



第一讲 计算

测试部分

计算: $\left[\frac{13 \times 1}{21}\right] + \left[\frac{13 \times 2}{21}\right] + \cdots + \left[\frac{13 \times 82}{21}\right] + \left[\frac{13 \times 83}{21}\right] = \underline{\hspace{2cm}}.$

计算: $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \cdots + \frac{9701}{9702} = \underline{\hspace{2cm}}.$

计算: $\frac{3^2+1}{3^2-1} + \frac{5^2+1}{5^2-1} + \frac{7^2+1}{7^2-1} + \cdots + \frac{2015^2+1}{2015^2-1} + \frac{2017^2+1}{2017^2-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{20}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \cdots + \frac{2}{20}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \cdots + \frac{3}{20}\right) + \cdots + \left(\frac{18}{19} + \frac{18}{20}\right) + \frac{19}{20} = \underline{\hspace{2cm}}.$

计算: $\frac{1\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} + \cdots + 97\frac{98}{99} + 98\frac{99}{100}}{3\frac{1}{3} + 5\frac{2}{4} + 7\frac{3}{5} + \cdots + 195\frac{97}{99} + 197\frac{98}{100}} = \underline{\hspace{2cm}}.$





计算:
$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}}{\frac{1}{11 \times 20} + \frac{1}{12 \times 19} + \frac{1}{13 \times 18} + \frac{1}{14 \times 17} + \frac{1}{15 \times 16}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

如果 $[x]=3$, $[y]=0$, $[z]=1$. 求:

- (1) $[x-y]$ 的所有可能值;
- (2) $[x+y-z]$ 的所有可能值.



求方程 $5[x]-19\{x\}=2001$ 的所有解.



【例题 1】

计算: $[6.216] + [6.216 + \frac{9 \times 1}{125}] + [6.216 + \frac{9 \times 2}{125}] + \cdots + [6.216 + \frac{9 \times 124}{125}].$



**【例题 2】**

计算: $[\frac{1}{3}] + [\frac{2}{3}] + [\frac{2^2}{3}] + \cdots + [\frac{2^{10}}{3}]$.

【例题 3】

设 x 是实数, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 记 $\{x\} = x - [x]$.

则 $\left\{\frac{1}{11}\right\} + \left\{\frac{4}{11}\right\} + \left\{\frac{7}{11}\right\} + \cdots + \left\{\frac{3k+1}{11}\right\} + \cdots + \left\{\frac{2011}{11}\right\} = \underline{\hspace{2cm}}$

【例题 4】

解方程 $[\frac{x}{1}] + [\frac{x}{2}] + [\frac{x}{6}] + [\frac{x}{10}] = 110$, 其中 x 是整数.





【例题5】

r 满足 $\left[r + \frac{19}{100}\right] + \left[r + \frac{20}{100}\right] + \left[r + \frac{21}{100}\right] + \cdots + \left[r + \frac{91}{100}\right] = 546$. 求 $[100r]$ 的值.

【例题6】

计算: $\frac{1^2 + 2^2}{1 \times 2} + \frac{2^2 + 3^2}{2 \times 3} + \cdots + \frac{18^2 + 19^2}{18 \times 19} + \frac{19^2 + 20^2}{19 \times 20}$.

【例题7】

计算: $\frac{2022}{2020} + \frac{2022 \times 2021}{2020 \times 2019} + \frac{2022 \times 2021 \times 2020}{2020 \times 2019 \times 2018} + \cdots + \frac{2022 \times 2021 \times \cdots \times 4 \times 3}{2020 \times 2019 \times \cdots \times 2 \times 1}$





【例题 8】

计算: $\frac{4}{1 \times 2 \times 3} + \frac{5}{2 \times 3 \times 4} + \frac{6}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{11}{8 \times 9 \times 10}$

【例题 9】

计算: $\frac{3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{5}{2 \times 3 \times 4} + \frac{7}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{37}{18 \times 19 \times 20}$.

【例题 10】

计算: $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \cdots + \frac{99}{100!}$





【例题 11】

计算: $\frac{3! \times 1}{3} + \frac{4! \times 2}{3^2} + \frac{5! \times 3}{3^3} + \cdots + \frac{102! \times 100}{3^{100}}$ (结果可以用阶乘和乘方表示)

【例题 12】

计算: $\frac{\frac{10}{19} - \frac{9}{18} + \frac{8}{17} - \frac{7}{16} + \frac{6}{15} - \frac{5}{14} + \frac{4}{13} - \frac{3}{12} + \frac{2}{11} - \frac{1}{10}}{\frac{18}{19} - \frac{17}{18} + \frac{16}{17} - \frac{15}{16} + \frac{14}{15} - \frac{13}{14} + \frac{12}{13} - \frac{11}{12} + \frac{10}{11} - \frac{9}{10}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【例题 13】

$\frac{7^2 \times 17 + 14^2 \times 34 + 21^2 \times 51 + \cdots + 161^2 \times 391}{4 \times 13 \times 31 + 8 \times 26 \times 62 + 12 \times 39 \times 93 + \cdots + 92 \times 299 \times 713} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【例题 14】

$\frac{1}{2023} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \cdots + \frac{2021}{2022} \right) + \frac{1}{1 \times 2022} + \frac{1}{2 \times 2021} + \cdots + \frac{1}{1011 \times 1012} = \underline{\hspace{2cm}}.$

