

∞ Variables aléatoires : activités

Une grande école organise un test de sélection pour recruter ses futurs étudiants. Dans ce test, il y a 40 questions, qui sont toutes indépendantes les unes des autres. Chacune des questions propose quatre solutions possibles dont une seule est correcte.

Pour réussir ce test, un étudiant doit répondre correctement à au moins 36 questions.

Un étudiant mal préparé se demande quelle est la probabilité d'obtenir une note donnée, s'il répondait au hasard à chaque question.

On appelle la variable aléatoire donnant le nombre de réponses correctes obtenues en répondant au hasard.

1. Pour une question donnée du test, quelle est la probabilité qu'il y réponde correctement au hasard?
2. Combien y-a-t-il de façon d'obtenir 20 réponses correctes? 37 réponses correctes?
3. Si l'étudiant a 20 réponses correctes, combien de questions sont incorrectes? Si l'étudiant a 37 réponses correctes, combien de questions sont incorrectes?
4. En déduire les expressions de $P(X = 20)$ et $P(X = 37)$.
5. Exprimer $P(X \leq 37)$ comme une somme de probabilités.
6. Exprimer $P(X \geq 38)$ en fonction de $P(X \leq 37)$.
7. Est-ce que l'étudiant qui répond au hasard a choisi une stratégie qui a de bonnes chances de réussir?
8. En répondant au hasard, quelle note peut-il espérer avoir?