

☞ Fonction logarithme 4

On considère la fonction suivante définie sur $]0; +\infty[$:

$$g(x) = 3x + 4 - 7\ln(x)$$

1. Calculer la limite de g en 0^+
2. Calculer la limite de g en $+\infty$
3. Calculer la dérivée de g .
4. Déterminer le signe de $g'(x)$.
5. En déduire le tableau de variation de $g(x)$.
6. En déduire le nombre de solutions de $g(x) = 0$.

Correction :

1. On sait que :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 4 &= +4 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} 7\ln(x) &= -\infty \text{ par propriété du cours} \\ \text{donc } \lim_{x \rightarrow 0^+} 3x + 4 - 7\ln(x) &= +\infty\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x + 4 &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 7x\ln(x) &= +\infty \text{ par propriété du cours} \\ \text{donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x + 4 - 7\ln(x) &= +\infty \text{ par prépondérance de } x\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}g'(x) &= 3 - 7 \times \frac{1}{x} \\ &= \frac{3x - 7}{x}\end{aligned}$$

4.

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{c}{a}$$

5. On a :

x	0	$\frac{c}{a}$	$+\infty$
$g'(x)$		$\begin{array}{c} - \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ + \end{array}$	
$g(x)$	$+\infty$	$11 + 7\ln\left(\frac{7}{3}\right)$	$+\infty$

6. On a :

$$g\left(\frac{7}{3}\right) \approx 16.93108502271$$

Par conséquent, comme g est continue, on en déduit que la fonction ne s'anule pas.