Exercices sur les lois de probabilités

Exercice 1 *Une entreprise produit en grande quantité des pièces détachées destinées à l'industrie. Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de* 500.
On note D l'événement : « une piè prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ».
On suppose que $P(D) = 0,04$.
On prélève au hasard 50 *pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.*
On considère la variable aléatoire X *qui, à un lot de 50 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.*

1. *Justifier que la variable aléatoire* X *suit la loi binomiale de paramètres* 50 *et* $0,04$.
2. *Calculer la probabilité* $P(X = 0)$.
3. *Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de* 50 *pièces.*
4. *Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une pièce non conforme dans ce lot de* 50 *pièces.*
5. *Calculer la probabilité* $P(0 \leq x \leq 4)$.
6. *Calculer l'espérance mathématiques,* $E(X)$*, de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.*
7. *Si on voulait approximer cette loi binomiale par une loi normale, quelles seraient ses paramètres ?*

Exercice 2 *Une entreprise de transport dispose d'un nombre important de camions. On admet que la distance quotidienne parcourue par chaque camion, exprimée en kilomètres, peut être modélisée par une variable aléatoire* X *qui suit la loi normale d'espérance* 450 *et d'écart type* 30.

1. *Donner la distance moyenne parcourue en un jour par un camion.*
2. *Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure au moins 440 km en un jour.*
3. *Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure entre* 420 *km et* 480 *km en un jour.*
4. *Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure plus de* 460 *km en un jour.*
5. *Déterminer la probabilité qu'un camion parcoure au plus* 460 *km en un jour.*
6. *Le directeur de l'entreprise cherche la valeur* $h >$ *pour laquelle, il y a* $P(450 - h \leq X \leq 450 + h) = 0,95$. *Déterminer la valeur de* $h > 0$ *et en donner une interprétation.*

Exercice 3 *À l'issue d'une interrogation notée sur* 20*, le professeur annonce qu'en raison de nombreuses triches, il a donné des notes povuant prendre n'importe quelle valeur* <u>*au hasard*</u> *entre* 2 *et* 18.
On appelle X *la variable donnant la note d'un élève pris au hasard.*

1. *Quelle loi suit la variable* X *?*
2. *Quelle est la probabilité pour un élève d'avoir une note en dessous de la moyenne ?*
3. *Quelle est la probabilité qu'un élève ait une note supérieure à* 11 *?*
4. *Un élève n'ayant pas triché espérait avoir une note supérieure à* 14. *Le professeur souhaitant le rassurer lui annonce que sa note est supérieure à* 11. *Quelle est la probabilité que sa note soit supérieure à* 14 *?*
5. *Quelle note un élève peut espérer obtenir ?*

Rappels : probabilités conditionelles

$$P(a \leq X \leq b \text{ sachant que } X \geq c) = P_{X \geq c}(a \leq X \leq b) = \frac{P(a \leq X \leq b \text{ et } X \geq c)}{P(X \geq c)} = \frac{P(c \leq X \leq b)}{P(X \geq c)}$$

Rappels :
Pour une variable X suivant une loi uniforme sur $[a;b]$, l'espérance de X est $\frac{a+b}{2}$.
Pour une variable Y suivant une loi exponentielle de paramètre λ, l'espérance de Y est $\frac{1}{\lambda}$.

Exercice 4 *Dans un supermarché, il y a* 10 *caisses. Dans trois de ces caisses, la probabilité d'attente est modélisée par une loi exponentielle de paramètre* 0.2.
Dans les autres caisses, la probabilité d'attente est modélisée par une loi exponentielle de paramètre 0.5.
On appelle A l'évenement " le client choisi au hasard les caisses de paramètre 2*" et B l'évenement " le client choisi au hasard les autres caisses".*
Un client choisi au hasard parmi les 10 *caisses, on appelle X son temps d'attente en minutes*

1. *En théorie, quelles valeurs peut prendre la variable X ?*
2. *Calculer $P(A)$.*
3. *Calculer $P(B)$.*
4. *On choisit une caisse de type A, calculer le temps d'attente moyen en minutes.*
5. *On choisit une caisse de type B, calculer le temps d'attente moyen en minutes.*
6. *Quand on a choisi une caisse de type A, quel est la probabilité d'attendre plus de* 5 *minutes ?*
7. *Quand on a choisi une caisse de type B, quel est la probabilité d'attendre moins de* 5 *minutes ?*