

Dérivées et primitives : exercices

Exercice 1

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$ et indiquer où cette fonction est dérivable.
2. $g(x) = \cos(x)^3$.
3. $h(x) = (2x^2 - 3x + 7)^3$

Exercice 2

Déterminer :

1. les primitives de $x^2 - \frac{3}{2}x + 4$.
2. les primitives de $\frac{1}{(3x+5)^3}$.
3. les primitives de $3 \sin(2x + \frac{\pi}{4})$.
4. les primitives de $\sin(x) \cos(x)^3$.
5. la primitive de $\frac{1}{(4x+3)^2}$ qui s'annule en 0 ; donner son ensemble de dérivation.
6. la primitive de $6x^2 + \frac{4}{x^2}$ qui vaut 1 en 1 ; donner son ensemble de dérivation.

Exercice 3

Dans un circuit, un générateur de force électromotrice $E = 15V$ et de résistance interne $r = 10\Omega$, est branché en série avec une résistance variable R , en ohm.

1. La puissance, en watt, dissipée dans la résistance R est donnée par la relation $P = \frac{225R}{(10+R)^2}$. Calculer P pour $R = 30$ Ohm.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 40]$ par $f(x) = \frac{225x}{(10+x)^2}$.
2. Calculer $f'(x)$
3. Montrer que sur l'intervalle $[0; 40]$, $f'(x)$ a le signe de $10 - x$.
4. Etablir le tableau de variations de f sur $[0; 40]$
5. En utilisant le tableau de variation, indiquer combien de solution possède l'équation $f(x) = 2$. On peut aussi s'aider de la calculatrice.
En s'aidant de ce qu'on vient de faire sur la fonction f , répondre aux questions suivantes :
6. Indiquer en combien de valeurs de R la puissance P vaut 4 W.
7. Indiquer pour quelle valeur de R la puissance dissipée est maximale.
8. Donner la valeur de cette puissance maximale.