

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Цель работы

Управление манипуляционным роботом *KUKA youBot* на основе решения обратной задачи о положениях при перемещении схвата по заданному закону.

Ограничения

В лабораторных рассматривается только две степени манипулятора – остальные зафиксированы. Из этого следует, что: ϕ_1 , ϕ_4 и ϕ_5 это константы, а угол ориентации схвата в плоскости руки манипулятора: $\theta = \phi_2 + \phi_3 + \phi_4$. Причем, последнее звено схвата выпрямлено, находится в положении параллельном третьему звену, откуда следует что $\phi_4 = 0$.

Исходные данные

Длины звеньев и расстояния между их осями:

$$d_1 = 0.033$$

$$l_1 = 0.075$$

$$l_2 = 0.155$$

$$l_3 = 0.135$$

$$l_4 = 0.081$$

$$l_5 = 0.137$$

$$l_{45} = l_4 + l_5 = 0.218$$

$$l_{345} = l_3 + l_4 + l_5 = 0.353$$

Схват перемещается так, что его координаты X и Y не меняются со временем, а Z меняется по закону:

$$Z(t) = 0.2 + 0.1 \cos \frac{2\pi t}{10}$$

Время берем дискретное, из ста значений от 0 до 10 с. Временной шаг $\Delta t = 0.1$ с

Так как для управления движением манипулятора используются «технические» углы A_i , отсчет которых производится от упоров, то необходим переход от углов φ_i к A_i , который осуществляется следующим образом:

$$A_1 = \varphi_1 + 2.9496$$

$$A_2 = \varphi_2 + 1.1345$$

$$A_3 = \varphi_3 - 2.5654$$

$$A_4 = \varphi_4 + 1.829$$

$$A_5 = -\varphi_5 + 2.93$$

Причем диапазоны работы манипулятора ограничены в A_i :

$$0.01 < A_1 < 5.84$$

$$0.01 < A_2 < 2.6179$$

$$-4.8 < A_3 < -0.01$$

$$0.022 < A_4 < 3.4292$$

$$0.01 < A_5 < 5.6415$$

Нам заданы $X(t), Z(t)$, требуется найти $\varphi_i(t)$.

1. УПРАВЛЕНИЕ ПО ПОЛОЖЕНИЮ СХВАТА(АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД).

1.1. Таблица параметров Денавита-Хартенберга

Расчет углов сочленения производится с помощью результатов точного аналитического решения обратной задачи о положениях:

$$X = d_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_2 + \varphi_3$$

$$Z = l_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_2 + \varphi_3$$

Таблица 1.1 — Таблица параметров Денавита-Хартенберга

| Номер звена | Тип звена | θ_i | d_i | d_i | α_i |
|-------------|-----------|----------------------------|---------|-------|-------------|
| 1 | П | 0 | d_1^* | a_1 | 0 |
| 2 | В | $0^\circ \dots 180^\circ$ | d_2 | a_2 | 0 |
| 3 | В | $60^\circ \dots 338^\circ$ | d_3 | 0 | -90° |
| 4 | В | $\pm 350^\circ$ | d_4 | 0 | 90° |
| 5 | В | $61^\circ \dots 299^\circ$ | d_5 | 0 | -90° |
| 6 | В | $\pm 350^\circ$ | d_6 | 0 | 0 |

1.2. Кинематические схемы манипулятора

В приложениях А и Б приведены кинематическая схема манипулятора из спецификации, кинематическая схема с системами координат для робота KUKA KR 30 JET. Спецификация взята из каталога [1].

2. ПОСТРОЕНИЕ РАБОЧЕЙ ОБЛАСТИ СХВАТА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

2.1. Выражение матрицы однородного преобразования для соседних звеньев через параметры Денавита-Хартенберга

Используем решение прямой задачи кинематики, полученное методом однородных преобразований.

Требуется найти ρ_A - столбец однородных координат точки А в неподвижных осях.

$$\rho_A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ 1 \end{bmatrix}$$

Известны $T_{i,i+1}, \rho_A^{(N)}$.

$$\begin{aligned} \rho_A^{(N-1)} &= T_{N-1,N} \cdot \rho_A^{(N)} \\ \rho_A^{(N-2)} &= T_{N-2,N-1} \cdot \rho_A^{(N-1)} = T_{N-2,N-1} \cdot T_{N-1,N} \cdot \rho_A^{(N)} \\ &\vdots \\ \rho_A &= T_{01} \cdot T_{12} \cdot \dots \cdot T_{N-1,N} \cdot \rho_A^{(N)} \end{aligned}$$

Тогда матрица однородных преобразований вычисляется следующим образом:

$$T_{0,N} = T_{01} \cdot T_{12} \cdot \dots \cdot T_{N-1,N},$$

причем $T_{i,i+1}$ вычисляется, как показано ниже:

$$T_{i,i+1} = T_{\theta_i} \cdot T_{d_i} \cdot T_{a_{i+1}} \cdot T_{\alpha_{i+1}},$$

где T_{θ} - матрица поворота вокруг оси Z, T_d - матрица параллельного переноса вдоль оси Z, T_a - матрица параллельного переноса вдоль оси X, T_{α} - матрица поворота вокруг оси X.

$$\begin{aligned} T_{\theta} &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_a &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2.2. Рабочая область манипулятора в вертикальной плоскости

Построение рабочей области было проведено в среде *Wolfram Mathematica*.

3. ПОСТРОЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СХВАТА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ КИНЕМАТИКИ

Зададим программную ориентацию схвата с помощью матрицы направляющих косинусов. Выберем координату в которую будет позиционироваться схват:

$$T_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_d \\ 0 & -1 & 0 & y_d \\ 0 & 0 & -1 & z_d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; x_d = 0; y_d = 0,4; z_d = 0 = const$$

После чего составим минимизируемую функцию, добавим ограничения на углы и найдем величины обобщенных координат в начальной точке траектории. Выбор этой точки основан на значении минимума функции $g(F)$:

$$g(F) = g(T - T_d)$$

$$g(F) = F_{00}^2 + F_{01}^2 + \dots + F_{33}^2$$

Чем меньше значение этой функции в точке тем более точно схват может позиционироваться в ней. Далее продолжаем исследовать плоскую подобласть D , определим ее границы и выберем еще две точки траектории:

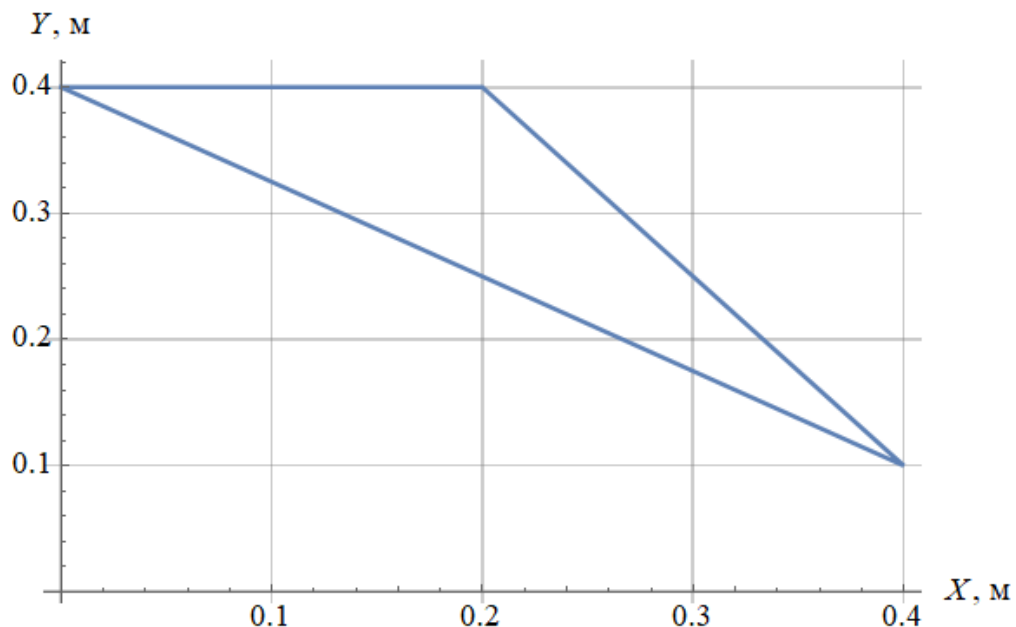


Рисунок 3.1 — Плоская подобласть D и траектория движения схвата

Значения функций в трёх выбранных точках:

$$F(x_d = 0, y_d = 0,4, z_d = 0) : g(F) = 8,88 * 10^{-16}$$

$$F(x_d = 0,2, y_d = 0,4, z_d = 0) : g(F) = 4,44 * 10^{-15}$$

$$F(x_d = 0,4, y_d = 0,1, z_d = 0) : g(F) = 3,46 * 10^{-14}$$

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ ИЗМЕНЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ КООРДИНАТ НА ПРОГРАММНОМ ДВИЖЕНИИ

Используя метод верзоров и кинематических винтов, составим уравнения кинематики шестизвенного манипулятора. После чего численно решим эти уравнения с использованием ранее полученных начальных условий.

$$G_{i,i+1} = \begin{bmatrix} \Gamma_{i,i+1} & 0 \\ r_{O_1,O_{i,i+1}} \Gamma_{i,i+1} & \Gamma_{i,i+1} \end{bmatrix}, U_A = \begin{bmatrix} \omega \\ V_A \end{bmatrix}$$

где U_A - кинематический винт, G - верзор. Верзоры вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} G_1 &= G_{01} \\ G_2 &= G_1 \cdot G_{12} \\ &\vdots \\ G_i &= G_{i-1} \cdot G_{i,i+1} \end{aligned}$$

матрица $r_{O_1,O_{i,i+1}}$ вычисляется как показано ниже:

$$r_{O_1,O_{i,i+1}} = \begin{bmatrix} 0 & -d_{i+1} & a \sin \theta \\ d_{i+1} & 0 & -a \cos \theta \\ -a \sin \theta & a \cos \theta & 0 \end{bmatrix}$$