Devoir maison sur les probabilités : corrigé

Exercice 1 *On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de défauts sur le verre d'une ampoule.*
On admet que X obéit à la loi de Poisson de paramètre $\lambda = 5$.
Calculer la probabilité des événements suivants :

1. *Il n'y a aucun défaut sur l'ampoule.*
   On cherche la probabilité $P(X = 0)$. *Pour la calculer, on utilise la calculatrice : menu, probabilités, distributions, H:poissonddp,*$\lambda = 5$ *et valeur de* X, 0. *On trouve* 0.0067

2. *Il y a plus de deux défauts sur l'ampoule.*
   On peut voir cette question comme la recherche de $X > 2$ *si on voit les choses au sens strict ou alors* $X \geq 2$ *au sens large.*
   Par exemple, au sens strict, cela revient à calculer $P(X > 2) = P(X \geq 3)$ *car la loi de Poisson est comme la loi binomiale, elle ne prend que des valeurs entières.*
   A la calculatrice, on fait : menu, probabilités, distributions, I:poissonfdr, $\lambda = 5$, *borne inf* 3, *borne sup* 1000. *A la place de* 1000, *on devrait mettre* $+\infty$ *mais la calculatrice n'est pas capable de faire le calcul ; avec* 1000 *ça fonctionne et la réponse sera juste à au moins* 4 *chiffres après la virgule.*
   On trouve 0.875.

3. *Le nombre de défauts est compris entre deux et cinq (bornes comprises).*
   A la calculatrice, on fait : menu, probabilités, distributions, I:poissonfdr, $\lambda = 5$, *borne inf* 2, *borne sup* 5. *On trouve* 0.575

Exercice 2 *On considère un stock important de gaine. On note E l'événement : "une gaine prélevée au hasard dans le stock n'est pas conforme pour le diamètre intérieur".*
On suppose que $p(E) = 0,096$.
On prélève au hasard 50 gaines dans le stock pour vérification du diamètre intérieur.
Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélévement àă un tirage avec remise de 50 gaines.
On considère la variable aléatoire Y *qui, àătout prélèvement de 50 gaines ainsi défini, associe le nombre de gaines non conformes pour le diamètre intérieur de ce prélèvement.*

1. *Justifier que la variable aléatoire* Y *suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.*
   La variable Y *compte le nombre de succès d'un répétition de* 50 *épreuve de Bernouilli (car deux issues), indépendantes (car tirage avec remise) et de même probabilité* 0.096.
   Donc la variable Y *suit la loi binomiale* $\mathscr{B}(50, 0.096)$

2. *Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, cinq gaines ne soient pas conformes pour le diamètre intérieur.*
   On cherche $P(Y = 5)$, *pour la calculer on utilise la calculatrice : menu, probabilités, distributions, D:binomialeddp, nombre d'essai* 50, *prob succès* 0.096 *et valeur de* X, 5. *On trouve* 0.184

3. *Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux gaines ne soient pas conformes pour le diamètre intérieur.*
   On cherche $P(Y \leq 2)$, *pour la calculer on utilise la calculatrice : menu, probabilités, distributions, E:binomialefdr, nombre d'essai* 50, *prob succès* 0.096, *borne inf* 0, *borne sup* 2.
   On trouve 0.129

Exercice 3 *On prélève au hasard une pièce dans une production. La probabilité que cette pièce ne soit pas conforme est* $0,035$.

1. *Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de pièces défectueuses dans un lot de* 100 *pièces. Les pièces sont prises au hasard et le tirage est assimilé à un tirage avec remise.*
   Quelle loi suit X ?
   La variable X compte le nombre de succès d'un répétition de 100 *épreuve de Bernouilli (car deux issues), indépendantes (car tirage avec remise) et de même probabilité* 0.035.
   Donc la variable X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(100, 0.035)$

2. *Compléter le tableau suivant en utilisant la calculatrice :*

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X = k)$	***0.028***	***0.103***	***0.185***	***0.219***	***0.192***	***0.134***	***0.077***	***0.037***	***0.016***	***0.006***

   A la calculatrice : menu, probabilités, distributions, D:binomialeddp, nombre d'essai 100*, prob succès* 0.035 *et valeur de* X*, rien.*
   En ne mettant rien pour la valeur de X*, on va obtenir la liste de toutes les valeurs de* $P(X = k)$.

3. *On définit deux événements :*
   - ✏ *A="le nombre de pièces défectueuses est* 2*"*
   - ✏ *B="le nombre de pièces défectueuse est supérieur à* 2*".*

   Calculer $P(A)$ *et* $P(B)$.
   Il faut lier les événements A et B à la variable aléatoire X :
   - ✏ *A="X=2"*
   - ✏ *B="*$X \geq 2$*" si on considère le terme supérieur dans le sens mathématiques supérieur ou égal, bien qu'on puisse choisir strictement, il suffit de le préciser.*

   On a $P(A) = P(X = 2) = 0.185$ *et* $P(B) = P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 0.869$ *; on peut aussi calculer cette probabilité en utilisant la calculatrice, menu, probabilités, distributions, E:binomialefdr, nombre d'essai* 100*, prob succès* 0.035*, borne inf* 2*, borne sup* 100*, le nombre d'essai.*

4. *Un lot de* 100 *pièces est envoyé à un client, le lot est accepté s'il contient au plus* 4 *pièces défectueuses.*
   En utilisant le tableau, calculer la probabilité que le client refuse le lot.
   On cherche donc la probabilité suivante : $1 - P(X \leq 4)$. *Le* $1-$ *vient du fait que l'événement accepter le lot est l'événement* $X \leq 4$ *alors que nous, nous cherchons l'événement "refuser le lot".*
   On trouve $1 - 0.73 = 0.27$

5. *En utilisant le tableau, déterminer le plus petit n tel que :*

$$P(X > n) < 0.03$$

   On est pas obligé d'utiliser le tableau, on fait plusieurs essais avec des valeurs différentes de n, jusqu'à tomber sur la bonne valeur.
   On trouve :
   - ✏ $P(X > 6) = P(X \geq 7) = 0.0619$ *en utilisant la calculatrice, menu, probabilités, distributions, E:binomialefdr, nombre d'essai* 100*, prob succès* 0.035*, borne inf* 7*, borne sup* 50
   - ✏ $P(X > 7) = P(X \geq 8) = 0.0027$ *en utilisant la calculatrice, menu, probabilités, distributions, E:binomialefdr, nombre d'essai* 100*, prob succès* 0.035*, borne inf* 8*, borne sup* 50

   La valeur de n cherchée est donc $n = 9$

6. *Calculer l'espérance de cette loi et son écart-type, qui est la dispersion des valeurs de X par rapport à son espérance.*
Par définition, l'espérance de X est $n \times p = 100 \times 0.035 = 3.5$ tandis que son écart-type est $\sqrt{n \times p \times (1-p)} \approx 1.84$

Exercice 4 *Une machine fabrique un très grand nombre de pièces d'un même modèle.*
Les résultats approchés seront donnés à 10^{-2} près.
Partie A :
Une pièce fabriquée est conforme si son épaisseur est comprise en $14,3$ et $15,5$ mm.
On considère la variable aléatoire X qui, à chaque pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée, associe son épaisseur en millimètres. La variable aléatoire X suit la loi normale de moyenne m et d'écart type σ. La moyenne m dépend du réglage de la machine.

1. *Dans cette question, on suppose que $\sigma = 0,35$. De plus, la machine a été réglée de sorte que $m = 15$.*

   a. *Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée soit conforme.*
   On cherche la probabilité $P(14.3 \leq X \leq 15.5)$ que l'on trouve en faisant : menu, probabilités, distributions, E:normalefdr, borne inf 14.3, borne sup 15.5, $\mu = 15$ et $\sigma = 0.35$.
   On trouve 0.9.

   b. *Calculer le nombre réel positif h tel que $p(15-h \leq X \leq 15+h) = 0,95$.*
   $P(15-h \leq X \leq 15+h) = 0,95 \Leftrightarrow 2P(X \leq 15+h)-1 = 0.95 \Leftrightarrow P(X \leq 15+h) = 0.975$.
   Pour trouver $15+h$, on fait 3:inverse normale, surface 0.975, $\mu = 15$ et $\sigma = 0.35$.
   On trouve $15+h = 15.686$ d'où $h = 0.686$.

   c. *Interpréter le résultat de la question **1b** à l'aide d'une phrase.*
   Cela signifie qu'il y a une probabilité de 0.95 que l'épaisseur d'une pièce prise au hasard soit comprise entre 14.314 et 15.686

2. *La machine est désormais réglée de sorte que $m = 14,9$.*
Quel devrait être alors l'écart type pour que le pourcentage de pièces conformes soit égal à 90% ?
On note Y la variable aléatoire suivant la loi normale de paramètres 14.9 et d'écart-type σ que nous cherchons pour qu'il vérifie :

$$P(14.3 \leq Y \leq 15.5) = 0.9$$

On fait divers calculs en changeant les valeurs de σ, on commence par 0.35, on trouve 0.91.
On doit augmenter la valeur de σ pour s'approcher de 0.9, avec $\sigma = 0.364$, on trouve 0.9007, tandis qu'avec $\sigma = 0.365$, on trouve 0.89979 : on prend $\sigma = 0.365$.

Partie B :
On admet que la proportion de pièces conformes dans la production d'une journée est de $90\,\%$. On prélève au hasard un lot de 50 pièces dans la production pour vérification de l'épaisseur. La production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On désigne par Y la variable aléatoire prenant le nombre de pièces non conformes dans ce lot.

1. *La variable aléatoire Y suit une loi binomiale.*
Préciser les paramètres de cette loi.
Les paramètres sont $n = 50$ et $p = 0.1$ car on s'intéresse aux pièces non conformes

2. *Calculer la probabilité qu'il y ait exactement deux pièces non conformes dans ce lot.*
   On cherche $P(X = 2)$ *et on trouve, à la calculatrice,* 0.078.
3. *On admet que la loi de probabilité de* Y *peut être approchée par une loi de Poisson.*

   a. *Justifier que le paramètre* λ *de cette loi de Poisson est égal à* 5.
      On peut approcher une loi binomiale $\mathscr{B}(n, p)$ *par une loi de poisson de paramètre* $\lambda = n \times p = 50 \times 0.1 = 5$.
   b. *En utilisant cette loi de Poisson, calculer la probabilité que le lot contienne au plus deux pièces non conformes.*
      On cherche $P(Y \leq 2)$ *et on trouve, à la calculatrice,* 0.125

Partie C :

Pour améliorer sa production, l'usine achète une deuxième machine.
On sait que 40% *des pièces sont fabriquées par la première machine* M_1, *les autres pièces étant fabriquées par la nouvelle machine* M_2.
Par ailleurs, 90% *des pièces fabriquées par la machine* M_1 *sont conformes. De plus, une étude faite sur la production journalière globale de l'usine a montré que* 6% *des pièces produites sont non conformes.*
On prélève au hasard une pièce dans la production journalière globale de l'usine.
On définit les événements suivants :

1. A *: « La pièce prélevée provient de la machine* M_1. »
2. $\bar{A}$ *: « La pièce prélevée provient de la machine* M_2. »
3. C *: « La pièce est conforme. »*

1. *Montrer que la probabilité que la pièce prélevée provienne de la machine* M_1 *et soit non conforme est* 0,04.
   On cherche $P(A \cap \bar{C})$.
   On sait que $P_A(C) = 0.9$ *: sachant que les pièces viennent de la machine* M_1, *la probabilité qu'elle soient conformes est* 0.9.
   On a :

$$P_A(C) = 0.9 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = 0.9 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap C)}{0.4} = 0.9$$

   Par conséquent, $P(A \cap C) = 0 \times 0.9 = 0.36$.
   Or $P(A \cap C) + P(A \cap \bar{C}) = P(A)$ *donc* $P(A \cap \bar{C}) = P(A) - P(A \cap C) = 0.4 - 0.36 = 0.04$.
2. *Recopier et compléter avec des probabilités, le tableau suivant :*

	C	$\overline{C}$	
A	0.36	0.04	0.4
$\overline{A}$	0.58	0.02	0.6
	0.94	0,06	

   On remplit les cases comme on complèterait un tableau d'effectifs : les bords extérieurs doivent être égal à la somme des termes sur la ligne ou sur la colonne. Au croisement d'une ligne et d'une colonne, on a la probabilité de l'intersection des événements.
3. *Calculer la probabilité que la pièce prélevée provienne de la machine* M_1 *sachant que cette pièce est conforme.*
   On cherche :

$$P_C(A) = \frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{0.36}{0.94} \approx 0.383$$

4. *Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.*
Les événements A et C sont indépendants si et seulement si $P_C(A) = P(A)$.
Or $P_C(A) = 0.383$ et $P(A) = 0.4$: les événements ne sont pas indépendants.

Exercice 5 *Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.*
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

PARTIE A

La société Sun-NRJY fabrique des cellules photovoltaïques qu'elle assemble ensuite pour former des panneaux qui seront installés sur le toit de bâtiments pour produire de l'électricité.
Ces cellules, à base de silicium, sont très fines (environ $250\mu m$) et très fragiles. On estime que 1,5 % des cellules fabriquées présenteront un défaut (fissure, casse, ...) et seront donc inutilisables.
À la sortie de la production, on forme des lots de 75 cellules. La production étant très importante on peut assimiler la constitution d'un lot de 75 cellules à 75 tirages indépendants avec remise.
On note X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de 75 cellules le nombre de cellules inutilisables qu'il contient.

1. *Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.*
La variable X compte le nombre de succès d'un répétition de 75 épreuve de Bernouilli (car deux issues), indépendantes (car tirage avec remise) et de même probabilité 0.015.
Donc la variable Y suit la loi binomiale $\mathscr{B}(75, 0.015)$
2. *Quelle est la probabilité qu'un lot ne contienne aucune cellule inutilisable ?*
On cherche $P(X = 0)$ et on trouve 0.325
3. *Un panneau est constitué de 72 cellules. Quelle est la probabilité d'avoir suffisamment de cellules sans défaut dans un seul lot pour pouvoir fabriquer un panneau ?*
On cherche $P(X \leq 3)$: en effet, on veut 72 cellules utilisables sur les 75, ce qui autorise, au plus, 3 cellules inutilisables. On trouve 0.973

PARTIE B

Les 72 cellules utilisées pour constituer un panneau sont ensuite raccordées entre elles (soudures) puis placées sous une vitre de protection et insérées dans un cadre en aluminium. Les panneaux ainsi fabriqués sont alors expédiés chez un installateur.
À la réception des panneaux, l'installateur constate que certains panneaux présentent des défauts qui peuvent être de deux types, des défauts électriques (cellules fissurées, soudures défectueuses, ...), des défauts de structure (cadre abîmé, verre brisé, ...).
Une étude statistique a permis d'établir que 2 % des 500 panneaux reçus par l'installateur avaient un défaut électrique, que 1 % des panneaux avaient un défaut de structure et que parmi les panneaux présentant un défaut de structure, 40 % avaient aussi un défaut électrique.
On choisit au hasard un panneau.

- *On appelle E l'évènement : « le panneau présente un défaut électrique ».*
- *On appelle S l'évènement : « le panneau présente un défaut de structure ».*

1. *Compléter le tableau d'effectifs du document réponse.*
Le doccument réponse n'existe pas mais on est des grands, on va le faire nous-même :

	E	$\bar{E}$	*Total*
S	***2***	***3***	***5***
$\bar{S}$	***8***	***487***	***495***
total	***10***	***490***	***500***

2. *Quelle est la probabilité qu'un panneau pris au hasard parmi ceux livrés à l'installateur ne présente aucun défaut ?*
On cherche $P(\bar{S} \cap \bar{E}) = \frac{487}{500}$ *: on lit le nombre de d'éléments dans la case qui est l'intersection de la ligne* $\bar{S}$ *et de la colonne* $\bar{E}$

3. *Les évènements E et S sont-ils indépendants ? Expliquer.*
Les événements E et S sont indépendant si $P(E) \times P(S) = P(E \cap S)$ *:*

$$P(E) \times P(S) = \frac{10}{500} \times \frac{5}{500} = \frac{1}{5000}$$
$$P(E \cap S) = \frac{2}{500} = \frac{20}{5000}$$

Les événements ne sont donc pas indépendants.

PARTIE C

Dix de ces panneaux sont installés sur le toit d'une maison située dans une région à ensoleillement régulier et produisent de l'électricité.
On désigne par Y *la variable aléatoire qui, à chaque journée, associe la production électrique fournie par ces* 10 *panneaux, exprimée en kWh.*
La variable Y *suit la loi normale de paramètres* $\mu = 9$ *et* $\sigma = 3$.

1. *Quelle est la probabilité que la production journalière soit comprise entre* 6 *et* 12 *kWh ?*
On cherche $P(6 \leq Y \leq 12)$ *et on trouve* 0.683

2. *Parmi les trois fonctions de densités de probabilité représentées ci-dessous, laquelle peut être celle de la loi de* Y *? Justifier.*
Comme la moyenne de Y *est* 9*, et que la probabilité d'être entre* 6 *et* 12 *n'est que de* 0.683*, alors l'aire de courbe entre* 6 *et* 12 *ne peut pas être presque égale à l'aire totale sous la courbe : la courbe est donc celle en bleue.*

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20

3. *Les occupants de la maison consomment en moyenne* 10 *kWh par jour (hors chauffage et eau chaude).*

a. *Quelle est la probabilité que la production journalière des panneaux soit supérieure à la consommation moyenne quotidienne?*
On cherche $P(Y \geq 10)$ et on trouve 0.369

b. *Quelle devrait être la consommation moyenne quotidienne de cette famille, en kWh, pour que cette probabilité soit environ de 90 %? On arrondira la réponse au dixième.*
On cherche h, la consommation telle que : $P(Y \geq h) = 0.90 \leftrightarrow P(Y \leq h) = 1 - 0.9 = 0.1$. On utilise inverse normale de la calculatrice, avec surface 0.1, *pour trouver $h = 5.1$*

Exercice 6 *Dans cette partie, on étudie la durée de vie de ce dispositif.*
La durée de vie de chaque composant est une variable aléatoire.

1. *On désigne par t un nombre réel strictement positif. On admet que la probabilité $p(t)$ que le composant A ait une durée de vie strictement inférieure à t est donnée par*

$$p(t) = \int_0^t 0{,}0004e^{-0{,}0004x}\,dx.$$

Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-2}, que le composant A ait une durée de vie strictement inférieure à 1 000 heures.
On cherche $p(1000) = \int_0^t 0,0004e^{-0,0004x}dx = \left[-e^{-0.0004x}\right]_0^{1000} = -e^{-0.0004\times1000} + e^{-0.0004\times0} = 1 - e^{-0.4} = 0.33$

2. *Sur le document réponse 2 est donné l'arbre pondéré décrivant la situation du dispositif au bout de 1 000 heures.*
C_1 désigne l'événement « le composant A est en état de fonctionnement » et C_2 désigne l'événement « le composant B est en état de fonctionnement ».

a. *Compléter l'arbre du document réponse 2 et indiquer le détail des calculs des probabilités dans la colonne « Probabilités ».*
Il manque des données pour faire la la suite de l'exercice : mes excuses! Seule la partie B est faisable à partir de là

b. *Déterminer la probabilité de l'événement C_2.*

c. *Les événements C_1 et C_2 sont indépendants? Justifier la réponse.*

d. *Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-2}, qu'au bout de 1 000 heures, le dispositif soit en état de fonctionnement.*

Partie B

Dans cette partie, les résultats approchés seront arrondis à 10^{-3} près.
Une entreprise produit en grande série le composant A dont il est question dans la partie A. Une étude statistique permet d'admettre que la probabilité qu'un composant ait une durée de vie supérieure à 1 000 heures est $0,67$. *Les durées de vie des composants sont indépendantes les unes des autres.*
Pour un échantillon de 50 *composants, on note X la variable aléatoire égale au nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 heures.*

1. *On admet que X suit une loi binomiale.*
Les paramètres de cette loi sont 50 *et* 0.67
Préciser les paramètres de cette loi.

2. *Calculer la probabilité $p(X = 42)$.*
A la calculatrice, on trouve 0.004

3. *Ci-dessous est donné un extrait du tableau, obtenu à l'aide d'un tableur, donnant les valeurs des probabilités $p(X \leq k)$, où k désigne un nombre entier naturel appartenant à l'intervalle [0 ; 50].*

	A	B	C	D
1	k	$p(X \leq k)$		
2	38	0,937 149 61		
3	39	0,968 259 95		
4	40	0,985 629 89		
5	41	0,994 231 41		
6	42	0,997 973 63		
7	43	0,999 387 18		
8	44	0,999 843 76		
9	45	0,999 967 36		
10	46	0,999 994 64		
11	47	0,999 999 35		
12	48	0,999 999 95		
13	49	1		
14	50	1		
15				
16				

À l'aide de ce tableau, déterminer la probabilité que le nombre de composants ayant une durée de vie supérieure à 1 000 heures parmi cet échantillon soit strictement supérieur à 42.

Le tableu ne sert que pour ceux qui n'ont pas de calculatrice ! On fait $1 - P(X \leq 42$ pour avoir la solution. Sinon on fait $P(X > 42) = P(X \geq 43)$ avec borne inf 43 et borne sup 50 pour trouver 0.002

4. *Sur l'annexe, le diagramme en bâtons représente les valeurs de $p(X \leq k)$ en fonction de k.*

a. *À l'aide de ce diagramme, déterminer le plus petit nombre entier naturel k_1 tel que*

$$p(X \leq k_1) > 0,025,$$

puis le plus petit nombre entier naturel k_2 tel que

$$p(X \leq k_2) > 0,975,$$

J'ai oublié le graphique mais il n'est pas nécessaire si on a la calculatrice.
On teste différentes valeurs de k_1 à la calculatrice pour finalement trouver celle qui nous intéresse, celle pour laquelle on passe en dessous de 0.025 : comme $P(X \leq 26) = 0.02$ et $P(X \leq 27) = 0.04$, on prend $k_1 = 27$.
Même méthode pour k_2 : $P(X \leq 39) = 0.97$ et $P(X \leq 40) = 0.99$, on prend $k_2 = 40$.

b. *Peut-on affirmer :* « le nombre de composants dont la durée de vie est supérieure à 1 000 heures appartient à l'intervalle [27; 40] avec une probabilité supérieure à *0,95* » *? Justifier la réponse.*

On cherche si la probabilité $P(27 \leq X \leq 40)$ dépasse 0.95, or $P(27 \leq X \leq 40) = P(X \leq 40) - P(X \leq 26) = 0.99 - 0.02 = 0.97$: c'est bien le cas.

Partie C

Dans cette partie, on décide d'approcher la loi de la variable aléatoire X par la loi normale de moyenne $33,5$ et d'écart type $3,3$.

On note Y une variable aléatoire suivant la loi normale de moyenne $\mu = 33,5$ et d'écart type $\sigma = 3,3$.

1. *Justifier le choix des paramètres μ et σ.*
   Une loi binomiale de paramètres n et p peut être approchée par une loi normale de paramètres $n \times p$ pour la moyenne et $\sqrt{n \times p \times (1-p)}$ pour l'écart-type avec, ici, :

$$n \times p = 50 \times 0.67 = 33.5$$
$$\sqrt{n \times p \times (1-p)} \approx 3.3$$

2. *Calculer la. probabilité $P(Y \leq 42)$ arrondie à 10^{-2}.*
   A la calculatrice, on trouve 0.99
3. *Déterminer la plus petite valeur, arrondie à 10^{-1}, du nombre réel a tel que*

$$p(33,5 - a \leq Y \leq 33,5 + a) \geq 0,95$$

   On a $P(33,5 - a \leq Y \leq 33,5 + a) \geq 0,95 \Leftrightarrow 2P(Y \leq 33,5 + a) - 1 \geq 0.95 \Leftrightarrow P(Y \leq 33,5 + a) \geq 0.975$.
   On fait inverse normale à la calculatrice, avec 0.975 *comme surface, on trouve :* $33.5 + a \geq 39.97$, *donc* $a \geq 6.47$