☙ Lois de probabilités : dm à rendre pour le 17/04/2020

Exercice 1 ***Quelle que soient vous valeurs, les résultats des probabilités sont les mêmes pour chaque question*** *Un grand constructeur automobile propose une nouvelle gamme de véhicules électriques équipés de batteries au nickel-cadmium. On s'intéresse à l'autonomie en kilomètres de cette nouvelle gamme de véhicules.*
Soit X la variable aléatoire qui à un véhicule tiré au hasard associe son autonomie en km.
On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu = 101$ et d'écart type $\sigma = 5$ On arrondira les résultats à 10^{-2} près.
On considère qu'un véhicule est conforme lorsque son autonomie est comprise entre 91 et 111 km

1. *Déterminer la probabilité que le véhicule soit déclaré conforme.*
   On doit déterminer $P(91 \leq X \leq 111)$. *On trouve* 0.95.
2. *Quelle est la durée moyenne d'une batterie ?*
   La durée moyenne est la moyenne de la loi que suit X, c'est à dire 101.
3. *Quelle est la probabilité que la batterie dure plus de 96 km ?*
   On doit déterminer $P(X \geq 96)$. *On trouve* 0.8413.
4. *Quelle est la probabilité que la batterie dure au moins 111 km ?*
   On doit déterminer $P(X \geq 111)$. *On trouve* 0.02275.
5. *Quelle est la probabilité que la batterie dure au plus 91 km ?*
   On doit déterminer $P(X \leq 91)$. *On trouve* 0.02275.

Exercice 2 ***Ici je prends des valeurs bien particulières, je détaille la méthode avec la calculatrice quand c'est nécessaire.***
Un test de connaissance est organisé pour intégrer une formation.
Ce test se compose de 40 *questions n'ayant aucun lien entre elles : c'est comme si on avait un tirage avec remise*
Chaque question est construite de façon identique : une affirmation avec quatre propositions dont une seule est juste.
Une bonne réponse rapporte un point, une mauvaise réponse ne rapporte aucun point mais n'en enlève pas.
On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de point à la fin du test quand on a répondu au hasard.
On intègre cette école si son score dépasse 34.

1. *Quelle est la loi suivie par X ? La variable aléatoire X compte le nombre de succès d'une répétion de* 40 *épreuves de Bernouilli (car deux issues), indépendantes et de même probabilités* 0.25.
   Donc X suit la loi binomiale de paramètres 40 *et* 0.25.

2. *Calculer la probabilité d'intégrer cette école en répondant au hasard.*
   On cherche :

   $$\begin{aligned} &P(X \geq 34)(\text{ on considère que la limite d'accession est } 34)\\ &= 1 - P(X \leq 33) \approx 1 - 1 \approx 0 \end{aligned}$$

   La probabilité d'intégrer cette école en répondant au hasard est donc pratiquement nulle.
   Ou alors on fait directement binomFdr avec pour borne sup 40 *et borne inf* 34 *quand la calculatrice peut le faire*
3. *Calculer la probabilité d'avoir au plus* 10 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
   On cherche :

   $$P(X \leq 10) = 0.584$$

4. *Calculer la probabilité d'avoir exactement* 10 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
On cherche :

$$P(X = 10) = 0.144$$

On a utilisé la calculatrice et binomddp / binomfdp

5. *Calculer la probabilité d'avoir au moins* 10 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
On cherche :

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 0.56$$

Ou alors on fait directement binomFdr avec pour borne sup 40 *et borne inf* 10 *quand la calculatrice peut le faire*

6. *Calculer la probabilité d'avoir entre* 7 *et* 13 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
On cherche :

$$P(7 \leq X \leq 13) = P(X \leq 13) - P(X \leq 6) = 0.80$$

Ou alors on fait directement binomFdr avec pour borne sup 13 *et borne inf* 7 *quand la calculatrice peut le faire*

Exercice 3 ***Ici je prends des valeurs bien particulières, je détaille la méthode avec la calculatrice quand c'est nécessaire.***

Une population comporte en moyenne une personne de plus de $1m90$ *sur* 90.
Soit X *la variable aléatoire qui, à une population de* 90 *personnes, associe le nombre de personnes mesurant plus de* $1m90$.

1. *On suppose que* X *suit une loi de poisson. Quelle est la valeur de* λ *?*
On cherche le paramètre λ *de la loi de Poisson dont l'espérance nous est donné dans l'énoncé :* $\frac{1}{90}$.
Or l'espérance d'une loi de Poisson de paramètre λ *est* λ.
Par conséquent :

$$\lambda = \frac{1}{90}$$

donc $\lambda = \frac{1}{90}$.

2. *Quelle est la probabilité qu'il y ait plus de* 2 *personnes mesurant plus de* $1m90$ *parmi ces personnes ?*
On cherche $P(X \geq 2)$.
Dans notre cas, on fait poissonfdr avec pour valeur de λ, $\frac{1}{90}$, *pour borninf* 2 *et pour bornesup* 100 *par exemple (normalement, c'est* $+\infty$ *mais si on met* ∞, *alors le calcul est impossible à faire par une calculatrice : on prend donc un grand nombre,* 100 *suffit).*
On trouve 0.000061

3. *Quelle est la probabilité qu'il y moins de* 3 *personnes mesurant plus de* $1m90$ *parmi ces personnes ?*
On cherche $P(X \leq 3)$ *si on voit les choses au sens large ou* $P(X < 3)$ *si on voit les choses d'un poitn de vu strict : c'est toujours le problème entre la formulation mathématique et la sémentique de la phrase en français.*
Dans le $P(X \leq 3)$, *on fait poissonfdr avec pour valeur de* λ, $\frac{1}{90}$, *pour borninf* 0 *et pour bornesup* 3.
On trouve ≈ 1