## o Orthogonalité et distance dans l'espace : activité

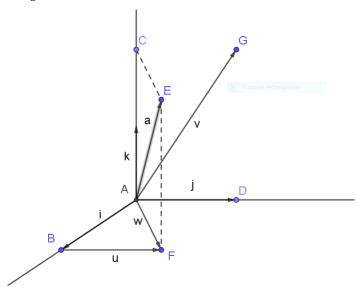
## 1. Rappels sur le produit scalaire dans un plan.

- **a.** Rappeler la formule du produit scalaire  $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$  en fonction de AB, AC et BC.
- **b.** Rappeler la formule d'Al-Kashi.
- **c.** Rappeler l'expression du produit scalaire  $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$  en fonction de  $||\overrightarrow{AB}||$ ,  $||\overrightarrow{AC}||$  et l'angle  $\alpha$  entre les deux vecteurs. Rappeler la définition de la norme d'un vecteur.
- **d.** Rappeler l'expression analytique du produit scalaire de deux vecteurs dans un repère orthonormé.
- e. Que dire du produit scalaire quand les deux vecteurs sont orthogonaux?

TG TG

## 2. Produit scalaire de deux vecteurs de l'espace

On se place maintenant dans l'espace où les vecteurs  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  sont de norme 1 et orthogonaux deux à deux.



- **a.** Comment appelle-t-on le triplet  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ?
- **b.** Exprimer  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$  et  $\vec{a}$  en fonction de  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$ .
- **c.** Dans quel plan se trouvent les vecteurs  $\overrightarrow{u}$  et  $\overrightarrow{v}$ ?
- **d.** Exprimer le produit scalaire  $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$  dans ce plan, en fonction de AD, AG et  $\widehat{GAD}$
- **e.** Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}$  dans ce plan en utilisant l'expression analytique.
- **f.** Dans quel plan se trouvent les vecteurs  $\overrightarrow{v}$  et  $\overrightarrow{w}$ ?
- **g.** Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{FG}$  en fonction de  $\overrightarrow{i}$ ,  $\overrightarrow{j}$  et  $\overrightarrow{k}$ . Dans quel plan se trouve-t-il?
- **h.** En déduire la longeur FG puis calculer AF et AG afin de calculer  $\overrightarrow{v}.\overrightarrow{w}$ .
- i. Exprimer le produit scalaire  $\overrightarrow{v}.\overrightarrow{w}$  dans ce plan, en fonction de AF, AG et  $\widehat{FAG}$  puis vérifier le résultat en utilisant, dans ce plan, l'expression analytique.
- **j.** Dans quel plan se trouvent les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{j}$  ?
- **k.** Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{DE}$  en fonction de  $\overrightarrow{i}$ ,  $\overrightarrow{j}$  et  $\overrightarrow{k}$ . Dans quel plan se trouve-t-il?
- **l.** En déduire la longueur DE puis  $\vec{a} \cdot \vec{j}$ .
- **m.** Dans ce plan où les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{j}$  se trouvent, exprimer leur produit scalaire en fonction de AE, AD et  $\widehat{EAD}$
- **n.** Comparer les résultats obtenus pour les produits scalaires avec l'application :

$$f(\overrightarrow{m}, \overrightarrow{n}) = x_{\overrightarrow{m}} x_{\overrightarrow{n}} + y_{\overrightarrow{m}} y_{\overrightarrow{n}} + z_{\overrightarrow{m}} z_{\overrightarrow{n}}$$

**o.** Conclure quant aux formules possibles pour un produit scalaire de deux vecteurs de l'espace.