Révision : devoir maison de synthèse 2

1. Calculer la transformée de Laplace de $\sin(3t)\mathscr{U}(t)$.
2. Déterminer l'originale de la fonction $\frac{1}{p}+\frac{1}{p+1}-\frac{2p}{p^2+1}$
3. Montrer que $\frac{1}{p}+\frac{1}{p+1}-\frac{2p}{p^2+1}=\frac{-p^2+2p+1}{p(p+1)(p^2+1)}$
4. Calculer la transformée de Laplace de $y''(t)-2y'(t)+3y(t)$ avec $y(0)=2$ et $y'(0)=1$.
5. On considère la fonction $f(t)$, impaire et π périodique telle que :

$$f(t)=\begin{cases} t-\frac{\pi}{4} & \text{si } t\in[0;\frac{\pi}{4}] \\ \frac{\pi}{4}-t & \text{si } t\in[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

   Représenter la fonction sur $[-2\pi;2\pi]$.
6. Que valent les coefficients a_n de la fonction précédente ? Justifier.
7. Calculer b_1
8. Résoudre l'équation différentielle $y'(t)-7y(t)=0$.
9. Montrer que $h(t)=e^{-t}$ est une solution particulère de $y'(t)-7y(t)=-8e^{-t}$.
10. Résoudre l'équation différentielle $y''(t)+y'(t)-2y(t)=0$.
11. Déterminer a tel $h(t)=ae^{2t}$ est une solution différentielle de $y''(t)+y'(t)-2y(t)=4e^{2t}$.
12. Résoudre l'équation différentielle $y''(t)-4y'(t)+4y(t)=0$.
13. Montrer que $h(t)=e^{t}$ est une solution différentielle de $y''(t)-4y'(t)+4y(t)=te^{t}-2e^{t}$.
14. Résoudre l'équation différentielle $5y''(t)-2y'(t)+1y(t)=0$.
15. Déterminer une solution constante de l'équation différentielle de $5y''(t)-2y'(t)+1y(t)=50$.
16. X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(40,0.02)$. Quelle est l'espérance de X ?
17. X suit une loi normale de paramètres 131 et 5, calculer $P(126\leq X\leq 136)$
18. X suit une loi normale de paramètres 125 et 12, déterminer $h>0$ tel que $P(125-h\leq X\leq 125+h)=0.95$
19. X suit la loi de Poisson de paramètre 5. Calculer $P(X\leq 7)$.
20. Déterminer un argument de $1-4i\omega$ pour $\omega>0$.