

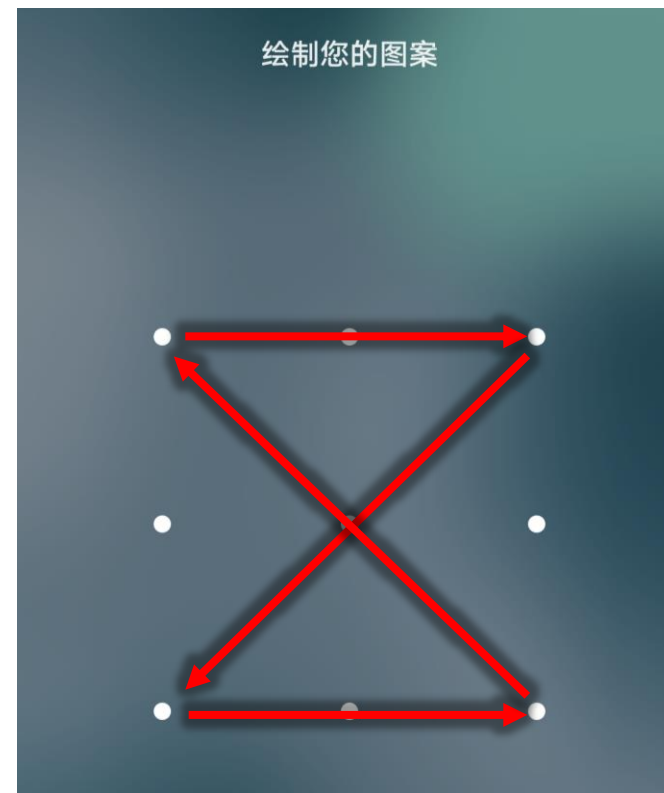
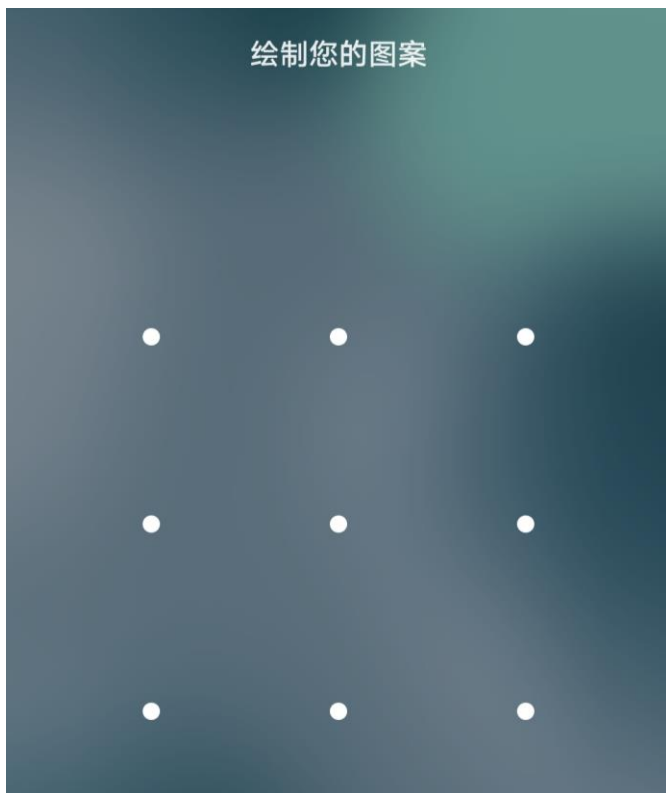
图算法篇：图的基本概念

童咏昕

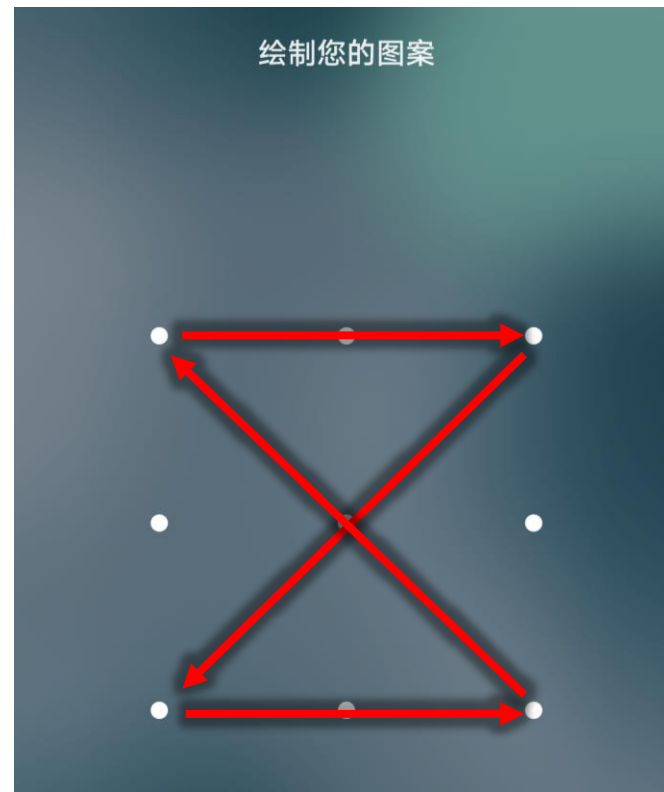
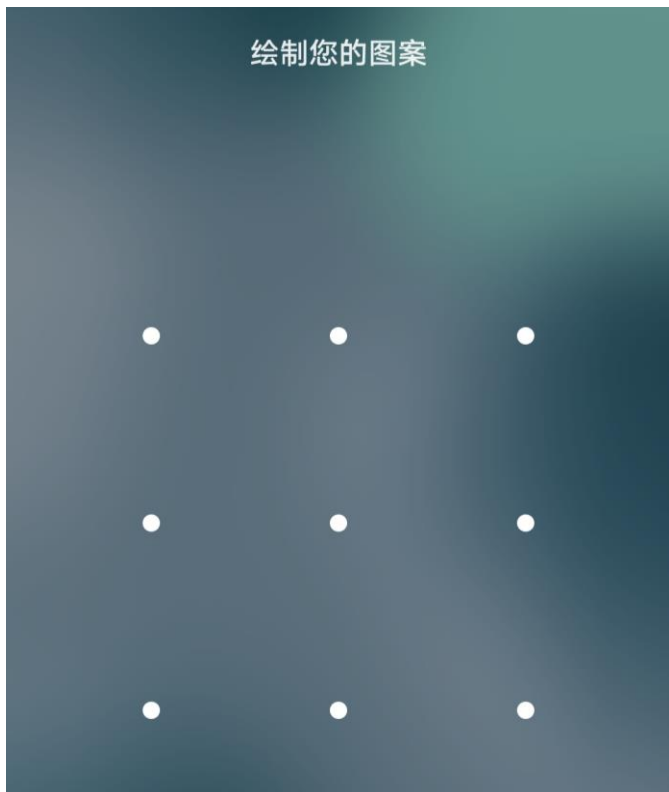
北京航空航天大学
计算机学院

中国大学MOOC北航《算法设计与分析》

- 一笔画问题：手机解锁图案需一笔画出



- 一笔画问题：手机解锁图案需一笔画出

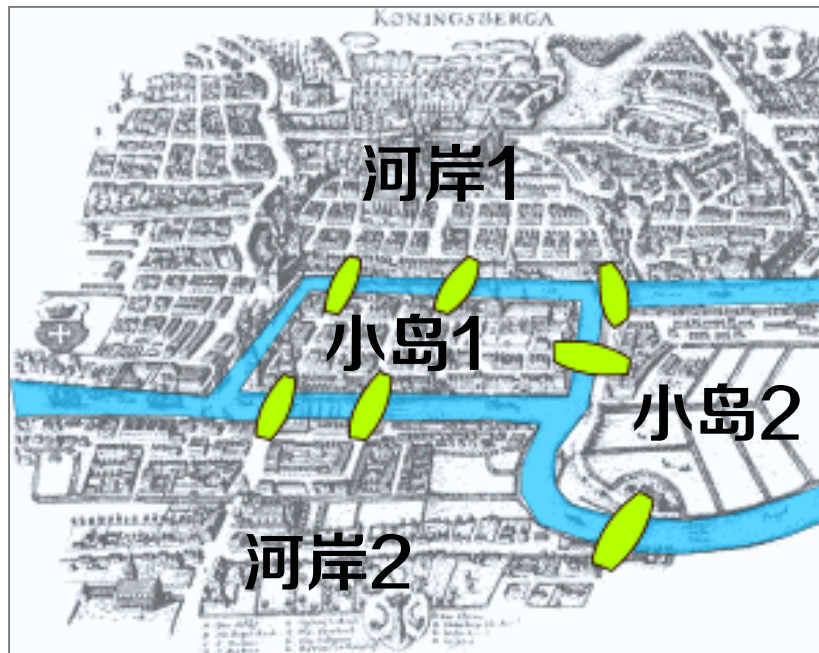


哪些图案可以仅用一笔画出来？

- 柯尼斯堡七桥问题：七座桥连接河岸和两个小岛，步行者怎样才能不重复、不遗漏地一次走完七座桥？



瑞士数学家
欧拉



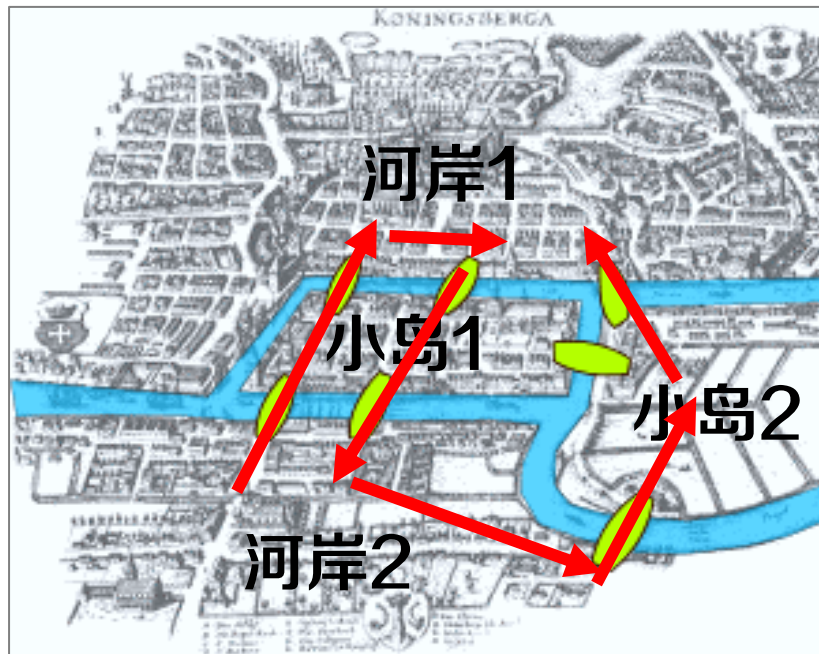
图的背景



- 柯尼斯堡七桥问题：七座桥连接河岸和两个小岛，步行者怎样才能**不重复、不遗漏**地一次走完七座桥？



瑞士数学家
欧拉



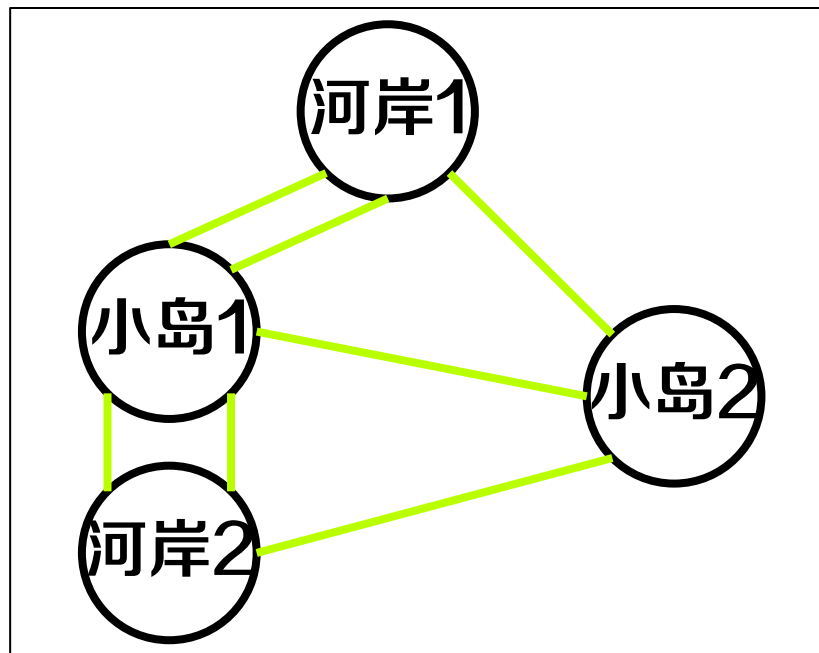
图的背景



- 柯尼斯堡七桥问题：七座桥连接河岸和两个小岛，步行者怎样才能**不重复、不遗漏**地一次走完七座桥？



瑞士数学家
欧拉



经过抽象之后，仅保留**点和边**的结构称为图

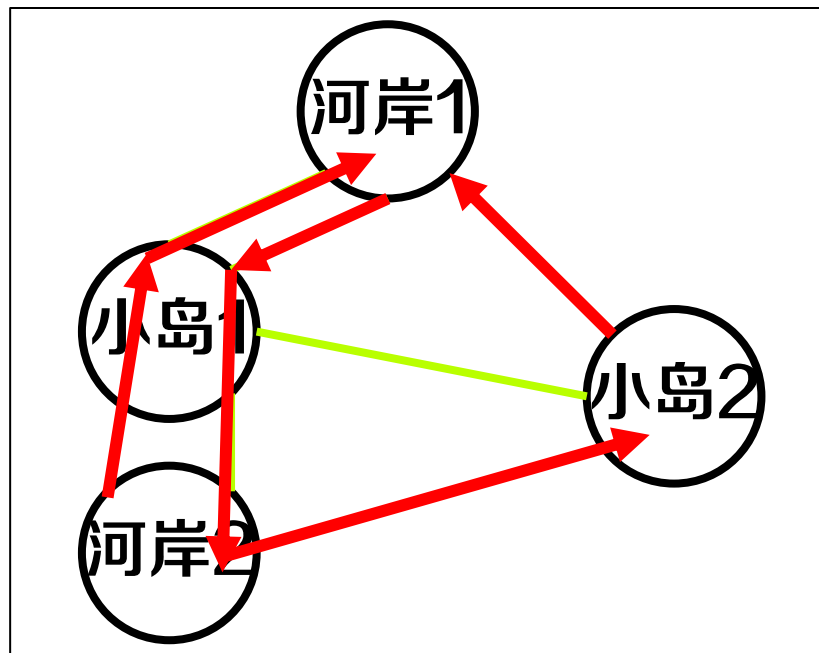
图的背景



- 柯尼斯堡七桥问题：七座桥连接河岸和两个小岛，步行者怎样才能**不重复、不遗漏**地一次走完七座桥？



瑞士数学家
欧拉

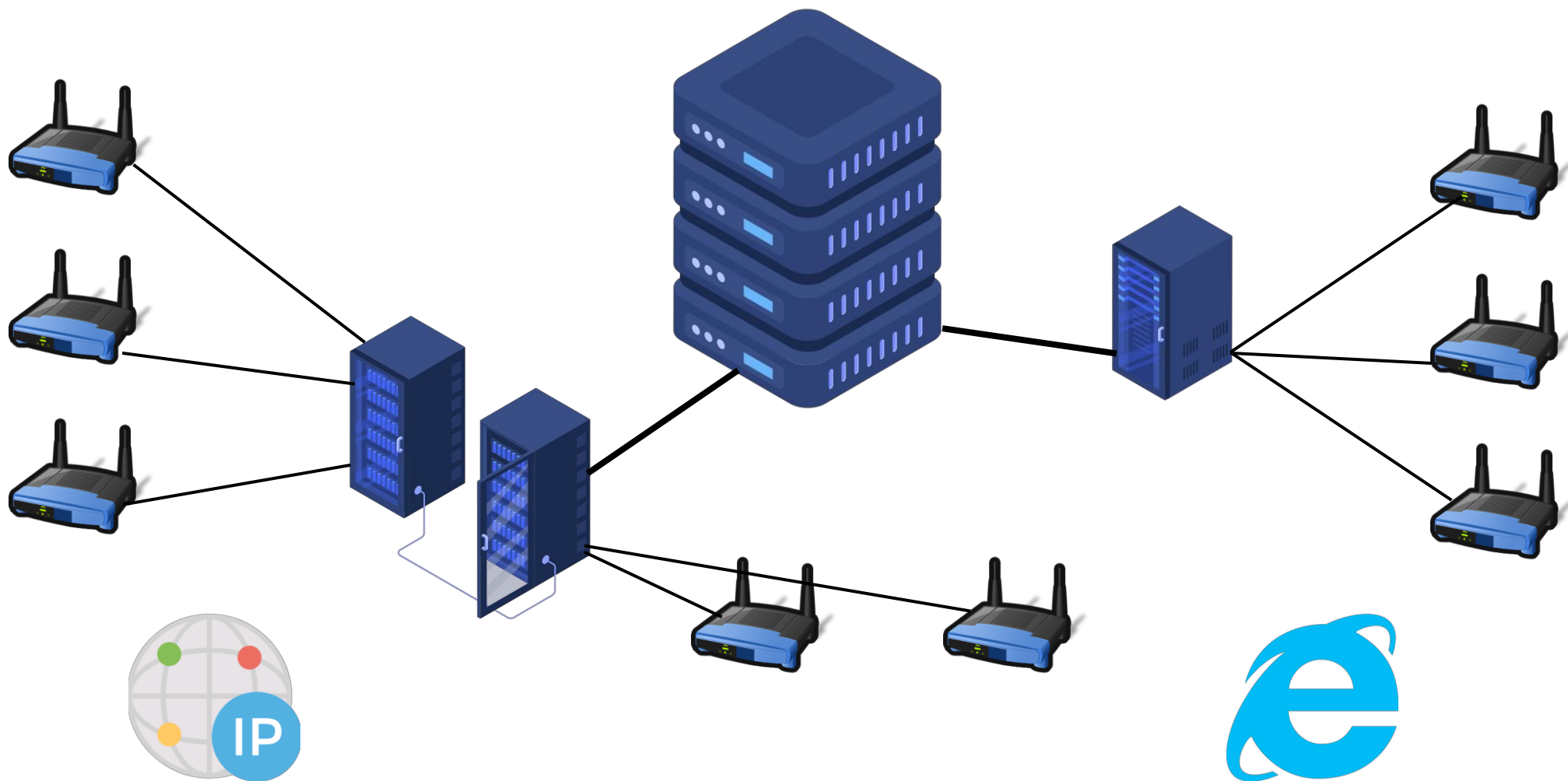


忽略河岸和小岛的形状大小，重新建模为一笔画问题

图的背景



- 图：现实中常见结构
 - 计算机网络：因特网，万维网



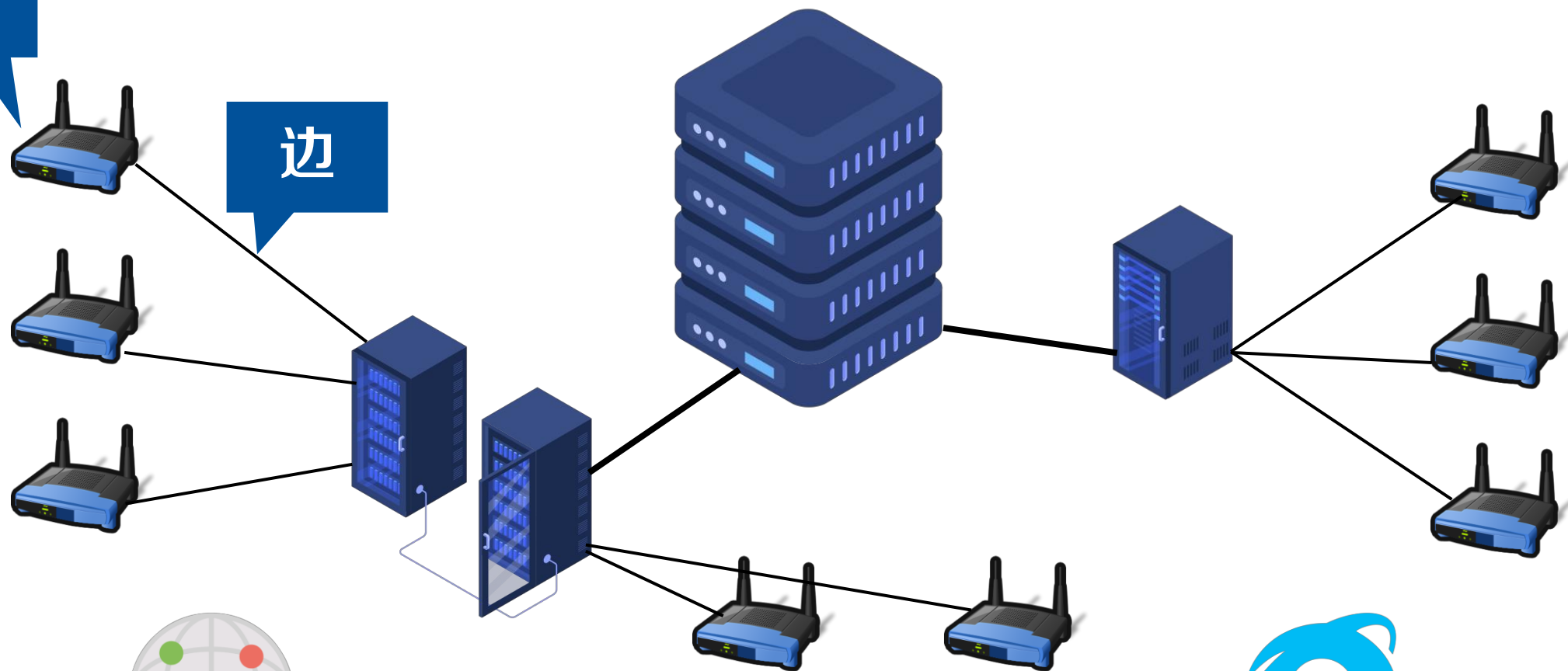
图的背景



- 图：现实中常见结构
 - 计算机网络：因特网，万维网

点

边



图的背景



- 图：现实中常见结构
 - 交通出行：北京地铁图



图的背景



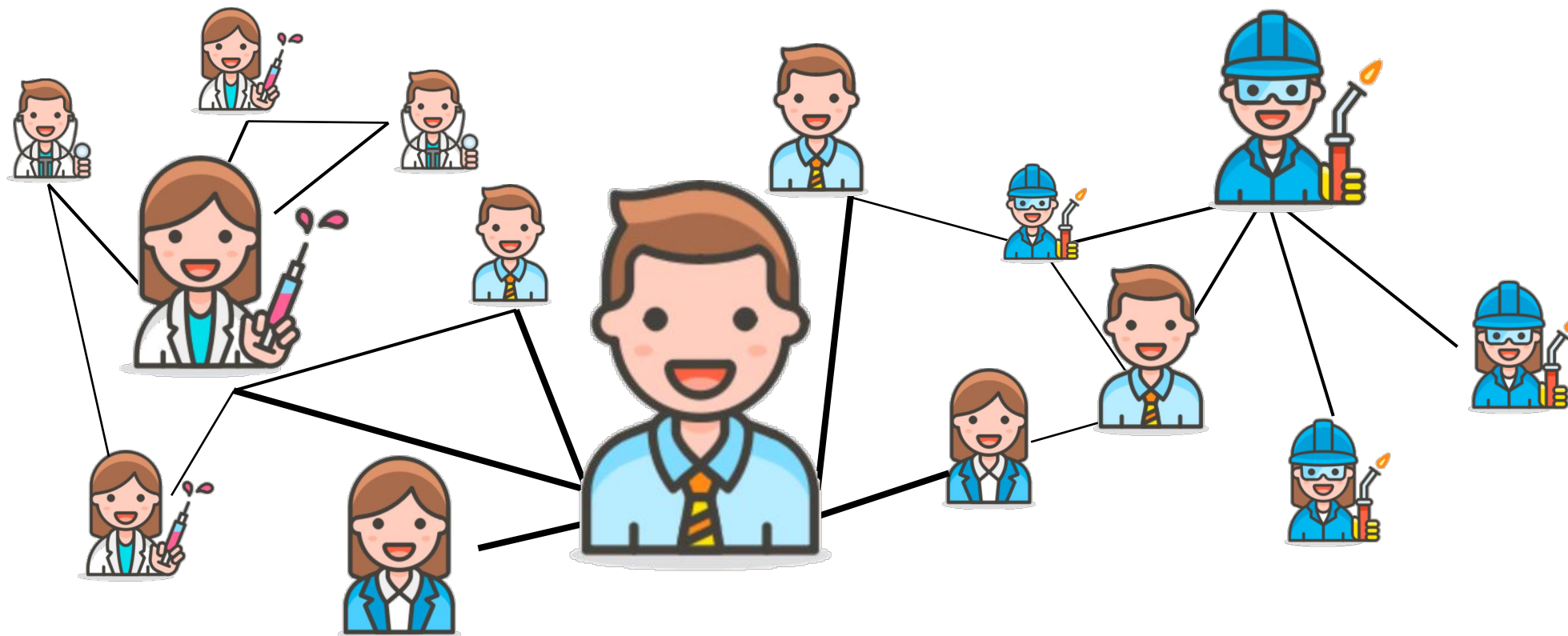
- 图：现实中常见结构
 - 交通出行：北京地铁图



图的背景



- 图：现实中常见结构
 - 社交网络：微博

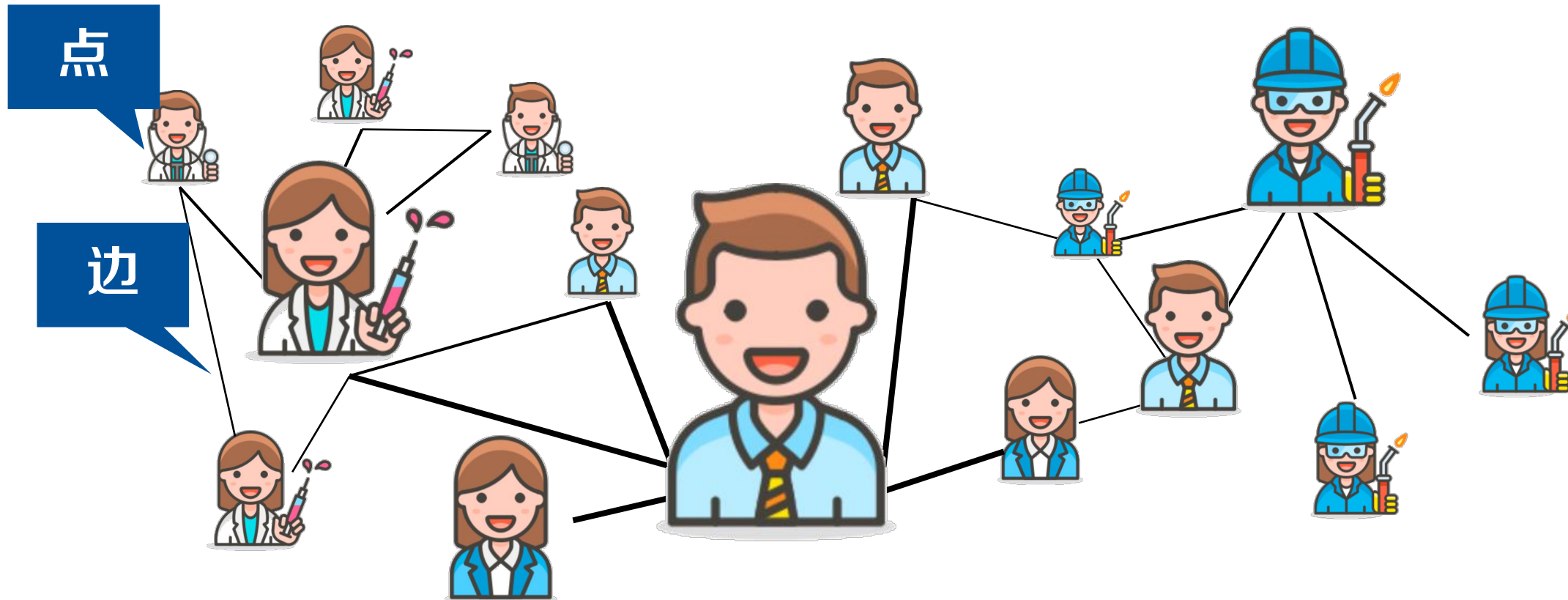


图的背景



- 图：现实中常见结构

- 社交网络：微博



图的概念：图的定义



- 图可以表示为一个二元组 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中
 - V 表示非空顶点集，其元素称为顶点(Vertex)
 - E 表示边集，其元素称为边(Edge)

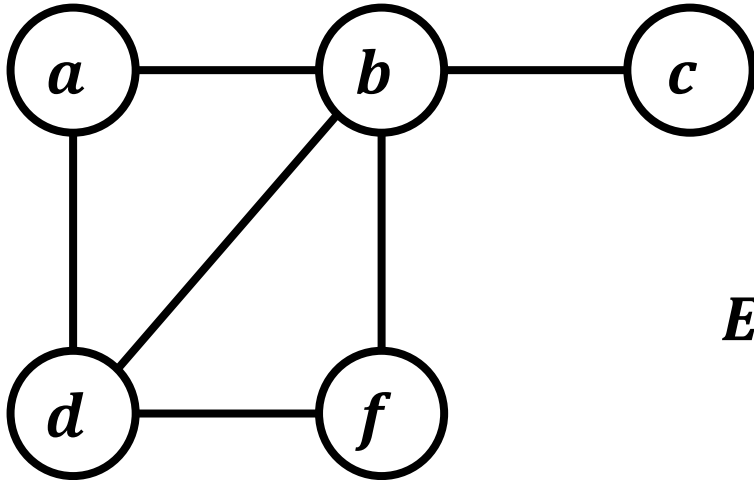


图的概念：图的定义

- 图可以表示为一个二元组 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中
 - V 表示非空顶点集，其元素称为顶点(Vertex)
 - E 表示边集，其元素称为边(Edge)
- $e = (u, v)$ 表示一条边，其中 $u \in V, v \in V, e \in E$

图的概念：图的定义

- 图可以表示为一个二元组 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中
 - V 表示非空顶点集，其元素称为顶点(Vertex)
 - E 表示边集，其元素称为边(Edge)
- $e = (u, v)$ 表示一条边，其中 $u \in V, v \in V, e \in E$
- 无向图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$

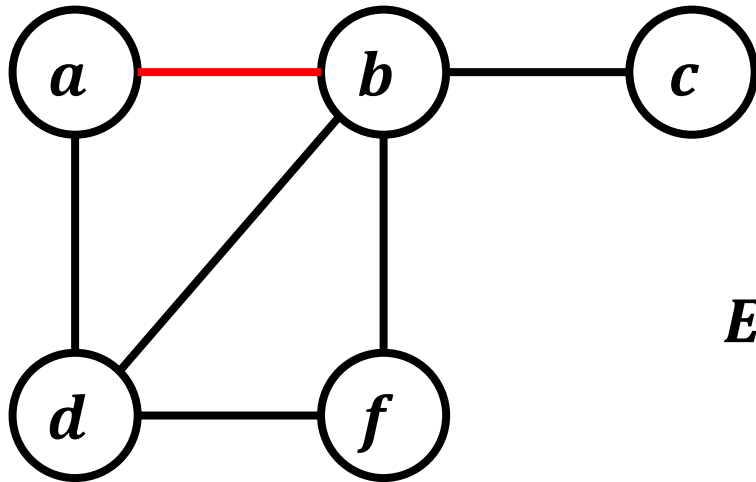


$$V_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$E_1 = \{(a, b), (a, d), (b, c), (b, d), (b, e), (d, e), (e, f)\}$$

图的概念：图的定义

- 图可以表示为一个二元组 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中
 - V 表示非空顶点集，其元素称为顶点(Vertex)
 - E 表示边集，其元素称为边(Edge)
- $e = (u, v)$ 表示一条边，其中 $u \in V, v \in V, e \in E$
- 无向图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$



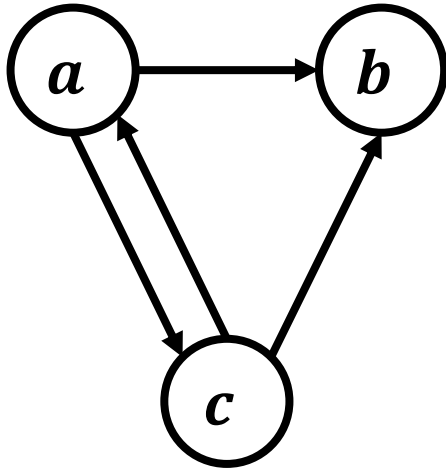
$$V_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$E_1 = \{(a, b), (a, d), (b, c), (b, d), (b, e), (d, e), (e, f)\}$$

(a, b) 和 (b, a) 被视作同一条边

图的概念：图的定义

- 图可以表示为一个二元组 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中
 - V 表示非空顶点集，其元素称为顶点(Vertex)
 - E 表示边集，其元素称为边(Edge)
- $e = (u, v)$ 表示一条边，其中 $u \in V, v \in V, e \in E$
- 有向图 $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$

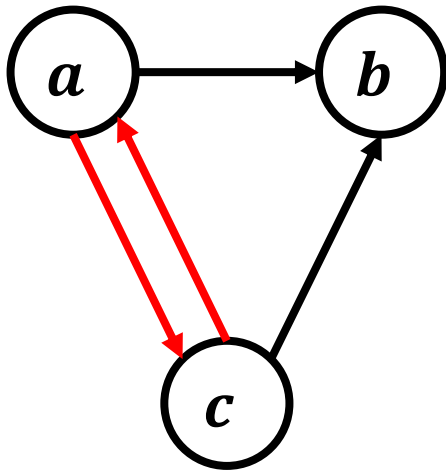


$$V_2 = \{a, b, c\}$$

$$E_2 = \{(a, b), (a, c), (c, a), (c, b)\}$$

图的概念：图的定义

- 图可以表示为一个二元组 $G = \langle V, E \rangle$ ，其中
 - V 表示非空顶点集，其元素称为顶点(Vertex)
 - E 表示边集，其元素称为边(Edge)
- $e = (u, v)$ 表示一条边，其中 $u \in V, v \in V, e \in E$
- 有向图 $G_2 = \langle V_2, E_2 \rangle$



$$V_2 = \{a, b, c\}$$

$$E_2 = \{(a, b), (a, c), (c, a), (c, b)\}$$

(a, c) 和 (c, a) 是两条不同的边

图的概念：相邻与关联

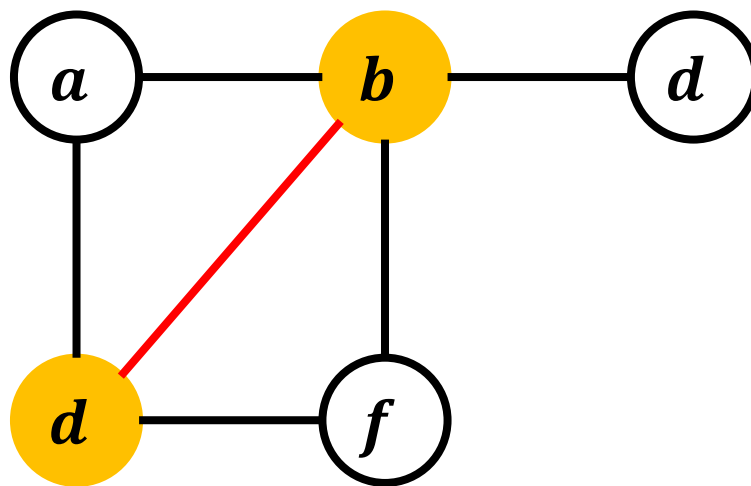


- 相邻(Adjacent)
 - 边 (u, v) 连接的顶点 u 和 v 相邻
- 关联(Incident)
 - 边 (u, v) 和其连接的顶点 u (或 v)相互关联

图的概念：相邻与关联



- 相邻(Adjacent)
 - 边 (u, v) 连接的顶点 u 和 v 相邻
- 关联(Incident)
 - 边 (u, v) 和其连接的顶点 u (或 v)相互关联



顶点 b 和 d 相邻

(b, d) 与顶点 b 和 d 关联

图的概念：度



- 顶点的度(Degree of a Vertex)

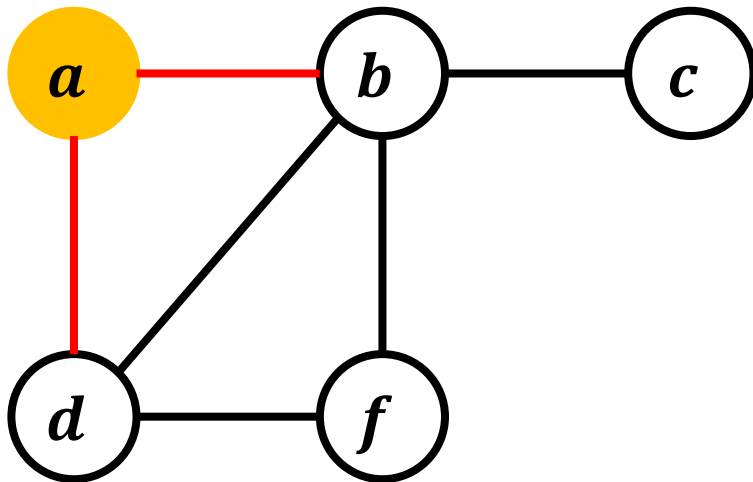
- 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数

- 图的度(Degree of a Graph)

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$

图的概念：度

- 顶点的度(Degree of a Vertex)
 - 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数
- 图的度(Degree of a Graph)
 - 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$
- 图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$

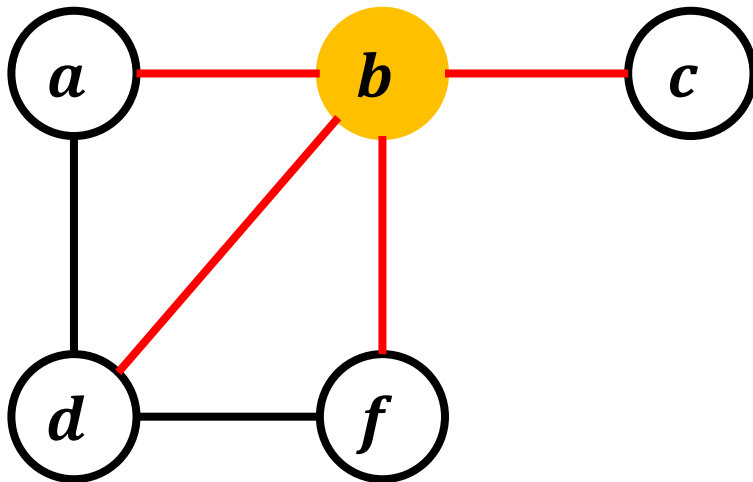


$$V_1 = \{a, b, c, d, f\}$$

$$deg(a) = 2$$

图的概念：度

- 顶点的度(Degree of a Vertex)
 - 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数
- 图的度(Degree of a Graph)
 - 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$
- 图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$



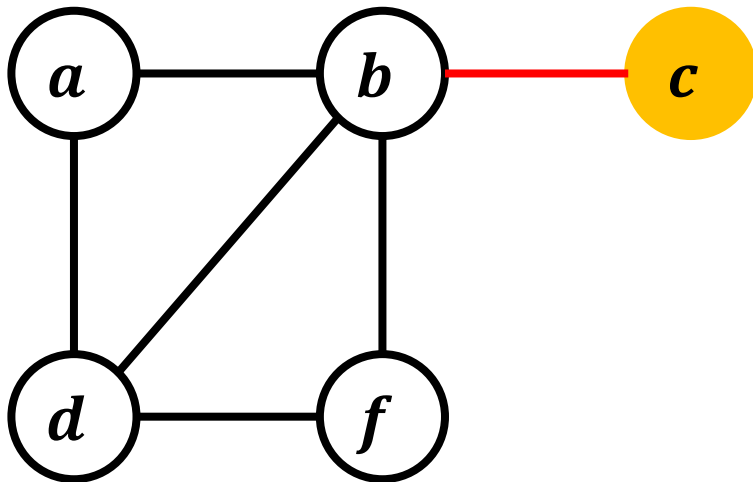
$$V_1 = \{a, b, c, d, f\}$$

$$deg(a) = 2$$

$$deg(b) = 4$$

图的概念：度

- 顶点的度(Degree of a Vertex)
 - 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数
- 图的度(Degree of a Graph)
 - 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$
- 图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$



$$V_1 = \{a, b, c, d, f\}$$

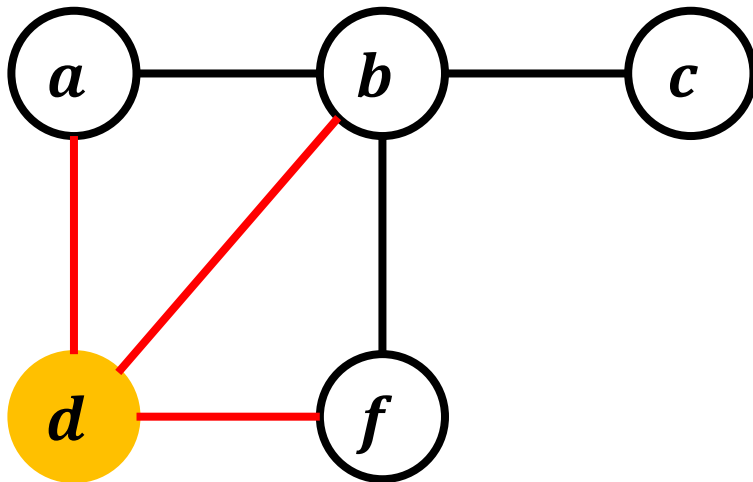
$$deg(a) = 2$$

$$deg(b) = 4$$

$$deg(c) = 1$$

图的概念：度

- 顶点的度(Degree of a Vertex)
 - 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数
- 图的度(Degree of a Graph)
 - 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$
- 图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$



$$V_1 = \{a, b, c, d, f\}$$

$$deg(a) = 2$$

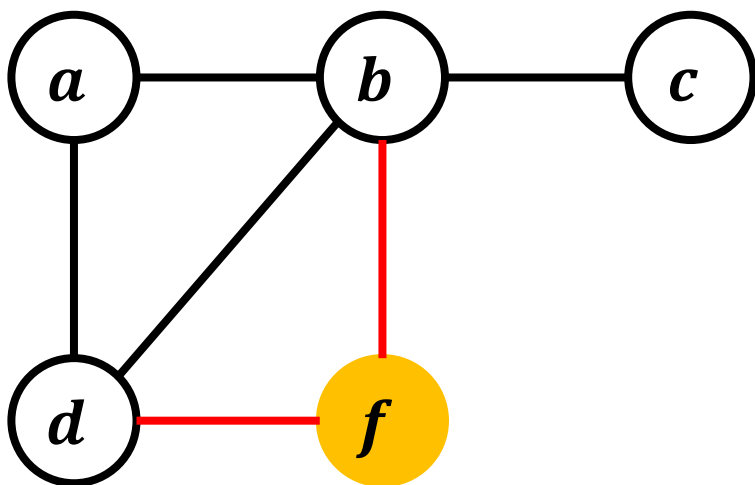
$$deg(b) = 4$$

$$deg(c) = 1$$

$$deg(d) = 3$$

图的概念：度

- 顶点的度(Degree of a Vertex)
 - 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数
- 图的度(Degree of a Graph)
 - 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$
- 图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$



$$V_1 = \{a, b, c, d, f\}$$

$$deg(a) = 2$$

$$deg(b) = 4$$

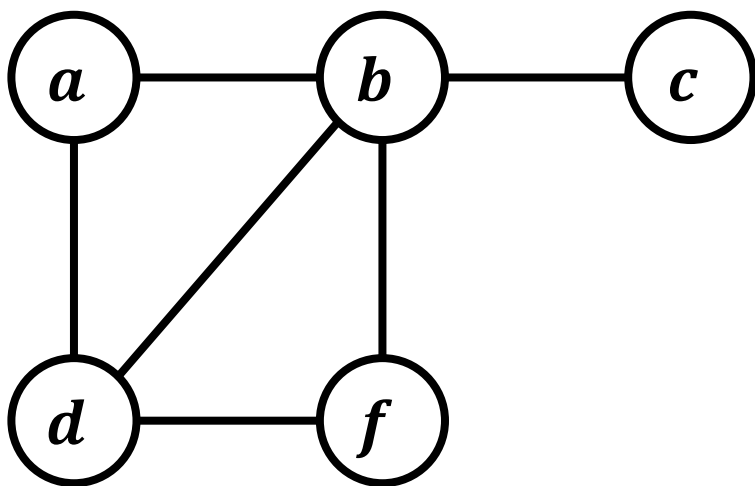
$$deg(c) = 1$$

$$deg(d) = 3$$

$$deg(f) = 2$$

图的概念：度

- 顶点的度(Degree of a Vertex)
 - 顶点 v 的度 $deg(v)$ 是 v 关联的边数
- 图的度(Degree of a Graph)
 - 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的度，是图各顶点的度之和， $deg(G) = \sum_{v \in V} deg(v)$
- 图 $G_1 = \langle V_1, E_1 \rangle$



$$V_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$deg(a) = 2$$

$$deg(b) = 4$$

$$deg(c) = 1$$

$$deg(d) = 3$$

$$deg(e) = 2$$

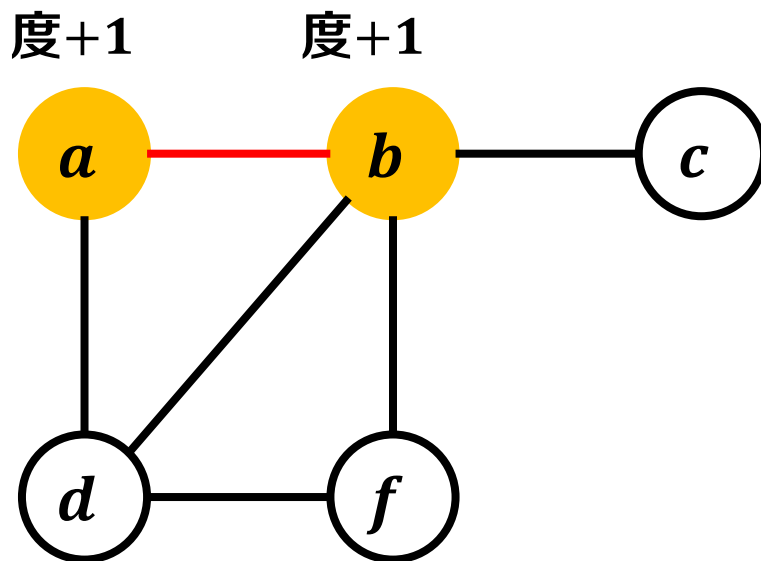
$$deg(G_1) = 2 + 4 + 1 + 3 + 2 = 12$$

- 握手定理(Handshaking Lemma)
 - 无向图的度是边数的两倍, $\deg(G) = 2|E|$

握手定理



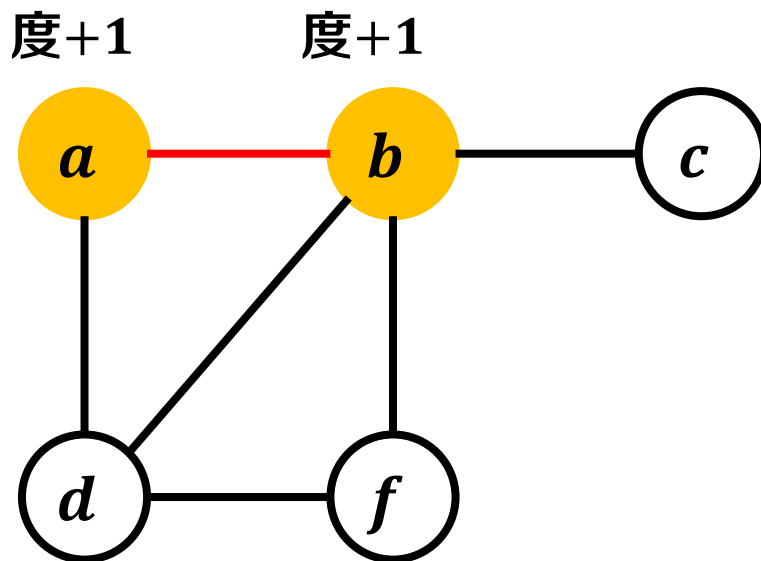
- 握手定理(Handshaking Lemma)
 - 无向图的度是边数的两倍, $\deg(G) = 2|E|$
- 证明
 - 边 $e = (u, v)$ 在 $\deg(u)$ 和 $\deg(v)$ 中各被计算一次



握手定理



- 握手定理(Handshaking Lemma)
 - 无向图的度是边数的两倍, $\deg(G) = 2|E|$
- 证明
 - 边 $e = (u, v)$ 在 $\deg(u)$ 和 $\deg(v)$ 中各被计算一次
 - 每条边为图的度贡献为2, $\deg(G) = \sum_{e \in E} 2 = 2|E|$



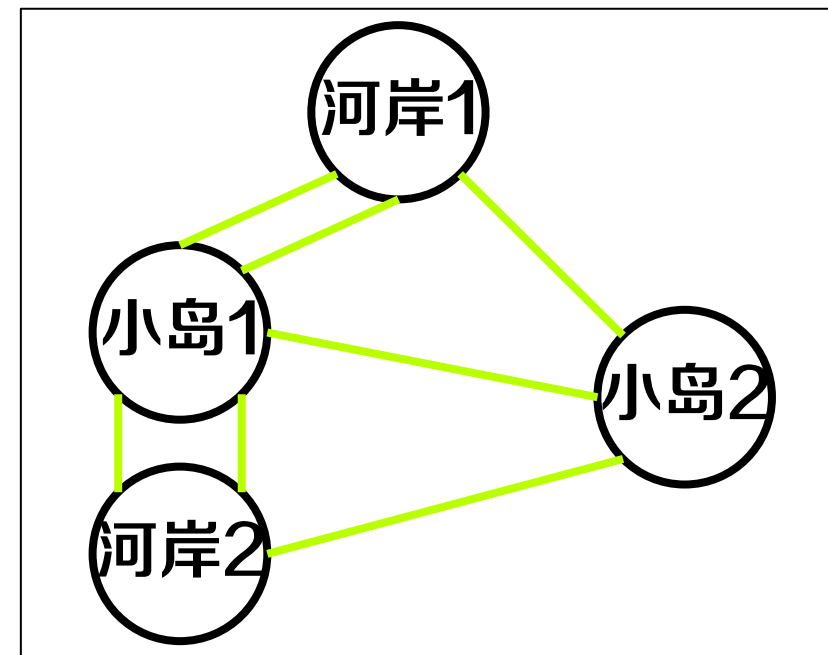
柯尼斯堡七桥问题



- 七座桥连接河岸和两个小岛，步行者怎样才能**不重复、不遗漏**地一次走完七座桥？



瑞士数学家
欧拉

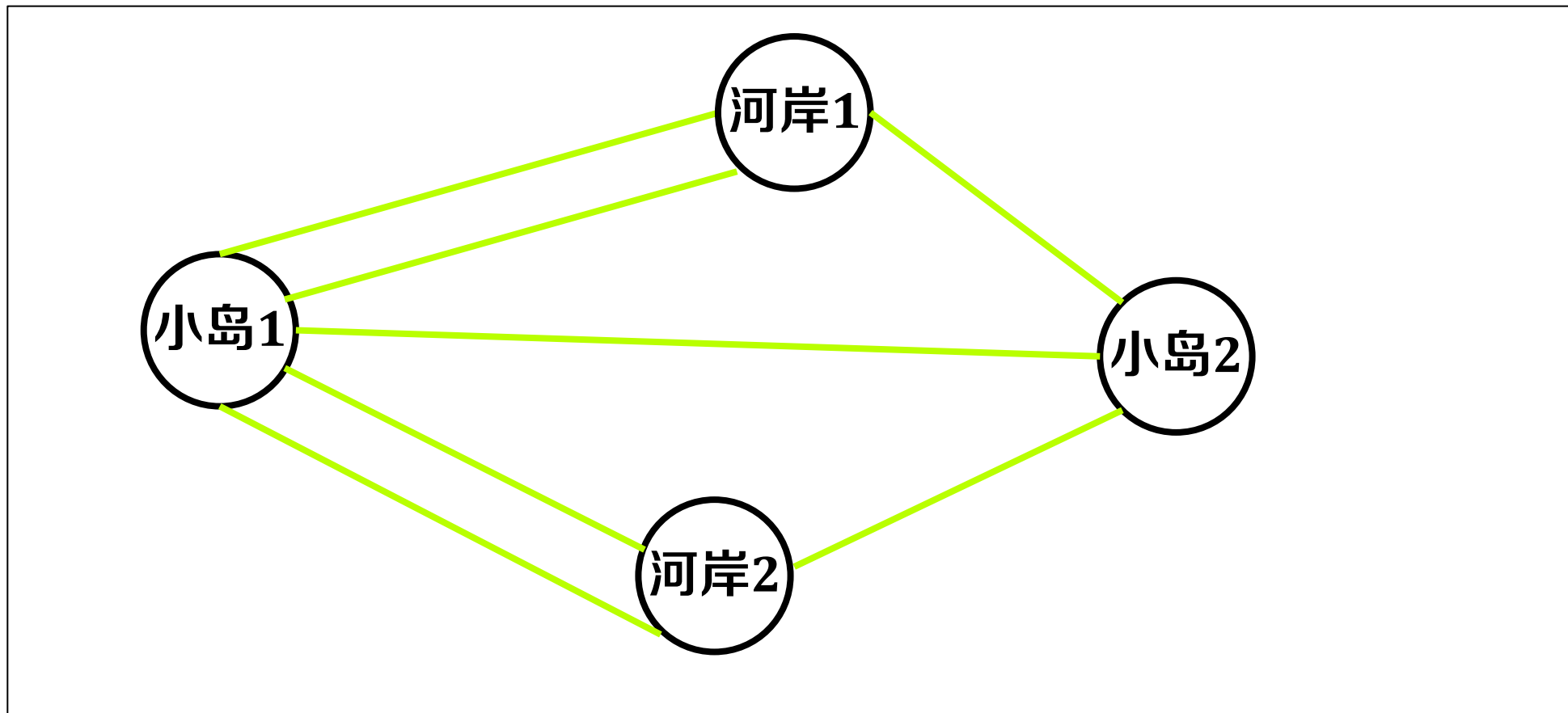


仅保留点和边的结构，建模为一笔画问题

柯尼斯堡七桥问题



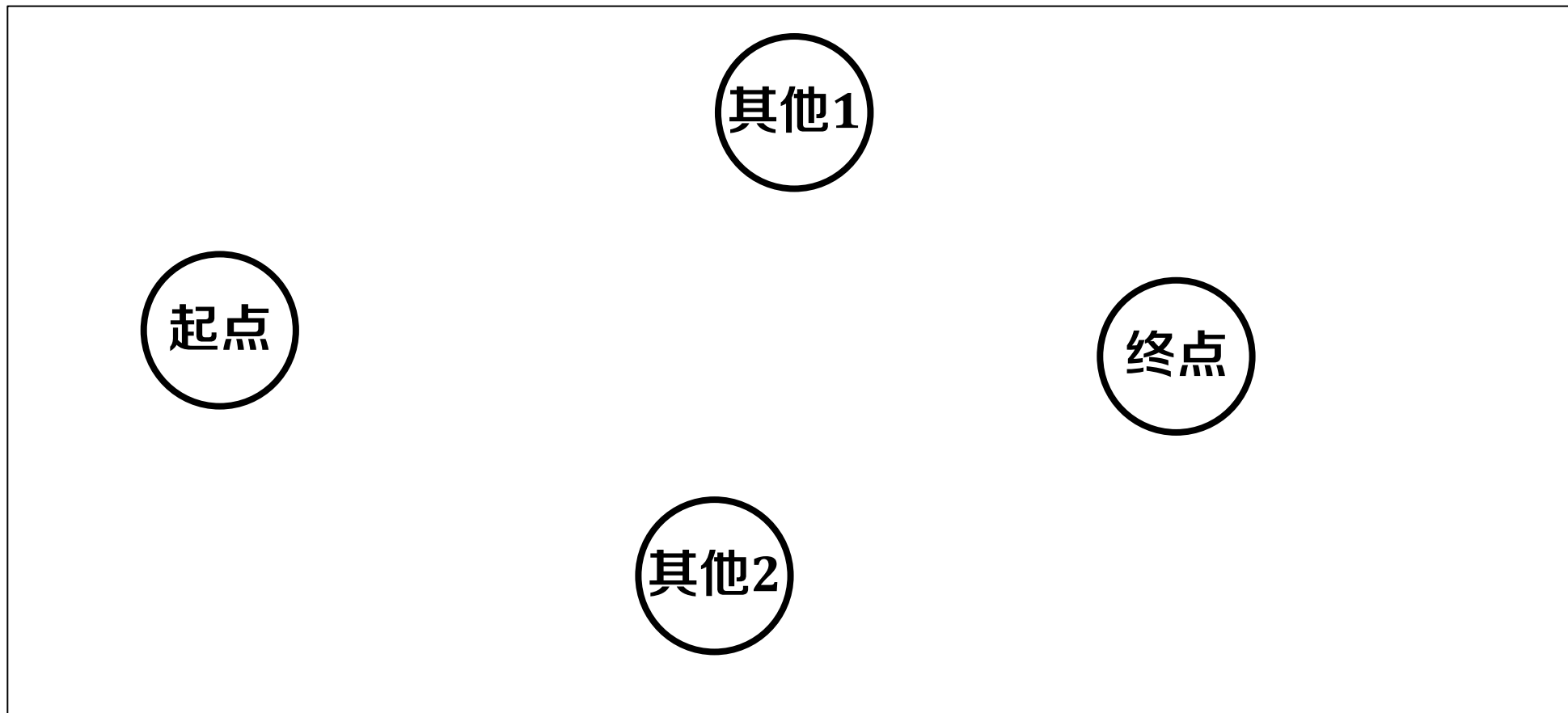
- 七座桥连接河岸和两个小岛，步行者怎样才能**不重复、不遗漏**地一次走完七座桥？



柯尼斯堡七桥问题



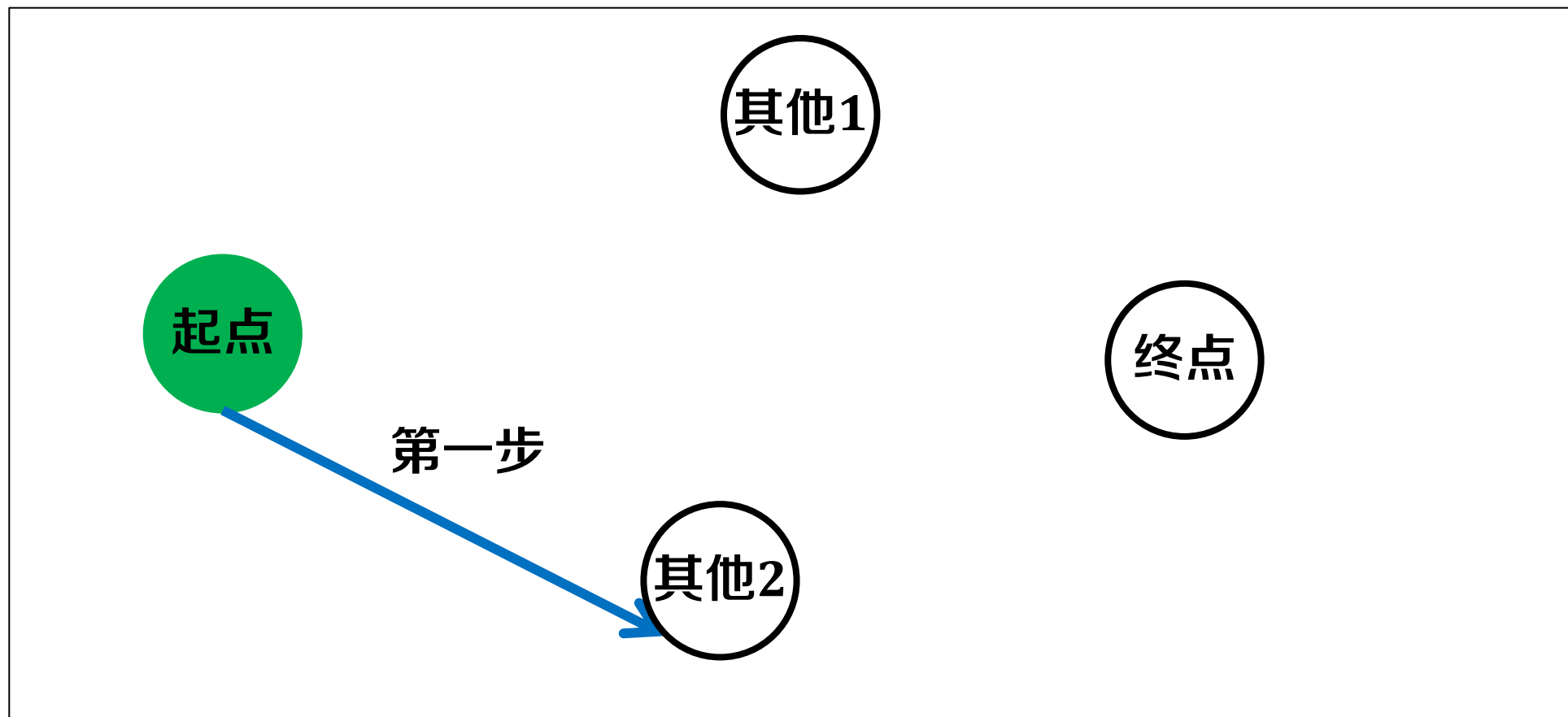
- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点



柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

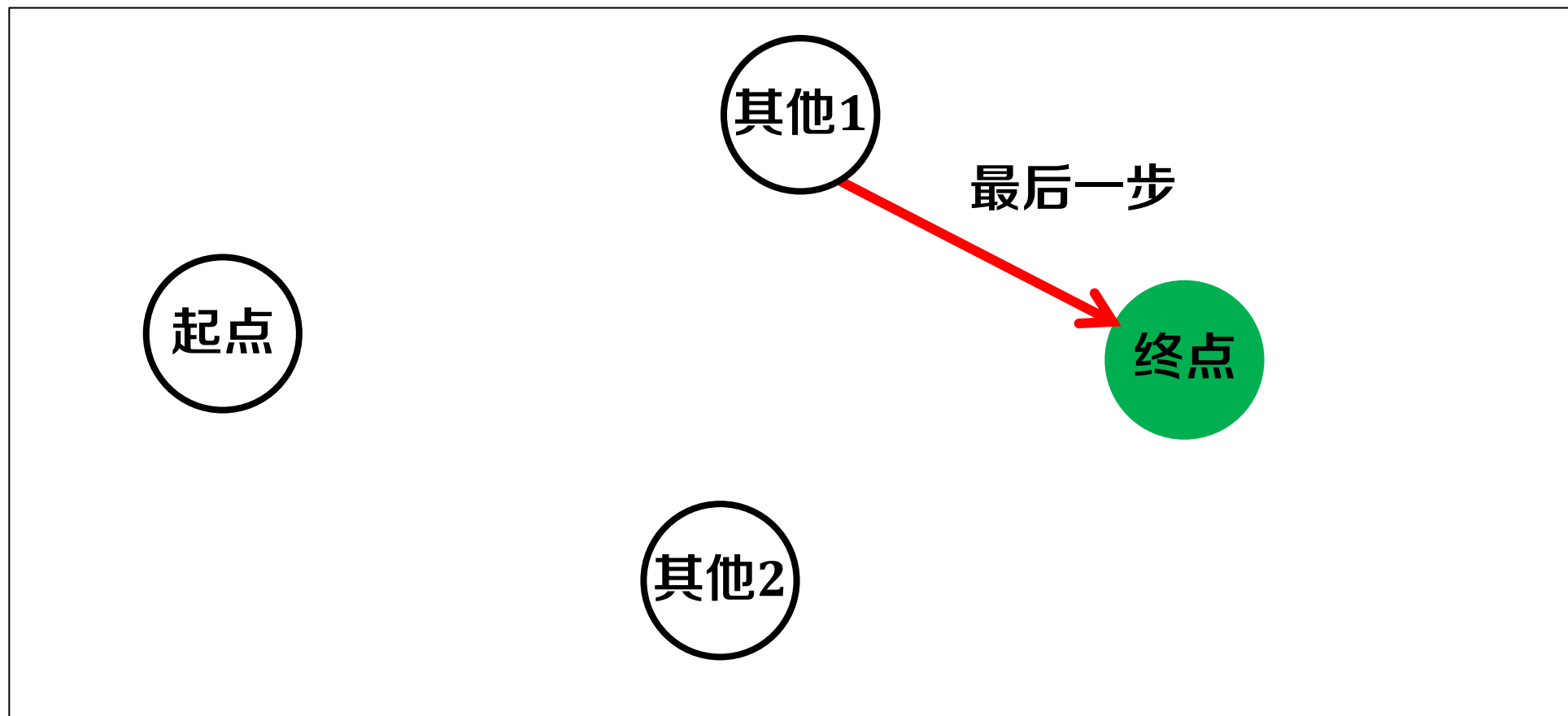


起点：第一步需要从一条边离开

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

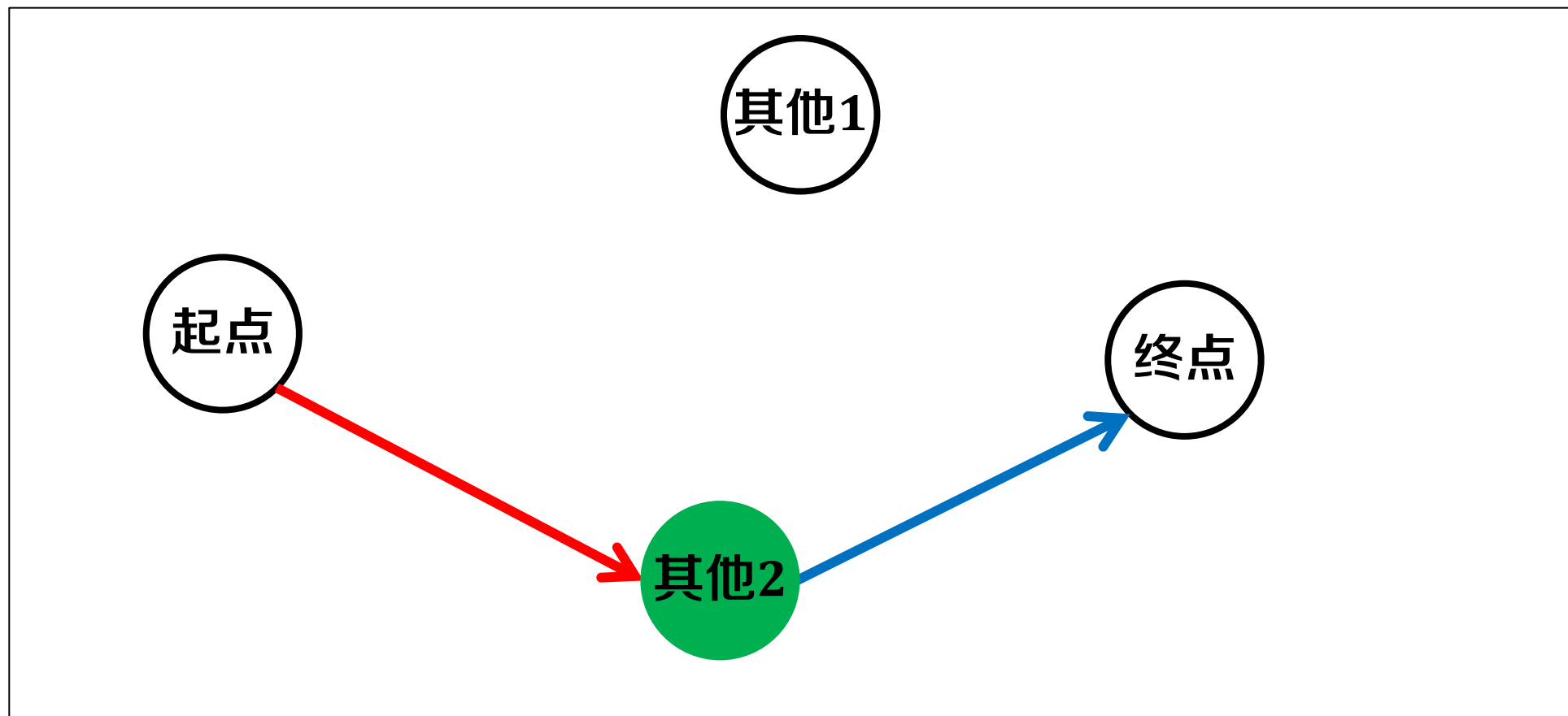


终点：最后一步需要从一条边到达

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

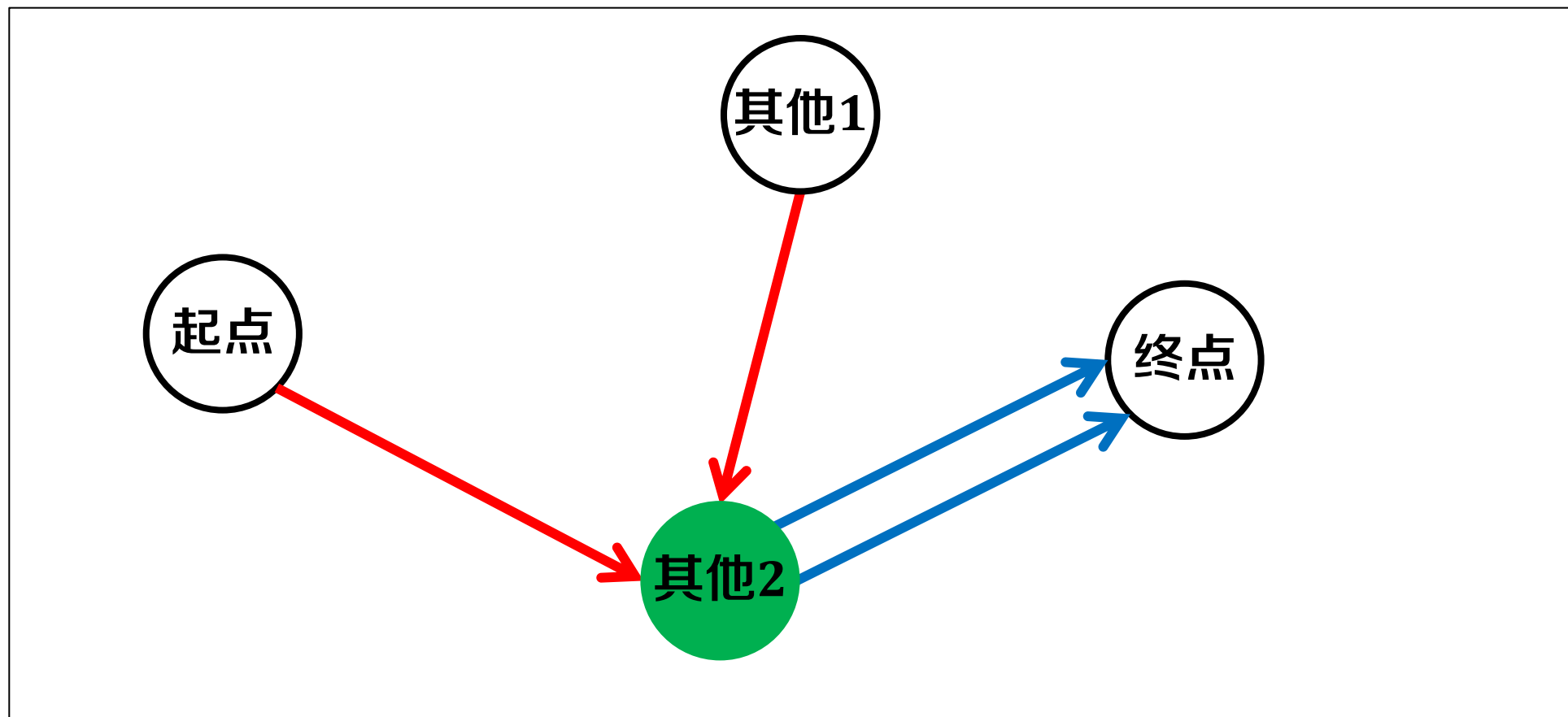


其他顶点：从一条边到达后，需要从另一条边离开

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

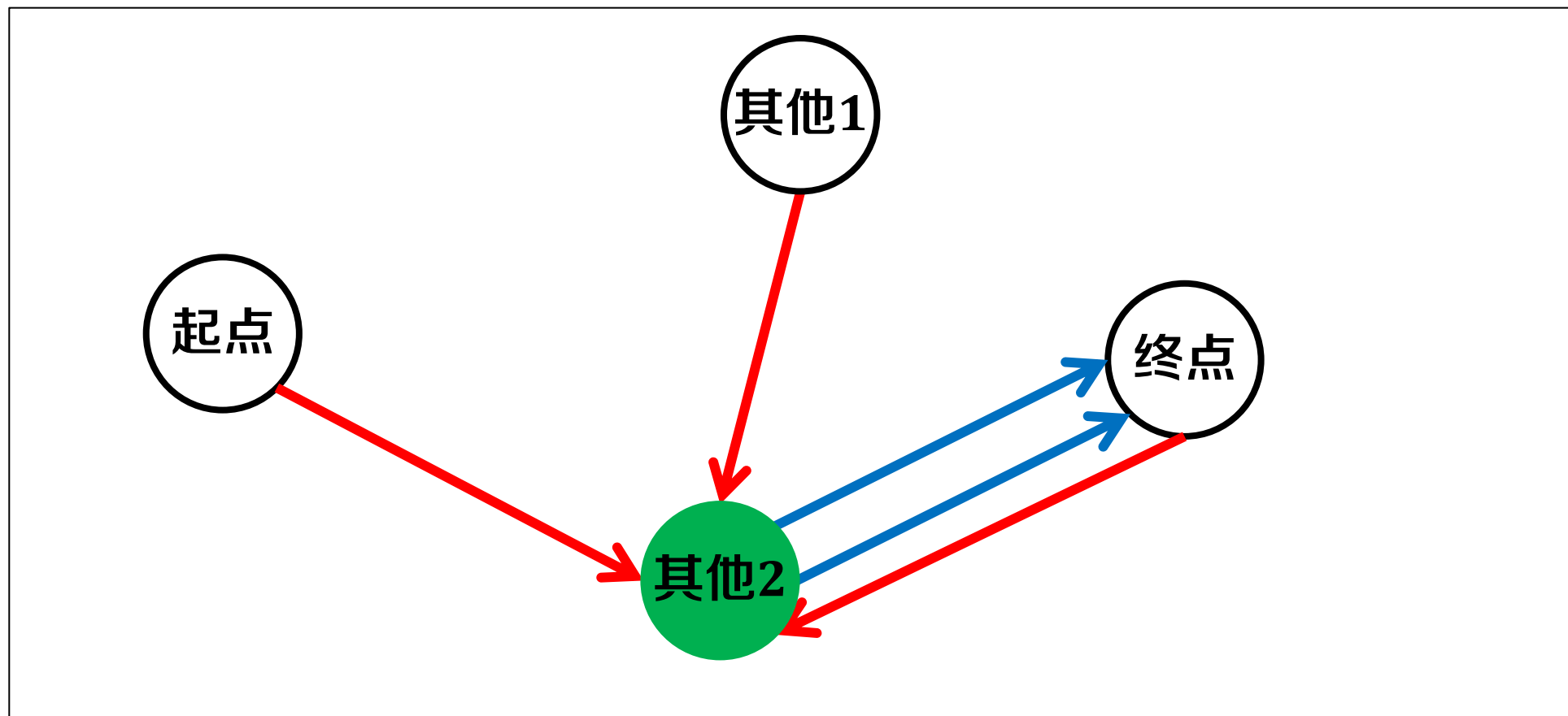


其他顶点：从一条边到达后，需要从另一条边离开

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

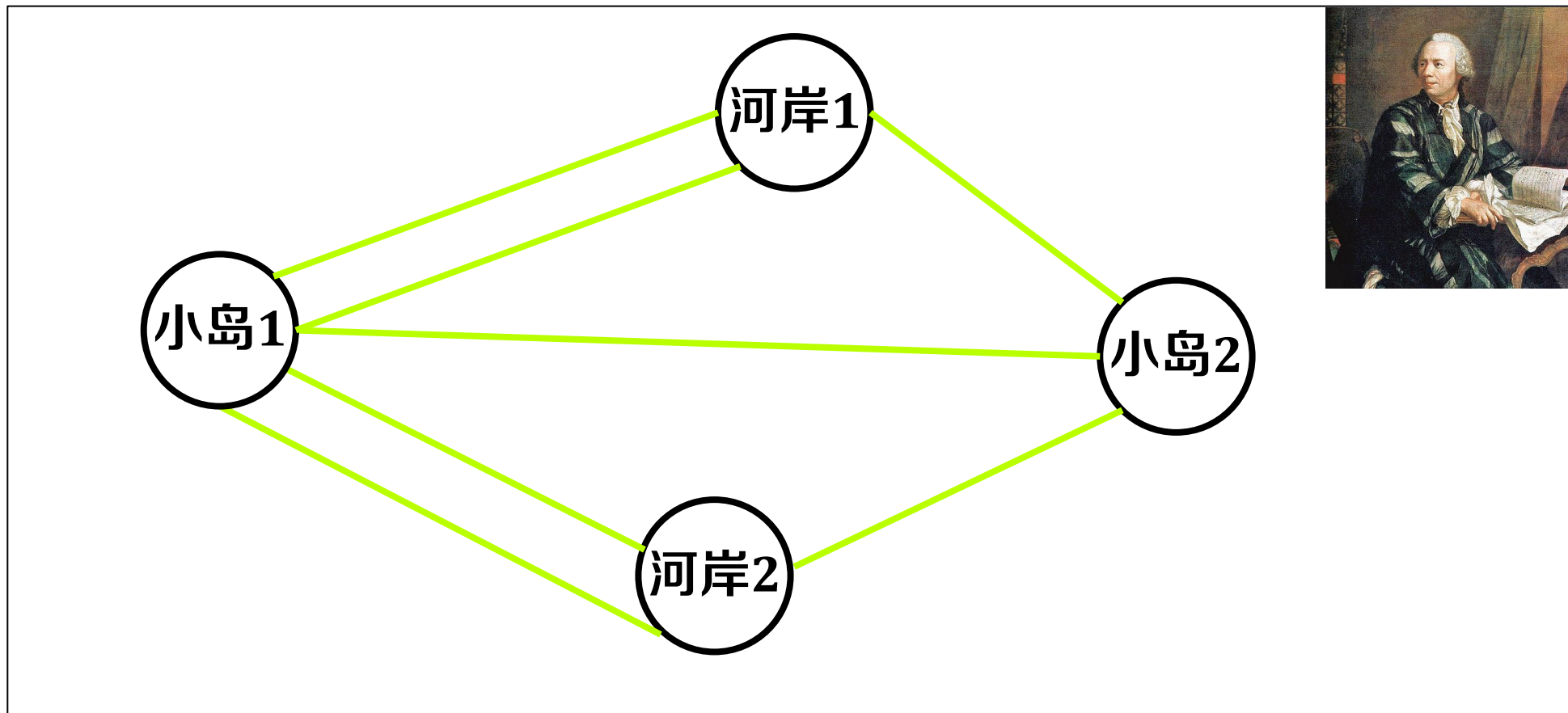


其他顶点的度为必须为偶数，否则无法离开

柯尼斯堡七桥问题



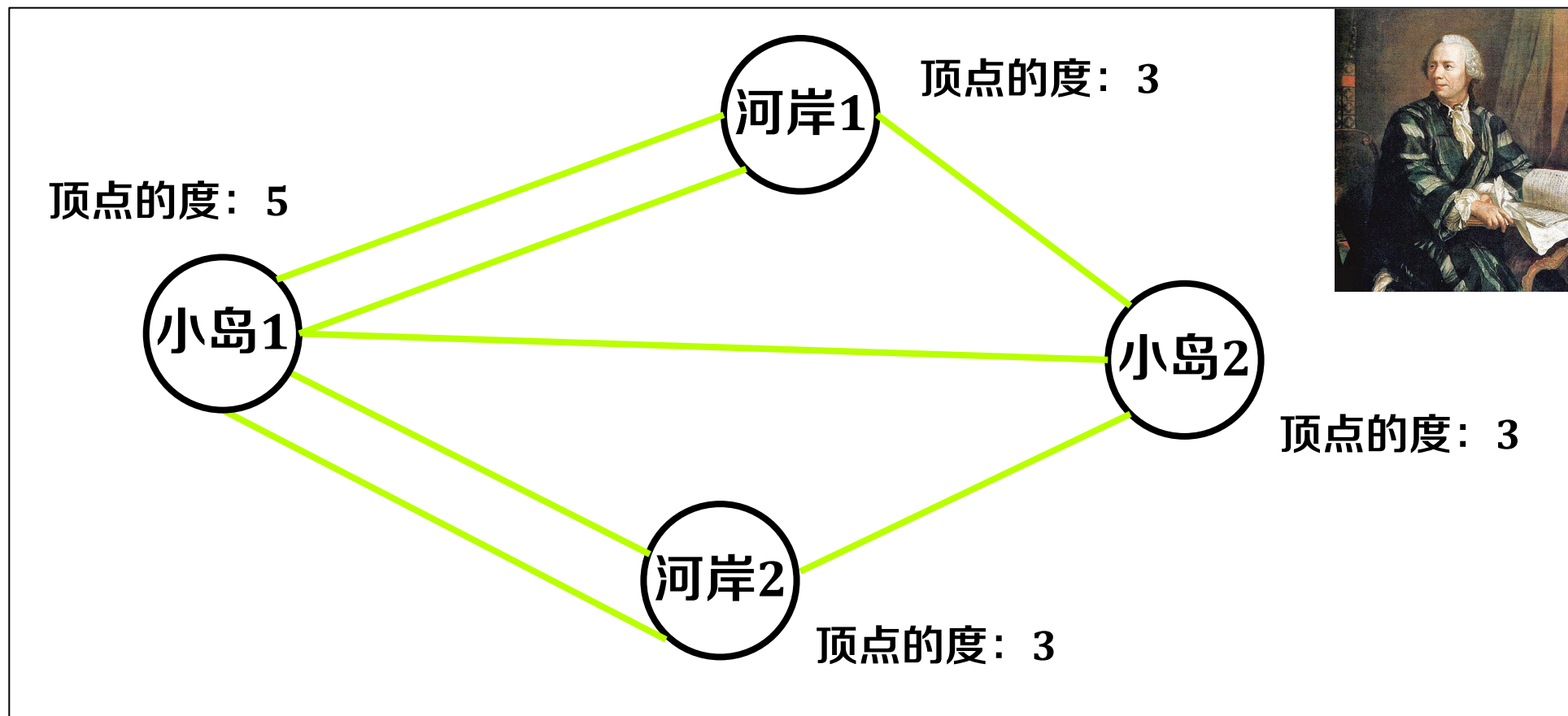
- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点



柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

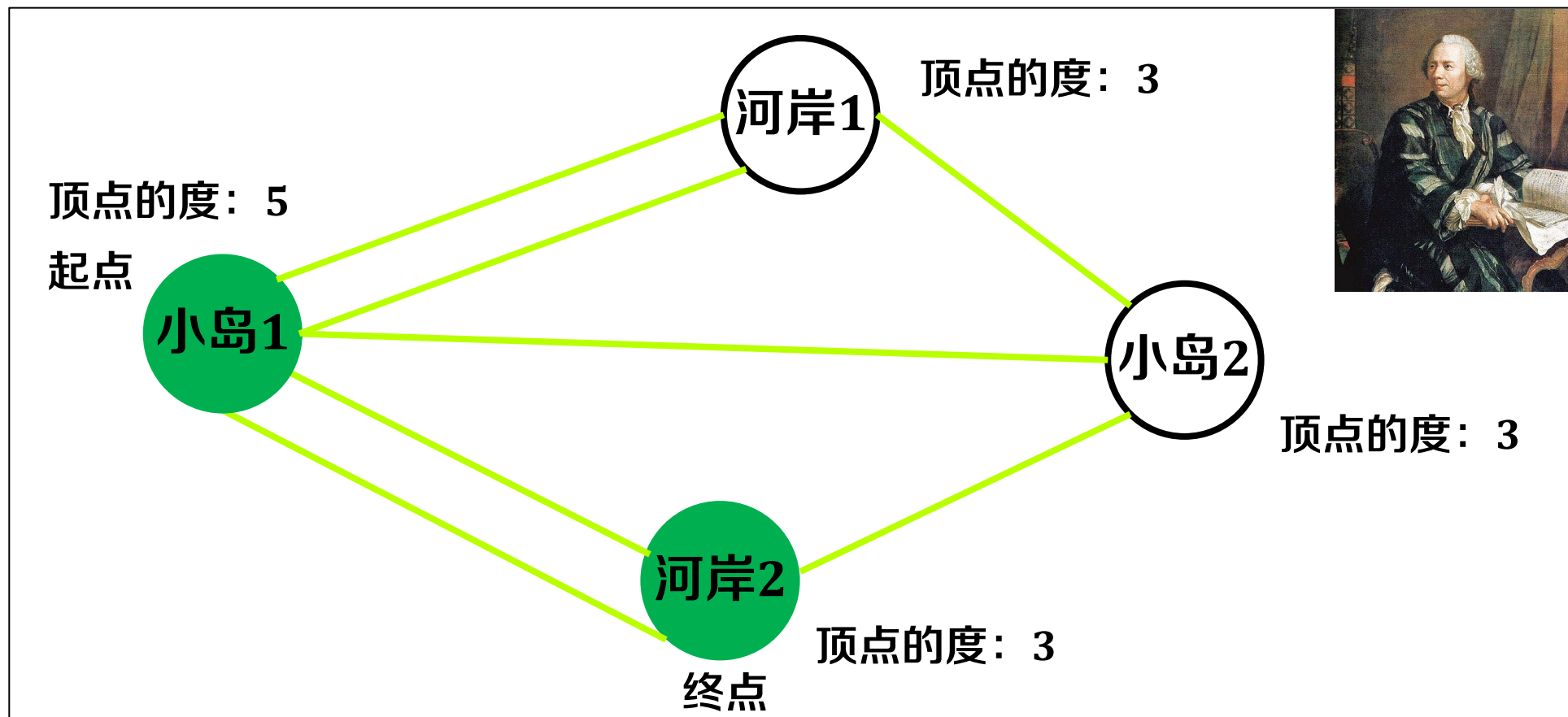


计算出所有顶点的度

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

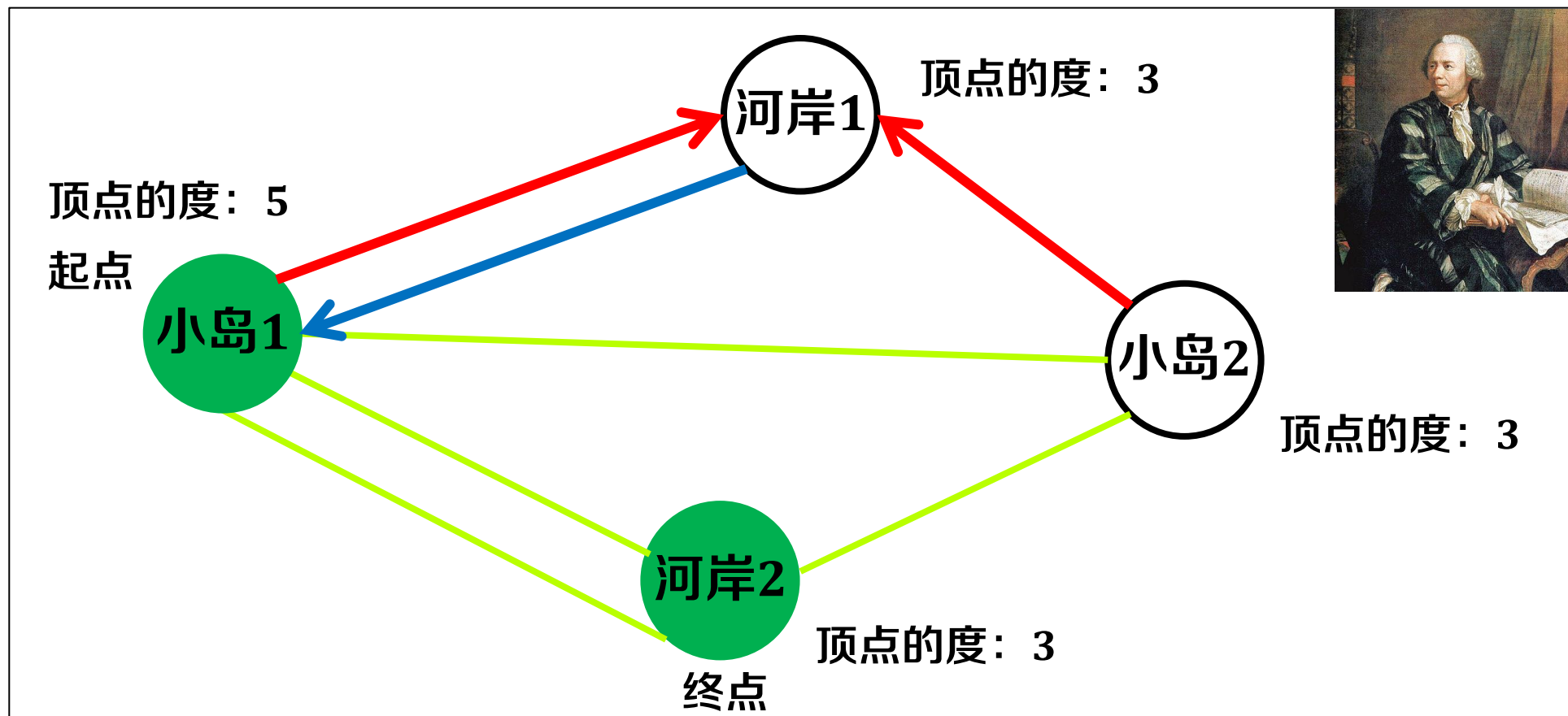


选择任意起点和终点

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点

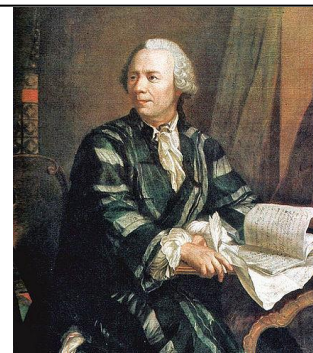
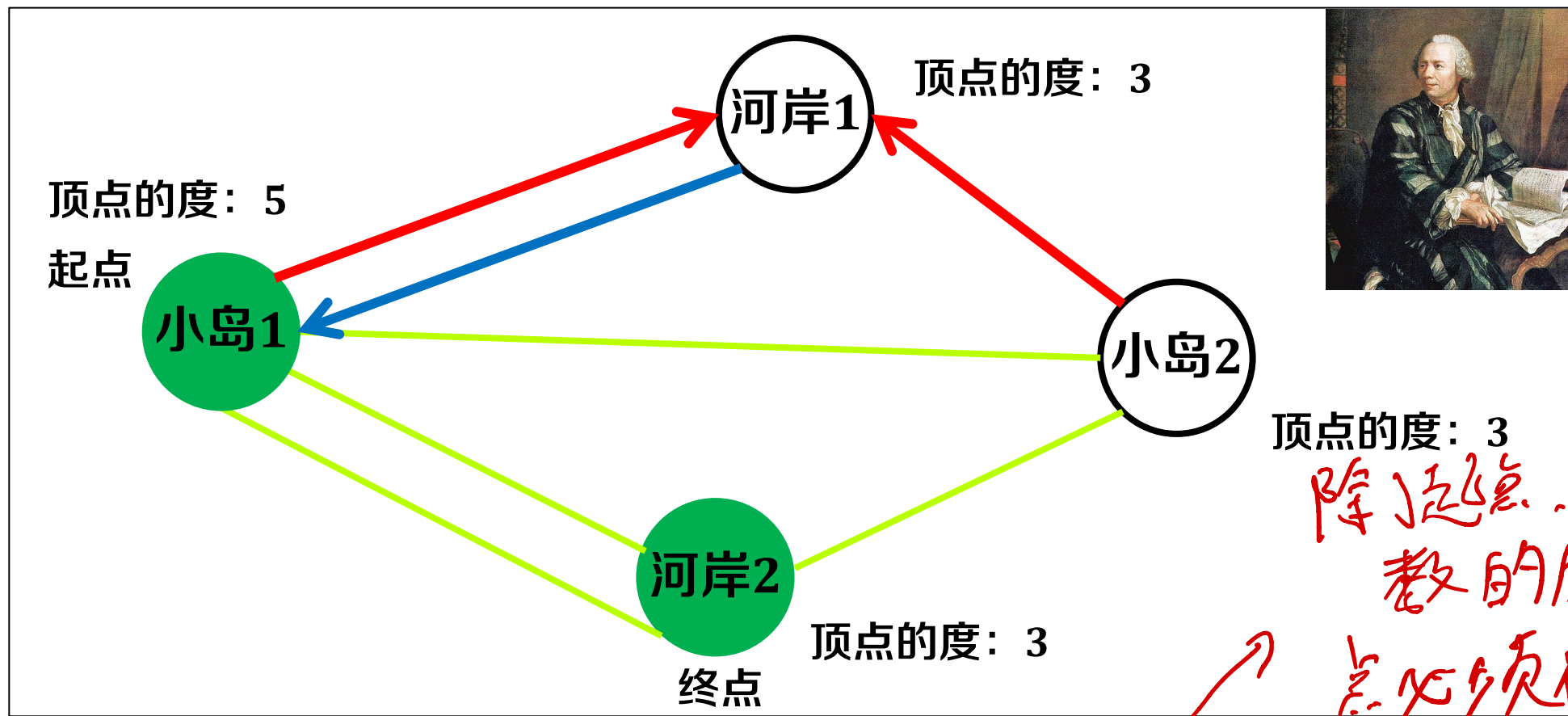


选择任意起点和终点，都存在无法离开的其他顶点

柯尼斯堡七桥问题



- 从起点出发，经过图中所有边，最终到达终点



除了起点、终点可有奇数的度，其他顶点必须有偶数个度，否则无解。

柯尼斯堡七桥问题无解

- 路径(Path)

- 图中一个的顶点序列 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 称为 v_0 到 v_k 的**路径**

- 路径(Path)

- 图中一个的顶点序列 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 称为 v_0 到 v_k 的**路径**
- 路径包含顶点 v_0, v_1, \dots, v_k 和边 $(v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{k-1}, v_k)$

- 路径(Path)

- 图中一个的顶点序列 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 称为 v_0 到 v_k 的路径
- 路径包含顶点 v_0, v_1, \dots, v_k 和边 $(v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{k-1}, v_k)$
- 存在路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ ，则 v_0 可达 v_k

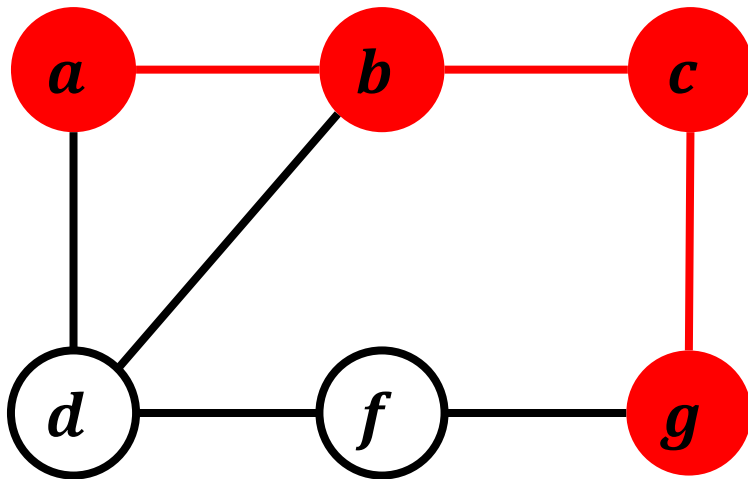
- 路径(Path)

- 图中一个的顶点序列 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 称为 v_0 到 v_k 的路径
- 路径包含顶点 v_0, v_1, \dots, v_k 和边 $(v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{k-1}, v_k)$
- 存在路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ ，则 v_0 可达 v_k
- 如果 v_0, v_1, \dots, v_k 互不相同，则该路径是简单的

- 路径(Path)

- 图中一个的顶点序列 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 称为 v_0 到 v_k 的路径
- 路径包含顶点 v_0, v_1, \dots, v_k 和边 $(v_0, v_1), (v_1, v_2), \dots, (v_{k-1}, v_k)$
- 存在路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ ，则 v_0 可达 v_k
- 如果 v_0, v_1, \dots, v_k 互不相同，则该路径是简单的

- 路径 $P = \langle a, b, c, g \rangle$ ，顶点 a 可达顶点 g



- 环路(Cycle)

- 如果路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 中 $v_0 = v_k$ 且至少包含一条边，则该路径构成**环路**

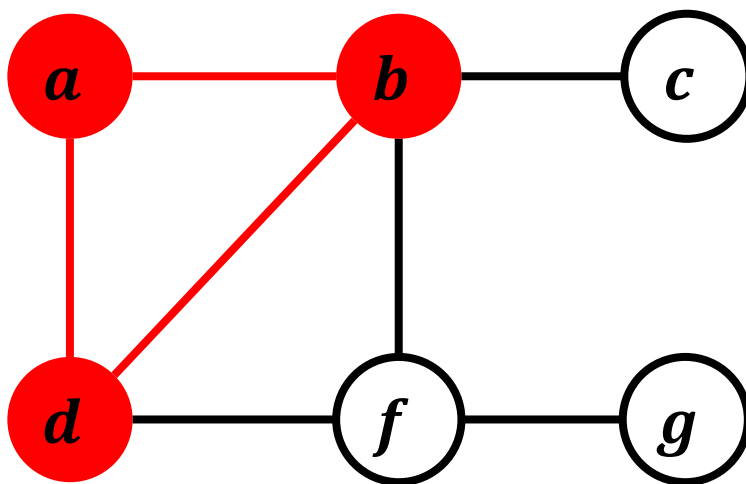
- 环路(Cycle)

- 如果路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 中 $v_0 = v_k$ 且至少包含一条边，则该路径构成环路
- 如果 v_1, v_2, \dots, v_k 互不相同，则该环路是简单的

- 环路(Cycle)

- 如果路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 中 $v_0 = v_k$ 且至少包含一条边，则该路径构成**环路**
- 如果 v_1, v_2, \dots, v_k 互不相同，则该环路是简单的

- 环路 $C = \langle a, b, d, a \rangle$



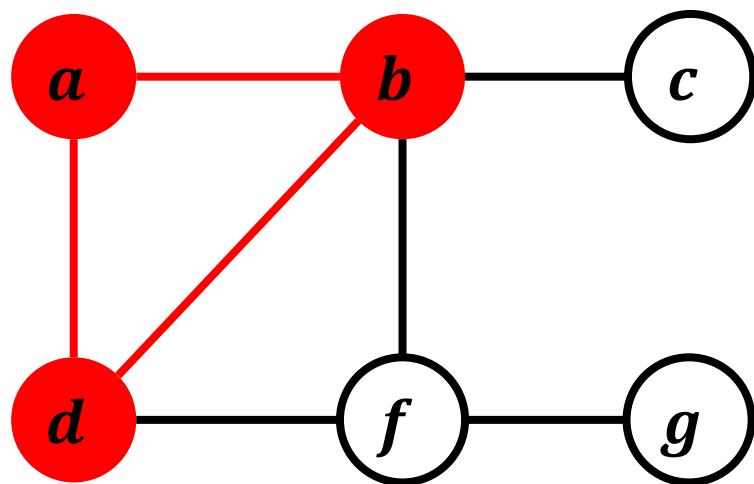
图的概念：环路



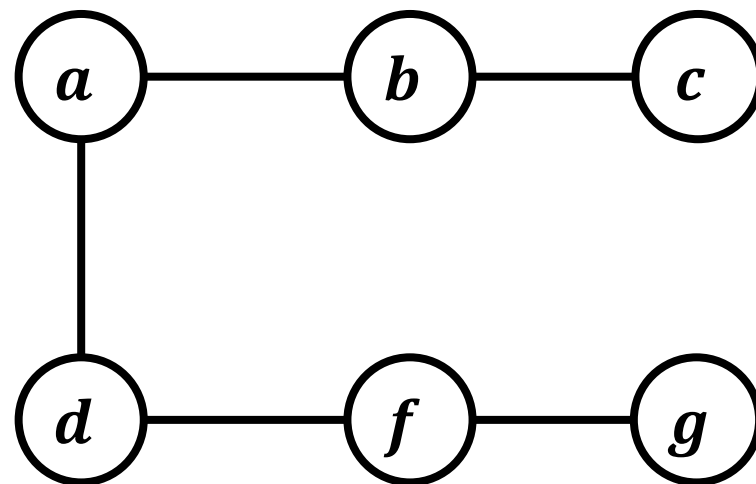
- 环路(Cycle)

- 如果路径 $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ 中 $v_0 = v_k$ 且至少包含一条边，则该路径构成**环路**
- 如果 v_1, v_2, \dots, v_k 互不相同，则该环路是简单的

- 无环图(Acyclic Graph): 图中不存在环路



有环图



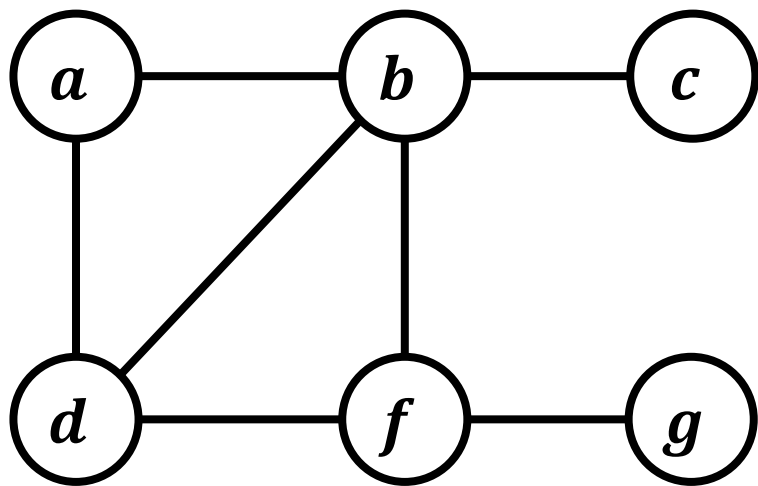
无环图

图的概念：连通

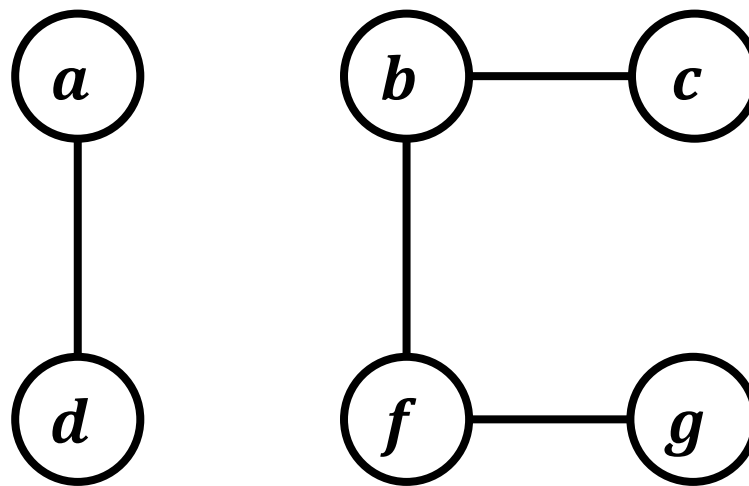


- 连通(Connectivity)

- 如果图的任意对顶点互相可达，则称该图是**连通的**，反之称为非连通



连通图

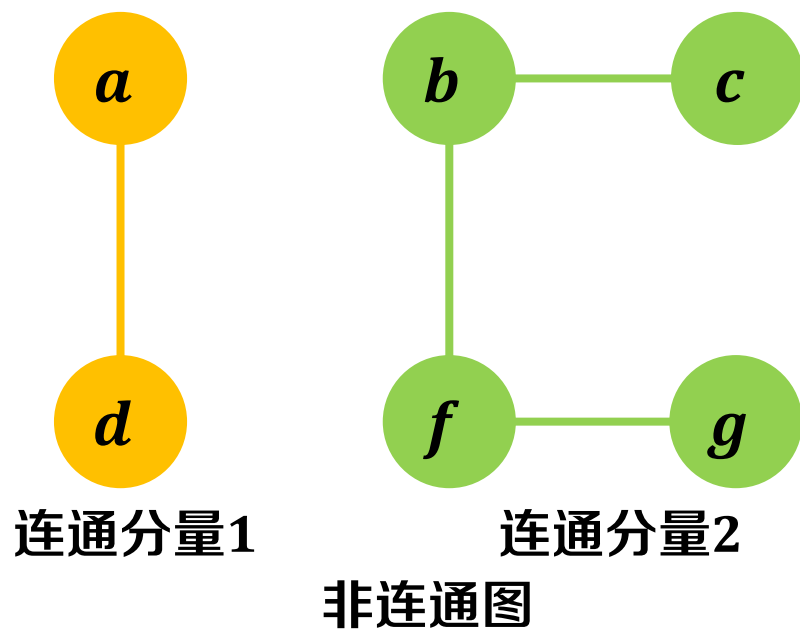


非连通图

图的概念：连通



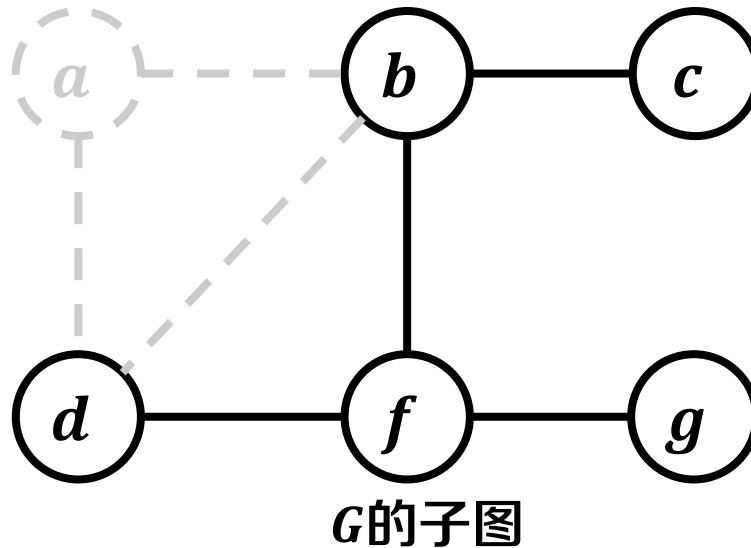
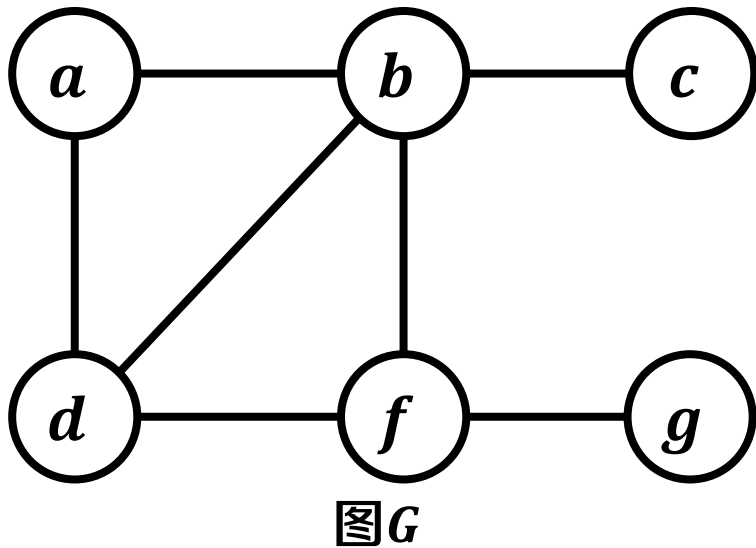
- 连通(Connectivity)
 - 如果图的任意对顶点互相可达，则称该图是连通的，反之称为非连通
- 连通分量(Connected Components)
 - 根据是否连通将顶点进行分组，相互可达的顶点集称为**连通分量**



图的概念：子图

- 子图(Subgraph)

- 如果 $V' \subseteq V, E' \subseteq E$, 则称图 $G' = \langle V', E' \rangle$ 是图 G 的一个子图



图的概念：子图

- 子图(Subgraph)

- 如果 $V' \subseteq V, E' \subseteq E$ ，则称图 $G' = \langle V', E' \rangle$ 是图 G 的一个子图

- 生成子图(Spanning Subgraph)

- 如果 $V' = V, E' \subseteq E$ ，则称图 $G' = \langle V', E' \rangle$ 是图 G 的一个生成子图

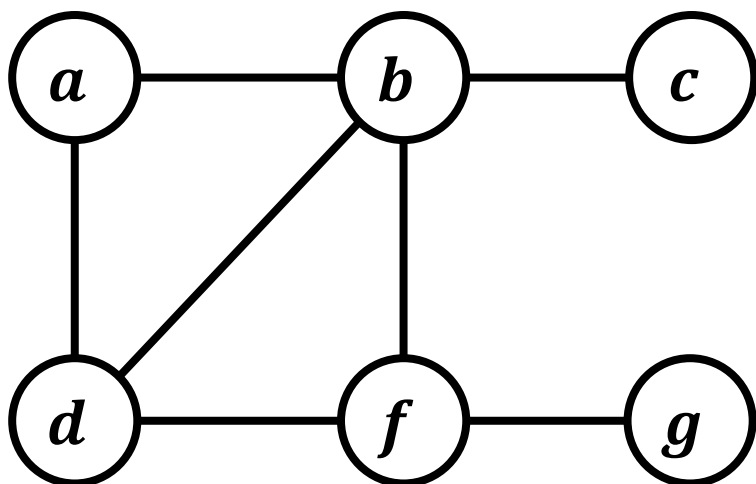
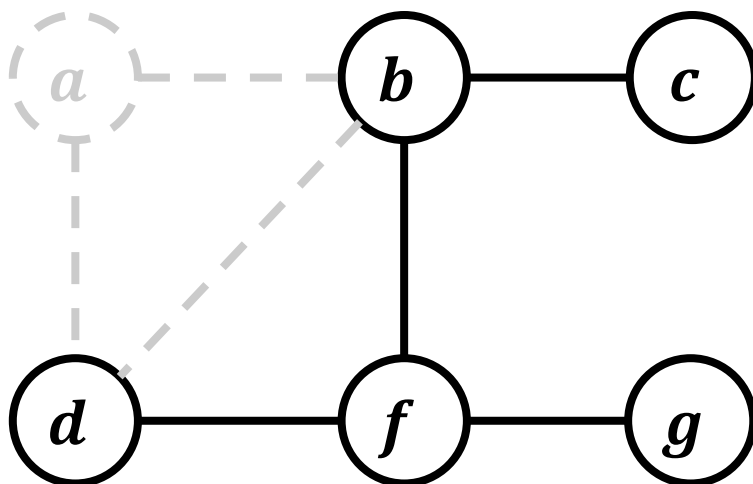
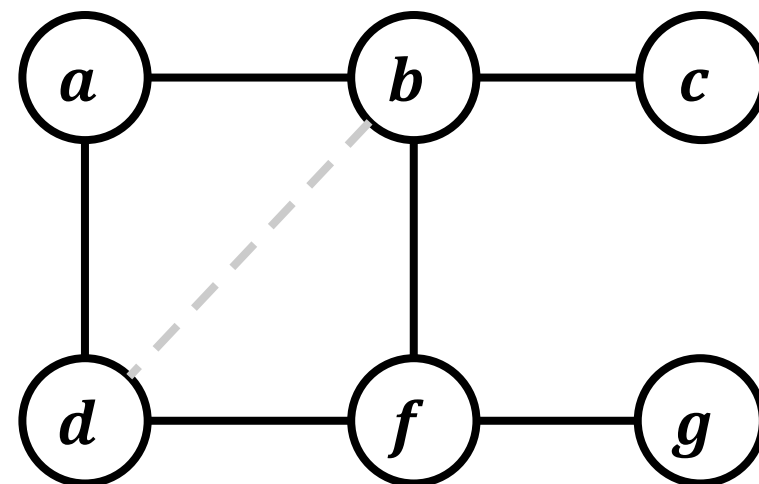


图 G



G 的子图

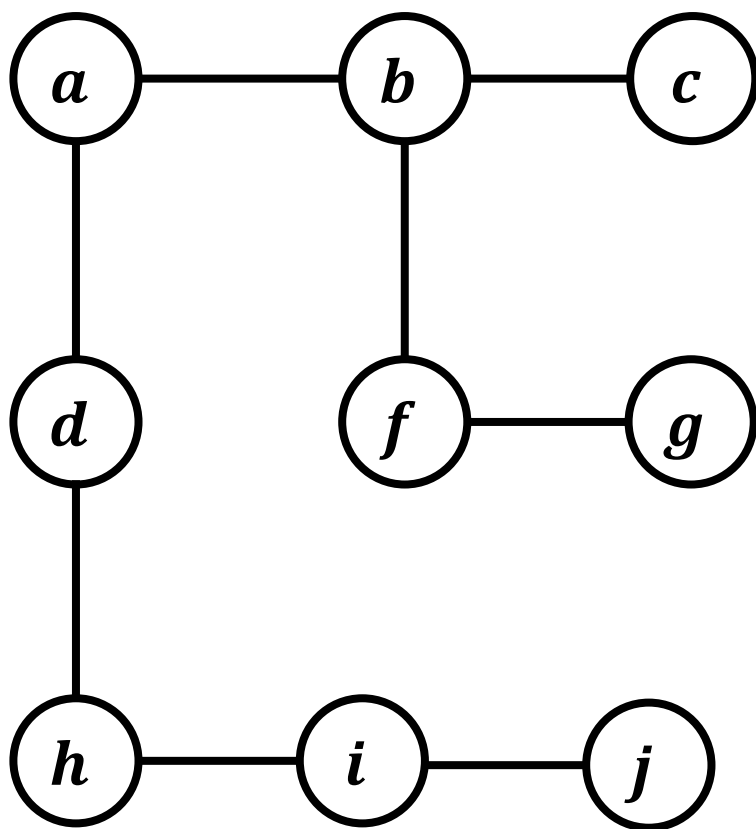


G 的生成子图

图的概念：树



- 树(Tree)
 - 连通、无环图 $T = \langle V_T, E_T \rangle$



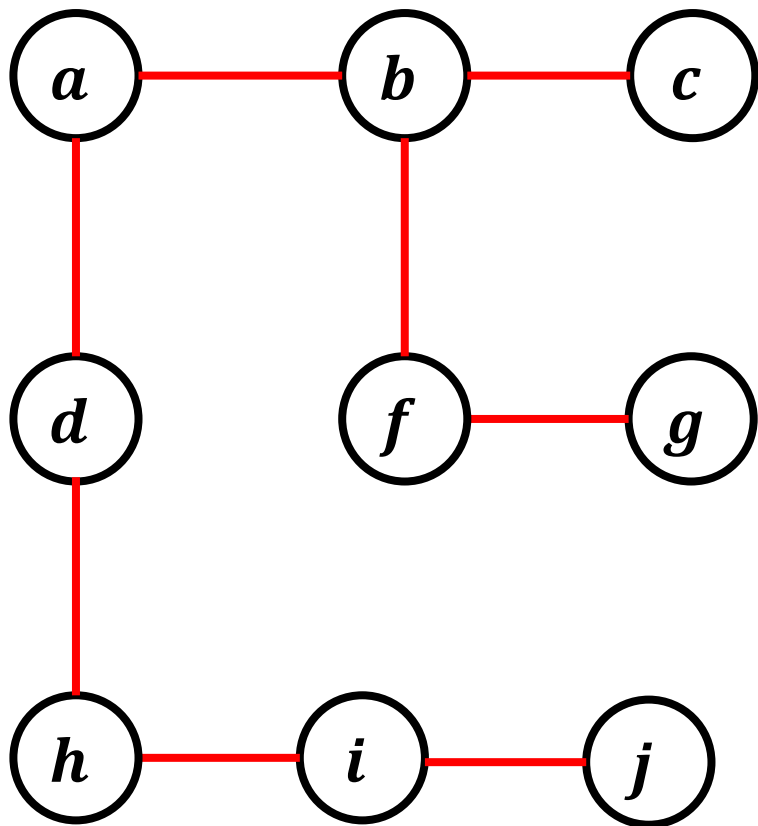
树

图的概念：树



- 树(Tree)

- 连通、无环图 $T = \langle V_T, E_T \rangle$ ，树有 $|V_T| - 1$ 条边



树

图的概念：树

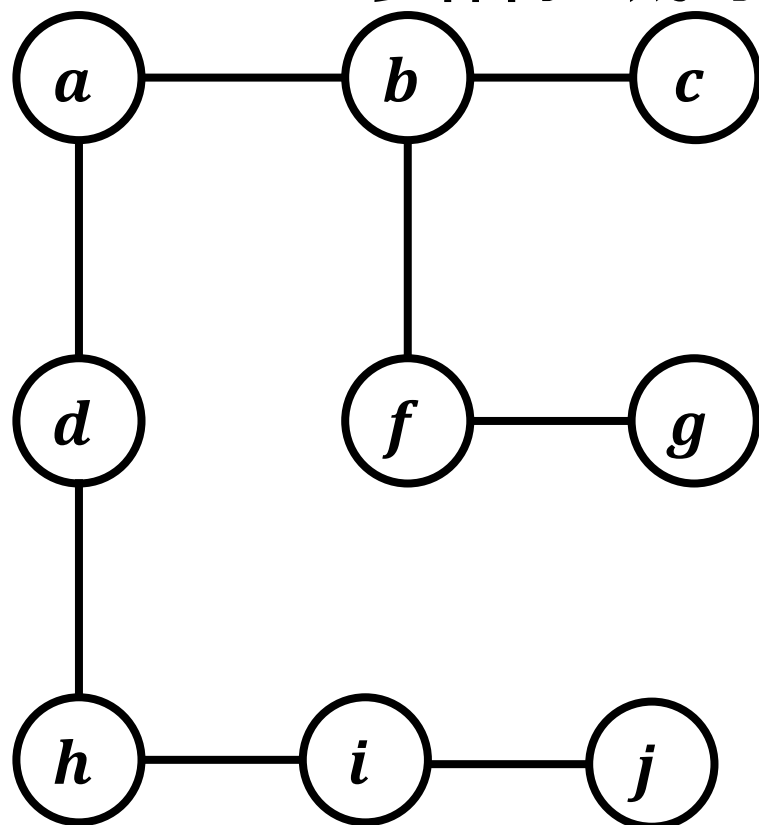


- 树(Tree)

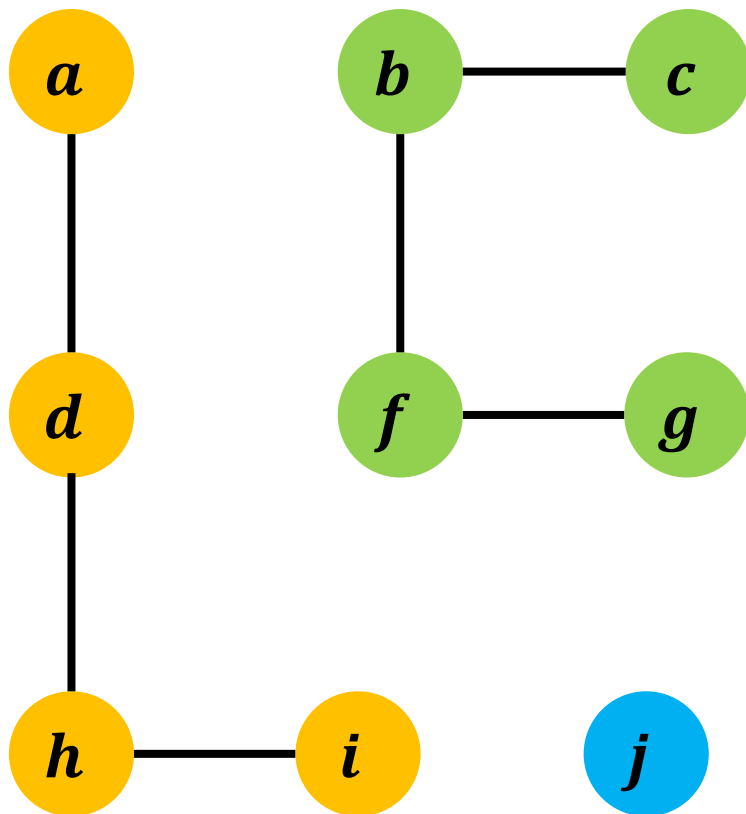
- 连通、无环图 $T = \langle V_T, E_T \rangle$ ，树有 $|V_T| - 1$ 条边

- 森林(Forest)

- 一至多棵树组成的无环图



树



森林

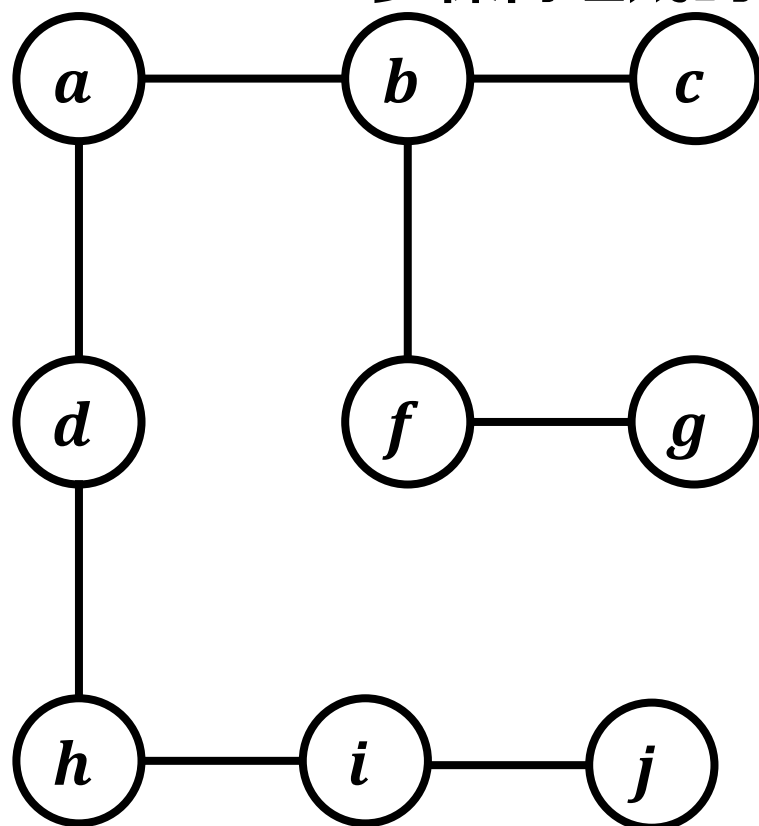
图的概念：树

- 树(Tree) *n个顶点 n-1条边 (且无环 且连通)*

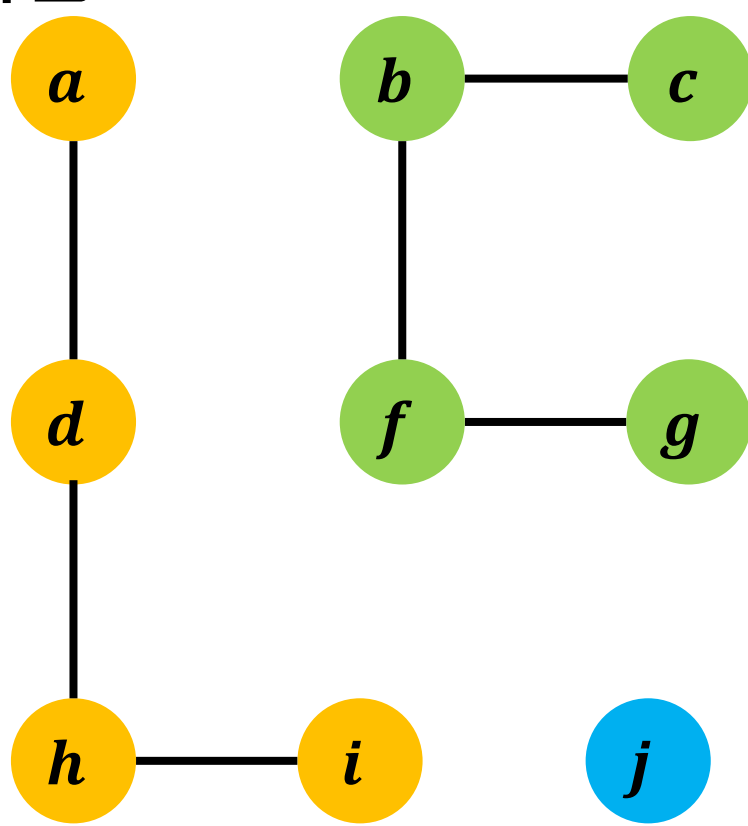
- 连通、无环图 $T = \langle V_T, E_T \rangle$ ，树有 $|V_T| - 1$ 条边

- 森林(Forest)

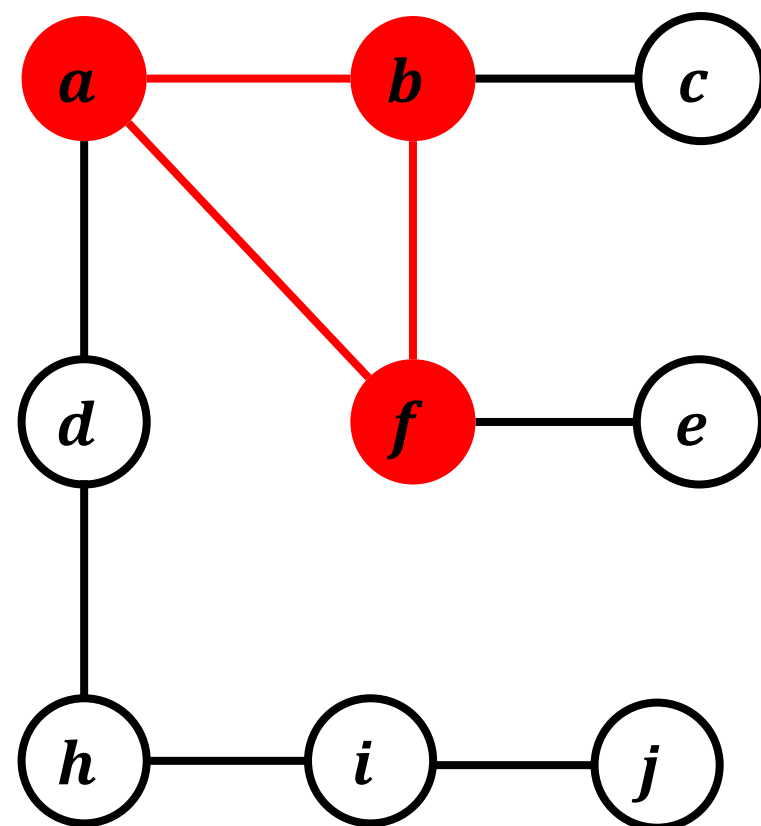
- 一至多棵树组成的无环图



树



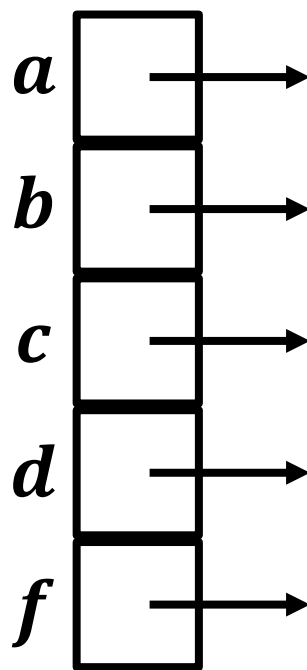
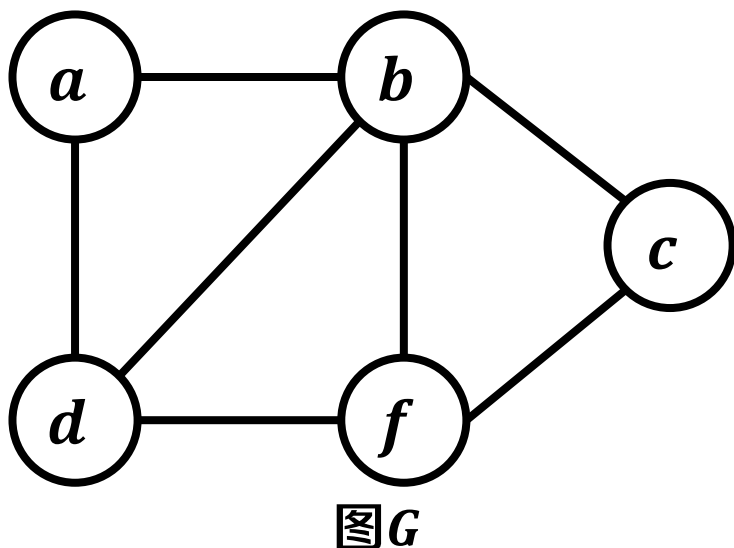
森林



非树、非森林

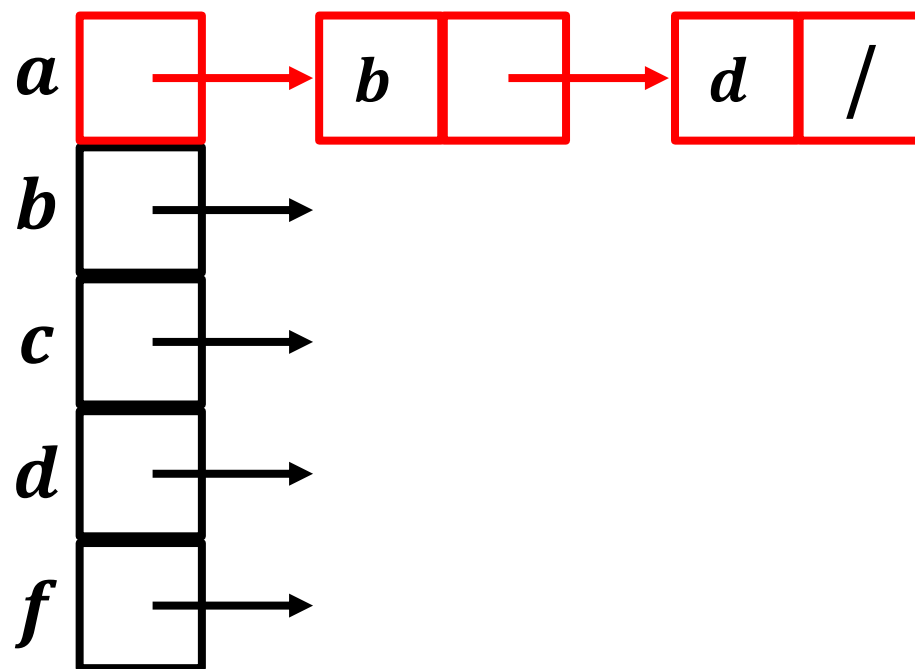
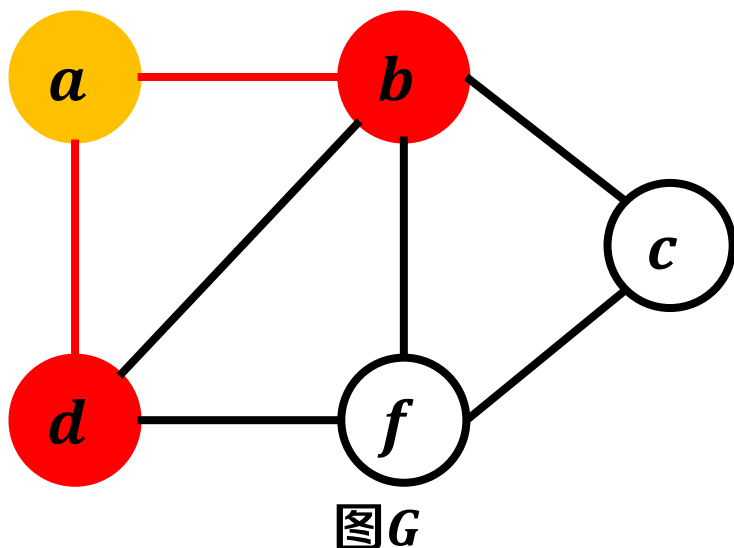
图的表示：邻接链表

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其邻接链表由 $|V|$ 条链表的数组构成



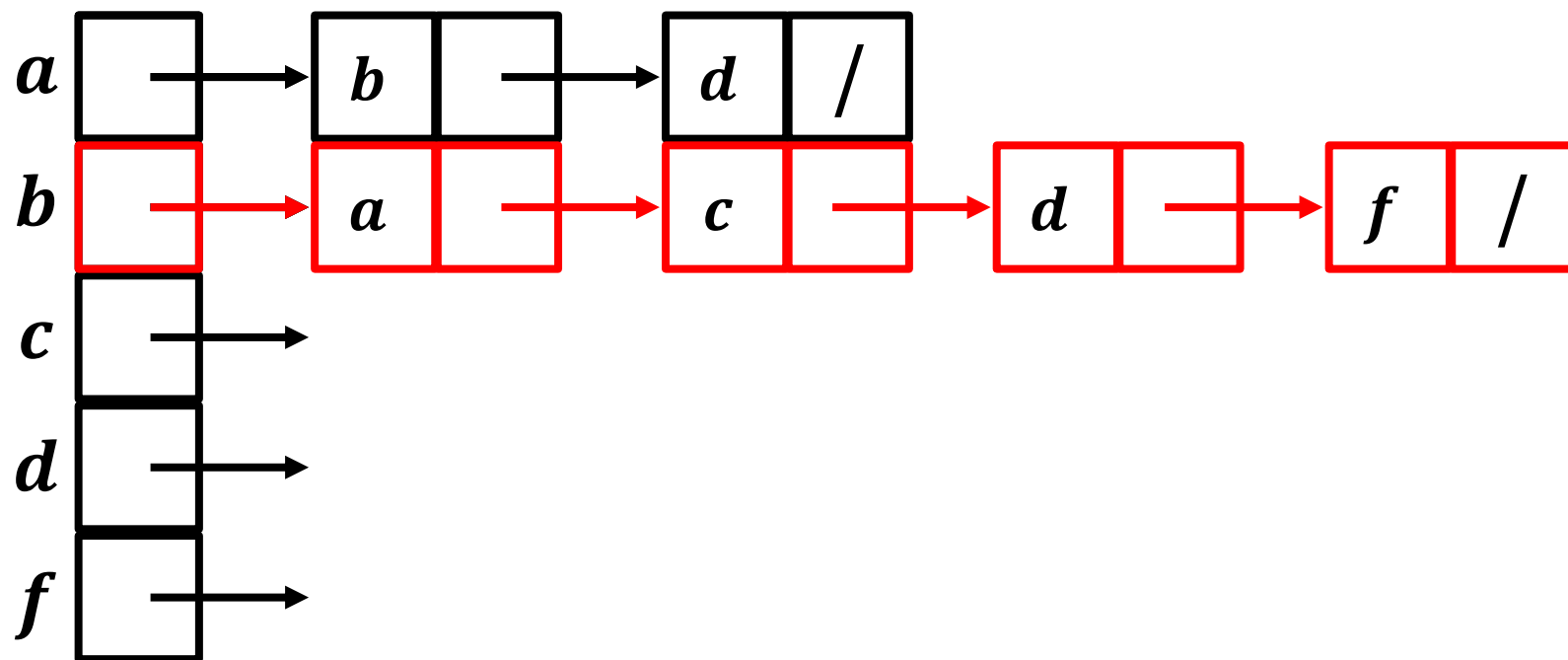
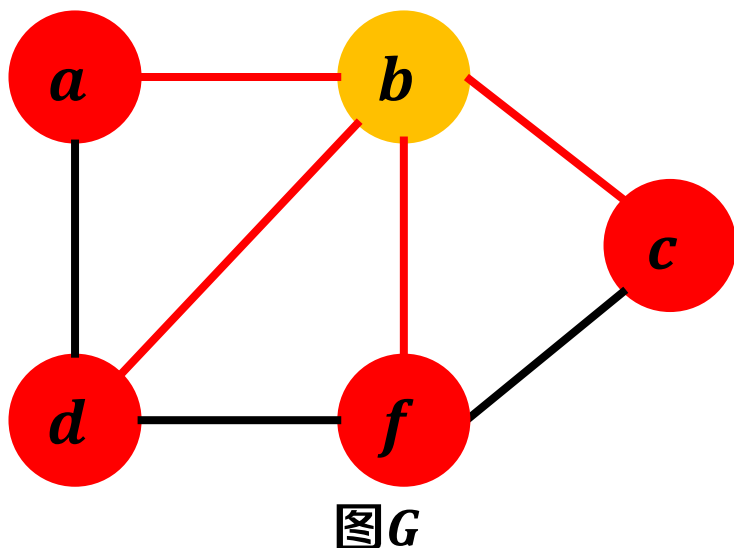
图的表示：邻接链表

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其邻接链表由 $|V|$ 条链表的数组构成
- 每个顶点有一条链表，包含所有与其相邻的顶点
 - $Adj[a] = \{b, d\};$



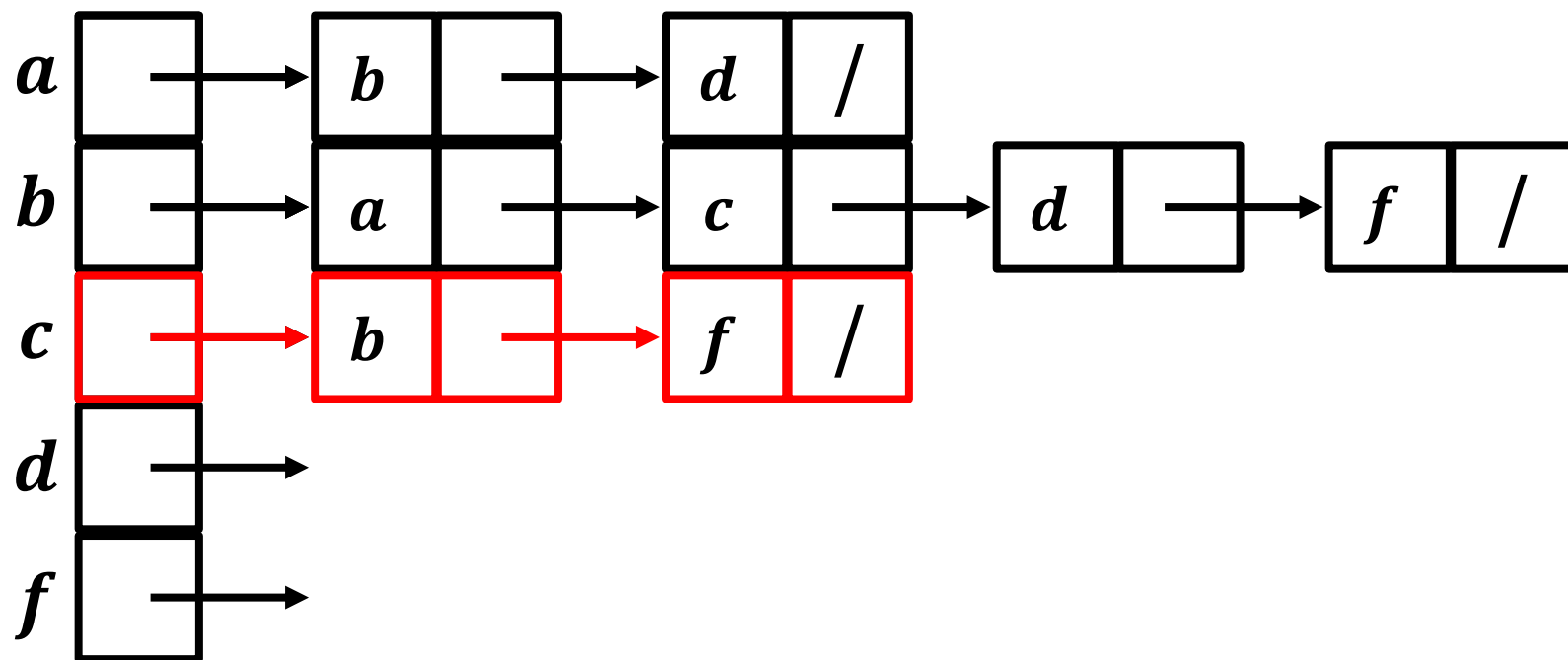
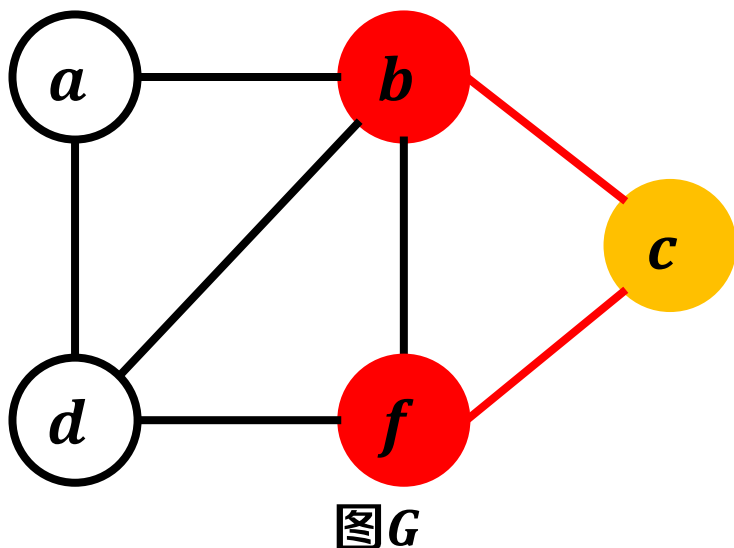
图的表示：邻接链表

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其邻接链表由 $|V|$ 条链表的数组构成
- 每个顶点有一条链表，包含所有与其相邻的顶点
 - $Adj[a] = \{b, d\}; Adj[b] = \{a, c, d, f\};$



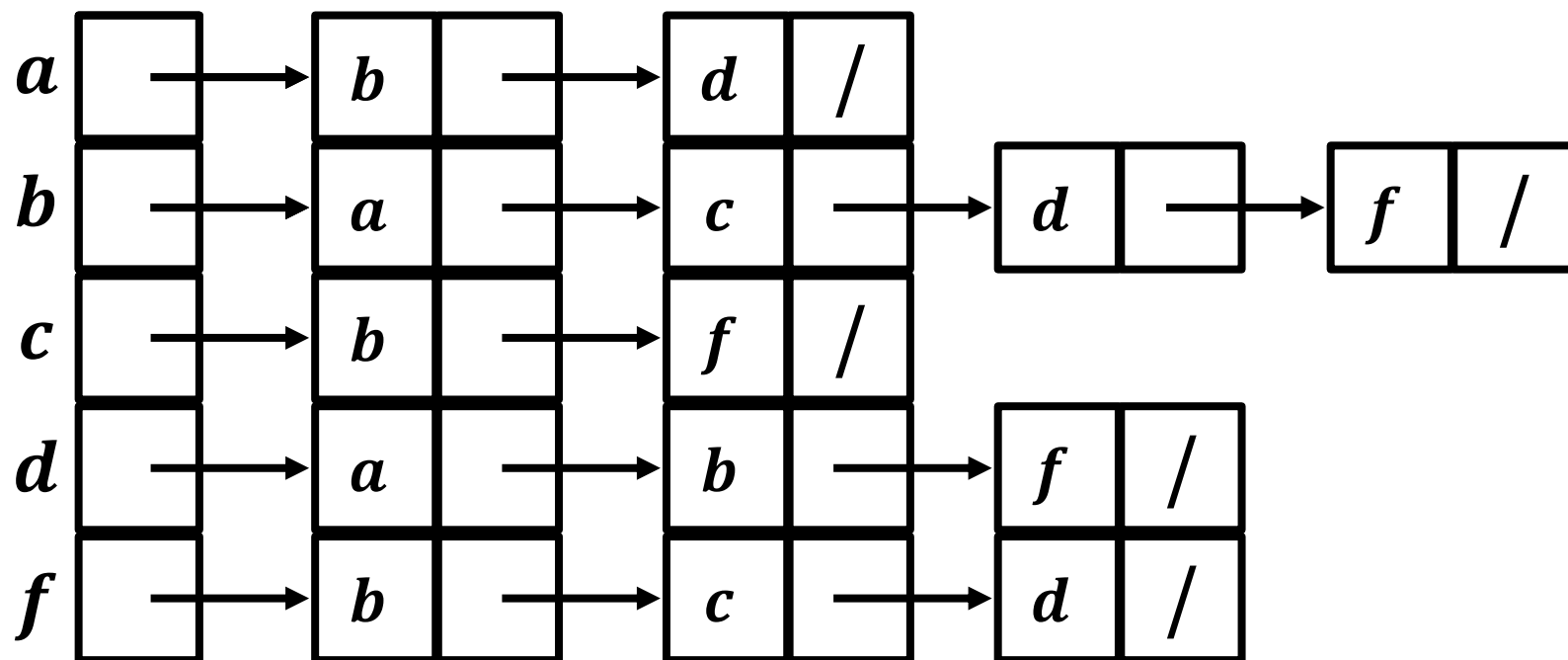
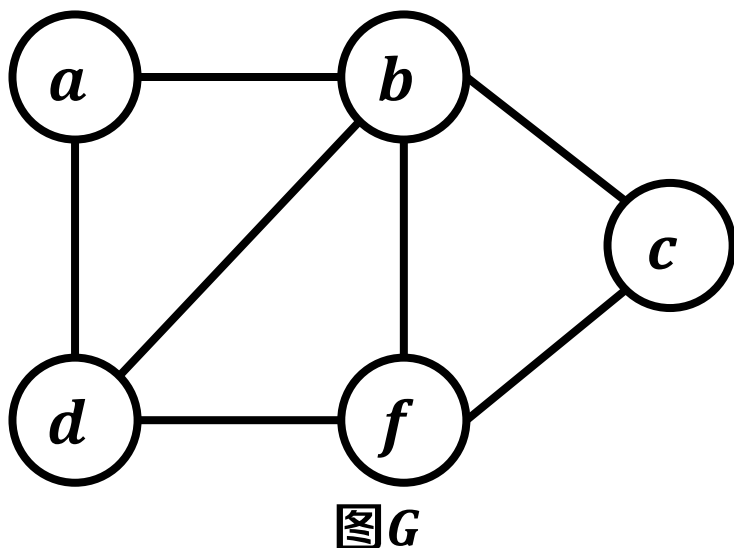
图的表示：邻接链表

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其邻接链表由 $|V|$ 条链表的数组构成
- 每个顶点有一条链表，包含所有与其相邻的顶点
 - $Adj[a] = \{b, d\}; Adj[b] = \{a, c, d, f\}; Adj[c] = \{b, f\};$



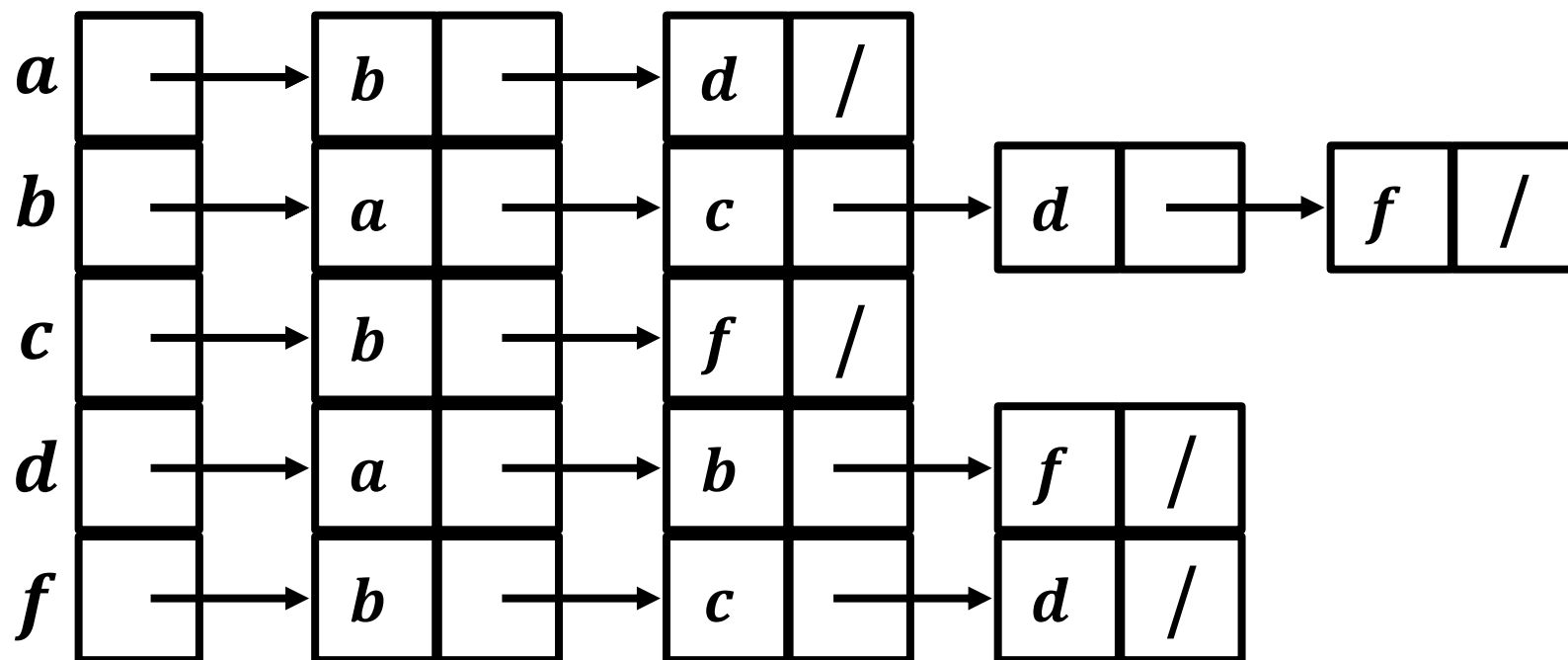
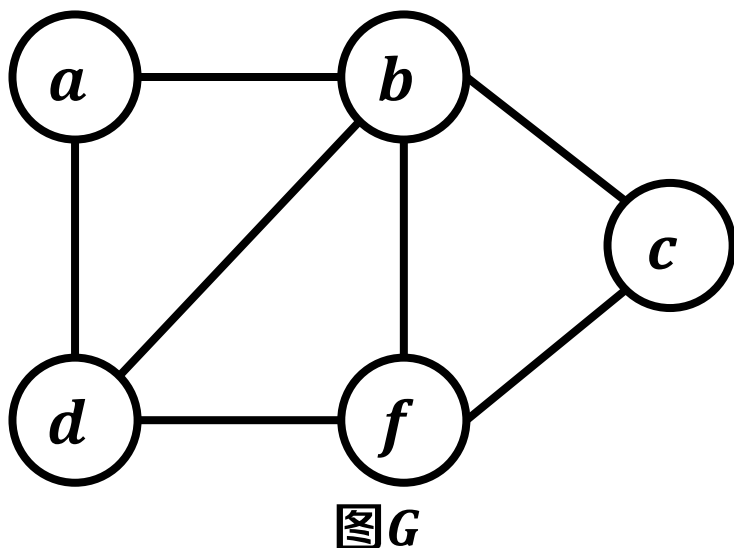
图的表示：邻接链表

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其邻接链表由 $|V|$ 条链表的数组构成
- 每个顶点有一条链表，包含所有与其相邻的顶点
 - $Adj[a] = \{b, d\}; Adj[b] = \{a, c, d, f\}; Adj[c] = \{b, f\}; \dots$



图的表示：邻接链表

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ ，其邻接链表由 $|V|$ 条链表的数组构成
- 每个顶点有一条链表，包含所有与其相邻的顶点
 - $Adj[a] = \{b, d\}; Adj[b] = \{a, c, d, f\}; Adj[c] = \{b, f\}; \dots$
- 空间大小 $O(|V| + |E|)$



图的表示：邻接矩阵



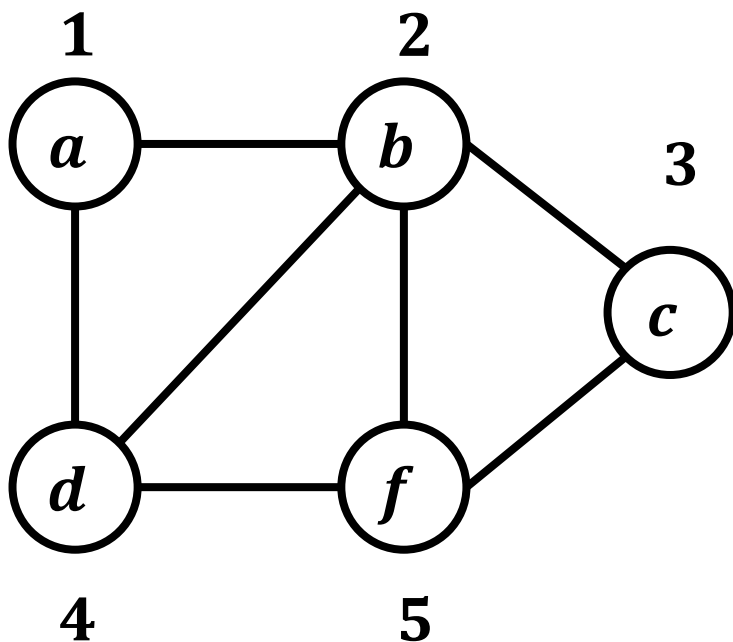
- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵由 $|V| \times |V|$ 的二维数组 A 构成，满足：

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases}$$

图的表示：邻接矩阵

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵由 $|V| \times |V|$ 的二维数组 A 构成，满足：

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases}$$

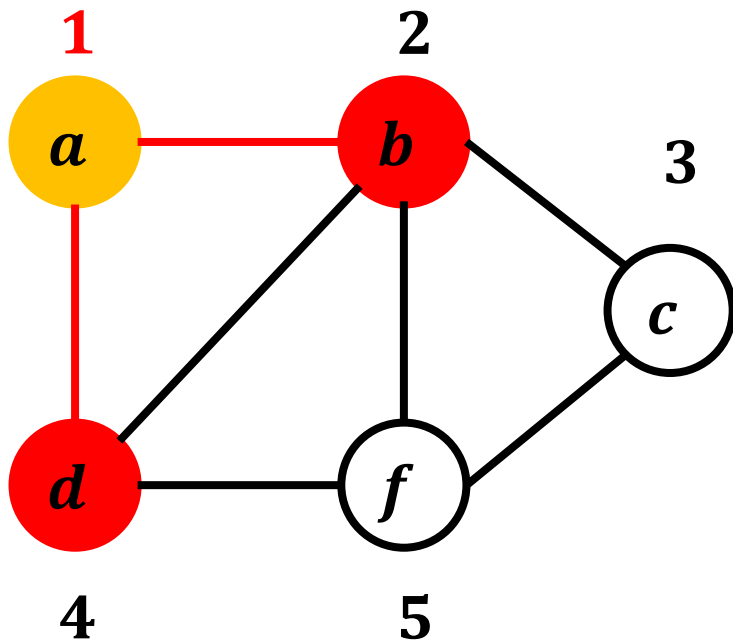


	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	1	2	3	4	5
<i>a</i>	1				
<i>b</i>	2				
<i>c</i>	3				
<i>d</i>	4				
<i>f</i>	5				

图的表示：邻接矩阵

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵由 $|V| \times |V|$ 的二维数组 A 构成，满足：

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases}$$

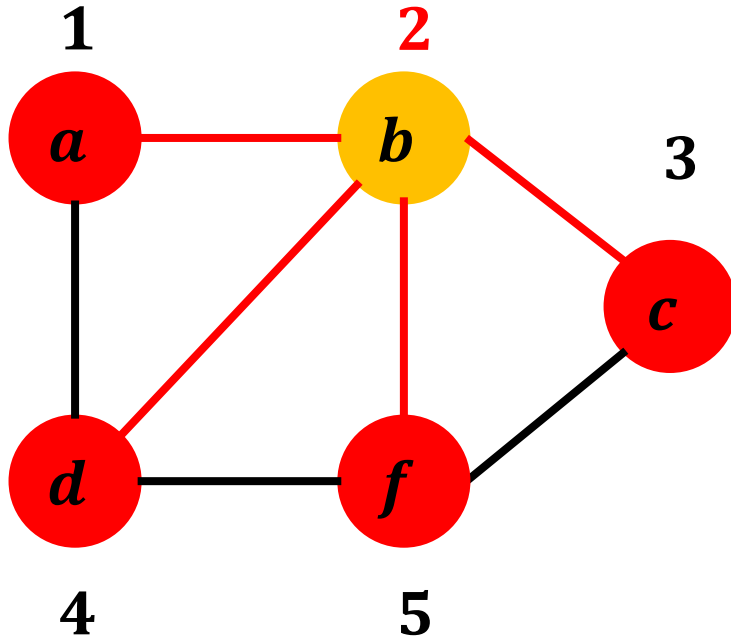


	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
	1	2	3	4	5
<i>a</i>	1	0	1	0	1
<i>b</i>	2				
<i>c</i>	3				
<i>d</i>	4				
<i>f</i>	5				

图的表示：邻接矩阵

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵由 $|V| \times |V|$ 的二维数组 A 构成，满足：

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases}$$

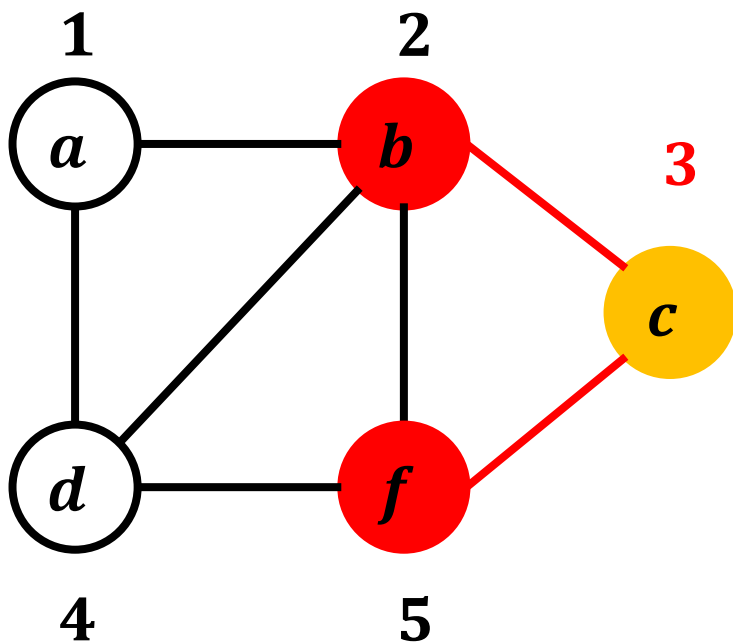


		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
		1	2	3	4	5
<i>a</i>	1	0	1	0	1	0
<i>b</i>	2	1	0	1	1	1
<i>c</i>	3					
<i>d</i>	4					
<i>f</i>	5					

图的表示：邻接矩阵

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵由 $|V| \times |V|$ 的二维数组 A 构成，满足：

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases}$$



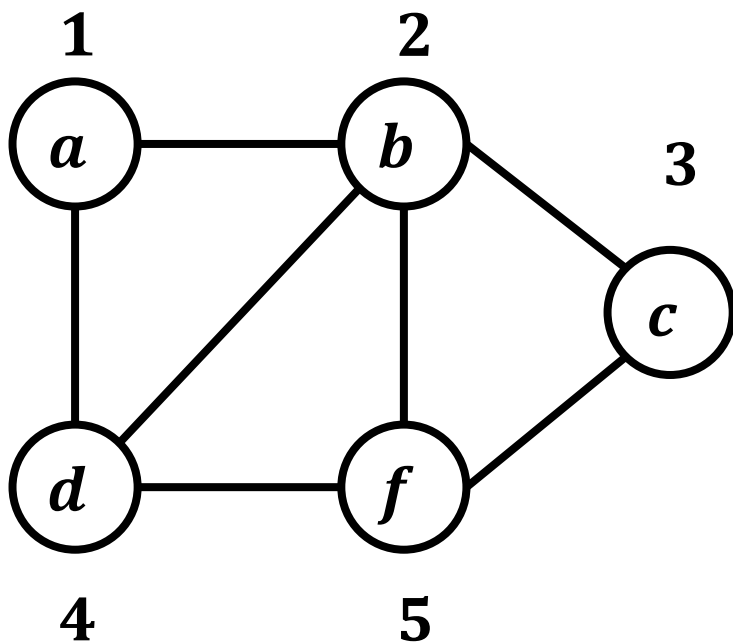
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
		1	2	3	4	5
<i>a</i>	1	0	1	0	1	0
<i>b</i>	2	1	0	1	1	1
<i>c</i>	3	0	1	0	0	1
<i>d</i>	4					
<i>f</i>	5					

图的表示：邻接矩阵

- 图 $G = \langle V, E \rangle$ 的邻接矩阵由 $|V| \times |V|$ 的二维数组 A 构成，满足：

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & (i, j) \notin E \end{cases}$$

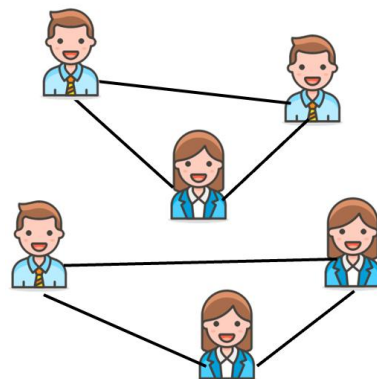
- 空间大小 $O(|V|^2)$ ， $O(1)$ 判断是否有边



		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
		1	2	3	4	5
<i>a</i>	1	0	1	0	1	0
<i>b</i>	2	1	0	1	1	1
<i>c</i>	3	0	1	0	0	1
<i>d</i>	4	1	1	0	0	1
<i>f</i>	5	0	1	1	1	0

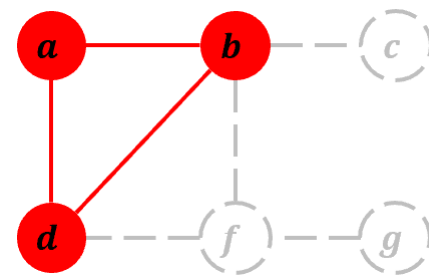
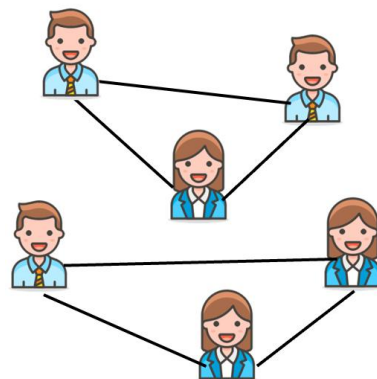
- 图的概念
 - 图的定义、相邻与关联

- 图的概念
 - 图的定义、相邻与关联
 - 顶点的度与图的度、握手定理



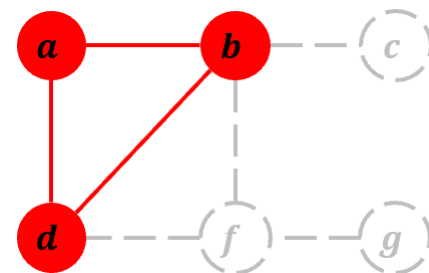
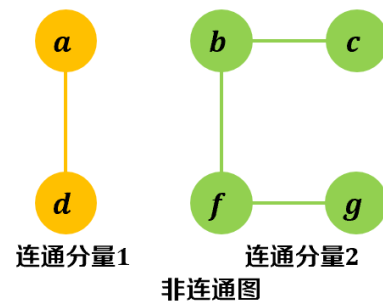
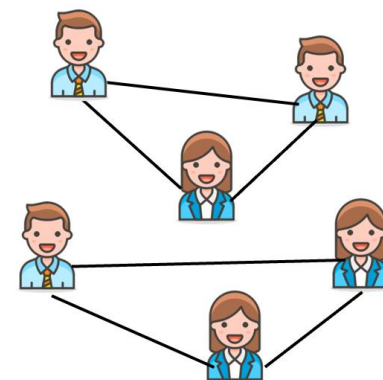
- 图的概念

- 图的定义、相邻与关联
- 顶点的度与图的度、握手定理
- 路径与环路



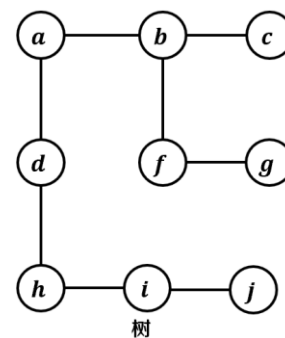
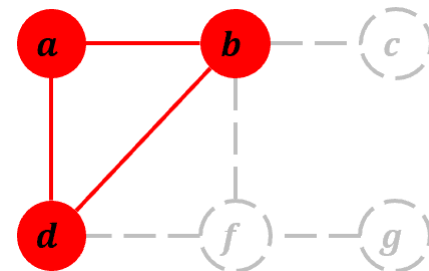
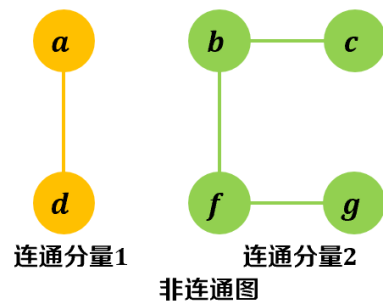
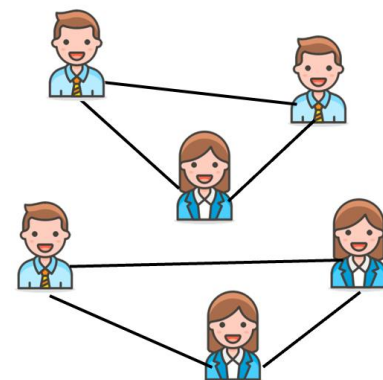
- 图的概念

- 图的定义、相邻与关联
- 顶点的度与图的度、握手定理
- 路径与环路
- 连通、连通分量



• 图的概念

- 图的定义、相邻与关联
- 顶点的度与图的度、握手定理
- 路径与环路
- 连通、连通分量
- 子图、生成子图、树

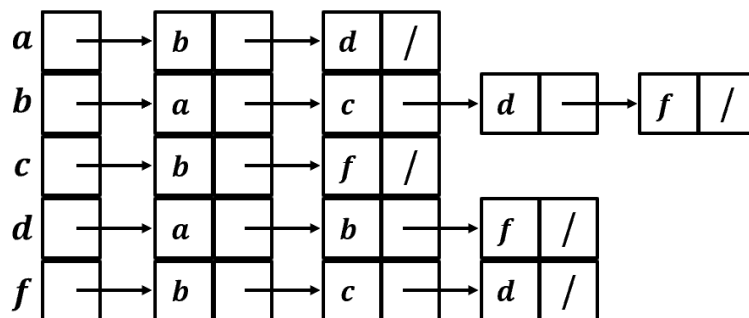
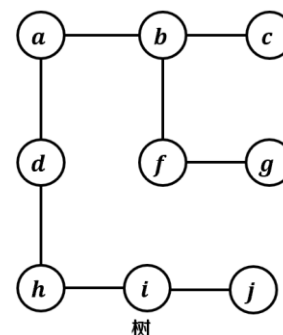
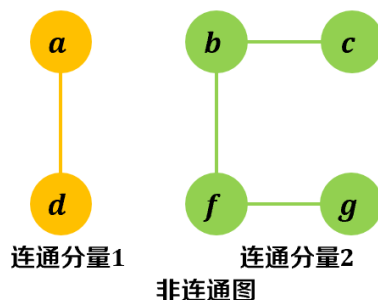
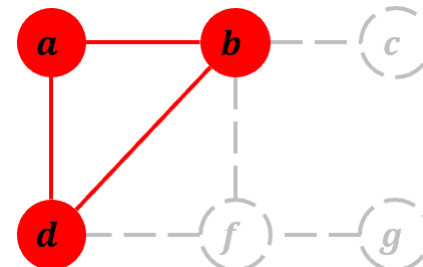
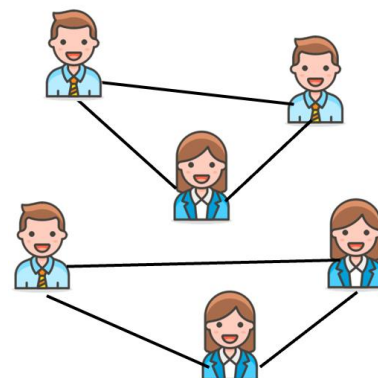


图的概念

- 图的定义、相邻与关联
- 顶点的度与图的度、握手定理
- 路径与环路
- 连通、连通分量
- 子图、生成子图、树

图的表示

- 邻接链表与邻接矩阵



		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>
<i>a</i>		1	2	3	4	5
	1	0	1	0	1	0
<i>b</i>	2	1	0	1	1	1
<i>c</i>	3	0	1	0	0	1
<i>d</i>	4	1	1	0	0	1
<i>f</i>	5	0	1	1	1	0