Метод на Якоби (простата итерация) за решаване на СЛАУ

Задача 3: Съставете задача, в която да не са изпълнени ДУ за сходимост. Направете няколко итерации. Какво се получава? Възможно ли е процесът да се схожда?

In[78]:= $A = \begin{pmatrix} 1 & 10.4 & -90 \\ 22.8 & 3 & 66.5 \\ 14 & 53.1 & -1 \end{pmatrix}$; b = {10, 204, -99.7};

1. Конструиране на метода - получаване на матрицата **B** и вектора **c**

```
In[79]:= n = Length[A];
```

```
In[80]:= c = Table[0, n];
```

```
In[81]:= B = Table[0, {i, n}, {j, n}];
```

In[82]:= For[i = 1, i ≤ n, i++,

$B[[i]] = -\frac{A[[i]]}{A[[i,\ i]]}$;

B[[i, i]] = 0;

$c[[i]] = \frac{b[[i]]}{A[[i,\ i]]}$

]

2. Избор на начално приближение

```
In[83]:= x = {-1.4, 23, 10.9};
```

Първа норма

In[84]:= $N\left[\mathrm{Max}\left[\mathrm{Table}\left[\sum_{j=1}^{n} \mathrm{Abs}[B[[i,\ j]]],\ \{i,\ n\}\right]\right]\right]$

Out[84]= 100.4

Втора норма

In[85]:=
$$N\left[\mathrm{Max}\left[\mathrm{Table}\left[\sum_{i=1}^{n} \mathrm{Abs}[B[[i, j]]], \{j, n\}\right]\right]\right]$$

Out[85]= 112.167

Трета норма

In[86]:=
$$N\left[\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} B[[i, j]]^2}\right]$$

Out[86]= 108.503

Избираме най-малката възможна норма, която в случая е първа.

3. Извършваме итерациите с приближение 10^{-3}

In[87]:= $N[10^{-3}]$

Out[87]= 0.001

In[88]:=
$$\mathrm{normB} = N\left[\mathrm{Max}\left[\mathrm{Table}\left[\sum_{j=1}^{n} \mathrm{Abs}[B[[i, j]]], \{i, n\}\right]\right]\right];$$

In[89]:=
```
normx0 = Norm[x, 1];
normc = Norm[c, 1];
```

In[91]:=
$$\mathrm{For}\Big[k = 0,\ k \le 15,\ k{+}{+},$$
$$\quad \mathrm{Print}\left["k = ", k, "\ x^{(k)} = ", N[x], "\ \varepsilon_k = ", \mathrm{eps} = \mathrm{normB}^k \left(\mathrm{normx0} + \frac{\mathrm{normc}}{1 - \mathrm{normB}}\right)\right];$$
$$\quad x = B.x + c$$
$$\Big]$$

$k = 0 \; x^{(k)} = \{-1.4, 23., 10.9\} \; \varepsilon_k = 33.5123$

$k = 1 \; x^{(k)} = \{751.8, -162.977, 1301.4\} \; \varepsilon_k = 3364.63$

$k = 2 \; x^{(k)} = \{118\,831., -34\,493.4, 1970.84\} \; \varepsilon_k = 337\,809.$

$k = 3 \; x^{(k)} = \{536\,117., -946\,734., -167\,865.\} \; \varepsilon_k = 3.3916 \times 10^{7}$

$k = 4 \; x^{(k)} = \{-5.26184 \times 10^{6}, -353\,403., -4.27659 \times 10^{7}\} \; \varepsilon_k = 3.40517 \times 10^{9}$

$k = 5 \; x^{(k)} = \{-3.84525 \times 10^{9}, 9.87966 \times 10^{8}, -9.24313 \times 10^{7}\} \; \varepsilon_k = 3.41879 \times 10^{11}$

$k = 6 \; x^{(k)} = \{-1.85937 \times 10^{10}, 3.12728 \times 10^{10}, -1.3725 \times 10^{9}\} \; \varepsilon_k = 3.43247 \times 10^{13}$

$k = 7 \; x^{(k)} = \{-4.48762 \times 10^{11}, 1.71736 \times 10^{11}, 1.40027 \times 10^{12}\} \; \varepsilon_k = 3.4462 \times 10^{15}$

$k = 8 \; x^{(k)} = \{1.24239 \times 10^{14}, -2.76288 \times 10^{13}, 2.83649 \times 10^{12}\} \; \varepsilon_k = 3.45998 \times 10^{17}$

$k = 9 \; x^{(k)} = \{5.42624 \times 10^{14}, -1.00709 \times 10^{15}, 2.72251 \times 10^{14}\} \; \varepsilon_k = 3.47382 \times 10^{19}$

$k = 10 \; x^{(k)} = \{3.49763 \times 10^{16}, -1.01588 \times 10^{16}, -4.58797 \times 10^{16}\} \; \varepsilon_k = 3.48772 \times 10^{21}$

$k = 11 \; x^{(k)} = \{-4.02352 \times 10^{18}, 7.51181 \times 10^{17}, -4.9766 \times 10^{16}\} \; \varepsilon_k = 3.50167 \times 10^{23}$

$k = 12 \; x^{(k)} = \{-1.22912 \times 10^{19}, 3.16819 \times 10^{19}, -1.64416 \times 10^{19}\} \; \varepsilon_k = 3.51567 \times 10^{25}$

$k = 13 \; x^{(k)} = \{-1.80924 \times 10^{21}, 4.57869 \times 10^{20}, 1.51023 \times 10^{21}\} \; \varepsilon_k = 3.52974 \times 10^{27}$

$k = 14 \; x^{(k)} = \{1.31159 \times 10^{23}, -1.97266 \times 10^{22}, -1.01648 \times 10^{21}\} \; \varepsilon_k = 3.54385 \times 10^{29}$

$k = 15 \; x^{(k)} = \{1.13674 \times 10^{23}, -9.74277 \times 10^{23}, 7.88744 \times 10^{23}\} \; \varepsilon_k = 3.55803 \times 10^{31}$

Извод: Не е възможно да се схожда процесът (няма да се достигне примерното приближение 10^{-3}), тъй като резултатът винаги ще се увеличава, защото условията за сходимост не са изпълнени (по условие).