Lois de probabilités : dm à rendre pour le 31/03/2020

Exercice 1 *Un grand constructeur automobile propose une nouvelle gamme de véhicules électriques équipés de batteries au nickel-cadmium. On s'intéresse à l'autonomie en kilomètres de cette nouvelle gamme de véhicules.*
Soit X la variable aléatoire qui à un véhicule tiré au hasard associe son autonomie en km.
On suppose que X suit la loi normale de moyenne $\mu = 107$ *et d'écart type* $\sigma = 4$ *On arrondira les résultats à* 10^{-2} *près.*
On considère qu'un véhicule est conforme lorsque son autonomie est comprise entre 99 et 115 km

1. *Déterminer la probabilité que le véhicule soit déclaré conforme.*
   On doit déterminer $P(99 \leq X \leq 115)$. *On trouve* 0.95.
2. *Quelle est la durée moyenne d'une batterie ?*
   La durée moyenne est la moyenne de la loi que suit X, *c'est à dire* 107.
3. *Quelle est la probabilité que la batterie dure plus de 103 km ?*
   On doit déterminer $P(X \geq 103)$. *On trouve* 0.8413.
4. *Quelle est la probabilité que la batterie dure au moins 115 km ?*
   On doit déterminer $P(X \geq 115)$. *On trouve* 0.02275.
5. *Quelle est la probabilité que la batterie dure au plus 99 km ?*
   On doit déterminer $P(X \leq 99)$. *On trouve* 0.02275.

Exercice 2 *Un test de connaissance est organisé pour intégrer une formation.*
Ce test se compose de 40 *questions n'ayant aucun lien entre elles : c'est comme si on avait un tirage avec remise*
Chaque question est construite de façon identique : une affirmation avec quatre propositions dont une seule est juste.
Une bonne réponse rapporte un point, une mauvaise réponse ne rapporte aucun point mais n'en enlève pas.
On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de point à la fin du test quand on a répondu au hasard.
On intègre cette école si son score dépasse 34

1. *Quelle est la loi suivie par X ?* *La variable aléatoire X compte le nombre de succès d'une répétion de* 40 *épreuves de Bernouilli (car deux issues), indépendantes et de même probabilités* 0.25.
   Donc X suit la loi binomiale de paramètres 40 *et* 0.25.

2. *Calculer la probabilité d'intégrer cette école en répondant au hasard.*
   On cherche :

   $$\begin{aligned} & P(X \geq 34)(\text{ on considère que la limite d'accession est } 34) \\ = & 1 - P(X \leq 33) \approx 1 - 1 \approx 0 \end{aligned}$$

   La probabilité d'intégrer cette école en répondant au hasard est donc pratiquement nulle.
3. *Calculer la probabilité d'avoir au plus* 10 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
   On cherche :

   $$P(X \leq 10) = 0.000137$$

4. *Calculer la probabilité d'avoir exactement* 10 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
On cherche :

$$P(X = 10) = 0.000094$$

5. *Calculer la probabilité d'avoir au moins* 10 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
On cherche :

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 0.999957$$

6. *Calculer la probabilité d'avoir entre* 7 *et* 13 *bonnes réponses sur* 40 *en répondant au hasard.*
On cherche :

$$P(7 \leq X \leq 13) = P(X \leq 13) - P(X \leq 6) = 0.002457$$