☙ Fonctions polynômes du second degré : correction de l'interrogation

Exercice 1 *Soit* $f(x) = ax^2 + bx + c$.

1. *Le discriminant* Δ *a pour expression :*

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

2. *Dans le cas où* $\Delta < 0$, *le signe du trinôme ne varie pas, il est le même que celui de* a *; comme* $a > 0$, *on en déduit que le trinôme est strictement positif.*
3. *On cherche l'expression des coefficients intervenant dans la forme canonique :*

$$k = a$$
$$\alpha = -\frac{b}{2a}$$
$$\beta = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

4. *La valeur de l'extremum est* β.
5. *Cet extremum est atteint en* α.

Exercice 2 *On suppose que* $f(x) = -4x^2 - 3x + 1$.

1. *On doit calculer le discriminant* Δ *avant de déterminer les racines :*

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times (-4) \times 1 = 9 + 16 = 25 > 0$$

Comme le discriminant est strictement positif, il y a deux solutions réelles disctinctes :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+5}{-8} = -1$$
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-5}{-8} = \frac{1}{4}$$

2. *Le tableau de signes est le suivant :*

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$-4x^2 - 3x + 1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3. *Les solutions de l'inéquation* $f(x) \geq 0$ *est l'intervalle* $[-1; \frac{1}{4}]$.
4. *Une fois les racines trouvées, la forme factorisée s'en déduit directement :*

$$-4x^2 - 3x + 1 = a(x - x_1)(x - x_2) = -4(x+1)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

5. *La tableau de variation est le suivant :*

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a} = -\frac{3}{8}$		$-\infty$
$-4x^2 - 3x + 1$		$\nearrow$		$\searrow$