∽ Calculs d'intégrales : activités

Pour une fonction f continue sur $[a;b]$, on définit l'expression $\int_c^d f(t)dt$, pour $[c;d] \subset [a;b]$ par :

- ✏ l'aire sous la courbe mais au dessus de l'axe des abscisses entre c et d, si f est positive sur $[a,b]$.
- ✏ l'aire au dessus de la courbe mais en dessous de l'axe des abscisses entre c et d, si f est négativé sur $[a,b]$.
- ✏ la différence entre l'aire des parties positives sous la courbe et au dessus de l'axe des abscisses et celle des parties négatives au dessus de la courbe et sous l'axe des abscisses.

1. Simplifier $\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$; comment s'appelle cette relation ?
2. On peut montrer que la dérivée de la fonction $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ est la fonction $f(x)$.
   En déduire une autre façon de définir la fonction $\int_a^x f(t)dt$.
3. En déduire une expression de $\int_a^b f(t)dt$ en fonction d'une primitive de f.
4. Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_1^e \frac{1}{x}dx$$
$$\int_0^1 x^3 dx$$

5. Que dire de l'aire sous la fonction $\ln(x)$, au dessus de l'axe des abscisses, entre 1 et e.
6. Rappeler l'expression de la dérivée de $u(x)v(x)$ et en déduire une nouvelle expression pour l'intégrale :

$$\int_a^b u'(x)v(x)dx$$