

## ☞ Fonction logarithme 4

On considère la fonction suivante définie sur  $]0; +\infty[$  :

$$g(x) = 1x + 6 - 9\ln(x)$$

1. Calculer la limite de  $g$  en  $0^+$
2. Calculer la limite de  $g$  en  $+\infty$
3. Calculer la dérivée de  $g$ .
4. Déterminer le signe de  $g'(x)$ .
5. En déduire le tableau de variation de  $g(x)$ .
6. En déduire le nombre de solutions de  $g(x) = 0$ .

**Correction :**

1. On sait que :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} 1x + 6 &= +6 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} 9\ln(x) &= -\infty \text{ par propriété du cours} \\ \text{donc } \lim_{x \rightarrow 0^+} 1x + 6 - 9\ln(x) &= +\infty\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} 1x + 6 &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 9x\ln(x) &= +\infty \text{ par propriété du cours} \\ \text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} 1x + 6 - 9\ln(x) &= +\infty \text{ par prépondérance de } x\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}g'(x) &= 1 - 9 \times \frac{1}{x} \\ &= \frac{1x - 9}{x}\end{aligned}$$

4.

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{c}{a}$$

5. On a :

$x$	0	$\frac{c}{a}$	$+\infty$
$g'(x)$		$\begin{matrix} - \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{matrix}$	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$15 + 9\ln\left(\frac{9}{1}\right)$	$+\infty$

6. On a :

$$g\left(\frac{9}{1}\right) \approx 34.775021196026$$

Par conséquent, comme  $g$  est continue, on en déduit que la fonction ne s'annule pas.