

## ☞ Fonction logarithme 5

On considère la fonction suivante définie sur  $]0; +\infty[$  :

$$g(x) = 4x + 8 + 8\ln(x)$$

1. Calculer la limite de  $g$  en  $0^+$
2. Calculer la limite de  $g$  en  $+\infty$
3. Calculer la dérivée de  $g$ .
4. Déterminer le signe de  $g'(x)$ .
5. En déduire le tableau de variation de  $g(x)$ .
6. En déduire le nombre de solutions de  $g(x) = 0$  et un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  de cette solution.

**Correction :**

1. On sait que :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 4x + 8 = +8$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 8\ln(x) = -\infty \text{ par propriété du cours}$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow 0^+} 4x + 8 + 8\ln(x) = -\infty$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x + 8 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x\ln(x) = +\infty \text{ par propriété du cours}$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} 4x + 8 + 8\ln(x) = +\infty$$

3.

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4 + 8 \times \frac{1}{x} \\ &= \frac{4x + 8}{x} \end{aligned}$$

4.

$$g'(x) > 0 \quad \forall x > 0$$

5. On a :

$x$	0 <span style="float: right;">+∞</span>	
$g'(x)$		+
$g(x)$		<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <span>-∞</span> <span>↗</span> <span>+∞</span> </div>

6. Comme la fonction  $g$  est continue, croissante de  $-\infty$  à  $+\infty$ , alors, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, on en déduit qu'il existe une unique solution  $\alpha > 0$  tel que  $g(\alpha) = 0$ .

$$g(0.31) < 0$$

$$g(0.32) > 0$$

$$\text{donc } 0.31 < \alpha < 0.32$$