Suites : activité d'introduction

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que, dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20 % en un jour.
La société met en place le dispositif industriel suivant.
Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus.
L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.

1. **a.** En utilisant les informations de l'énoncé, donner une expression de la suite u_{n+1} en fonction de u_n pour $n \geq 0$.
   b. L'entreprise souhaite savoir au bout de combien de jours la masse de bactéries dépassera 30 kg. À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.
   c. On peut également utiliser l'algorithme suivant pour répondre au problème posé dans la question précédente.
   Recopier et compléter cet algorithme.

Variables	u et n sont des nombres

Traitement	u prend la valeur 1000
	n prend la valeur 0
	Tant que .... faire
	    u prend la valeur ....
	    n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant que

Sortie	Afficher ....

2. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 500$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   b. Exprimer v_n, puis u_n, en fonction de n.
   c. Montrer que $u_n \geq 1000$, $\forall n \geq 0$.
   d. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
   e. Déterminer la limite de la suite (u_n).
3. On va démontrer deux résultats obtenus précédemment d'une autre manière, en utilisant le raisonnement par récurrence
   a. Montrer que $u_n = 500 + 500 \times 1.2^n$, $\forall n \geq 0$.
   b. Montrer que $u_n \geq 1000$, $\forall n \geq 0$.