Résumé sur les limites de fonctions

Limites usuelles

$$\lim_{x \to +\infty} x^n = +\infty, \text{ si n est un entier naturel différent de 0}$$

$$\lim_{x \to -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si n est un entier naturel pair différent de 0} \\ +\infty & \text{si n est un entier naturel impair différent de 0} \end{cases}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0, \text{ si n est un entier naturel différent de 0}$$

Formes indéterminées

On parle de forme indéterminée quand le résultat d'une opération sur les limites ne peut se prévoir sans autres informations :

$$+\infty - \infty$$

$$-\infty + \infty$$

$$0 \times \pm\infty$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

$$\frac{0}{0}$$

Correspondances entre les limites

Certaines opérations ressemblent à celle du dessus mais ne sont pas des formes indéterminées, les correspondances suivantes sont à connaître :

$$\frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\frac{1}{\pm\infty} = 0^{\pm}$$

$$\frac{0}{\infty} = 0$$

$$\frac{\infty}{0} = \infty$$

Levée d'indétermination

1. Si je n'ai pas de fractions : Je calcule la limite de chacun des termes, si j'obtiens une forme indéterminée alors je factorise par le terme le plus important et je détermine la limite du produit.
2. Si j'ai une fraction : Je calcule la limite du numérateur et du dénominateur, si j'obtiens des formes indéterminées alors je factorise par le terme le plus important au numérateur ainsi qu'au dénominateur et je détermine la limite de ce que j'obtiens.

Dans tous les cas, ce sont les termes avec la plus grande puissance qui domine quand on regarde en l'infini.

Asymptotes

Si une courbe et une droite se confondent vers la gauche ou vers la droite d'un graphique alors la courbe admet cette droite comme asymptote.

1. Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = l$ alors la courbe admet une aymptote d'équation $y = l$ en $+\infty$.
2. Si $\lim_{x \to -\infty} f(x) = l$ alors la courbe admet une aymptote d'équation $y = l$ en $-\infty$.
3. Si $\lim_{x \to a^{\pm}} f(x) = \pm\infty$ alors la courbe admet une aymptote d'équation $x = a$.