Числено диференциране

$\frac{\nabla y}{\nabla x}$ - диференчно частно или

$y'(x_0) = \lim_{\nabla x \to 0} \frac{\nabla y}{\nabla x}$ (производна в точка)

Равномерна мрежа

$\{x_i\}_{i=0}{}^2$ - мрежа

$x_i = a + i.h, \ \ i = \overline{0,\ n}$

Оценка на грешката чрез порядък на грешката

$O(h^s)$, s - порядък на грешката

$o(h^s) = K.h^s$

Пример

h = 0.1

O(h) = K * 0.1 = 0.K

$O(h^2) = K * 0.1^2 = K * 0.01 = 0.0K$

$O(h^4) = K * 0.1^4 = K * 0.0001 = 0.000K$

h = 0.001

$O(h) = K * 0.001 = 0.000K$

$O(h^2) = K * 0.001^2 = K * 0.000001 = 0.00000K$

$O(h^4) = K * 0.001^4 = K * 0.000000000001 = 0.00000000000K$

$(y')_i \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h}$ (за всички точки без последната)

Ред на Тейлър за f(x) около т.a

$f(x) = f(a) + \frac{1}{1!}(x-a) * f'(a) + \frac{1}{2!}(x-a)^2 * f''(a) + \frac{1}{3!}(x-a)^3 + f'''(a) + \frac{1}{4!}(x-a)^4 * f^{IV}(\zeta) \quad \zeta \ni [x,a]$

$y(x) = y(x_i) + (x-x_i) * y'(x_i) + \frac{1}{2!}(x-x_i)^2 * y''(\zeta)$

В т. x_{i+1}

$y(x_{i+1}) = y(x_i) + (x_{i-1}-x_i) * y'(x_i) + \frac{1}{2!}(x_{i-1} - x_i)^2 * y''(\zeta)$

$y_{i+1} = y_i + h(y')_i + \frac{1}{2!} h^2 * y''(\zeta)$

$y_i' = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} + \frac{o(h^2)}{h}$

$\boldsymbol{y_i' = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} + O(h)}$

Аналогично за $x = x_{i-1}$

$\boldsymbol{y_i' = \frac{y_i - y_{i+1}}{h} + O(h)}$ (и за последната точка)

$y(x) = y(x_i) + (x-x_i) * y'(x_i) + \frac{1}{2!}(x-x_i)^2 * y''(x_i) + \frac{1}{3!}(x-x_i)^3 * y'''(x_i) + \frac{1}{4!}(x-x_i)^4 * f^{IV}(\zeta)$

За $\boldsymbol{x = x_{i+1}}$

$y_{i+1} = y_i + h^* y_i' + \frac{1}{2} h^2 * y_i'' + \frac{1}{6} h^3 * y_i''' + O(h^4)$ (1)

За $\boldsymbol{x = x_{i-1}}$

$y_{i-1} = y_i - h^* y_i' + \frac{1}{2} h^2 * y_i'' - \frac{1}{6} h^3 * y_i''' + O(h^4)$ (2)

(1) - (2)

$y_{i+1} - y_{i-1} = 2h^* y_i' + O(h^3)$ $|:2h$

$y_i' = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + O(h^2)$ (само за вътрешни точки)

(1) + (2)

$y_{i+1} + y_{i-1} = 2 y_i + h^2 * y_i'' + O(h^4)$ $|:h^2$

$y_i'' = \frac{y_{i-1} \times 2 y_i + y_{i+1}}{h^2} + O(h^2)$ (само за вътрешните възли)

Задача:

	$i=0$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	-> h = 0.1 (стъпката е равномерна)
y	-4		1	11	20	
y'	35					
y''	X				X	(първата и последната точка не ги търсим)