

∞ Intégrale : exercices

Exercice 1 Soit la fonction définie sur l'intervalle $[-1 ; 1]$ par $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-1 ; 1]$, on pose $F(x) = (1 + 2x + x^2)e^{-x}$. Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-1 ; 1]$.
2. Calculer l'aire exacte, en unité d'aire, de la surface comprise entre l'axe des abscisses, la courbe (C) , les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.

Exercice 2 On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x - \frac{x^2}{2}$.

On note (C) la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormal d'unité graphique le centimètre.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $] -1 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x+1)$.

On note (C') la courbe représentative de la fonction f dans le même repère que la précédente.

On se propose de déterminer l'aire de la partie D du plan, limitée par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

1. On considère la fonction F définie sur $] -1 ; +\infty[$ par $F(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$. Vérifier que F est une primitive de la fonction f .
2. On admet que pour tout x de l'intervalle $[1 ; 2]$, $f(x) \leq g(x)$.
Donner la valeur exacte de l'aire de la partie D en cm^2 puis une valeur approchée au mm^2 près.

Exercice 3 Soit la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[1 ; 2]$, on pose $F(x) = (\ln(x))^2$. Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 2]$.
2. Calculer l'aire exacte, en unité d'aire, de la surface comprise entre l'axe des abscisses, la courbe (C) , les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

Exercice 4 Soit la fonction définie sur l'intervalle \mathbb{R} par $f(x) = x \cos(x)$.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; \pi]$, on pose $F(x) = x \sin(x) + \cos(x)$. Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.
2. Calculer $\int_0^\pi x \cos(x) dx$. Faire le calcul sans calculatrice puis vérifier la valeur obtenue à la calculatrice. Est-ce que cette intégrale correspond à une aire ou la différence d'une aire?