

## ☞ Révision : devoir maison de synthèse 2

1. Calculer la transformée de Laplace de  $\sin(4t)\mathcal{U}(t)$ .
2. Déterminer l'originale de la fonction  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p+1} - \frac{2p}{p^2+1}$
3. Montrer que  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p+1} - \frac{2p}{p^2+1} = \frac{-p^2+2p+1}{p(p+1)(p^2+1)}$
4. Calculer la transformée de Laplace de  $y''(t) - 2y'(t) + 3y(t)$  avec  $y(0) = 2$  et  $y'(0) = 1$ .
5. On considère la fonction  $f(t)$ , impaire et  $\pi$  périodique telle que :

$$f(t) = \begin{cases} t - \frac{\pi}{4} & \text{si } t \in [0; \frac{\pi}{4}] \\ \frac{\pi}{4} - t & \text{si } t \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

Représenter la fonction sur  $[-2\pi; 2\pi]$ .

6. Que valent les coefficients  $a_n$  de la fonction précédente? Justifier.
7. Calculer  $b_1$
8. Résoudre l'équation différentielle  $y'(t) - 7y(t) = 0$ .
9. Montrer que  $h(t) = e^{-t}$  est une solution particulière de  $y'(t) - 7y(t) = -8e^{-t}$ .
10. Résoudre l'équation différentielle  $y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 0$ .
11. Déterminer  $a$  tel  $h(t) = ae^{2t}$  est une solution différentielle de  $y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 4e^{2t}$ .
12. Résoudre l'équation différentielle  $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 0$ .
13. Montrer que  $h(t) = e^t$  est une solution différentielle de  $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = te^t - 2e^t$ .
14. Résoudre l'équation différentielle  $5y''(t) - 2y'(t) + 1y(t) = 0$ .
15. Déterminer une solution constante de l'équation différentielle de  $5y''(t) - 2y'(t) + 1y(t) = 50$ .
16.  $X$  suit la loi binomiale  $\mathcal{B}(40, 0.04)$ . Quelle est l'espérance de  $X$ ?
17.  $X$  suit une loi normale de paramètres 133 et 8, calculer  $P(125 \leq X \leq 141)$
18.  $X$  suit une loi normale de paramètres 144 et 13, déterminer  $h > 0$  tel que  $P(144 - h \leq X \leq 144 + h) = 0.95$
19.  $X$  suit la loi de Poisson de paramètre 6. Calculer  $P(X \leq 7)$ .
20. Déterminer un argument de  $1 - 4i\omega$  pour  $\omega > 0$ .