Метод на Гаус-Жордан

Въвеждаме разширената матрица:

In[1]:= $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

Out[1]= {{2, 6, 2, 6}, {0, 4, 8, -1}, {3, 2, 1, 8}}

---

1. Постъпково прилагане на метода на Гаус-Жордан

Броят на стъпките е равен на броя на стълбовете на основната матрица

```
In[2]:= Length[A]
Out[2]= 3
```

Първа стъпка - целта е в A да се получи първи стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{11} = 1$.

In[3]:= $A[[1]] = \dfrac{A[[1]]}{A[[1,\ 1]]}$

Out[3]= {1, 3, 1, 3}

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме втория ред

```
In[4]:= A[[2]] = A[[2]] - A[[2, 1]] * A[[1]]
Out[4]= {0, 4, 8, -1}
```

Променяме третия ред

```
In[5]:= A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 1]] * A[[1]]
Out[5]= {0, -7, -2, -1}
```

```
In[6]:= A // MatrixForm
```

Out[6]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 0 & -7 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Втора стъпка - целта е в A да се получи втори стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{22} = 1$.

In[7]:=
```
A[[2]] = A[[2]] / A[[2, 2]]
```
Out[7]= $\left\{0, 1, 2, -\frac{1}{4}\right\}$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

In[8]:=
```
A[[1]] = A[[1]] - A[[1, 2]] * A[[2]]
```
Out[8]= $\left\{1, 0, -5, \frac{15}{4}\right\}$

Променяме третия ред

In[9]:=
```
A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 2]] * A[[2]]
```
Out[9]= $\left\{0, 0, 12, -\frac{11}{4}\right\}$

In[10]:=
```
A // MatrixForm
```
Out[10]//MatrixForm=
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 12 & -\frac{11}{4} \end{pmatrix}$$

Трета стъпка - целта е в A да се получи трети стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент $a_{33} = 1$.

Променяме третия ред

In[11]:=
```
A[[3]] = A[[3]] / A[[3, 3]]
```
Out[11]= $\left\{0, 0, 1, -\frac{11}{48}\right\}$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

In[12]:=
```
A⟦1⟧ = A⟦1⟧ - A⟦1, 3⟧ * A⟦3⟧
```
Out[12]= $\left\{1, 0, 0, \frac{125}{48}\right\}$

Променяме втория ред

In[13]:=
```
A⟦2⟧ = A⟦2⟧ - A⟦2, 3⟧ * A⟦3⟧
```
Out[13]= $\left\{0, 1, 0, \frac{5}{24}\right\}$

In[14]:=
```
A // MatrixForm
```
Out[14]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{48} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{48} \end{pmatrix}$$

Извод: $x_1 = \frac{125}{48}$, $x_2 = \frac{5}{24}$, $x_3 = \frac{-11}{48}$

2. Намиране на детерминантата

In[15]:= $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix};$

In[17]:=
```
n = Length[A];
```
In[16]:=
```
deter = 1;
```
In[18]:=
```
For[ col = 1, col ≤ n, col++,
 deter = deter * A⟦col, col⟧;
 (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
 A⟦col⟧ = A⟦col⟧ / A⟦col, col⟧;
 (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
   от стълба.*)
 For[row = 1, row ≤ n, row++,
  If[row ≠ col, A⟦row⟧ = A⟦row⟧ - A⟦row, col⟧ * A⟦col⟧]
 ];
 Print[A // MatrixForm]
]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 8 & -1 \\ 0 & -7 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \frac{15}{4} \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 12 & -\frac{11}{4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{48} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{48} \end{pmatrix}$$

In[19]:=
```
Print["Детерминантата на матрицата е ", deter]
```

Детерминантата на матрицата е 96

4. Намиране на обратната матрица

In[20]:=
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 8 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

In[21]:=
```
n = Length[A];
```

In[22]:=
```
deter = 1;
```

In[23]:=
```
For[ col = 1, col ≤ n, col++,
 deter = deter * A[[col, col]];
 (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
 A[[col]] = A[[col]] / A[[col, col]];
 (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
   от стълба.*)
 For[row = 1, row ≤ n, row++,
  If[row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]]]
 ];
 Print[A // MatrixForm]
]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 8 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -2 & -1 & -\frac{3}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & \frac{15}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 12 & -\frac{11}{4} & -\frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{48} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{48} & \frac{5}{12} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{5}{24} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{24} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{11}{48} & -\frac{1}{8} & \frac{7}{48} & \frac{1}{12} \end{pmatrix}$$