

# Метод на Гаус-Жордан за решаване на системи линейни алгебрични уравнения(СЛАУ)

Въвеждаме разширената матрица

```
In[1]:= A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix}$   
Out[1]= { {1, 2, -1, 3}, {2, -1, 3, 4}, {3, 1, -1, 10} }
```

---

## Основни действия за работа с елементи на матрица

Достъпване до ред на матрица (елемент от списък)

```
In[2]:= A[[1]]  
Out[2]= {1, 2, -1, 3}
```

Достъпване на елемент от матрицата

```
In[3]:= A[[1]][[1]]  
Out[3]= 1
```

```
In[4]:= A[[1, 1]]  
Out[4]= 1
```

Действия с елементите на матрицата

```
In[5]:=  $\frac{A[[1]]}{4}$   
Out[5]=  $\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right\}$ 
```

```
In[6]:=  $\frac{A[[1]]}{A[[3, 4]]}$   
Out[6]=  $\left\{ \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{3}{10} \right\}$ 
```

```
In[7]:= A[[2]] - 2 * A[[1]]
```

```
Out[7]= {0, -5, 5, -2}
```

## Постъпково прилагане на метода на Гаус-Жордан

Броят на стъпките е равен на броя на стълбовете в основната матрица

```
In[8]:= Length[A]
```

```
Out[8]= 3
```

Първа стъпка - целта е в A да се получи първи стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{11} = 1$ .

```
In[9]:= A[[1]] = A[[1]] / A[[1, 1]]
```

```
Out[9]= {1, 2, -1, 3}
```

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме втория ред

```
In[10]:= A[[2]] = A[[2]] - A[[2, 1]] * A[[1]]
```

```
Out[10]= {0, -5, 5, -2}
```

Променяме третия ред

```
In[11]:= A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 1]] * A[[1]]
```

```
Out[11]= {0, -5, 2, 1}
```

```
In[12]:= A // MatrixForm
```

```
Out[12]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Втора стъпка - целта е в A да се получи втори стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{22} = 1$ .

$$\text{In[13]:= } A[[2]] = \frac{A[[2]]}{A[[2, 2]]}$$

$$\text{Out[13]= } \left\{ 0, 1, -1, \frac{2}{5} \right\}$$

$$\text{In[14]:= } A // \text{MatrixForm}$$

$$\text{Out[14]//MatrixForm= } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

$$\text{In[15]:= } A[[1]] = A[[1]] - A[[1, 2]] * A[[2]]$$

$$\text{Out[15]= } \left\{ 1, 0, 1, \frac{11}{5} \right\}$$

$$\text{In[16]:= } A // \text{MatrixForm}$$

$$\text{Out[16]//MatrixForm= } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Променяме третия ред

$$\text{In[17]:= } A[[3]] = A[[3]] - A[[3, 2]] * A[[2]]$$

$$\text{Out[17]= } \{ 0, 0, -3, 3 \}$$

$$\text{In[18]:= } A // \text{MatrixForm}$$

$$\text{Out[18]//MatrixForm= } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Трета стъпка - целта е в A да се получи трети стълб като на единичната матрица.

Първи етап - получаваме единица на мястото на главния елемент  $a_{33} = 1$ .

Променяме третия ред

```
In[19]:= A[[3]] =  $\frac{A[[3]]}{A[[3, 3]]}$ 
```

```
Out[19]= {0, 0, 1, -1}
```

```
In[20]:= A // MatrixForm
```

```
Out[20]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Втори етап - получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.

Променяме първия ред

```
In[21]:= A[[1]] = A[[1]] - A[[1, 3]] * A[[3]]
```

```
Out[21]= {1, 0, 0,  $\frac{16}{5}$ }
```

```
In[22]:= A // MatrixForm
```

```
Out[22]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Променяме втория ред

```
In[23]:= A[[2]] = A[[2]] - A[[2, 3]] * A[[3]]
```

```
Out[23]= {0, 1, 0,  $-\frac{3}{5}$ }
```

```
In[24]:= A // MatrixForm
```

```
Out[24]//MatrixForm=
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

## Съставяне на програмен код

### Решаване на СЛАУ

```
In[25]:= A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix}$ ; (*Въвеждаме разширената матрица*)
```

```
In[26]:= n = Length[A];
```

```
In[27]:= For[col = 1, col ≤ n, col++, (*цикъл по стъпките*)
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
  от стълба.*)
  For[row = 1, row ≤ n, row++,
    If[row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]]
  ];
  Print[A // MatrixForm]
]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

За сравнение :

```
In[28]:= LinearSolve[ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , {3, 4, 10}]
```

```
Out[28]=  $\left\{ \frac{16}{5}, -\frac{3}{5}, -1 \right\}$ 
```

### Добавяме намиране на детерминанта

```
In[29]:= A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 10 \end{pmatrix}$ ; (*Въвеждаме разширената матрица*)
```

```
In[30]:= n = Length[A];
```

In[31]:=

**deter = 1;**In[32]:= **For**[**col** = 1, **col** ≤ **n**, **col**++, (\*цикъл по стъпките\*)**deter = deter \* A[[col, col];**

(\*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент\*)

**A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;**

(\*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи от стълба.\*)

**For**[**row** = 1, **row** ≤ **n**, **row**++,**If**[**row** ≠ **col**, **A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] \* A[[col]]****];****Print**[**A // MatrixForm**]**]**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{11}{5} \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

In[33]:= **Print**["Детерминантата на матрицата е ", **deter**]

Детерминантата на матрицата е 15

За сравнение:

In[34]:= **Det** $\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}\right]$ 

Out[34]=

15

## Добавяме намиране на обратна матрица

In[35]:= **A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$** ; (\*Въвеждаме разширената матрица\*)In[36]:= **n = Length**[**A**];

In[37]:=

**deter = 1;**

```

In[38]:= For[ col = 1, col ≤ n, col++, (*цикъл по стъпките*)
  deter = deter * A[[col, col]];
  (*Първи етап-получаваме единица на мястото на главния елемент*)
  A[[col]] =  $\frac{A[[col]]}{A[[col, col]]}$ ;
  (*Втори етап-получаваме на нули във всички останали елементи
    от стълба.*)
  For[ row = 1, row ≤ n, row++,
    If[ row ≠ col, A[[row]] = A[[row]] - A[[row, col]] * A[[col]] ]
  ];
  Print[A // MatrixForm]
]

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 5 & -2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 2 & 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \frac{11}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{16}{5} & -\frac{2}{15} & \frac{1}{15} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{5} & \frac{11}{15} & \frac{2}{15} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

```

In[39]:= Print["Детерминантата на матрицата е ", deter]

```

Детерминантата на матрицата е 15

За сравнение:

```

In[40]:= Inverse[ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ ] // MatrixForm

```

Out[40]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} -\frac{2}{15} & \frac{1}{15} & \frac{1}{3} \\ \frac{11}{15} & \frac{2}{15} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$