - \frac{p}{(p+2)^2+1}$$

4. *En déduire $y(t)$ l'original de $Y(p)$.*