Révisions de probabilités

Exercice 1 *Dans une entreprise, les pneumatiques produits sont soumis à un contrôle de qualité constitué de deux tests. On prélève au hasard un pneumatique après contrôle.*
On considère les événements suivants :
A : « le pneumatique a validé le premier test » ;
B : « le pneumatique a validé le second test ».
Un pneumatique est dit conforme s'il a validé les deux tests.
Une étude statistique permet d'admettre que les probabilités des événements A et B sont respectivement $P(A) = 0,98$ et $P(B) = 0,85$ et que les événements A et B sont indépendants.
Calculer les probabilités des événements suivants :

1. E_1 *: « le pneumatique contrôlé est conforme » ;*
2. E_2 *: « le pneumatique contrôlé n'est pas conforme » ;*
3. E_3 *: « le pneumatique n'a validé qu'un seul des deux tests. ».*

Exercice 2 *Un composant est accepté s'il admet une résistance électrique comprise entre 195 et 205 ohms.*
On admet que la variable aléatoire R qui, à un composant prélevé au hasard dans la production de la machine A, associe la valeur exprimée en ohm de sa résistance, suit une loi normale de paramètres $\mu = 200$ et σ.
On prélève au hasard un composant dans la production.

1. ***On suppose, dans cette question uniquement, que : $\boldsymbol{\sigma = 3,5}$.***
   Quelle est la probabilité que le composant prélevé soit accepté ? Arrondir à $0,01$ près.
2. *Avec un meilleur réglage de la machine qui ne modifie pas μ, mais qui agit sur σ, on souhaite pouvoir accepter 95 % des composants produits.*
   - **a.** *Quel est la probabilité que : $R \in [\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$? Arrondir à $0,01$ près.*
   - **b.** *On rappelle qu'un composant est accepté s'il admet une résistance électrique comprise entre 195 et 205 ohms.*
     Quelle valeur peut-on donner à σ, en réglant la machine, pour que 95 % des composants produits soient acceptés ?

Partie B

La machine B fabrique 40 % des composants produits par l'entreprise. Le reste est produit par la machine A.
On admet que la machine B produit 8 % de composants défectueux et que la machine A produit 5 % de composants défectueux.
On prélève au hasard une pièce dans la production.

1. *Représenter la situation par un arbre pondéré.*
2. ***Pour chaque affirmation, une seule des propositions est exacte. Indiquer laquelle.***
   Affirmation 1 : *Sachant que la pièce prélevée est produite par la machine B, la probabilité qu'elle ne soit pas défectueuse est :*

   a. *0,368* ***b.*** *0,92* ***c.*** *0,08* ***d.*** *0,032*

   Affirmation 2 : *La probabilité que la pièce prélevée soit produite par la machine A et qu'elle soit défectueuse est :*

a. *0,05* ***b.*** *0,92* ***c.*** *0,03* ***d.*** *0,95*

Affimation 3 : *La probabilité que la pièce prélevée soit défectueuse est :*

a. *0,938* ***b.*** *0,13* ***c.*** *0,062* ***d.*** *0,065*

Affirmation 4 : *Sachant que la pièce prélevée est défectueuse, la probabilité qu'elle ait été produite par la machine B est à* 10^{-4} *près :*

a. *0,516 1* ***b.*** *0,032 0* ***c.*** *0,080 0* ***d.*** *0,483*

Partie C

Dans cette partie, on considère qu'il y a 6 % de composants défectueux dans la production globale.
L'entreprise vend des boites contenant 150 *composants. La production de l'entreprise étant très importante, on peut assimiler la constitution d'une boite à une succession de* 150 *tirages avec remise.*

On note X la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

1. *Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres.*
2. *Un client mécontent se présente : il a trouvé* 18 *composants défectueux dans une boite.*
   Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boites commercialisées comportent plus de 15 *composants défectueux.*

   Dans cette question, les résultats seront arrondis à $0,001$ près.

   a. *Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement* 18 *composants défectueux dans une boite.*
   b. *Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins* 16 *composants défectueux dans une boite.*
   c. *Le commercial a-t-il raison ?*
3. *Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boite.*

Exercice 3 *Dans cet exercice, on s'intéresse à l'obsolescence programmée de certains modèles de smartphone. L'obsolescence programmée consiste à limiter volontairement la durée de vie d'un produit afin d'augmenter le taux de remplacement et accroître les profits.*
A. Probabilités conditionnelles

Une association de consommateurs a observé deux types d'obsolescence programmée sur une population de 200 *smartphones.*
La première est l'obsolescence technique, lorsqu'un composant tombe en panne et ne peut être remplacé. Cela concerne 3 % des smartphones étudiés.
La seconde est l'obsolescence logicielle, quand un produit est trop vieux pour être mis à jour et devient inutilisable ou incompatible. Cela concerne 8 % des smartphones étudiés.
De plus, parmi les smartphones touchés par l'obsolescence logicielle, on compte 12,5 % de smartphones également touchés par l'obsolescence technique.

1. *A l'aide de l'énoncé, recopier sur la copie et compléter le tableau d'effectifs ci-dessous.*

Smartphones	*touchés par l'obsolescence logicielle*	*non touchés par l'obsolescence logicielle*	*Total*
touchés par l'obsolescence technique			
non touchés par l'obsolescence technique			
Total			*200*

2. *On prélève au hasard un smartphone parmi les* 200 *étudiés.*
   On note T *l'événement : « le smartphone prélevé est touché par l'obsolescence technique »et* L *l'événement : « le smartphone prélevé est touché par l'obsolescence logicielle ».*

   Donner, à partir des informations figurant dans l'énoncé, les probabilités $P(T)$, $P(L)$ *et* $P_L(T)$.
   (On rappelle que $P_L(T)$ *est la probabilité de l'événement* T *sachant que l'événement* L *est réalisé.)*
3. *A l'aide des questions précédentes, calculer les probabilités suivantes :*
   a. $P(T \cap L)$.
   b. $P(T \cup L)$.
   c. $P_T(L)$.

B. Loi binomiale

On s'intéresse dans cette partie à un modèle précis de smartphone appelé modèle A. On considère le stock de smartphones de modèle A tombés en panne et revenus au service après vente d'une société. Dans ce stock, 4,5 % des smartphones sont non réparables (c'est-à-dire que la panne est causée par un composant non remplaçable).
On prélève un lot de 50 smartphones au hasard dans ce stock. On suppose ce stock suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à des tirages avec remise. Soit X *la variable aléatoire qui, à chaque lot de* 50 *smartphones ainsi prélevé, associe le nombre de smartphones non réparables dans ce lot.*

1. *Justifier que la variable aléatoire* X *suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.*
2. *Calculer la probabilité que, dans un tel lot, tous les smartphones soient réparables.*
3. *On considère l'algorithme suivant. Dans cet algorithme, on note* $binom(n, p, i)$ *la fonction permettant de calculer* $P(X = i)$ *lorsque* X *suit la loi binomiale de paramètres* n *et* p.

   $n \leftarrow 50$
   $p \leftarrow 0,045$
   $S \leftarrow 0$
   Pour i *allant de 0 à 3*
   $\quad |S \leftarrow S + binom(n, p, i)$
   Fin Pour

   Remarque : dans cet algorithme $n \leftarrow 50$ signifie que la valeur 50 est affectée à la variable n.

a. *Faire tourner « à la main » cet algorithme, puis recopier et compléter le tableau ci-dessous.*

i	*0*	*1*	*2*	*3*
$P(X=i)$	*0,1*			
S	*0,1*			

b. *Quelle est la valeur de la variable S à la fin de l'algorithme ? Interpréter le résultat.*

4. *Calculer l'espérance de la variable aléatoire X. Interpréter le résultat.*