Dérivation : devoir maison pour la rentrée

Exercice 1 *On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = -2x^2 + 1$$
$$g(x) = x^3 - 3x + 1$$

1. *Calculer les dérivées f' et g'. Étudier leur signe.*
2. *Dresser les tableaux des variations des fonctions f et g.*
3. *Tacer les représentations graphiques $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g sur l'intervalle $[-3; 3]$.*
4. **a.** *Factoriser $P(x) = x^2 + 2x - 3$.*

   b. *Résoudre par le calcul l'inéquation :*

$$f(x) \leq g(x)$$

Exercice 2 *On considère un rectangle dont le périmètre P est égal à $4cm$.*

1. *Déterminer ses dimensions (longueur L et largeur l) sachant que son aire est égale à $\frac{3}{4}cm^2$*
2. **a.** *Exprimer S en fonction de l.*

   b. *On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = x(2-x)$$

   Calculer la dérivée f' et étudier son signe. Dresser le tableau des variations de f.

   c. *En déduire les dimensions du rectangle dont le périmètre P est égal à $4cm$ et l'aire S est maximale.*

Exercice 3 *Un fermier décide de réaliser un poulailler (de forme rectangulaire) le long du mur de sa maison. Ce poulailler devra avoir une aire de $392m^2$. Où doit-on placer les piquets pour que la longueurde la clôture soit minimale ?*
On appelle $x > 0$ la largeur et $y > 0$ la longueur de ce poulailler.

1. *Sachant que l'aire du poulailler est de $392m^2$, exprimer y en fonction de x.*
2. *Démontrer que la longueur $l(x)$ du grillage est :*

$$l(x) = \frac{2x^2 + 392}{x}$$

3. *Calculer la dérivée de l puis en déduire le tableau des variations de l.*
4. *En déduire les dimensions x et y pour lesquelles la clôture a une longueur minimale. Préciser cette longueur.*