

☞ Nombres dérivées : activité

Exemple 1 (Vitesse moyenne et vitesse instantanée) Des gendarmes, mal équipés, tentent de faire des contrôles de vitesse.

Ils se repartissent en groupes, situés à 1 km l'un de l'autre.

Leur but étant de déterminer la vitesse des automobilistes, en calculant combien de temps il mettent à parcourir le kilomètre séparant les deux groupes.

1. Un automobiliste met 2 minutes à parcourir cette distance. A quelle vitesse roule-t-il?
2. Comment appelle-t-on le type de vitesse obtenue?
3. Sachant que la vitesse maximale instantanée autorisée sur le parcours est de 50 km/h, est-il en excès de vitesse?
4. Un automobiliste voit le premier groupe de gendarmes alors que son compteur indique 80 km/h, il se met debout sur les freins et ralentit tellement qu'il met également deux minutes à faire le kilomètre séparant les deux groupes de gendarmes.
A quelle vitesse les gendarmes vont-ils le contrôler? Sera-t-il sanctionné?
5. En vous basant sur l'exemple précédent, proposer une solution pour que contrôle soit plus efficace.
6. On appelle, pour $t \in \mathbb{R}$, $d(t)$ la distance parcourue à l'instant t .
On s'intéresse à la quantité suivante, appelée taux d'accroissement, pour $t \geq 0$:

$$\frac{d(t + \epsilon) - d(t)}{\epsilon}$$

On cherche à déterminer sa valeur quand ϵ se rapproche de 0.

Si on remplace ϵ par 0, quelle opération obtient-on? A votre avis, quelle sera le résultat de cette opération?

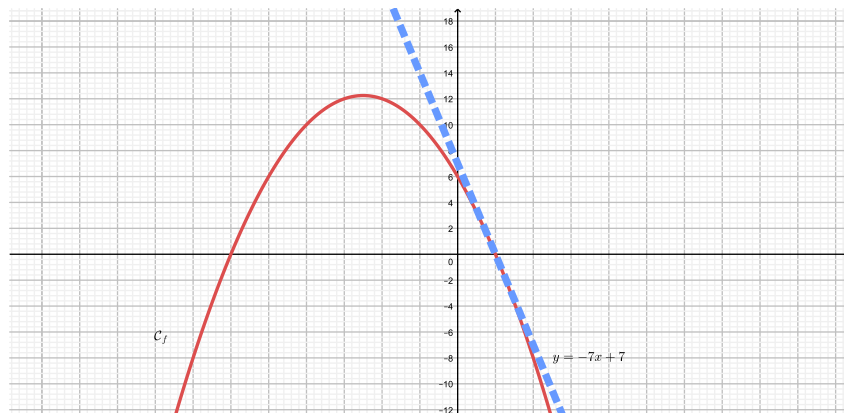
7. On suppose maintenant que :

$$d(t) = 60t + 500$$

Calculer le taux d'accroissement en t puis déterminer la valeur de ce taux quand ϵ tend vers 0 : on appelle cette quantité limite en 0 si jamais cette valeur existe.

Le chauffeur est-il dans ce cas en excès de vitesse à un moment donné?

Exemple 2 (Nombre dérivé et tangente) On s'intéresse à la fonction $f(x) = -x^2 + 6 - 5x$ dont la représentation graphique \mathcal{C}_f est la suivante :



1. Peut-on déduire directement du dessin, les solutions de $f(x) = 0$?
2. Déterminer ces solutions.

3. On appelle :

- ⇒ T le point de \mathcal{C}_f d'abscisse 1.
- ⇒ T_h le point de \mathcal{C}_f d'abscisse $1 + h$ où h est un nombre réel.
- ⇒ \mathcal{D}_h la sécante (TT_h)
- ⇒ m_h le coefficient directeur de \mathcal{D}_h .

4. Dans le cas où $h = 1$, calculer les coordonnées $(x_h; y_h)$ de T_h ainsi que m_h .

5. Compléter le tableau suivant :

| h | 1 | 0.5 | 0.1 | 0.01 | 0.001 |
|-------|---|-----|-----|------|-------|
| x_h | | | | | |
| y_h | | | | | |
| m_h | | | | | |

6. Déterminer, par le calcul, m_h pour $h \neq 0$.

7. Dans la cas où h tend vers 0 :

- ⇒ quelle est la limite de m_h ?
- ⇒ quelle est le point vers lequel va tendre T_h ?
- ⇒ quelle est la droite vers laquelle \mathcal{D}_h tend ? Donner son équation réduite.