

## ♻ Récurrences 1

On considère la suite :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 4u_n - 24 \\ u_0 = 11 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que  $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3 \times 4^n + 8}$ .

**Initialisation :**

On a :

$$\begin{aligned}u_0 &= 11 \\ 3 \times 4^0 + 8 &= 11\end{aligned}$$

L'initialisation est établie.

**Hérédité :**

On suppose que la propriété est vraie pour un certain rang  $n \geq 0$  :

$$u_n = 3 \times 4^n + 8 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence}$$

On part de la formule donnée dans l'énoncé :

$$\begin{aligned}u_{n+1} &= 4u_n - 24 \\ u_{n+1} &= 4 \times (3 \times 4^n + 8) - 24 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence} \\ u_{n+1} &= 4 \times 3 \times 4^n + 4 \times 8 - 24 \\ u_{n+1} &= 3 \times 4^{n+1} + 8\end{aligned}$$

L'hérédité est établie.

Par conséquent :  $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 3 \times 4^n + 8}$