

♣ Récurrences 1

On considère la suite :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 17u_n - 112 \\ u_0 = 13 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que $\boxed{\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 6 \times 17^n + 7}$.

Initialisation :

On a :

$$u_0 = 13$$
$$6 \times 17^0 + 7 = 13$$

L'initialisation est établie.

Hérédité :

On suppose que la propriété est vraie pour un certain rang $n \geq 0$:

$$u_n = 6 \times 17^n + 7 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence}$$

On part de la formule donnée dans l'énoncé :

$$u_{n+1} = 17u_n - 112$$
$$u_{n+1} = 17 \times (6 \times 17^n + 7) - 112 \quad \text{c'est l'hypothèse de récurrence}$$
$$u_{n+1} = 17 \times 6 \times 17^n + 17 \times 7 - 112$$
$$u_{n+1} = 6 \times 17^{n+1} + 7$$

L'hérédité est établie.

Par conséquent : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 6 \times 17^n + 7$