

## ☞ Suites : activités sur les limites

**Exemple 1** Pour chacune des courbes qui suivent, choisir une ou plusieurs des propriétés ci-dessous :

☞  $(u_n)$  a pour une limite finie  $l$  ( que l'on précisera ).

☞  $(u_n)$  a pour limite  $+\infty$ .

☞  $(u_n)$  a pour limite  $-\infty$ .

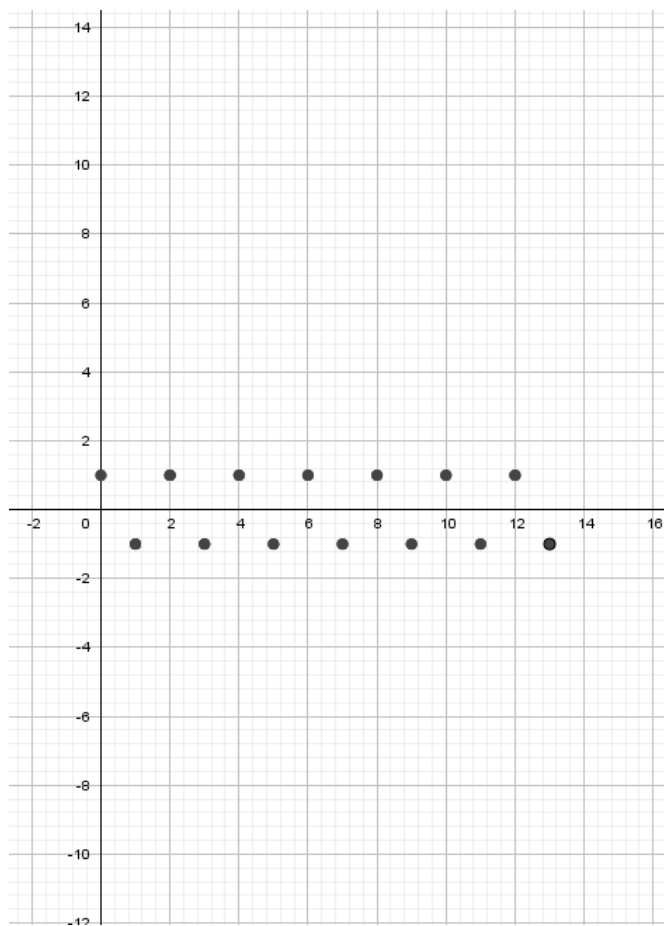
☞  $(u_n)$  est croissante.

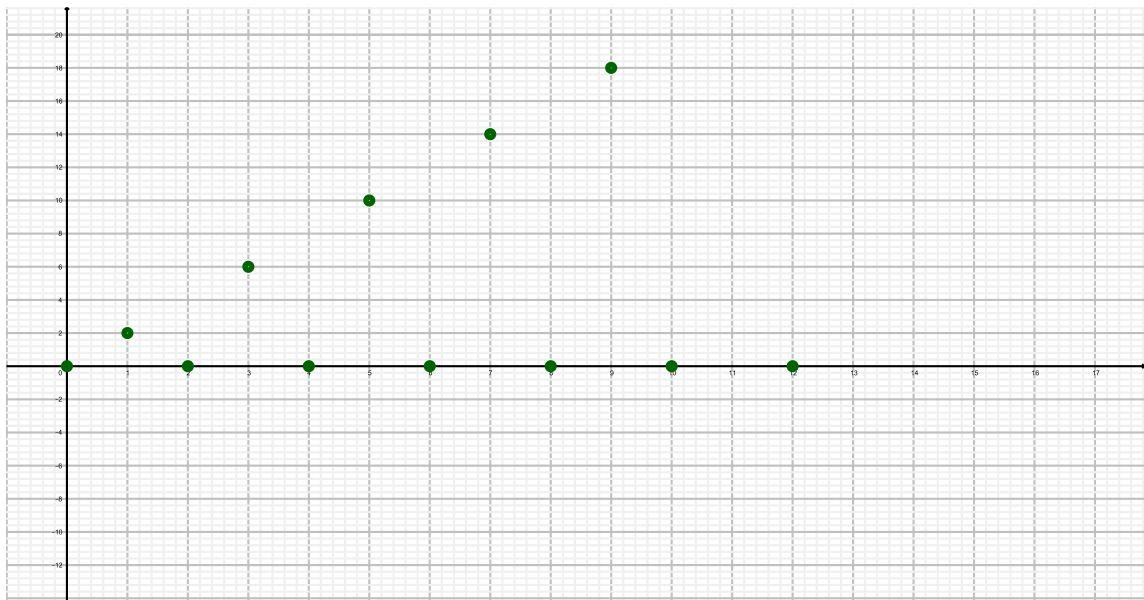
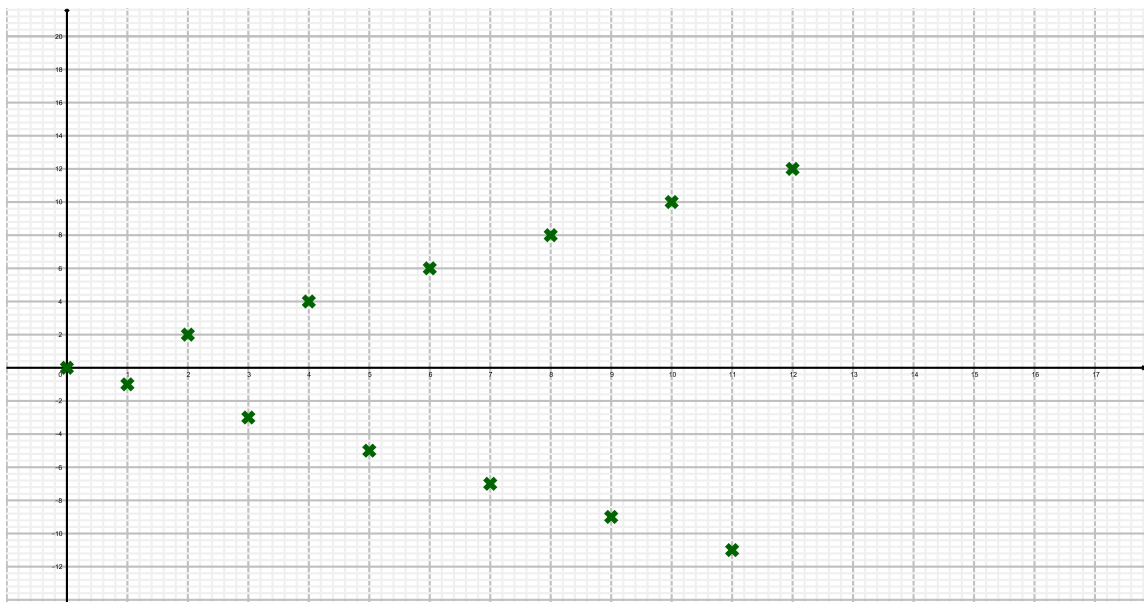
☞  $(u_n)$  est décroissante.

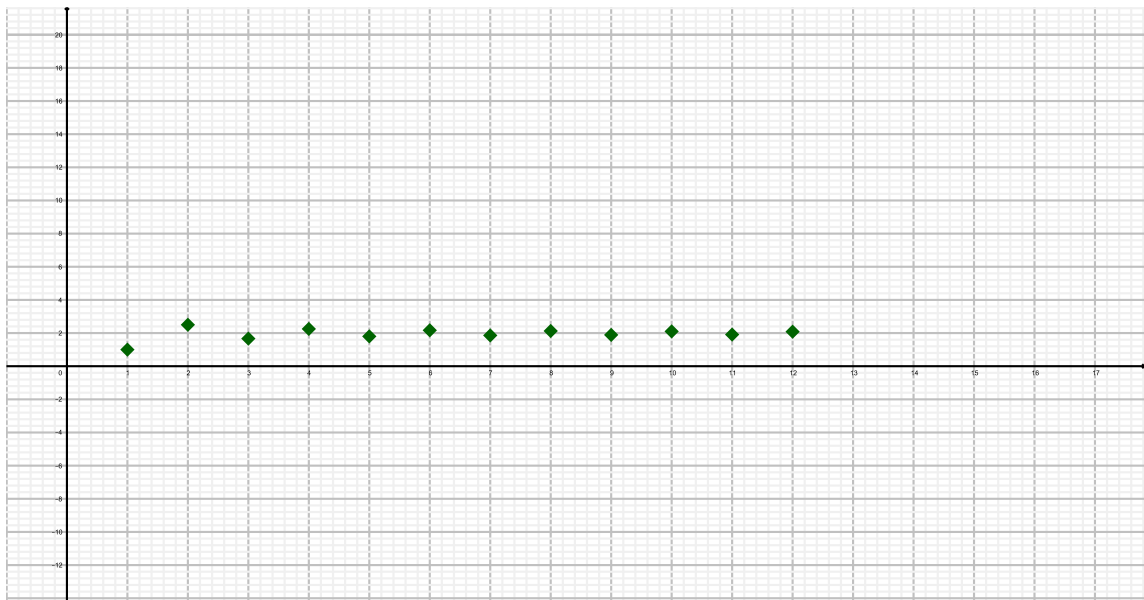
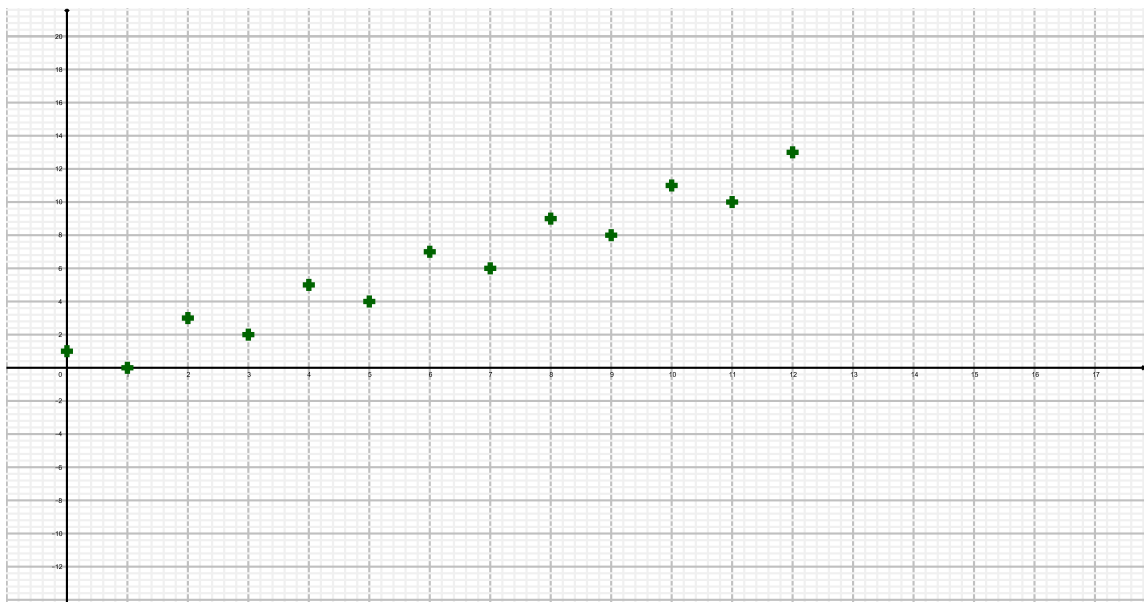
☞  $(u_n)$  est minorée.

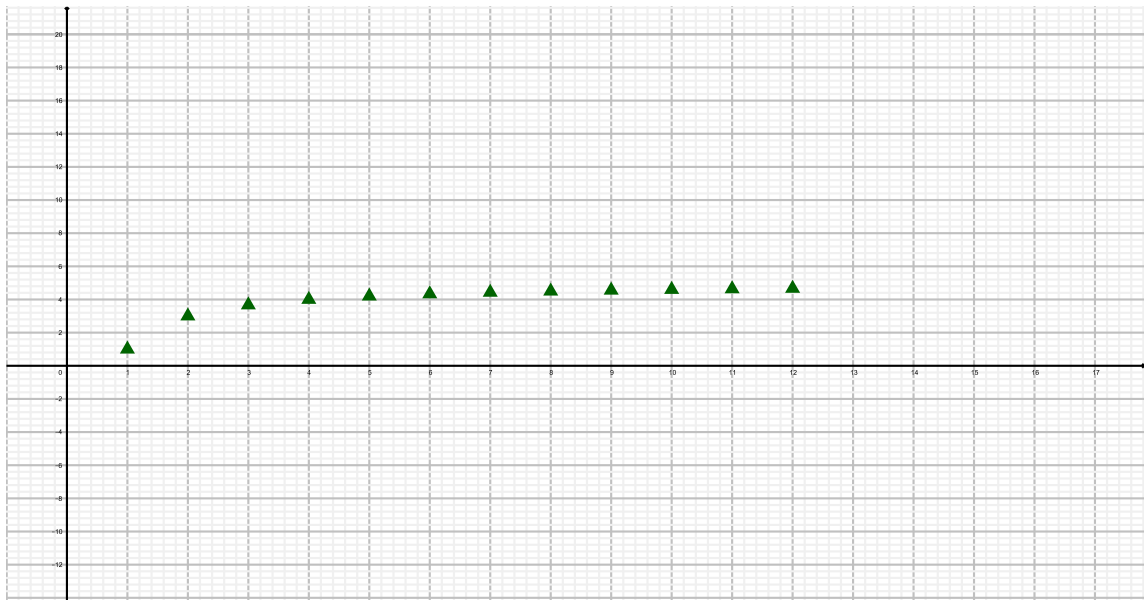
☞  $(u_n)$  est majorée.

☞  $(u_n)$  est bornée.









**Exemple 2** Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- ⇒ Si une suite est croissante, alors elle n'est pas majorée.
- ⇒ Si une suite n'est pas majorée, alors elle est croissante.
- ⇒ Si une suite n'est pas croissante, alors elle est décroissante.
- ⇒ Si une suite n'est pas majorée, alors elle est minorée.
- ⇒ Si une suite n'a pas pour limite  $+\infty$  ou  $-\infty$ , alors elle a une limite finie.
- ⇒ Si une suite n'a pas de limite finie  $l$ , alors elle a pour limite  $+\infty$  ou  $-\infty$ .
- ⇒ Si une suite a une limite finie  $l$ , alors elle est bornée.
- ⇒ Si une suite est bornée, alors elle a une limite finie  $l$ .
- ⇒ Si une suite est croissante, alors elle a pour limite  $+\infty$ .
- ⇒ Si une suite a pour limite  $+\infty$ , alors elle est croissante.
- ⇒ Si une suite a pour limite  $+\infty$ , alors elle n'est pas majorée.
- ⇒ Si une suite n'est pas majorée, alors elle a pour limite  $+\infty$ .

**Exemple 3** On considère la suite  $(u_n)$  définie par :

$$u_n = \frac{2n^2 + 4}{n^2 + 3}$$

1. Écrire un algorithme qui calcule et affiche les 20 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. En faisant fonctionner l'algorithme, conjecturer quant à la limite  $l$  de cette suite.
3. Démontrer ce résultat.
4. Démontrer que cette suite est croissante.
5. Écrire un algorithme qui calcule et affiche la plus petite valeur de  $N$  telle que  $l - h < u_N$ , où  $h > 0$  est choisi par l'utilisateur.
6. Tester pour  $h = 0.01$  puis pour  $h = 0.0001$ .