Dérivées : polynômes et fractions rationnellles

Pour les fonctions qui suivent, on déterminera leur dérivée et leur tableau de variation :

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 3$$
$$g_1(x) = \frac{3x-5}{4x+3}$$
$$g_2(x) = \frac{3x+5}{4x-3}$$
$$h(x) = \frac{2x+4}{1x^2+2}$$
$$i(x) = \frac{4x^2+1}{3x+3}$$

Correction :

$$f'(x) = 6x^2 - 20x - 4$$
$$\Delta = 496 > 0$$

Il y a deux solutions réelles distinctes qui sont :

$$x_1 = \frac{20 + \sqrt{496}}{12} \approx 3.5225881209433$$
$$x_2 = \frac{20 - \sqrt{496}}{12} \approx -0.18925478761001$$
$$x_2 < x_1$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(x_1) \approx -47.755658555219$$
$$f(x_2) \approx 3.385288184849$$

$$g_1'(x) = \frac{29}{(4x+3)^2}$$
$$g_2'(x) = \frac{-29}{(4x-3)^2}$$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		$+\infty$
$g_1'(x)$			$+$		
$g_1(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$g_2'(x)$			$-$		
$g_2(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

$$h'(x) = \frac{-2x^2 - 8x + 4}{(1x^2 + 2)^2}$$
$$\Delta = 96 > 0$$

On a donc deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{8 - \sqrt{96}}{-4} \approx 0.44948974278318$$
$$x_2 = \frac{8 + \sqrt{96}}{-4} \approx -4.4494897427832$$
$$x_2 < x_1$$

x	$-\infty$		x_2		x_1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	$\searrow$	$h(x_2)$	$\nearrow$	$h(x_1)$	$\searrow$	0

$$h(x_1) = \approx 0.75603042708983$$
$$h(x_2) = \approx -0.1878746424392$$

$$i'(x) = \frac{12x^2 + 24x - 3}{(3x+3)^2}$$
$$\Delta = 720 > 0$$

On a donc deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-24 - \sqrt{720}}{24} \approx -2.1180339887499$$
$$x_2 = \frac{-24 + \sqrt{720}}{24} \approx 0.11803398874989$$
$$x_1 < x_2$$

x	$-\infty$		x_1		$-\frac{3}{3}$		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-∞		$f(x_1)$		$-\infty \Vert +\infty$		$f(x_2)$		$+\infty$

$$f(x_1) = \approx -5.6480906366664$$
$$f(x_2) = \approx 0.31475730333305$$