Suites 1 : devoir maison pour le 29/11/2021

Exercice 1 *Soit la suite u définie, pour tout entier $n \geq 1$, par :*

$$u_n = \frac{1}{-}\frac{2}{n+1}$$

1. *Calculer pour $n \geq 1$ $u_{n+1} - u_n$. Détailler.*
2. *En déduire que u est monotone à partir d'un certain rang à préciser.*

Exercice 2 *Soit u la suite définie par :*

$$\begin{cases} t_0 = 1 \\ t_{n+1} = t_n + n^2 - 9 \quad \textit{pour } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Déteminer la monotonie de u.

Exercice 3 *Le tableau ci-dessous indique le taux de Français possesseurs d'un Smartphone entre* 2012 *et* 2017 *:*

Année	*2012*	*2013*	*2014*	*2015*	*2016*	*2017*
Taux(%)	*28*	*39*	*46*	*58*	*65*	*73*

Soit la suite $(t_n)_n$ définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$t_n = -0.298n^2 + 10.512n + 27.93$$

On admet qu'elle permet d'obtenir une bonne modélisation de ce taux d'équipement pour l'année $2012 + n$.

1. *Calculer les trois premiers termes de la suite $(t_n)_n$ et les comparer au taux réels.*
2. *Étudier les variations de la suite $(t_n)_n$. Ce modèle est-il réaliste sur le long terme ? Expliquer.*
3. *A l'aide la calculatrice, indiquer l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, on peut estimer que le taux de personnes possesseurs d'un Smartphone dépassera* 95%.

Exercice 4 *Soit la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et :*

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n(1+2n)}$$

1. *Calculer les quatre premiers termes de la suite u sous la forme de fractions irréductibles. Conjecturer alors d'une expression explicite de $u_n = f(n)$.*
2. *Démontrer la conjecture émise en question 1.*
   Pour cela, on calculera $f(0)$ et on le comparera à u_0 puis on montrera que :

$$\frac{f(n)}{1 + f(n)(1+2n)} = f(n+1)$$