Équations différentielles : résumé

Équation différentielle du premier ordre homègene

Une équation différentielle du premier ordre homogène est une équation linéaire de la forme : $y' + ay = 0$ où a est un nombre réel fixé.
Toutes les fonctions solutions de cette équation différentielle sont de la forme : $y = f_0(x) = ke^{-ax}$ où k est un nombre réel.
Il y a donc une infinité de solutions, autant que de valeurs différentes de k.

Si on impose une condition initiale $f_0(x_0) = y_0$, alors il existe une seule fonction solution : la valeur de k dépend de x_0 et y_0.

Équation différentielle du premier ordre avec second membre

✏ Les équations différentielles avec second membre sont de la forme $y' + ay = b$ (avec a et b des nombres réels donnés).
Elles ont des solutions qui sont de la forme : $y = f(x) = ke^{-ax} + \frac{b}{a}$ où k est un nombre réel.
Si on impose de plus une condition initiale $f(x_0) = y_0$, alors il existe une seule fonction solution : la valeur de k dépend alors de x_0 et y_0.

Équation différentielle du second ordre

Une équation linéaire du second ordre est du type $y'' + \omega^2 y = 0$ où ω est un nombre réel fixé non nul.
Toutes les fonctions solutions de cette équation différentielles sont données par la formule : $y = f(x) = \mu\cos(\omega x) + \lambda\sin(\omega x)$ sont réels.
On admet donc qu'il y a une infinité de fonctions solutions. Il y en a autant que de valeurs de μ et λ. Si on impose de plus deux conditions initiales $f(x_0) = y_0$ et $f'(x_0) = z_0$, alors il existe une seule fonction solution.

Second ordre : autre expression des solutions

Une équation linéaire du second ordre est du type $y'' + \omega^2 y = 0$, où ω est un nombre réel fixé non nul.
Toutes les fonctions solutions de cette équation différentielle sont données par la formule : $y = f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ où A et φ sont des réels.
Si on impose de plus deux conditions initiales $f(x_0) = y_0$ et $f'(x_0) = z_0$, alors il existe une seule fonction solution.