Suites : activité sur les récurrences

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que, dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20 % en un jour.

La société met en place le dispositif industriel suivant.

Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus.

En utilisant le raisonnement par récurrence,

- **1.** Montrer que $u_n = 500 + 500 \times 1.2^n$, $\forall n \ge 0$.
- **2.** Montrer que $u_n \ge 1000$, $\forall n \ge 0$.