Devoir maison 4 pour la rentrée

Exercice 1 ***1.*** *Mettre sous forme irréductible :*

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$$
$$1+0.2$$
$$0.1\times 0.2$$

2. *Mettre sous forme décimale :*

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$$
$$\frac{3}{5}+0.1$$
$$10\times\frac{1}{25}$$

3. *Simplifier :*

$$2\sqrt{3}+\sqrt{27}$$
$$\left(2\sqrt{2}\right)^2$$
$$e\times\left(e^{-1}\right)^2$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

4. *Calculer l'image de* 1 *par chacune des fonctions suivantes :*

$$f(x)=xe^{x+1}$$
$$g(x)=(x^2-3)^3$$

5. *Caculer la dérivée des fonctions suivantes :*

$$f(x)=3x^3-2x^2+1$$
$$g(x)=\frac{x}{2}+\frac{2}{x}$$

Exercice 2 *Calculer les limites en* $-\infty$ *des fonctions suivantes :*

$$f(x)=\frac{2x-e^x}{3}$$
$$g(x)=\frac{7x^3-x+1}{x}$$

Justifier.

Exercice 3 *Soit* f *la fonction définie et dérivable sur* $\mathbb{R}$ *telle que, pour tout réel* x, $f(x)=(1+x+x^2)e^{-2x+1}$.

1. *Déterminer la limite en* $-\infty$ *de* f. *Justifier.*

2. *Démontrer que :*

$$\forall x>1\ \ 1<x<x^2$$

3. *En déduire que, pour* $x>1$ *:*

$$\forall x>1\ \ 0<f(x)<3x^2e^{-2x+1}$$

4. *Vérifier que :*

$$\forall x \in \mathbb{R} \; 3x^2 e^{-2x+1} = \frac{3}{4} e \times \frac{(2x)^2}{e^{2x}}$$

en déduire la limite de $3x^2 e^{-2x+1}$ *en* $+\infty$.
Justifier.

5. *En déduire la limite en* $+\infty$ *de* f *et en déduire une interprétation graphique pour la courbe représentant* f.
6. *Calculer la dérivée de* f.
7. *En déduire les variations de* f *sur* $\mathbb{R}$.