

## ♣ Récurrences 1

On considère la suite :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 9u_n - 32 \\ u_0 = 8 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que  $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 4 \times 9^n + 4}$ .

**Initialisation :**

On a :

$$u_0 = 8$$
$$4 \times 9^0 + 4 = 8$$

L'initialisation est établie.

**Hérédité :**

On suppose que la propriété est vraie pour un certain rang  $n \geq 0$  :

$$u_n = 4 \times 9^n + 4 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence}$$

On part de la formule donnée dans l'énoncé :

$$u_{n+1} = 9u_n - 32$$
$$u_{n+1} = 9 \times (4 \times 9^n + 4) - 32 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence}$$
$$u_{n+1} = 9 \times 4 \times 9^n + 9 \times 4 - 32$$
$$u_{n+1} = 4 \times 9^{n+1} + 4$$

L'hérédité est établie.

Par conséquent :  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 4 \times 9^n + 4$