1 Теория на множествата

Според Кантор: "Множество е съвкупност от еднотипни обекти на нашите възприятия или на нашето мислене. Обектите наричаме елементи на множеството."

Множествата се означават с латински букви $A, B, \ldots, Z, a, b, \ldots, z$.

Нека A е произволно множество. Тогава ще използваме следните означения:

- $x \in A$, т.е. елементът x принадлежи на множеството A;
- $x \notin A$, т.е. елементът x не принадлежи на множеството A.

Има няколко начина за задаване елементите в едно множество като най-често това са:

- чрез явно изброяване, ако са краен брой - $M = \{2, 4, 6, 8\}$;
- чрез определена зависимост, на които тези елементи трябва да отговарят - *множеството на целите положителни числа, които се делят на 3* $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ се дели на } 3\}$.

Някои специални множества:

$\varnothing$ **Празното множество** е множество, което не съдържа елементи

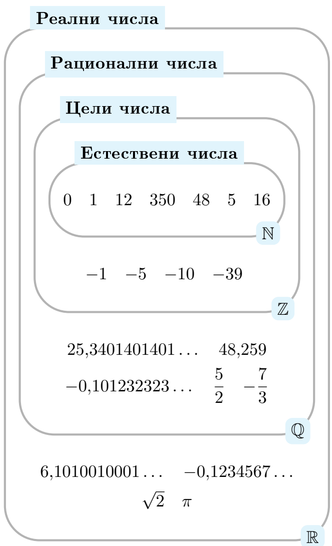
$\mathbb{U}$ **Универсалното множество** е множество на всички елементи

$\mathbb{N}$ Множеството на **естествените числа**

$\mathbb{Z}$ Множеството на **целите числа**

$\mathbb{Q}$ Множеството на **рационалните числа**

$\mathbb{R}$ Множеството на **реалните числа**

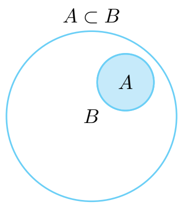


Дефиниция

Множеството A е *подмножество* на B (означава се с $A \subseteq B$), ако всеки елемент на A е елемент и на B. Множеството B се нарича *супермножество* на A.

Дефиниция

Ако всеки елемент на множеството A е елемент и от множеството B, но в B има елементи, които не са от A, казваме, че A е *истинско подмножество* на A и бележим с $A \subset B$.



Дефиниция

Множеството A е *еквивалентно* на множеството B, ако $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, т.е.

$$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A).$$

Запомнете:

- ☐ *Две множества са еднакви, ако съдържат едни и същи елементи ($A = B$);*
- ☐ *Две множества са различни, съществува поне един елемент, който принадлежи на едното, но не принадлежи на другото множество ($A \neq B$);*
- ☐ *Един елемент не може да се повтаря в едно множество; т.е.* $\{2,7,5,2,7,5\} = \{2,5,5,7,2\} = \{2,7,5,2,7,5\} = \{2,5,7\}$;
- ☐ *Елементите на едно множество не са подредени, т.е.* $\{2,5,7\} = \{7,5,2\} = \{5,7,2\}$.

Теорема 1

За всяко произволно множество A е вярно: $\varnothing \subset A$.

В много случаи се налага да разгледаме всички подмножества на дадено множество.

Дефиниция

Множеството от всички подмножества на A се нарича обвивка на A и се означава с $\mathcal{P}(A)$, т.е. $\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$.

Пример: Нека $A = \{3,5\}$. Тогава $\mathcal{P}(A) = \{\varnothing, \{3\}, \{5\}, \{3,5\}\}$.

Дефиниция

Ако множеството A има краен брой елементи, то A е крайно множество и мощността му е броя на тези елементи, т.е. $|A| = n$.

Пример: Нека $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$. Тогава $|A| = 5$.

Задачи за самоподготовка

***Задача* 1.** Определете всички елементи на следните множества:

а) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 5\}$;

б) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 8 < x \leq 15\}$;

в) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 4\}$;

г) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < 2x + 1 \leq 15\}$;

д) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ е четно число и } x \leq 64\}$.

***Задача* 2.** Запишете чрез формула следните множества:

а) $\{0, 3, 6, 9, 12\}$;

б) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;

в) $\{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \pm 9\}$;

г) $\{2, 5, 8, \dots, 32\}$;

д) $\{23, 18, 13, 8, 3, -2, -7\}$.

***Задача* 3.** Кои от следните двойки множества са равни?

а) $\{0, 1, 2\}$ и $\{1, 0, 2\}$;

б) $\{0, 1, 3, \{1, 2\}\}$ и $\{0, 1, 2, \{2, 3\}\}$;

в) $\{\{1, 3, 5\}, \{2, 4, 6\}, \{5, 1, 4\}\}$ и $\{\{5, 3, 1\}, \{2, 4, 6\}, 5, 1, 4\}$;

г) $\{5, \{2, 4, 6\}, 3, \{5, 1, 3\}, 1\}$ и $\{\{1, 3, 5\}, \{5, 3, \}, \{6, 4\}, 1, 2\}$;

д) $\varnothing$ и $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 1 \text{ и } x^2 = x\}$.

***Задача* 4**. На мястото на $\square$ поставете необходимият символ измежду $=, \in, \notin, \subset, \supset$, така че да се получи вярно твърдение:

а) $2 \, \square \, \{x \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq x < 5\}$;

б) $\varnothing \, \square \, \{x \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq x < 5\}$;

в) $\{2, 4\} \, \square \, \{x \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq x \leq 5\}$;

г) $\{1, 3, 5\} \, \square \, \{x \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq x \leq 5\}$;

д) $\{1, 2, 3, 4, 5\} \, \square \, \{x \in \mathbb{N} \,|\, 1 \leq x < 5\}$.

***Задача* 5**. Нека $S = \{\varnothing, a, \{a\}\}$. Определете дали следващите множества са елементи на S, подмножество на S, нито едното или и двете.

а) $\{a\}$;

б) $\{\{a\}\}$;

в) $\varnothing$;

г)$\{\{\varnothing\}, a\}$;

д) $\{\{\varnothing\}\}$;

е) $\{\varnothing, a\}$.

***Задача* 6**. Дадени са множествата $A = \{1, 3, 5, 12\}$; $B = \{1, 5, 12, 35\}$, $C = \{12, 3, 5, 1\}$ и $D = \{1, 5, 12, 35, 104\}$. Вярно ли е, че:

а) $A \subseteq B$; **б)** $A \subseteq C$; **в)** $A \subset C$; **г)** $B \subset D$.

***Задача* 7**. Образувайте множеството $\mathcal{P}(A)$, ако:

а) $A = \{2, 3, 5, 11\}$;

б) $A = \{\varnothing, \{7, 9\}, 14, 16\}$;

в) $A = \{\varnothing, \{0\}\}$.

***Задача* 8**. Нека $A = \{1, 2, 4, 61, 17, 9, 11\}$. Напишете всички подмножества на A, които

- съдържат точно две четни и точно едно нечетно число;
- съдържат точно пет елемента;
- не съдържат четни елементи.

Задача 9. Нека е дадено множеството
$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 3k + 5 \text{ за някое } k \in \mathbb{N}\}.$$
Проверете дали е вярно, че

а) $23 \in A$; **б)** $52 \in A$; **в)** $35 \notin A$.

Задача 10. Нека са дадени множествата:
$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k + 1 \text{ за някое } k \in \mathbb{N}\},$$
$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 4k + 1 \text{ за някое } k \in \mathbb{N}\},$$
$$C = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k - 1 \text{ за някое } k \in \mathbb{N}\}.$$
Проверете дали е вярно, че

а) $35 \in A$; **б)** $35 \in B$; **в)** $35 \notin B$;

г) $A = C$; **д)** $B \subset C$; **е)** $B \subset A$.

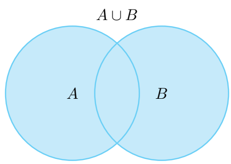
1.1 Операции с множества

Диаграмата на Вен е нагледно графично представяне на отношения между крайни множества. Тези диаграми се използват при теорията на множествата, логически следствия, положения от теория на вероятностите и други.

Дефиниция

Обединение на множествата A и B е множеството от всички обекти, които са елементи или на A, или на B.

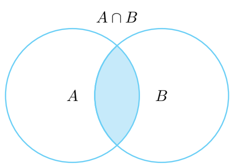
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$$



Пример: Нека $A = \{3, 5, 17\}$ и $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Тогава $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 17\}$.

Дефиниция

Сечение на множествата A и B е множеството от всички обекти, участващи едновременно и в A, и в B.
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$



Пример: Нека $A = \{3, 5, 17\}$ и $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Тогава $A \cap B = \{3, 5\}$.

Дефиниция

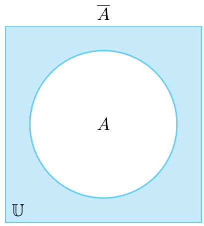
Две множества се наричат *непресичащи се,* ако тяхното сечение е празното множество.

Пример: Нека $C = \{a, b, c, d\}$ и $D = \{m, n, k\}$. Тогава $C \cap D = \varnothing$.

Дефиниция

Допълнение (или комплимент) на множеството A е множеството от всички елементи на $\mathbb{U}$, които не са в A.

$$\overline{A} = \{x \in \mathbb{U} \mid x \notin A\}$$



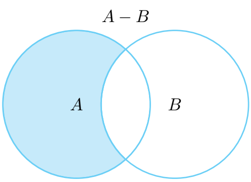
Пример: Нека $A = \{a, e, i, o, u\}$, а универсалното множество е множеството от всички латински букви. Тогава

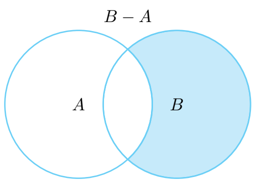
$$\overline{A} = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}.$$

Дефиниция

Разлика на множествата A и B е множеството от елементи на A, които не са от B.

$$A - B = A \cap \overline{B} \quad \text{или} \quad A - B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$





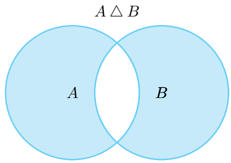
Пример: Нека $A = \{3, 5, 17\}$ и $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Тогава

$$A - B = \{17\} \qquad B - A = \{1, 7\}.$$

Дефиниция

Симетрична разлика на множествата A и B е множеството от всички елементи на A, които не са в B или са елементи на B, но не са в A.

$A \triangle B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\} \cup \{x \mid x \in B \text{ и } x \notin A\}$



Пример: Нека $A = \{3, 5, 17\}$ и $B = \{1, 3, 5, 7\}$. Тогава $A \triangle B = \{1, 7, 17\}$.

В следващата таблица са зададени някои от основните правила при работа с множества.

Закони за множества	
Комутативен	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
Дистрибутивен	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Неутрални елементи	$A \cup \varnothing = A$ $A \cap \mathbb{U} = A$
Инверсни елементи	$A \cup \overline{A} = \mathbb{U}$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$
Идемпотентност	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
Асоциативност	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Абсорбация	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
Де Морган	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
Поглъщане	$A \cup \mathbb{U} = \mathbb{U}$ $A \cap \varnothing = \varnothing$
Двойно отрицание	$\overline{\overline{A}} = A$

Нека да разгледаме няколко примера за използването на различните операции с множества.

Пример 1: Да се намерят елементите на множествата A и B, ако е известно, че $A - B = \{1, 2, 7, 8\}$, $B - A = \{3, 4, 9\}$ и $A \cap B = \{0, 5, 6\}$.
Решение: Можем да представим множеството A по следния начин

$$A = (A - B) \cup (A \cap B)$$

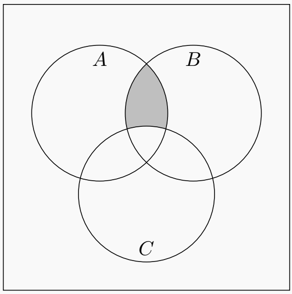
Тогава елементите на множеството A са

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{1, 2, 7, 8\} \cup \{0, 5, 6\} = \{0, 1, 2, 5, 6, 7, 8\}.$$

Аналогично елементите на множеството B са

$$B = (B - A) \cup (A \cap B) = \{3, 4, 9\} \cup \{0, 5, 6\} = \{0, 3, 4, 5, 6, 9\}.$$

Пример 2: Нека са дадени множествата A, B и C. Като използвате диаграмите на Вен представете графично множеството $A \cap (B - C)$.
Решение: Търсеното множество $A \cap (B - C)$ е оцветено в сив цвят.



Задачи за самоподготовка

***Задача* 1**. За множествата $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ намерете

а) $A \cap B \cap C$; **б)** $A \cup B \cup C$; **в)** $(A \cup B) \cap C$; **г)** $(A \cap B) \cup C$.

***Задача* 2**. Да се определят множествата $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ и $A \triangle B$, ако A и B са следните множества

а) $A = \{1, 5, 10, 15, 20, 25\}$ и $B = \{1, 5, 10, 30\}$;

б) $A = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x \leq 46\}$ и $B = \{x \in \mathbb{N} \,|\, 20 \leq x < 37\}$;

в) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -10 \leq x < 16\}$ и $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 17\}$.

***Задача* 3**. Дадени са множествата $A = \{2, 5, 7, 3\}$, $B = \{4, 1, 3, 5\}$ и $C = \{7, 10, 2\}$ като $\mathbb{U} = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Намерете:

а) $M = A \cup B$; **б)** $N = \overline{A} \cap C$; **в)** $P = (A \cup B) \cap C$;

г) $Q = (\overline{A \cup B}) \cap C$; **д)** $L = \mathbb{U} - B$; **е)** $S = (A \triangle B) \cup C$.

Определете мощността на всяко от получените множества.

***Задача* 4**. Нека $A = \{5, 6, 7\}$, $B = \{7, 4, 9, x\}$ и $C = \{x, y, 6, 10\}$. Да се намерят числата x и y така, че $A \cap B = \{5, 7\}$ и $A \subset C$.

***Задача* 5**. Намерете множествата A и B, ако е известно, че
$$A - B = \{1, 5, 7, 8\},\ B - A = \{2, 10\} \text{ и } A \cap B = \{3, 6, 9\}.$$

***Задача* 6**. Дадени са множествата
$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ е просто число не по-голямо от $15\}$;
$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ е нечетно число не по-голямо от $15\}$;
$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ е четно число не по-голямо от $15\}$;
$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ е число не по-голямо от 15, което се дели едновременно и на 2, и на $3\}$.

а) Вярно ли е, че:
1. $A \subset B$ **2**. $B \subseteq A$ **3**. $A \subset C$ **4**. $D \subseteq C$;

б) Намерете:
1. $|\{A \cap B\} \times D|$ **2**. $\mathcal{P}(B - A)$;

***Задача* 7**. Нека са дадени множествата A, B и C. Като използвате диаграмите на Вен представете графично следните множества:

а) $A \cup \overline{B}$; **б)** $\overline{A \cup B}$; **в)** $A \cap (B \cup C)$;

г) $(A \cap B) \cup C$; **д)** $\overline{A} \cap B \cap \overline{C}$; **е)** $(A \cup B) - C$.

1.2 Наредени двойки. Декартово произведение

Дефиниция

Елементите x и y образуват *наредена двойка*, ако единият от тях е приет за първи, а другият - за втори. Означаваме с (x, y). В някои случаи x и y се наричат координати.

Две наредени двойки (a, b) и (c, d) са *еквивалентни*, когато $a = c$ и $b = d$.

При множествата не е от значение подредбата на елементите, но за наредените двойки не е така: $\{a, b\} = \{b, a\}$, *но* $(a, b) \neq (b, a)$.

Аналогично *наредена n-торка* ще наричаме всяко множество от n елемента, в който е указано кой е първи, кой втори и т.н. кой е $n-$ ти и ще означаваме с $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Наредената n-торка $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ се нарича още *крайна последователност* или *нареден списък*.

Всеки елемент в множеството се съдържа само веднъж в него, а елементите му са неподредени.

Дефиниция

Обекти, подобни на множествата, в които даден елемент може да се срещне няколко пъти се нарича *списък*.

Дефиниция

Декартово произведение на множествата A и B е множеството от наредени двойки с първи елемент от A и втори – от B. Бележим с $A \times B$ и

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ и } b \in B\}.$$

Декартово произведение на n множества $A_1, A_2, \ldots, A_n$ се въвежда по аналогичен начин

$$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_i \in A_i,\ i = 1, \ldots, n\}.$$

Пример: Нека A представлява множеството на всички студенти в университета, а B представлява всички учебни курсове. Тогава декартовото произведение $A \times B$ се състои от наредена двойка *(студент, учебен курс)*.

Пример: Нека са дадени множествата $A = \{1, 2, 3\}$ и $B = \{x, y\}$. Намерете декартовото произведение $A \times B$ и $B \times A$.
Решение: $A \times B = \{(1, x); (1, y); (2, x); (2, y); (3, x); (3, y)\}$
$B \times A = \{(x, 1,); (y, 1); (x, 2); (y, 2); (x, 3); (y, 3)\}$

Важно е да се отбележи, че двете множества не са равни $A \times B \neq B \times A$

въпреки, че броят на елементите им е равен, т.е. $|A \times B| = |B \times A|$.

Друг начин за представяне на декартово произведение е чрез таблица:

A/B	x	y
1	$(1, x)$	$(1, y)$
2	$(2, x)$	$(2, y)$
3	$(3, x)$	$(3, y)$

Задачи за самоподготовка

***Задача* 1**. Нека $A = \{1, 5, 7\}$ и $B = \{3, 4, 9\}$ и $C = \{2, 3\}$. Образувайте:

а) $A \times B$; **б)** $A \times B \times C$; **в)** C^2.

***Задача* 2**. Нека $A = \{a, b, c\}$ и $B = \{x, y\}$ и $C = \{0, 1\}$. Намерете:

а) $A \times B \times C$; **б)** $C \times B \times A$;

в) $C \times A \times B$; **г)** $B \times B \times B$.

***Задача* 3**. Даден е наредения списък (a, a, b, a, c). Напишете всички под последователности от този списък с дължина 3.

***Задача* 4**. Намерете декартовото произведение $A \times B$, $A \times C$, $B \times C$, $A \times B \times C$ и определете броя на елементите им, ако A, B и C са следните множества:

а) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c\}$ и $C = \{x, y\}$;

б) $A = \{x \in \mathbb{N} \,|\, 3 < x \leq 7\}$, $B = \{y \in \mathbb{Z} \,|\, |y| < 2\}$ и $C = \{z \in \mathbb{N} \,|\, |z| = 1\}$.

***Задача* 5**. Намерете декартовото произведение $A \times B$ и го онагледете геометрично, ако

а) $A = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, -1 \leq x < 2\}$ и $B = \{y \in \mathbb{Z} \,|\, 0 < y \leq 3\}$;

б) $A = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, -5 \leq x < 3\}$ и $B = \{y \in \mathbb{Z} \,|\, -2 < y \leq 2\}$;

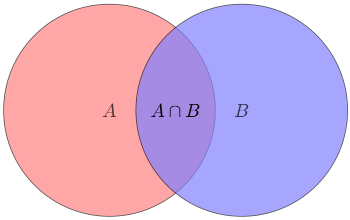
в) $A = \{x \in \mathbb{N} \,|\, 4 < x \leq 6\}$ и $B = \{y \in \mathbb{Z} \,|\, |y| \leq 2\}$;

г) $A = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, x^2 - 1 > 0\}$ и $B = \{y \in \mathbb{Z} \,|\, y \leq 2\}$.

1.3 Принцип на включването и изключването

Определяне броя на елементите на обединението на две множества A и B:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



Пример: Една софтуерна компания има 52 служители. От тях 32 владеят Java, 15 владеят Python, а 11 не владеят нито един от тези два езика. Колко са служителите в тази компания, които владеят и Java, и Python?

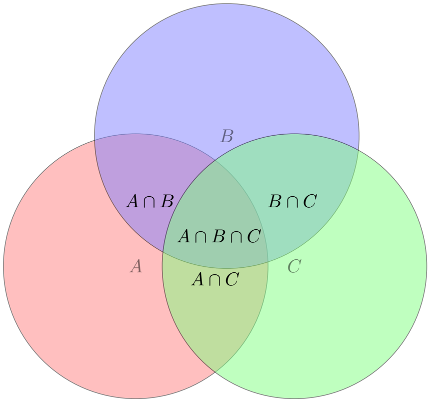
Решение: Нека означим с U множеството от всички служители, а с J и P- множеството програмисти, владеещи съответно Java и Python. Тогава броят на служителите, които владеят поне един програмен език е $52 - 11 = 41$, т.е. $|J \cup P| = 41$. От принципа на включването и изключването е в сила следното равенство:

$$|J \cup P| = |J| + |P| - |J \cap P|$$

Заместваме и получаваме $41 = 32 + 15 - |J \cap P| \Rightarrow |J \cap P| = 6$.

Определяне броя на елементите на обединението на три множества A, B и C:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

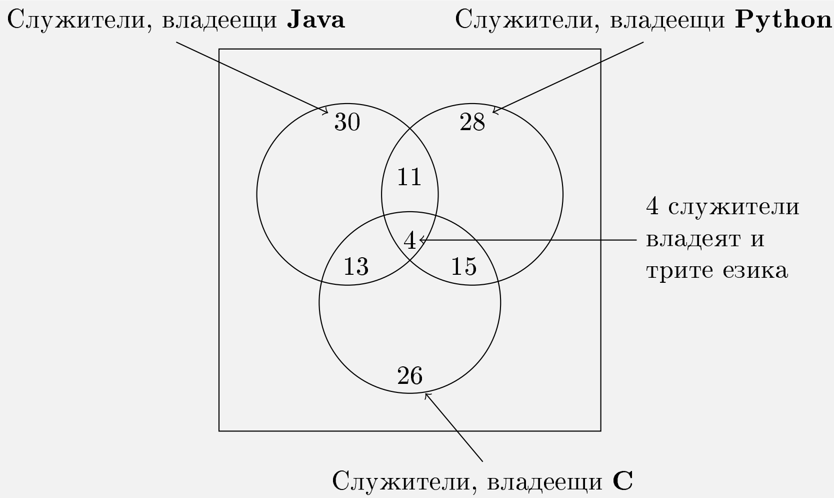


Пример: Една софтуерна компания провела анкета сред служителите си за владеене на програмни езици като всеки служител владее поне по един програмен език. Като резултат се получило, че 30 владеят Java, 28 владеят Python, а 26 - C. Резултатите от анкетата показват още, че 13 владеят Java и C, 15 - Python и C, 11 - Java и Python, а 4 души владеят и трите езика. Колко служители са участвали в анкетата?

Решение: Нека означим с U множеството от всички служители, а с J, P и C- множеството програмисти, владеещи съответно Java, Python и C. От принципа на включването и изключването е в сила следното равенство:

$$|J \cup P \cup C| = |J| + |P| + |C| - |J \cap P| - |J \cap C| - |P \cap C| + |J \cap P \cap C|$$
$$= 30 + 28 + 26 - 11 - 13 - 15 + 4 = 49.$$

На фигурата подолу е показано графично решение с помощта на Диаграмите на Вен.



Задачи за самоподготовка

***Задача* 1**. Колко естествени числа не надминаващи 1000 се делят на 7 или 11?

***Задача* 2**. Във ФМИ има 1807 второкурсници. От тях 453 посещават лекции по информатика, 567 посещават лекции по математика, а 299 посещават лекции и по двете и по информатика и по математика. Колко от тях не посещават лекции по информатика или по математика?

***Задача* 3**. Проучване на домакинствата показва, че 96% имат поне един телевизор, 98% имат домашен телефон, а 95% имат домашен телефон и поне един телевизор. Какъв процент от домакинствата нямат нито домашен телефон, нито един телевизор?

***Задача* 4**. Общо 1232 студенти са преминали курс по испански, 879 са преминали курс по френски и 114 са взели курс по руски език. Освен това 103 са преминали курсове както по испански, така и по френски език, 23 са преминали курсове както по испански, така и по руски език, а 14 са взели курсове и по двата езика френски и руски. Ако 2092 студента са преминали поне един от курсовете по езиците испански, френски и руски, колко студента са преминали курс по трите езика?

***Задача* 5**. Има 2504 студенти по компютърни науки. 1876 са преминали курс по Java, 999 са преминали курс по Linux и 345 са преминали курс по C. Освен това, 876 са преминали курсове по Java и Linux, 231 са преминали курсове както по Linux, така и по C и 290 са преминали курсове по Java и C. Ако 189 от тези студенти са взели курсове по Linux, Java и C, колко от всичките 2504 студенти не са преминали курс по нито един от тези три езика за програмиране?

***Задача* 6**. В една фирма работят общо 900 души. От тях 615 са жени, 345 са хора, по-млади от 35 години, а 482 са завършили университет. Известно е, че служителките с висше образование са 295, а тези, по-млади от 35 години, са 190. Също се знае, че от хората под 35 години 187 са завършили университет, а жените с висше образувание и по-млади от 35 години са 120. Колко от служителите в тази фирма са мъже поне на 35 години, които не са завършили университет?

***Задача* 7**. Нека S е крайно множество от естествени числа. Известно е, че сред тях има 80 числа, кратни на 2, 95 числа, кратни на 3, 70 числа, кратни на 5, 30 числа, кратни на 6, 33 числа, кратни на 10, 25 числа, кратни на 15, и 13 числа, кратни на 30. Намерете мощността на множеството S.