Opérations dont les résultats sont prévisibles

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $x^2 + x$.

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $x^2 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ et c'est la même chose pour x^2 puisque le produit de deux grands nombres positif est encore un grand nombre positif.
   On peut en déduire que $x^2 + x$ a pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ car la somme de deux grands nombres positifs est un grand nombre positif.

Opérations dont les résultats sont prévisibles

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $x^2 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ et c'est la même chose pour x^2 puisque le produit de deux grands nombres positif est encore un grand nombre positif.
   On peut en déduire que $x^2 + x$ a pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ car la somme de deux grands nombres positifs est un grand nombre positif.
2. Donner la limite en $-\infty$ des fonctions x^3 et x. En déduire la limite en $-\infty$ de la fonction $x^3 + x$.

Opérations dont les résultats sont prévisibles

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $x^2 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ et c'est la même chose pour x^2 puisque le produit de deux grands nombres positif est encore un grand nombre positif.
   On peut en déduire que $x^2 + x$ a pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ car la somme de deux grands nombres positifs est un grand nombre positif.
2. Donner la limite en $-\infty$ des fonctions x^3 et x. En déduire la limite en $-\infty$ de la fonction $x^3 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $-\infty$ quand x tend vers $-\infty$ et c'est la même chose pour x^3 puisque le produit de trois grands nombres négatifs est encore un nombre négatif (par la règle des signes) dont la valeur absolue est grande.

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $x^2 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ et c'est la même chose pour x^2 puisque le produit de deux grands nombres positif est encore un grand nombre positif.
   On peut en déduire que $x^2 + x$ a pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ car la somme de deux grands nombres positifs est un grand nombre positif.
2. Donner la limite en $-\infty$ des fonctions x^3 et x. En déduire la limite en $-\infty$ de la fonction $x^3 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $-\infty$ quand x tend vers $-\infty$ et c'est la même chose pour x^3 puisque le produit de trois grands nombres négatifs est encore un nombre négatif (par la règle des signes) dont la valeur absolue est grande.
3. Donner la limite en $+\infty$ de la fonction $\frac{1}{x}$. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $\frac{4}{x} + 2$ ainsi que celle de la fonction $x - \frac{1}{x} + 1$.

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $x^2 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ et c'est la même chose pour x^2 puisque le produit de deux grands nombres positif est encore un grand nombre positif.
   On peut en déduire que $x^2 + x$ a pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ car la somme de deux grands nombres positifs est un grand nombre positif.
2. Donner la limite en $-\infty$ des fonctions x^3 et x. En déduire la limite en $-\infty$ de la fonction $x^3 + x$.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $-\infty$ quand x tend vers $-\infty$ et c'est la même chose pour x^3 puisque le produit de trois grands nombres négatifs est encore un nombre négatif (par la règle des signes) dont la valeur absolue est grande.
3. Donner la limite en $+\infty$ de la fonction $\frac{1}{x}$. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $\frac{4}{x} + 2$ ainsi que celle de la fonction $x - \frac{1}{x} + 1$.
   $\rightarrow$ En utilisant la calculatrice, on constate que la limite de $\frac{1}{x}$ en $+\infty$ est 0.
   De même la fonction $\frac{4}{x}$ a pour limite 0 en $+\infty$ et donc par somme de limites, on peut en déduire que la fonction $\frac{4}{x} + 2$ a pour limite 2 en $+\infty$.
   La fonction x tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ donc par somme de limites, on en déduit que $x - \frac{1}{x} + 1$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$.

1. Donner la limite en $+\infty$ des fonctions x^2 et x. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction x^2+x.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ et c'est la même chose pour x^2 puisque le produit de deux grands nombres positif est encore un grand nombre positif.
   On peut en déduire que x^2+x a pour limite $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ car la somme de deux grands nombres positifs est un grand nombre positif.
2. Donner la limite en $-\infty$ des fonctions x^3 et x. En déduire la limite en $-\infty$ de la fonction x^3+x.
   $\rightarrow$ On peut dire que la fonction x ont pour limite $-\infty$ quand x tend vers $-\infty$ et c'est la même chose pour x^3 puisque le produit de trois grands nombres négatifs est encore un nombre négatif (par la règle des signes) dont la valeur absolue est grande.
3. Donner la limite en $+\infty$ de la fonction $\frac{1}{x}$. En déduire la limite en $+\infty$ de la fonction $\frac{4}{x}+2$ ainsi que celle de la fonction $x-\frac{1}{x}+1$.
   $\rightarrow$ En utilisant la calculatrice, on constate que la limite de $\frac{1}{x}$ en $+\infty$ est 0.
   De même la fonction $\frac{4}{x}$ a pour limite 0 en $+\infty$ et donc par somme de limites, on peut en déduire que la fonction $\frac{4}{x}+2$ a pour limite 2 en $+\infty$.
   La fonction x tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$ donc par somme de limites, on en déduit que $x-\frac{1}{x}+1$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$.

1. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$.

1. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$. $\rightarrow$ Comme x^2 a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et x également alors on a une forme indéterminée du type $+\infty - +\infty$.
   On fait la manipulation suivante :
   $$x^2 - x + 1 = x^2 \times (\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}) = x^2 \times (1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$$
   Or par somme et inverse de limites, on en déduit que $(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$ tend vers 1 quand x tend vers $+\infty$. De plus, x^2 tend vers $+\infty$ en $+\infty$.
   Donc par produit de limite, on en déduit que $x^2 - x + 1$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$.

1. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$. $\rightarrow$ Comme x^2 a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et x également alors on a une forme indéterminée du type $+\infty - +\infty$.
   On fait la manipulation suivante :
   $$x^2 - x + 1 = x^2 \times (\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}) = x^2 \times (1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$$
   Or par somme et inverse de limites, on en déduit que $(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$ tend vers 1 quand x tend vers $+\infty$. De plus, x^2 tend vers $+\infty$ en $+\infty$.
   Donc par produit de limite, on en déduit que $x^2 - x + 1$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$.
2. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

1. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$. $\rightarrow$ Comme x^2 a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et x également alors on a une forme indéterminée du type $+\infty - +\infty$.
On fait la manipulation suivante :

$$x^2 - x + 1 = x^2 \times (\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}) = x^2 \times (1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$$

Or par somme et inverse de limites, on en déduit que $(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$ tend vers 1 quand x tend vers $+\infty$. De plus, x^2 tend vers $+\infty$ en $+\infty$.
Donc par produit de limite, on en déduit que $x^2 - x + 1$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$.

2. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$. $\rightarrow$ Comme les fonctions $x + 2$ et $x + 1$ tendent vers $+\infty$ en $+\infty$ alors on a une forme indéterminée du type $\frac{\infty}{\infty} = 0 \times \infty$.
On fait la manipulation suivante :

$$g(x) = \frac{x+2}{x+1} = \frac{x(\frac{x}{x} + \frac{2}{x})}{x(\frac{x}{x} + \frac{1}{x})} = \frac{1 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$$

Par somme et inverse de limites, la fonction $1 + \frac{2}{x}$ tend vers 1 en $+\infty$ et c'est aussi le cas de la fonction $1 + \frac{1}{x}$. Donc par quotient de limites, on en déduit que g tend vers $\frac{1}{1} = 1$ quand x tend vers $+\infty$.

1. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x + 1$. $\rightarrow$ Comme x^2 a pour limite $+\infty$ en $+\infty$ et x également alors on a une forme indéterminée du type $+\infty - +\infty$.
   On fait la manipulation suivante :
   $$x^2 - x + 1 = x^2 \times (\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2}) = x^2 \times (1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$$
   Or par somme et inverse de limites, on en déduit que $(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})$ tend vers 1 quand x tend vers $+\infty$. De plus, x^2 tend vers $+\infty$ en $+\infty$.
   Donc par produit de limite, on en déduit que $x^2 - x + 1$ tend vers $+\infty$ en $+\infty$.
2. Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$. $\rightarrow$ Comme les fonctions $x + 2$ et $x + 1$ tendent vers $+\infty$ en $+\infty$ alors on a une forme indéterminée du type $\frac{\infty}{\infty} = 0 \times \infty$.
   On fait la manipulation suivante :
   $$g(x) = \frac{x+2}{x+1} = \frac{x(\frac{x}{x} + \frac{2}{x})}{x(\frac{x}{x} + \frac{1}{x})} = \frac{1 + \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$$
   Par somme et inverse de limites, la fonction $1 + \frac{2}{x}$ tend vers 1 en $+\infty$ et c'est aussi le cas de la fonction $1 + \frac{1}{x}$. Donc par quotient de limites, on en déduit que g tend vers $\frac{1}{1} = 1$ quand x tend vers $+\infty$.

On va résumer les formes indéterminées en utilisant les signes ∞ et 0 ainsi que certaines correspondances :

$$\frac{1}{0^+} = +\infty \tag{1}$$

$$\frac{1}{0^-} = -\infty \tag{2}$$

$$\frac{1}{\infty} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{0}{\infty} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\pm\infty}{0} = \pm\infty \text{ on trouve le signe avec la règle des signes} \tag{5}$$

$$0 \times \infty : \ \text{FI} \tag{6}$$

$$\frac{\infty}{\infty} : \ \text{FI} \tag{7}$$

$$+\infty - +\infty : \ \text{FI} \tag{8}$$

$$\frac{0}{0} : \ \text{FI} \tag{9}$$