Révision : devoir maison de synthèse

1. Calculer la transformée de Laplace de $\cos(6t)\mathscr{U}(t)$.
2. Déterminer l'originale de la fonction $\frac{1}{2} \times \frac{1}{p} - \frac{2}{p+1} + \frac{5}{2} \times \frac{1}{p+2}$
3. Montrer que $\frac{p^2+1}{p^2+3p+2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{p} - \frac{2}{p+1} + \frac{5}{2} \times \frac{1}{p+2}$
4. Calculer la transformée de Laplace de $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t)$ avec $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.
5. On consdère la fonction $f(t)$, paire et π périodique telle que :

$$f(t) = \begin{cases} \frac{pi}{2} - t & \text{si } t \in [0; \frac{\pi}{2}] \\ 0 & \text{si } t \in [\frac{\pi}{2}; \pi] \end{cases}$$

   Représenter la fonction sur $[-2\pi; 2\pi]$.
6. Calculer le coefficient a_0 de la fonction précédente.
7. Que valent les coefficients b_n de la fonction précédente ? Justifier.
8. Résoudre l'équation différentielle $y'(t) + 3y(t) = 0$.
9. Montrer que $h(t) = t^e - 3t$ est une solution particulère de $y'(t) + 3y(t) = e^{-3t}$.
10. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 0$.
11. Montrer que $h(t) = t^2$ est une solution différentielle de $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = t^2 + 4t + 2$.
12. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) - 8y'(t) + 25y(t) = 0$.
13. Montrer que $h(t) = 2$ est une solution différentielle de $y''(t) - 8y'(t) + 25y(t) = 50$.
14. X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(50, 0.09)$. Quelle est l'espérance de X ?
15. X suit une loi normale de paramètres 121 et 8, calculer $P(113 \leq X \leq 129)$
16. X suit une loi normale de paramètres 132 et 12, déterminer $h > 0$ tel que $P(132 - h \leq X \leq 132 + h) = 0.95$
17. X suit la loi de Poisson de paramètre 5). Calculer $P(X \geq 7)$.
18. Compléter le tableau suivant et donner les probabilités des événements ainsi que leurs intersections :

	E	$\bar{E}$	Total
S		50	60
$\bar{S}$			
Total	100		250

19. Déterminer $P_S(E)$.
20. Déterminer un argument de $1 + 3\omega$ pour $\omega > 0$.