# ☙ Géométrie repérée : devoir maison pour le 06/10/2021

On considère les points suivants : $A(2;4)$, $B(2;6)$, $C(6;4)$ et $D(6;6)$.

**1.** Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2-2; 6-4) = (0;2)$$
$$\overrightarrow{DC} = (x_C - x_D; y_C - y_D) = (6-6; 4-6) = (0;-2)$$

**2.** Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère $(ABDC)$ ?
Comme $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CD}$, le quadrilatère $(ABDC)$ est un parallélogramme ; on ne peut pas déduire de cette égalité que c'est un rectangle.

**3.** Déterminer le centre de $(ABDC)$, le milieu de ses diagonales.
Comme $(ABDC)$ est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu. Appelons le $I$ : c'est le milieu de $[AD]$ et de $[BC]$. On peut alors écrire :

$$x_I = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$$
$$y_I = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{4+6}{5} = 5$$

Les coordonnées de $I$ sont donc $(4;5)$.

**4.** Déterminer une équation cartésienne de la droite $(AC)$.
On doit commencer par déterminer un vecteur directeur de la droite $(AC)$ : le vecteur $\overrightarrow{AC}$ en est un et ses coordonnées sont $(4;0) = (-b;a)$.
Une équation cartésienne de $(AC)$ est de la forme :

$$ax + by + c = 0 \Leftrightarrow 0x - 4y + c = 0$$

où $c$ est une constante à déterminer.
Cette constante peut être trouvée en utilisant le fait que $A$ appartient à cette droite ; ses coordonnées vérifient donc l'équation de cette droite :

$$0x_A - 4y_A + c = 0 \Leftrightarrow 0 \times 2 - 4 \times 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = 16$$

Une équation cartésienne de $(AC)$ est donc :

$$-4y + 16 = 0$$

**5.** Déterminer son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.
Pour déterminer le coefficient directeur à partir de l'équation cartésienne, il faut isoler le $y$ à partir de l'équation cartésienne :

$$-4y + 16 = 0 \Leftrightarrow 4y = 16 \Leftrightarrow y = \frac{16}{4} \Leftrightarrow y = 4$$

Le coefficient directeur est donc 0 et l'ordonnée à l'origine est 4

**6.** Montrer que $(ABDC)$ est un rectangle.
Il suffit de montrer que le triangle $ABD$ est rectangle en $B$ :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{4} = 2$$
$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{16} = 4$$
$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{20}$$

On en déduit que :

$$AD^2 = 20$$
$$AB^2 + BD^2 = 16 + 4 = 20$$

Par conséquent, $AB^2 + BD^2 = AD^2$ : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle $ABD$ est rectangle en $B$.
Le parallélogramme $ABDC$ est donc un rectangle.

**7.** Déterminer une équation cartésienne de la droite $(AD)$.
On doit commencer par déterminer un vecteur directeur de la droite $(AD)$ : le vecteur $\overrightarrow{AD}$ en est un et ses coordonnées sont $(4;2) = (-b;a)$.
Une équation cartésienne de $(AD)$ est de la forme :

$$ax + by + c = 0 \Leftrightarrow 2x - 4y + c = 0$$

où $c$ est une constante à déterminer.
Cette constante peut être trouvée en utilisant le fait que $A$ appartient à cette droite ; ses coordonnées vérifient donc l'équation de cette droite :

$$2x_A - 4y_A + c = 0 \Leftrightarrow 4 \times 2 - 4 \times 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = 8$$

Une équation cartésienne de $(AC)$ est donc :

$$2x - 4y + 8 = 0$$

**8.** Déterminer son coefficient directeur et son ordonnée à l'origine.
Pour déterminer le coefficient directeur à partir de l'équation cartésienne, il faut isoler le $y$ à partir de l'équation cartésienne :

$$2x - 4y + 8 = 0 \Leftrightarrow 4y = -2x - 8 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 2$$

Le coefficient directeur est donc $-\frac{1}{2}$ et l'ordonnée à l'origine est $-2$.