Recuperação - P2 09/11/23

Tony Evaristo Magalhães Melo

I)

a) $f(x) = 5x^6 - 3x^4 + x^2 - x + 8$

$f'(x) = 30x^5 - 12x^3 + 2x - 1$ //

---

b) $f(x) = \underbrace{\dfrac{5}{x^3+2}}_{\text{I}} + \underbrace{tg(x)}_{\text{II}}$

I) $f(x) = \dfrac{5}{x^3+2} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{\cancel{(5)'\cdot(x^3+2)} - 5\cdot(x^3+2)'}{(x^3+2)^2} =$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{-5(3x^2)}{(x^3+2)^2} = \dfrac{-15x^2}{(x^3+2)^2}$ //

II) $f(x) = tg(x) \Rightarrow f'(x) = sec^2 x$

Logo que $f(x) = \dfrac{5}{x^3+2} + tg(x) \Rightarrow \boxed{f'(x) = -\dfrac{15x^2}{(x^3+2)^2} + sec^2(x)}$

---

c) $f(x) = x^2e^x - 4x(x^2-3)$

Reescrevendo: $f(x) = x^2e^x - 4x^3 + 12x$

$f'(x) = \underbrace{(x^2e^x)'}_{\text{I}} - \underbrace{(4x^3)'}_{\text{II}} + \underbrace{(12x)'}_{\text{III}} \Rightarrow \boxed{f'(x) = 2xe^x + x^2e^x - 12x^2 + 12}$

I) $= (x^2e^x)' = 2xe^x + x^2e^x$ //

II) $- (4x^3)' = 12x^2$ //

III) $= (12x)' = 12$ //

Digitalizado com CamScanner

d) $f(x) = \ln[(2x+1)^3]$

$$f'(x) = \frac{1}{(2x+1)^3} \cdot 3(2x+1)^2 \cdot 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{6(2x+1)^2}{(2x+1)^3} = \boxed{f'(x) = \frac{6}{2x+1}}$$

---

② $f(x) = \cos(5x^3)$, determine $f''(x)$.

$$f'(x) = -\text{sen}(5x^3) \cdot 15x^2 = f'(x) = -15x^2\,\text{sen}(5x^3)$$

$$f''(x) = (-15x^2)' \cdot (\text{sen}(5x^3)) + (-15x^2) \cdot (\text{sen}(5x^3))'$$

$$f''(x) = -30x\,\text{sen}(5x^3) - 15x^2 \cdot (\cos(5x^3)) \cdot 15x^2$$

$$\boxed{f''(x) = -30x\,\text{sen}(5x^3) - 15x^2[\cos(5x^3) - 1]}$$

---

③ $x^2y + y^3 = x + 4$ em que $y = f(x)$, encontre a derivação implícita $\frac{dy}{dx}$

$$(x^2y + y^3)' = (x+4)'$$

$$2xy + x^2y' + 3y^2y' = 1$$

$$x^2y' + 3y^2y' = 1 - 2xy$$

$$y'(x^2 + 3y^2) = 1 - 2xy$$

$$\boxed{y' = \frac{1 - 2xy}{x^2 + 3y^2}}$$

---

4) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ no ponto abscissa 27.

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

1° Achar o f(a)

$$f(a) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f(27) = \sqrt[3]{27} = 3$$

2° Derivar o f(a) e Aplicar o ponto

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = f'(27) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}} = \frac{1}{27}$$

$$y - 3 = \frac{1}{27}(x - 27)$$

$$y - 3 = \frac{1}{27}x - 1$$

$$\boxed{y = \frac{1}{27}x + 2}$$

Digitalizado com CamScanner

⑤ $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 5$

a) Para saber os intervalos de crescimento e decrescimento, vamos usar o Teste da primeira derivada, que diz se $f'(x) > 0$ para todo x em $]a,b[$, então f é crescente em $]a,b[$, e se $f'(x) < 0$ para todo x em $]a,b[$ então a função e descrescente.

Etapa 1: Determinar a derivada

$$f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 5$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$$

Etapa 2: Determine os números críticos da função, isto é, $f'(c) = 0$ ou $f'(c)$ não existe.

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5 = 0$$

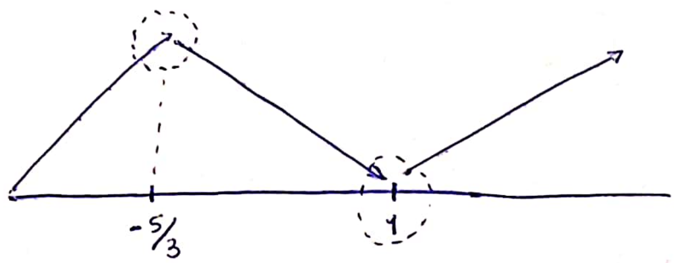
$$\text{baskara} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 3$
$b = 2$
$c = -5$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - (4.3.(-5))}}{6}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6}$$

$$= \frac{-2 \pm 8}{6} \quad x' = 1 \quad x'' = -5/3$$



$f'(-2) = 3(-2)^3 + 2(-2) - 5 = +3$
Como mudou de sinal negativo para positivo então é crescente.

$f'(0) = 3.0^2 + 2.0 - 5 = -5$
Como mudou de sinal positivo para negativo então e descrescente.

$f'(2) = 3.2^2 + 2.2 - 5 = +11$
Come mudou de sinal negativo para positivo então e crescente

Intervalo de Crescimento : $]-\infty, -5/3[,]1, +\infty[$

Intervalo de Decrescimento : $]-5/3, 1[$

5

b) Para Determinar Máximo relativo e Mínimo relativo, vamos usar o teste da primeira derivada que diz, se o sinal de f' mudar de positivo para negativo em c, então f tem um máximo local, e se f' mudar de negativo para positivo em c, então f tem um mínimo local.

Nº crítico são $-5/3$ e 1 (Achado no item a)

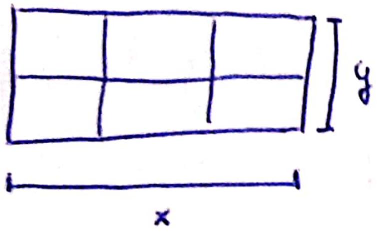
Como o sinal de $f'(x)$ muda de + para − em $x = -5/3$ segue que f tem máximo local em $x = -5/3$. Ou seja $\left(-5/3, \frac{40}{27}\right)$ é fator de máximo.

$$f(-5/3) = \left(-5/3\right)^3 + \left(-5/3\right)^2 - 5\left(-5/3\right) - 5 = \frac{40}{27}$$

Como o sinal de $f'(x)$ muda de − para + em $x = 1$ segue que f tem mínimo local em $x = 1$. Ou seja $(1, -8)$ é fator de mínimo.

$$f(1) = 1^3 + 1^2 - 5.1 - 5 = -8$$

~~7~~ 6



$3x + 4y = 300$

$3x = 300 - 4y$

$3 \mid \boxed{x = 100 - \frac{4}{3}y}$

$P = 3x + 4y$ = x:?

y:?

$A = x \cdot y$

$A = \left(100 - \frac{4}{3}y\right) \cdot y \Rightarrow A(y) = 100y - \frac{4}{3}y^2$

$\Rightarrow A'(y) = 100 - \frac{8}{3}y = 0$

$\boxed{y = \frac{75}{2}}$. $x = 100 - \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{75}{2}\right)$

$\boxed{x = 50}$

$A = 50 \cdot \frac{75}{2} = 1875\ m^2$