

## ☞ Révision : devoir maison de pour Vincent

Soit  $f$  la fonction  $2\pi$  périodique définie sur  $[-\pi; \pi]$  par  $f(x) = 1 - \frac{x^2}{\pi^2}$ .

1. Donner l'allure de la représentation graphique de  $f$  sur  $[-3\pi; 4\pi]$ .
2. Calculer  $a_0$ .
3. Que valent les  $b_n(f)$ ? Justifier.
4. Calculer les  $a_n(f)$  pour  $n \geq 1$ .
5. En déduire l'expression de la série de Fourier  $S(x)$ .
6. Après avoir remplacé  $x$  par  $\pi$ , déterminer la valeur de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ .
7. Montrer par récurrence que  $\cos(n\pi) = (-1)^n$  pour  $n \geq 0$ .
8. En déduire la valeur de  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$  en prenant  $x = 0$  dans  $S(x)$ .
9. En utilisant la formule de Parseval, donner la valeur de

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}$$