Dérivées : fonctions exponentielles 3

Pour la fonction f qui suit, on déterminera sa dérivée, son tableau de variation, sa dérivée seconde, sa convexité et les éventuels points d'inflexion

$$f(x) = \frac{e^{9x+2}}{x+3}$$

Correction :

$$f'(x) = \frac{(9x+26)e^{9x+2}}{(x+3)^2}$$
$$f''(x) = \frac{(9x^2+36x+29)e^{9x+2}}{(x+3)^3}$$
$$\Delta = 252 > 0$$

x	$-\infty$		-3		$\frac{-26}{9}$		$+\infty$
$9x+26$		$-$			0	$+$	
$(x+3)^2$		$+$	0	$+$			
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$9e^{28}$	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		-3		$\frac{36-\sqrt{252}}{18}$		$\frac{36+\sqrt{252}}{18}$		$+\infty$
$(x+3)^3$		$-$	0		$+$				
$9x^2 +$ $36x+29$		$+$			0	$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
f		*concave*	‖	*convexe*	0	*concave*	0	*convexe*	

On a donc trois points d'inflexion :

$$\left(3, f(3)\right) \quad \left(\frac{36-\sqrt{252}}{18}, f\left(\frac{36-\sqrt{252}}{18}\right)\right) \quad \left(\frac{36+\sqrt{252}}{18}, f\left(\frac{36+\sqrt{252}}{18}\right)\right)$$