Dérivées : fonctions exponentielles 3

Pour la fonction f qui suit, on déterminera sa dérivée, son tableau de variation, sa dérivée seconde, sa convexité et les éventuels points d'inflexion

$$f(x) = \frac{e^{8x+1}}{x+3}$$

Correction :

$$f'(x) = \frac{(8x+23)e^{8x+1}}{(x+3)^2}$$
$$f''(x) = \frac{(8x^2+32x+26)e^{8x+1}}{(x+3)^3}$$
$$\Delta = 192 > 0$$

x	$-\infty$		-3		$\frac{-23}{8}$		$+\infty$
$8x+23$		$-$			0	$+$	
$(x+3)^2$		$+$	0	$+$			
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	$8e^{24}$	$\nearrow$	$+\infty$

x	$-\infty$		-3		$\frac{32-\sqrt{192}}{16}$		$\frac{32+\sqrt{192}}{16}$		$+\infty$
$(x+3)^3$		$-$	0	$+$					
$8x^2 + 32x+26$		$+$			0	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
f		*concave*	$\|\|$	*convexe*	0	*concave*	0	*convexe*	

On a donc trois points d'inflexion :

$$\left(3, f(3)\right) \quad \left(\frac{32-\sqrt{192}}{16}, f\left(\frac{32-\sqrt{192}}{16}\right)\right) \quad \left(\frac{32+\sqrt{192}}{16}, f\left(\frac{32+\sqrt{192}}{16}\right)\right)$$