

♻ Récurrences 1

On considère la suite :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 3u_n - 16 \\ u_0 = 15 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 7 \times 3^n + 8}$.

Initialisation :

On a :

$$\begin{aligned}u_0 &= 15 \\ 7 \times 3^0 + 8 &= 15\end{aligned}$$

L'initialisation est établie.

Hérédité :

On suppose que la propriété est vraie pour un certain rang $n \geq 0$:

$$u_n = 7 \times 3^n + 8 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence}$$

On part de la formule donnée dans l'énoncé

$$\begin{aligned}u_{n+1} &= 3u_n - 16 \\ u_{n+1} &= 3 \times (7 \times 3^n + 8) - 16 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence} \\ u_{n+1} &= 3 \times 7 \times 3^n + 3 \times 8 - 16 \\ u_{n+1} &= 7 \times 3^{n+1} + 8\end{aligned}$$

L'hérédité est établie.

Par conséquent : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 7 \times 3^n + 8}$