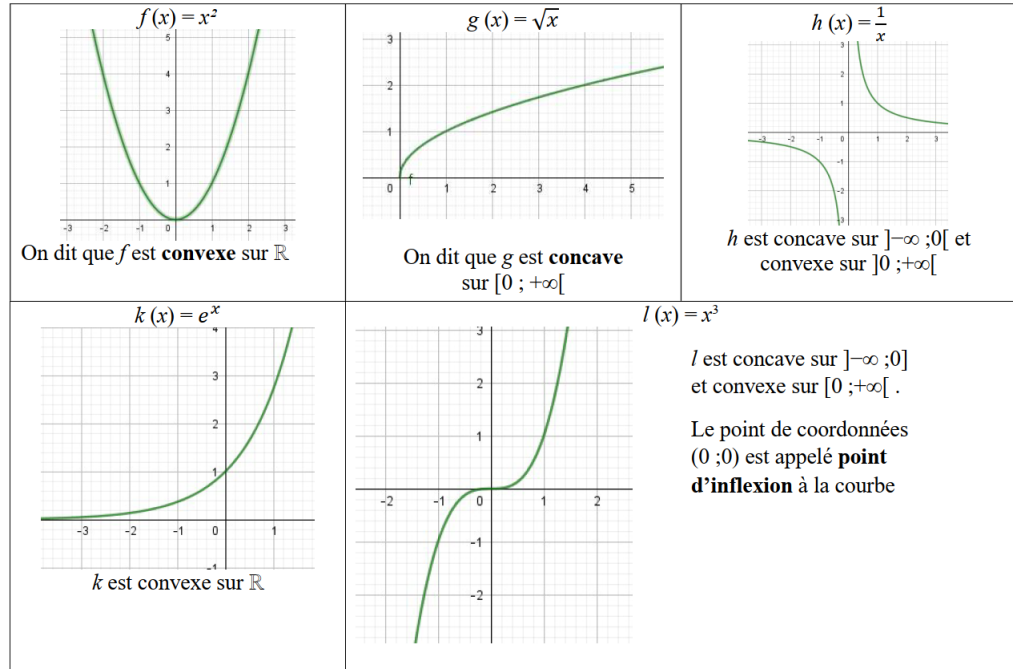


## ∞ Compléments sur la dérivation : activités sur la convexité

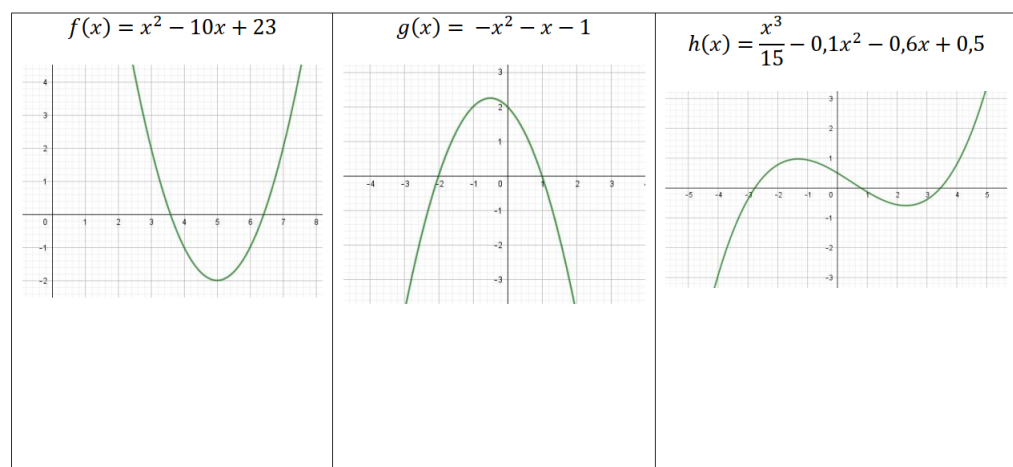
1. En observant les graphiques suivants :



Parmi les trois courbes suivantes, dire si elles sont convexes ou concaves et préciser sur quels intervalles.

Possèdent-elles des points d'inflexion ?

La première courbe est convexe, la seconde concave et la troisième est concave pour  $x \leq 1$  et convexe pour  $x \geq 1$  : elle a un point d'inflexion en  $x = 1$ .



2. Comment caractériser le fait pour une courbe d'être convexe en utilisant les cordes construites sur cette courbe ?

Si on a une corde construite entre les abscisses  $a$  et  $b$  alors la courbe est en dessous de cette corde pour  $x \in [a; b]$ .

3. Comment caractériser le fait pour une courbe d'être concave en utilisant les cordes construites sur cette courbe ?

Si on a une corde construite entre les abscisses  $a$  et  $b$  alors la courbe est au dessus de cette corde pour  $x \in [a; b]$ .

4. On va étudier un exemple de chaque type de courbe :  $x^2$  comme fonction convexe et  $\sqrt{x}$  comme fonction concave.

Compléter le tableau de valeurs suivant en vous aidant de la calculatrice et en donnant des valeurs approchées : Pour répondre à cette question rapidement, il suffit de faire le tableau de valeurs de quatre fonctions :

$$x^2$$

$$(x+1)^2 - x^2 \text{ pour les écarts}$$

$$\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} \text{ pour les écarts}$$

$x$	$f(x) = x^2$	Écart entre deux images successives	$g(x) = \sqrt{x}$	Écart
0	0	/////	0	////////
1	1	1	1	1
2	4	3	1.41	0.41
3	9	5	1.73	0.32
4	16	7	2	0.27
5	25	9	2.24	0.24
6	36	11	2.45	0.21
7	49	13	2.64	0.20
8	64	15	2.83	0.18
9	81	17	3	0.17
10	100	19	3.16	0.16

5. Pour une fonction convexe, que semble-t-on pouvoir dire sur la vitesse de croissance des images?

La vitesse de croissance des images semblent augmenter.

6. Pour une fonction concave, que semble-t-on pouvoir dire sur la vitesse de croissance des images?

La vitesse de croissance des images semblent diminuer.

7. Compléter les tableaux suivant :

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x) = 2x$	-6	-4	-2	0	2	4	6

$x$	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	0.7	0.5	0.41	0.35	0.32	0.29	0.27

8. Quel lien peut-on faire entre le fait qu'une fonction soit convexe et les variations de  $f'$ ?

On constate que pour une fonction  $f$  convexe, la dérivée  $f'$  est croissante.

9. Quel lien peut-on faire entre le fait qu'une fonction soit concave et les variations de  $f'$ ?

On constate que pour une fonction  $f$  concave, la dérivée  $f'$  est décroissante.

10. Que se passe-t-il pour  $f'$  en un point d'inflexion?

En un point d'inflexion, il y a changement de variations de la fonction  $f'$  : par conséquent, en ce point,  $f''$  sera nulle.