Метод на хордите

Задача: Дадено е уравенението:

$x^5 + 103 \sin x - 34\, x^3 - 23 = 0$

1. Да се визуализира функцията и да се определят броя на корените.
2. Да се локализира един от корените.
3. Уточнете локализирания корен по **метода на хордите**.
    - проверка на сходимост
    - избор на начално приближение и постоянна точка
    - итерациите
4. Оценка на грешката.
5. Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 по **метода на разполовяването**, използвайки интервала от локализацията на корена. Направете сравнение между двата метода.

In[77]:=
```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
```

In[78]:=
```
f[x]
```

Out[78]=

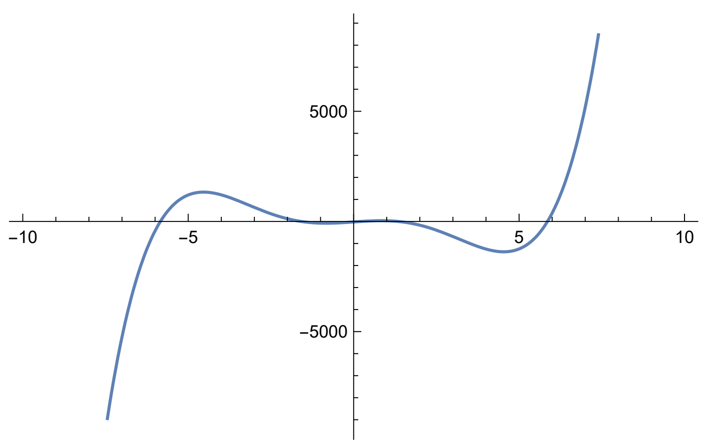
$-23 - 34\, x^3 + x^5 + 103\, \mathrm{Sin}[x]$

---

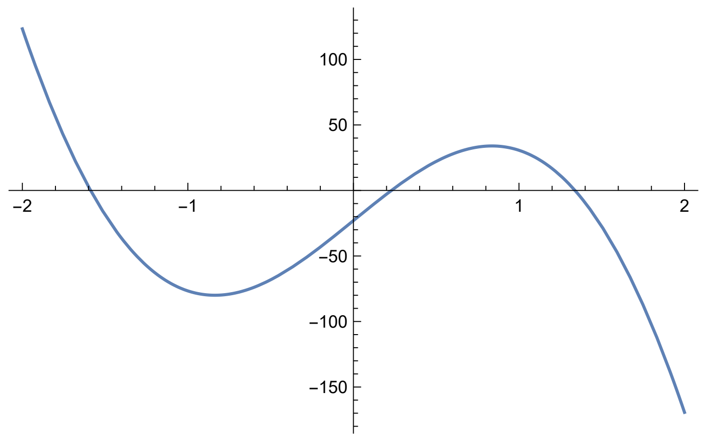
1. Да се визуализира функцията и да се определят броя на корените.

In[79]:=
```
Plot[f[x], {x, -10, 10}]
```

Out[79]=



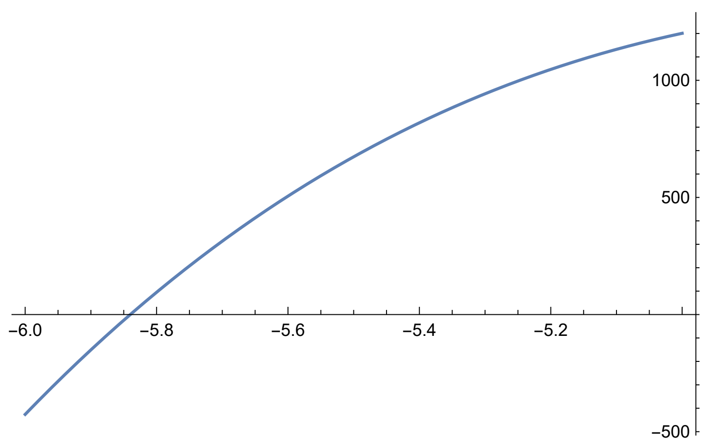
In[80]:=
```
Plot[f[x], {x, -2, 2}]
```
Out[80]=



2. Да се локализира един от корените.

Локализираме най-малкия корен

In[81]:=
```
Plot[f[x], {x, -6, -5}]
```
Out[81]=



In[82]:=
```
f[-6.]
```
Out[82]=
```
-426.22
```

In[83]:=
```
f[-5.]
```
Out[83]=
```
1200.77
```

Извод:

(1) Функцията е непрекъсната, защото е сума от непрекъснати функции (полином и синус)

(2) f(-6) = -426.22... < 0

f(-5) = 1200.77... > 0

=> Функцията има различни знаци в двата края на разглеждания интервал [-6; -5].

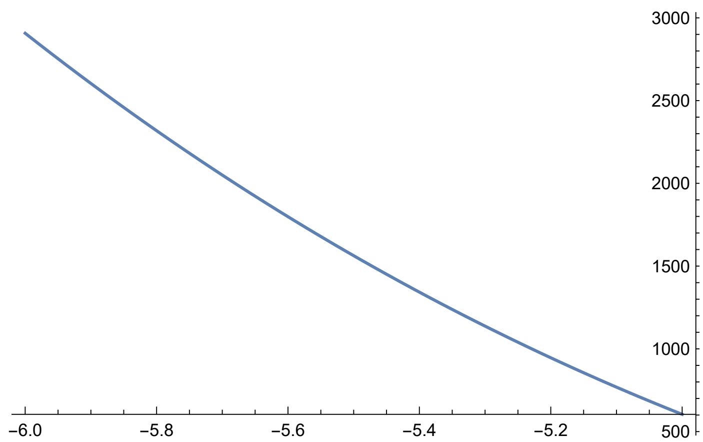
От (1) и (2) следва, че функцията има поне един корен в разглеждания интервал [-6; -5].

3. Уточнете локализирания корен по **метода на хордите**.

Проверка на сходимост

Графика на първата производна

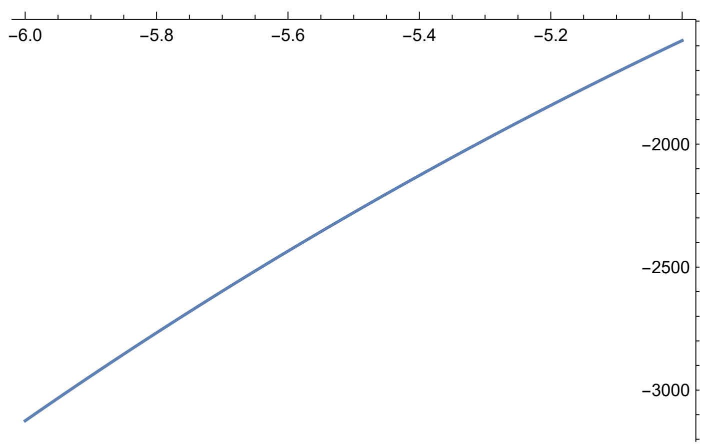
In[84]:=
```
Plot[f'[x], {x, -6, -5}]
```
Out[84]=



Извод: (1) Стойностите на първата производна в разглеждания интервал [-6; -5] са между 500 и 3000. Следователно първата f’(x) > 0 в целия разглеждан интервал [-6; -5].

Графика на втората производна

In[85]:=
```
Plot[f''[x], {x, -6, -5}]
```
Out[85]=



Извод: (2) Стойностите на втората производна в разглеждания интервал [-6; -5] са между -3500 и

-1500. Следователно втората f’’ (x) < 0 в целия разглеждан интервал [-6; -5] .

Извод: От (1) и (2) следва, че първата и втората производна имат еднакви знаци в разглеждания интервал [-6; -5]. Следователно условията за сходимост на метода на хордите са изпълнени.

Избор на начално приближение и постоянна точка

Пояснение как е избрано..... (формулата от файла или друго)

```
In[86]:= p = -6.
         x0 = -5.
Out[86]=
         -6.
Out[87]=
         -5.
```

Итерациите

```
In[88]:= For[n = 0, n ≤ 3, n++,
           x1 = x0 - f[x0] / (f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
           Print["n = ", n, " xn = ", x1];
           x0 = x1
         ]
```

n = 0 x_n = -5.73803

n = 1 x_n = -5.83075

n = 2 x_n = -5.83923

n = 3 x_n = -5.83998

```
In[89]:= x0 = -5.
Out[89]=
         -5.
```

```
In[90]:= For[n = 0, n ≤ 10, n++,
           x1 = x0 - f[x0] / (f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
           Print["n = ", n, " xn = ", x1];
           x0 = x1
         ]
```

```
n = 0 xn = -5.73803
n = 1 xn = -5.83075
n = 2 xn = -5.83923
n = 3 xn = -5.83998
n = 4 xn = -5.84005
n = 5 xn = -5.84006
n = 6 xn = -5.84006
n = 7 xn = -5.84006
n = 8 xn = -5.84006
n = 9 xn = -5.84006
n = 10 xn = -5.84006
```

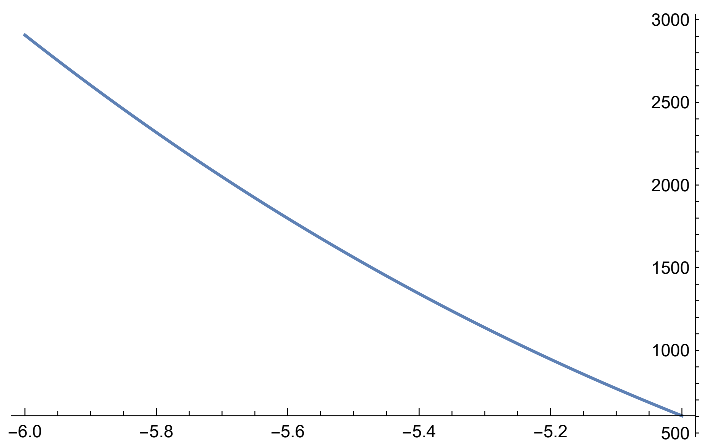
```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
x0 = -5.; p = -6;
For[n = 0, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", x1];
 x0 = x1
]
```

4. Оценка на грешката

Изчисляване на постоянните величини

In[94]:= `Plot[Abs[f'[x]], {x, -6, -5}]`

Out[94]=



От геометрично съображение максимума на абсолютната стойност на първата производна се достига в левия край на интервала, а минимума - в десния.

In[95]:=
```
M1 = Abs[f'[-6.]]
```
Out[95]=

2906.9

In[96]:=
```
m1 = Abs[f'[-5.]]
```
Out[96]=

604.217

In[97]:=

$$R = \frac{M1 - m1}{m1}$$

Out[97]=

3.81101

In[127]:=
```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
x0 = -5.; p = -6;
M1 = Abs[f'[-6.]];
m1 = Abs[f'[-5.]];
R = (M1 - m1)/m1;
For[n = 0, n ≤ 10, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " x_n = ", x1, " f(x_n) = ", f[x1], " ε_n = ", eps = R * Abs[x1 - x0]];
 x0 = x1
]
```

n = 0 x_n = −5.73803 $f(x_n)$ = 233.504 ε_n = 2.81265

n = 1 x_n = −5.83075 $f(x_n)$ = 22.4867 ε_n = 0.353364

n = 2 x_n = −5.83923 $f(x_n)$ = 1.9943 ε_n = 0.0323239

n = 3 x_n = −5.83998 $f(x_n)$ = 0.175555 ε_n = 0.0028534

n = 4 x_n = −5.84005 $f(x_n)$ = 0.0154435 ε_n = 0.000251076

n = 5 x_n = −5.84006 $f(x_n)$ = 0.00135849 ε_n = 0.0000220863

n = 6 x_n = −5.84006 $f(x_n)$ = 0.000119499 ε_n = 1.94282×10^{-6}

n = 7 x_n = −5.84006 $f(x_n)$ = 0.0000105116 ε_n = 1.70899×10^{-7}

n = 8 x_n = −5.84006 $f(x_n)$ = 9.24651×10^{-7} ε_n = 1.5033×10^{-8}

n = 9 x_n = −5.84006 $f(x_n)$ = 8.13361×10^{-8} ε_n = 1.32237×10^{-9}

n = 10 x_n = −5.84006 $f(x_n)$ = 7.15681×10^{-9} ε_n = 1.16321×10^{-10}

Цикъл със стоп-критерий при определена точност

In[167]:=

```
f[x_] := x^5 + 103 Sin[x] - 34 x^3 - 23
x0 = -5.; p = -6;
M1 = Abs[f'[-6.]];
m1 = Abs[f'[-5.]];
R = (M1 - m1)/m1;
epszad = 0.0001;
eps = 1;
Print["n = ", 0, " xn = ", x0, " f(xn) = ", f[x0]];
For[n = 1, eps > epszad, n++,
 x1 = x0 - f[x0]/(f[x0] - f[p]) * (x0 - p);
 Print["n = ", n, " xn = ", x1, " f(xn) = ", f[x1], " εn = ", eps = R * Abs[x1 - x0]];
 x0 = x1
]
```

n = 0 x_n = -5. f(x_n) = 1200.77

n = 1 x_n = -5.73803 f(x_n) = 233.504 ε_n = 2.81265

n = 2 x_n = -5.83075 f(x_n) = 22.4867 ε_n = 0.353364

n = 3 x_n = -5.83923 f(x_n) = 1.9943 ε_n = 0.0323239

n = 4 x_n = -5.83998 f(x_n) = 0.175555 ε_n = 0.0028534

n = 5 x_n = -5.84005 f(x_n) = 0.0154435 ε_n = 0.000251076

n = 6 x_n = -5.84006 f(x_n) = 0.00135849 ε_n = 0.0000220863

Сравнение между методите

Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 по метода на разполовяването, използвайки интервала от локализацията на корена . Направете сравнение между двата метода .

In[118]:=

$$\text{Log2}\left[\frac{-5 - (-6)}{0.0001}\right] - 1$$

Out[118]=

12.2877

Извод: По метода на разполовяването биха били необходими 13 итерации за достигане на исканата точност. А по метода на хордите бяха достатъчни 5 итерации. Следователно методът на хордите е по-ефективен.