Dérivées : polynômes et fractions rationnellles

Pour les fonctions qui suivent, on déterminera leur dérivée et leur tableau de variation :

$$f(x) = 5x^3 - 5x^2 - 5x + 1$$

$$g_1(x) = \frac{3x-3}{2x+4}$$

$$g_2(x) = \frac{3x+3}{2x-4}$$

$$h(x) = \frac{3x+5}{2x^2+3}$$

$$i(x) = \frac{3x^2+5}{3x+1}$$

Correction :

$$f'(x) = 15x^2 - 10x - 5$$
$$\Delta = 400 > 0$$

Il y a deux solutions réelles distinctes qui sont :

$$x_1 = \frac{10+\sqrt{400}}{30} \approx 1.0$$
$$x_2 = \frac{10-\sqrt{400}}{30} \approx -0.333333333333333$$
$$x_2 < x_1$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(x_1) \approx -4.0$$
$$f(x_2) \approx 1.9259259259259$$

$$g_1'(x) = \frac{18}{(2x+4)^2}$$
$$g_2'(x) = \frac{-18}{(2x-4)^2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{2}$	$+\infty$
$g_1'(x)$		$+$	
$g_1(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$	$\Vert$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

x	$-\infty$	$\frac{4}{2}$	$+\infty$
$g_2'(x)$		$-$	
$g_2(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$	$\Vert$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

$$h'(x) = \frac{-6x^2 - 20x + 9}{(2x^2 + 3)^2}$$

$$\Delta = 616 > 0$$

On a donc deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{20 - \sqrt{616}}{-12} \approx 0.40161227433181$$

$$x_2 = \frac{20 + \sqrt{616}}{-12} \approx -3.7349456076651$$

$$x_2 < x_1$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	$\searrow$	$h(x_2)$	$\nearrow$	$h(x_1)$	$\searrow$	0

$$h(x_1) = \approx 1.6666666666667$$

$$h(x_2) = \approx -0.19823788546256$$

$$i'(x) = \frac{9x^2 + 6x - 15}{(3x+1)^2}$$
$$\Delta = 576 > 0$$

On a donc deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{576}}{18} \approx -1.6666666666667$$
$$x_2 = \frac{-6 + \sqrt{576}}{18} \approx 1.0$$
$$x_1 < x_2$$

x	$-\infty$		x_1		$-\frac{1}{3}$		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	$\searrow$	$f(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(x_1) = \approx -3.3333333333333$$
$$f(x_2) = \approx 2.0$$