ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В СЕЛЬСКОМ ХОЗЯЙСТВЕ РОССИИ

ГОВЯДОВСКАЯ О.В.,
кандидат экономических наук, доцент,
Северо-Кавказский государственный технический университет,
e-mail: kaffin@mail.ru;

ГОРЛОВ С.М.,
доктор экономических наук, профессор,
зав. кафедрой финансы и кредит,
Северо-Кавказский государственный технический университет,
e-mail: kaffin@mail.ru

Построена трехфакторная степенная производственная функция, описывающая зависимость между максимально возможным объемом выпуска сельскохозяйственной продукции и количеством используемых факторов производства. Параметры производственной функции рассматриваются в качестве критериев оценки эффективности институциональных преобразований в аграрной сфере.

Ключевые слова: институциональные преобразования; сельское хозяйство; производственная функция; факторы производства.

The three-factor power production function describing dependence between the maximum possible yield of agricultural products and quantity of used factors of production is constructed. Parameters of production function are considered as assessment criteria of the institutional transfiguration in agrarian sphere effectiveness.

Key words: institutional transfiguration; agriculture; production function; factors of production.

Коды классификатора JEL: 01, 031.

Эффективность институциональных преобразований в аграрной сфере проявляется прежде всего в том, что созданные в процессе трансформации новые институты обеспечивают максимальную отдачу от использования факторов производства, вовлеченных в сельскохозяйственное производство.

Зависимость между максимально возможным объемом выпуска Q и количеством применяемых ресурсов труда L и капитала K, начиная с 1928 года, экономисты объясняют, применяя производственную функцию Кобба-Дугласа. Однако специфика сельскохозяйственного производства заключается в том, что, наряду с трудом L и капиталом K, ключевым фактором производства является земля Z. Таким образом, производственная функция Q в сельском хозяйстве является трехфакторной и имеет общий вид:

$Q = f(K, L, Z)$.

При ее построении предполагается, что она является непрерывной и дважды дифференцируемой и базируется на следующих допущениях:

1. $f(0,0,0) = 0$ — при отсутствии ресурсов нет выпуска.
2. $f(0, L, Z) = f(K,0,Z) = f(K, L,0) = 0$ — выпуск отсутствует при отсутствии хотя бы одного из ресурсов.
3. Если $K_1 > K_2$ или $L_1 > L_2$, или $Z_1 > Z_2$, то $f(K_1, L, Z) > f(K_2, L, Z)$, $f(K, L_1, Z) > f(K, L_2, Z)$, $f(K, L, Z_1) > f(K, L, Z_2)$ — с увеличением объема использования хотя бы одного из факторов производства выпуск растет.
4. $\frac{\partial f(K.L.Z)}{\partial K} \geq 0; \frac{\partial f(K.L.Z)}{\partial L} \geq 0; \frac{\partial f(K.L.Z)}{\partial Z} \geq 0$

— с увеличением объема использования хотя бы одного из факторов производства при неизменном количестве других выпуск не уменьшается.

5. $\frac{\partial^2 f(K,L,Z)}{\partial K^2} \geq 0;\ \frac{\partial^2 f(K,L,Z)}{\partial L^2} \geq 0;\ \frac{\partial^2 f(K,L,Z)}{\partial Z^2} \geq 0$

— с увеличением объема использования хотя бы одного из факторов производства при неизменном количестве других величина прироста выпуска на каждую дополнительную единицу исходного ресурса не возрастает (закон убывающей отдачи).

6. $\frac{\partial^2 f(K,L,Z)}{\partial K \partial L} \geq 0;\ \frac{\partial^2 f(K,L,Z)}{\partial K \partial Z} \geq 0;\ \frac{\partial^2 f(K,L,Z)}{\partial L \partial Z} \geq 0$

— при увеличении объема использования одного из факторов производства предельная эффективность других не убывает.

В эконометрических исследованиях широко используется многофакторная степенная производственная функция:

$$Q = a_0 K^{\propto} L^{\beta} Z^{\gamma} + \varepsilon \quad (1)$$

Это связано с тем, что параметры функции (1) a_0, α, β, γ имеют четкую экономическую интерпретацию. Величина a_0 зависит от единиц измерения Q, K, L, Z, а также от эффективности производственного процесса. Большей величине параметра a_0 при фиксированных значениях факторов производства функции (1) соответствует большее значение Q. Следовательно, и производственный процесс, описываемый такой функцией, является более эффективным. Кроме того, a_0 — коэффициент, учитывающий влияние факторов, не вошедших в уравнение производственной функции.

В степенной функции (1) параметры α, β, γ являются коэффициентами эластичности, показывающими, на сколько процентов изменится в среднем результативный признак с изменением значения соответствующего фактора на 1% при неизменности воздействия других факторов. Экономический смысл имеет также сумма эластичностей: $\alpha + \beta + \gamma = E$. Величина E характеризует обобщенное значение эластичности производства.

Если предположить, что каждое значение производственных факторов K, L, Z увеличится соответственно на C_K, C_L, C_Z, то производственная функция (1) примет вид:

$$Q = a_0 K^{\propto} L^{\beta} Z^{\gamma} \left(1 + \frac{C_K}{100}\right)^{\propto} \left(1 + \frac{C_L}{100}\right)^{\beta} \left(1 + \frac{C_Z}{100}\right)^{\gamma} + \varepsilon \quad (2)$$

При $C_K = C_L = C_Z = C$, то есть при одинаковом увеличении значений факторов производства, уравнение (2) можно записать в виде:

$$Q = a_0 K^{\propto} L^{\beta} Z^{\gamma} \left(1 + \frac{C}{100}\right)^{\propto + \beta + \gamma} + \varepsilon \quad (3)$$

Это означает, что при $\alpha + \beta + \gamma > 1$, объем конечного продукта возрастает больше чем на С%; при $\alpha + \beta + \gamma < 1$ — меньше чем на С%; при $\alpha + \beta + \gamma = 1$ — его рост составит ровно С%. В первом случае говорят о том, что производственная функция имеет возрастающий эффект от масштабов производства, во втором — убывающий, в третьем — постоянный эффект от масштабов производства.

Каждый из производственных факторов характеризуется средней и предельной величинами. Разделив обе части уравнения (1) поочередно на K, L, Z, получим соответственно:

среднюю капиталоотдачу $\frac{Q}{K} = a_0 K^{\propto - 1} L^{\beta} Z^{\gamma} + \varepsilon$ (4),

среднюю производительность труда $\frac{Q}{L} = a_0 K^{\propto} L^{\beta - 1} Z^{\gamma} + \varepsilon$ (5),

среднюю землеотдачу $\frac{Q}{Z} = \alpha_0 K^{\alpha} L^{\beta} Z^{\gamma - 1} + \varepsilon$ (6),

которые показывают, сколько единиц выпускаемой продукции приходится на единицу капитала (4), затрачиваемого труда (5) и единицу земельного ресурса (6).

Поскольку коэффициенты α, β, γ больше 0 и меньше 1, то показатели степени (α — 1), (β — 1), (γ — 1) являются отрицательными величинами. Следовательно, с увеличением значений факторов производства средние капиталоотдача, производительность труда и землеотдача снижаются.

В анализе производственных функций наряду со средними показателями существенную информацию несут предельные величины, определяемые как первые частные производственные функции

$$\frac{\partial Q}{\partial K}, \frac{\partial Q}{\partial L}, \frac{\partial Q}{\partial Z}.$$

Предельные капиталоотдача, производительность труда и землеотдача показывают, на сколько дополнительных единиц продукции увеличится объем выпуска, если объем одного используемого фактора-производства вырастет на одну единицу при неизменности других:

предельная капиталоотдача $\frac{\partial Q}{\partial K} = a_0 \alpha K^{\alpha-1} L^{\beta} Z^{\gamma} + \varepsilon$ (7),

предельная производительность труда $\frac{\partial Q}{\partial L} = a_0 \beta K^{\alpha} L^{\beta-1} Z^{\gamma} + \varepsilon$ (8),

предельная землеотдача $\frac{\partial Q}{\partial Z} = a_0 \gamma K^{\alpha} L^{\beta} Z^{\gamma-1} + \varepsilon$ (9).

Найдем вторые частные производные от производственной функции (1):

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} = a_0 \alpha(\alpha - 1) K^{\alpha-2} L^{\beta} Z^{\gamma} + \varepsilon,$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} = a_0 \beta(\beta - 1) K^{\alpha} L^{\beta-2} Z^{\gamma} + \varepsilon,$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial Z^2} = a_0 \gamma(\gamma - 1) K^{\alpha} L^{\beta} Z^{\gamma-2} + \varepsilon.,$$

В правых частях последних трех уравнений все сомножители, кроме (α — 1), (β — 1), (γ — 1), являются положительными, поэтому

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} < 0, \frac{\partial^2 Q}{\partial Z^2} < 0.$$

Следовательно, предельные производительности с ростом K, L, Z уменьшаются.

Сравнивая средние (4), (5), (6) и предельные (7), (8), (9) производительности факторов производства, можно установить, что:

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \alpha \frac{Q}{K}, \frac{\partial Q}{\partial L} = \beta \frac{Q}{L} \frac{\partial Q}{\partial Z} = \gamma \frac{Q}{Z}, \quad (10)$$

и сделать вывод о том, что для трехфакторной производственной функции степенного вида предельные производительности факторов производства всегда меньше средней производительности. Из формул (10) можно получить оценки эластичности выпуска продукции по факторам производства:

по капиталу $\alpha = \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K}{Q}$ (11),

по труду $\beta = \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L}{Q}$ (12),

по земле $\gamma = \frac{\partial Q}{\partial Z} \frac{Z}{Q}$ (13)

Из формул (11), (12), (13) следует, что предельные производительности являются относительными величинами и их значения не зависят от объемов используемых ресурсов.

Если задан объем производства Q_0, а также значения двух других факторов производства (K_0, L_0); (K_0, Z_0); (L_0, Z_0), то с помощью производственной функции (1) рассчитывается потребность в третьем факторе производства по формулам:

потребность в капитале $K = (a_0^{-1} Q_0 L_0^{-\beta} Z_0^{-\gamma})^{\frac{1}{\alpha}}$,

потребность в труде $L = (a_0^{-1} Q_0 K_0^{-\alpha} Z_0^{-\gamma})^{\frac{1}{\beta}}$,

потребность в земле $Z = (a_0^{-1} Q_0 K_0^{-\alpha} L_0^{-\beta})^{\frac{1}{\gamma}}$.

С помощью производственной функции (1) решается задача соотношения замещения и взаимодействия факторов производства. Важнейшими показателями, характеризующими эффективность использования факторов производства, являются:

фондовооруженность $\frac{K}{L}=\frac{Q^{\frac{1}{\varkappa}}a_0^{-\frac{1}{\varkappa}}L^{-\frac{\beta}{\alpha}}Z^{-\frac{\gamma}{\alpha}}}{L}=Q^{\frac{1}{\varkappa}}a_0^{-\frac{1}{\varkappa}}L^{-(1+\frac{\beta}{\alpha})}Z^{-\frac{\gamma}{\alpha}}$,

фондообеспеченность $\frac{K}{Z}=\frac{Q^{\frac{1}{\varkappa}}a_0^{-\frac{1}{\varkappa}}L^{-\frac{\beta}{\alpha}}Z^{-\frac{\gamma}{\alpha}}}{Z}=Q^{\frac{1}{\varkappa}}a_0^{-\frac{1}{\varkappa}}L^{-\frac{\beta}{\alpha}}Z^{-\left(1+\frac{\gamma}{\alpha}\right)}$,

трудообеспеченность $\frac{L}{Z}=\frac{Q^{\frac{1}{\beta}}a_0^{-\frac{1}{\beta}}K^{-\frac{\alpha}{\beta}}Z^{-\frac{\gamma}{\beta}}}{Z}=Q^{\frac{1}{\beta}}a_0^{-\frac{1}{\beta}}K^{-\frac{\alpha}{\beta}}Z^{-\left(1+\frac{\gamma}{\beta}\right)}$.

Рассматривая поочередно случаи L=const (dL=0), Z=const (dZ=0), K=const (dK=0) и решая уравнения:

$$\frac{\partial Q}{\partial K}dK+\frac{\partial Q}{\partial Z}dZ=0;\ \frac{\partial Q}{\partial K}dK+\frac{\partial Q}{\partial L}dL=0;\frac{\partial Q}{\partial L}dL+\frac{\partial Q}{\partial Z}dZ=0\,;$$

относительно производных $\frac{dK}{dZ},\frac{dK}{dL},\frac{dL}{dZ}$, получивших название предельных норм замены одного фактора (в числителе) другим (в знаменателе), с учетом формул (11) — (13), получим:

$$\frac{dK}{dZ}=-\frac{\frac{\partial Q}{\partial Z}\Big|_{L=const}}{\frac{\partial Q}{\partial K}\Big|_{L=const}}=-\frac{\gamma}{\alpha}\frac{K}{Z} \quad (14),$$

$$\frac{dK}{dL}=-\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}\Big|_{Z=const}}{\frac{\partial Q}{\partial K}\Big|_{Z=const}}=-\frac{\beta}{\alpha}\frac{K}{L} \quad (15),$$

$$\frac{dL}{dZ}=-\frac{\frac{\partial Q}{\partial Z}\Big|_{K=const}}{\frac{\partial Q}{\partial K}\Big|_{K=const}}=-\frac{\gamma}{\beta}\frac{L}{Z} \quad (16)$$

В формулах (14) — (16) выражения в левой части называются предельными нормами замещения одного ресурса другим. Знак минус означает, что с увеличением значения одного ресурса объем второго ресурса должен быть снижен. Правая часть равенств (14) — (16) представлена отношениями частных производных: в формуле (14) — частное от деления предельной производительности земли на предельную фондоотдачу; в формуле (15) — частное от деления предельной производительности труда на предельную фондоотдачу; в формуле (16) — частное от деления предельной производительности земли на предельную производительность труда. Таким образом, получена оценка одного производственного фактора в единицах другого. Из этих уравнений следует, что норма замещения ресурса для функции (1) зависит как от параметров α, β, γ, так и от соотношения объемов ресурсов.

Уравнения (14) — (16) являются обыкновенными дифференциальными уравнениями первого порядка с разделяющимися переменными. Интегрируя их:

$$\int\frac{dK}{K}=-\frac{\gamma}{\alpha}\int\frac{dZ}{Z}; \qquad \int\frac{dK}{K}=-\frac{\beta}{\alpha}\int\frac{dL}{L};$$

$$\int\frac{dK}{K}=-\frac{\gamma}{\beta}\int\frac{dZ}{Z},$$

получим интегральные кривые:

$$K=C_1Z^{-\frac{\gamma}{\alpha}}; \qquad K=C_2L^{-\frac{\beta}{\alpha}}; \qquad L=C_3Z^{-\frac{\gamma}{\beta}},$$

где постоянные C_1, C_2, C_3 определяются по формулам:

$C_1=a_0^{-\frac{1}{\varkappa}}Q^{\frac{1}{\varkappa}}L^{-\frac{\beta}{\alpha}}$ (значения Q и L выступают параметрами),

$C_2 = a_0^{-\frac{1}{\alpha}} Q^{\frac{1}{\alpha}} Z^{-\frac{\gamma}{\alpha}}$ (значения Q и Z выступают параметрами),

$C_3 = a_0^{-\frac{1}{\beta}} Q^{\frac{1}{\beta}} K^{-\frac{\alpha}{\beta}}$ (значения Q и K выступают параметрами).

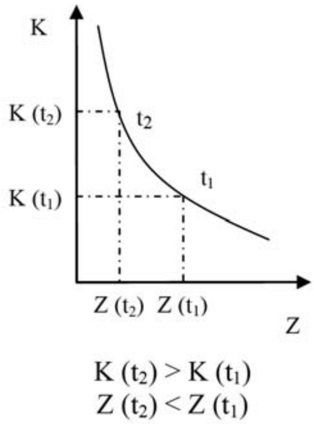
Полученные интегральные кривые являются уравнениями изоквант для трехфакторной производственной функции при *L=const* (рис. 1а), *Z=const* (рис. 1б), *K=const* (рис. 1в).

При уменьшении объемов земельного ресурса для сохранения прежнего объема выпуска продукции необходимо увеличение капитала (рис. 1а). Это означает, что оценка земельного ресурса в единицах капитала растет по закону степенной функции при выводе части земель из сельскохозяйственного оборота.

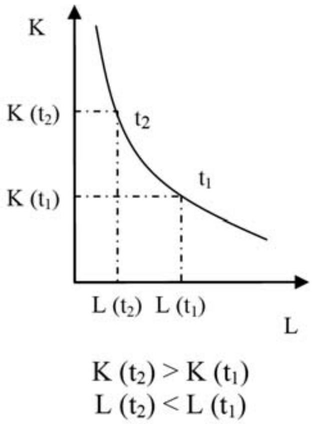
Снижение трудоемкости на единицу капитала при сохранении объема выпуска продукции и неизменной площади сельскохозяйственных угодий потребует увеличения величины используемого капитала. Для трудоизбыточных территорий альтернативная стоимость фактора производства труд в единицах капитала снижается также по закону степенной функции (рис. 1б).

Фазовый портрет на плоскости *ZOL* (рис. 1в) представляет изокванту замещения земельного ресурса трудовым и служит оценкой земельного ресурса в единицах труда.

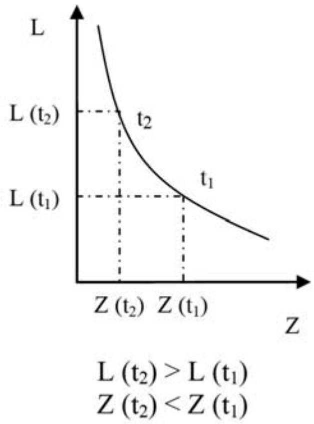
Построение производственной функции — это преобразование реальных данных в модельную информацию, то есть расчет численных параметров a_0, α, β, γ на базе статистических данных с помощью регрессионного анализа. На основании данных по развитию сельского хозяйства России в разрезе федеральных округов за период с 2000 по 2009 гг. (таблица 1) с помощью метода наименьших квадратов были получены следующие оценки: $a_0 = 59{,}344254$; $\alpha = 0{,}155162$; $\beta = 0{,}390078$; $\gamma = 0{,}324575$.



а)



б)



в)

Рис. 1. Предельные нормы замещения факторов производства при постоянном объеме выпуска продукции

Таблица 1

Продукция сельского хозяйства и ресурсы, используемые для ее производства [2, с. 76–78, 310–311, 475–476, 490–491; 3, с. 106–108, 369–370, 475–476, 490–491; 4, с. 106–108, 387–388, 528–529, 545–546]

		ЦФО	СЗФО	ЮФО	ПФО	УФО	СФО	ДВФО
Продукция сельского хозяйства, млн. руб.	2000	178770	48350	141956	205278	49135	125144	25943
	2005	326543	875945	323381	381301	106136	217157	53221
	2009	564791	120857	559787	634475	178088	369586	88357
Стоимость основных фондов, млн. руб.	2000	293732	70257	210958	265795	78186	156875	11821
	2005	331017	103345	300707	356043	92094	193600	63280
	2009	623147	173230	536060	638473	167446	333530	88407
Численность занятых, тыс. чел.	2000	1997,8	594,1	1955,8	2326,8	551,2	1344,9	363,8
	2005	1512,9	509,7	1699,5	1913,2	459	1107,2	318
	2009	1312,4	429,8	1627,5	1697,9	396	952,2	306,1
Посевные площади, тыс. га	2000	16721	2584,1	14565	27351,3	6027,6	16738,8	1431,5
	2005	14500,9	2003,2	15215,1	23913,2	5132,2	15483	1230,4
	2009	14257,5	1580	15983,8	23837	5439,5	15315,3	1392,4

Таким образом, трехфакторная производственная функция, характеризующая зависимость объемов выпуска сельскохозяйственной продукции в России от объема ресурсов, вовлеченных в отрасль, примет вид:

$$Q = 59{,}34425\,K^{0,155162}\,L^{0,390078}\,Z^{0,324575}$$

Значения α, β, γ позволяют прийти к выводу, что изменение объема выпуска сельскохозяйственной продукции наиболее чувствительно к изменениям объема использования фактора производства труд ($\beta = 0{,}390078$). В этой связи в контексте проблемы продовольственной безопасности не может не вызывать обеспокоенности последовательное снижение численности занятых в сельском хозяйстве (таблица 1). Наблюдаемая тенденция снижения численности занятых в сельском хозяйстве объясняется, во-первых, процессами депопуляции и снижения доли населения в трудоспособном возрасте; во-вторых, низким качеством вакантных рабочих мест (плохие условия и низкая оплата труда, отсутствие перспектив карьерного и профессионального роста); в-третьих, низким уровнем развития инфраструктуры сельских территорий, что снижает привлекательность проживания в сельской местности для экономически активного населения.

Существенное воздействие на изменение объема выпуска сельскохозяйственной продукции оказывает изменение объемов земельных ресурсов ($\gamma = 0{,}324575$). Поэтому особую озабоченность вызывают высокие темпы сокращения сельхозугодий (более чем на 20% за период с 1990 по 2009 гг.). Ученые также отмечают снижение естественно-природного плодородия почв, усиление эрозийных процессов, ухудшение водно-физических качеств сельхозугодий, неоправданный вывод из сельскохозяйственного оборота пашни, загрязнение почв и поливных вод, усиление деградации биоразнообразия лугов и пастбищ [5, с. 10].

Наименьшее влияние на выпуск сельскохозяйственной продукции среди рассматриваемых факторов оказывает капитал ($\alpha = 0{,}155162$). В определенной степени это объясняется высокой неоднородностью данного фактора производства, что потребовало при построении модели абстрагироваться от отдельных его составляющих и понимать под капиталом лишь стоимость основных фондов в сельском хозяйстве.

Полученные при построении производственной функции оценки и анализ ресурсного обеспечения Государственной программы развития сельского хозяйства и регулирования рынков сельскохозяйственной продукции, сырья и продовольствия (2008–2012 гг.) по подпрограммам (направлениям) [1, с. 11–19] позволяют оценить выбранный в последние годы вектор институциональных преобразований в сельском хозяйстве России как достаточно научно обоснованный. Так, доля финансирования мероприятий, направленных на повышение уровня развития инфраструктуры и поддержку комплексной застройки и благоустройства сельских территорий (что, в первую очередь, призвано содействовать развития трудового потенциала села) составляет 20% от запланированного по Программе общего объема финансирования; на поддержку почвенного плодородия — 10%; на техническую модернизацию — 8%, что полностью согласуется с полученными параметрами α, β, γ.

Подводя итог, отметим, что значения параметров a_σ, α, β, γ можно рассматривать в качестве критериев оценки институциональных преобразований в аграрной сфере, увеличение которых свидетельствует о повышении их эффективности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Государственная программа развития сельского хозяйства и регулирования рынков сельскохозяйственной продукции, сырья и продовольствия на 2008–2012 годы. Утверждена Постановлением Правительства Российской Федерации от 14 июля 2007 г. № 446 // АПК: экономика и управление. 2007. № 9–10.
2. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2002: Стат.сб. / Госкомстат России. М., 2002.
3. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2006: Стат.сб. / Росстат. М., 2006.
4. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2010: Стат.сб. / Росстат. М., 2010.
5. *Трухачев В.И.* Стратегия управления агроэкологической системой региона (на примере Ставропольского края) // Экономика сельскохозяйственных и перерабатывающих предприятий. 2006. № 7.