Метод на разполовяването

Задача 1: Дадено е уравененето:

$\frac{a-9x}{x^2+b+1}$ - x^2 + (2a + 1)sinx + a + b = 0, където **a** е предпоследната цифра на факултетния ни номер, а **b** последната.

=> $\frac{6-9x}{x^2+8}$ - x^2 + 13sinx + 13 = 0;

1. Представете геометрична интерпретация на уравнението.
2. Да се локализира един от корените.
3. Уточнете локализирания корен по **метода на разполовяването**.
4. Оценка на грешката.
5. Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 по **метода на разполовяването**, използвайки интервала от локализацията на корена.

In[∘]:=
```
f[x_] := (6 - 9 x)/(x^2 + 8) - x^2 + 13 Sin[x] + 13
```

In[∘]:=
```
f[x]
```

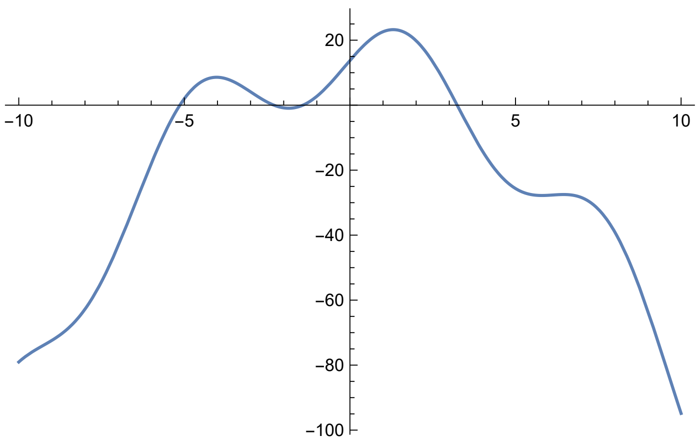
Out[∘]= $13 - x^2 + \frac{6 - 9x}{8 + x^2} + 13\,\mathrm{Sin}[x]$

---

1. Визуализация на функцията

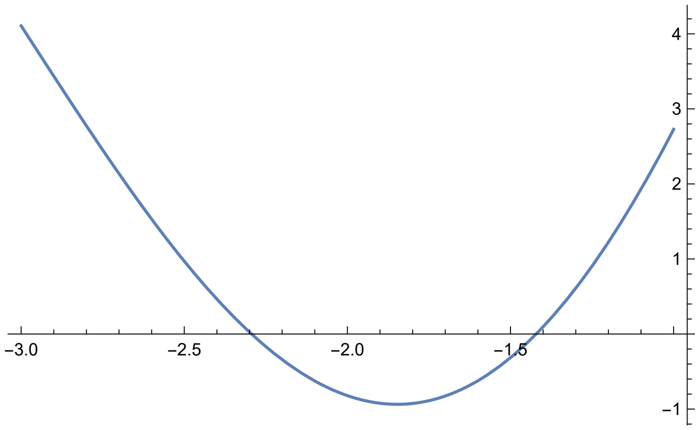
In[∘]:=
```
Plot[f[x], {x, -10, 10}]
```

Out[∘]=



In[∘]:= `Plot[f[x], {x, -3, -1}]`

Out[∘]=

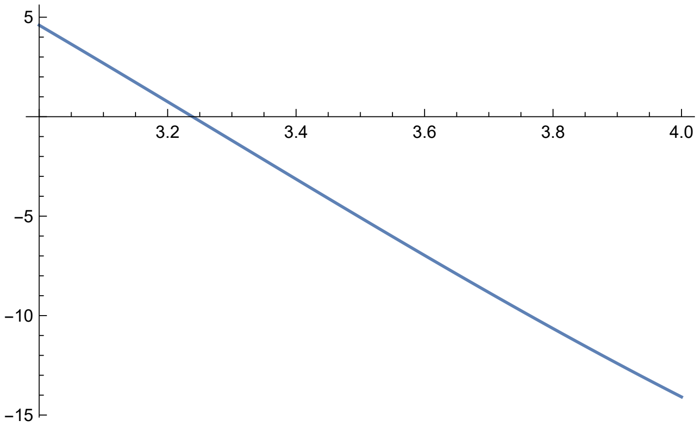


2. Да се локализира един от корените.

Локализираме най-големия корен

In[∘]:= `Plot[f[x], {x, 3, 4}]`

Out[∘]=



In[∘]:= `f[3.]`

Out[∘]= `4.59927`

In[∘]:= `f[4.]`

Out[∘]= `-14.0884`

Извод:

(1) Функцията е непрекъсната, защото е сума от непрекъснати функции (полином и синус)

(2) f(3) = 4.59927... > 0

f(4) = -14.0884... < 0

=> Функцията има различни знаци в двата края на разглеждания интервал [3; 4].

От (1) и (2) следва, че функцията има поне един корен в разглеждания интервал [3; 4].

3. Уточнете локализирания корен по **метода на разполовяването**.

```
In[•]:= f[x_] := (6 - 9 x)/(x^2 + 8) - x^2 + 13 Sin[x] + 13
a = 3.; b = 4.;
For[n = 0, n < 6 , n++,
 Print["n = ", n, " a_n = ", a, " b_n = ", b,
  " m_n = ", m = (a + b)/2 , " f(m_n) = ", f[m], " ε_n = ", (b - a)/2];
 If[f[m] > 0, b = m, a = m]
]
```

n = 0 a_n = 3. b_n = 4. m_n = 3.5 f(m_n) = -5.06944 ε_n = 0.5

n = 1 a_n = 3.5 b_n = 4. m_n = 3.75 f(m_n) = -9.75059 ε_n = 0.25

n = 2 a_n = 3.75 b_n = 4. m_n = 3.875 f(m_n) = -11.9725 ε_n = 0.125

n = 3 a_n = 3.875 b_n = 4. m_n = 3.9375 f(m_n) = -13.0448 ε_n = 0.0625

n = 4 a_n = 3.9375 b_n = 4. m_n = 3.96875 f(m_n) = -13.5704 ε_n = 0.03125

n = 5 a_n = 3.96875 b_n = 4. m_n = 3.98438 f(m_n) = -13.8304 ε_n = 0.015625

4. Оценка на грешката.

Цикъл при достигане на определена предварително зададена точност (със стоп-критерий):

```
In[•]:= f[x_] := (6 - 9 x)/(x^2 + 8) - x^2 + 13 Sin[x] + 13
a = 3.; b = 4.;
epszad = 0.00000001;
eps = Infinity;
For[n = 0, eps > epszad , n++,
 Print["n = ", n, " a_n = ", a, " b_n = ", b, " m_n = ",
  m = (a + b)/2 , " f(m_n) = ", f[m], " ε_n = ", eps = (b - a)/2];
 If[f[m] > 0, b = m, a = m]
]
```

n = 0 a_n = 3. b_n = 4. m_n = 3.5 $f(m_n)$ = −5.06944 ε_n = 0.5

n = 1 a_n = 3.5 b_n = 4. m_n = 3.75 $f(m_n)$ = −9.75059 ε_n = 0.25

n = 2 a_n = 3.75 b_n = 4. m_n = 3.875 $f(m_n)$ = −11.9725 ε_n = 0.125

n = 3 a_n = 3.875 b_n = 4. m_n = 3.9375 $f(m_n)$ = −13.0448 ε_n = 0.0625

n = 4 a_n = 3.9375 b_n = 4. m_n = 3.96875 $f(m_n)$ = −13.5704 ε_n = 0.03125

n = 5 a_n = 3.96875 b_n = 4. m_n = 3.98438 $f(m_n)$ = −13.8304 ε_n = 0.015625

n = 6 a_n = 3.98438 b_n = 4. m_n = 3.99219 $f(m_n)$ = −13.9596 ε_n = 0.0078125

n = 7 a_n = 3.99219 b_n = 4. m_n = 3.99609 $f(m_n)$ = −14.0241 ε_n = 0.00390625

n = 8 a_n = 3.99609 b_n = 4. m_n = 3.99805 $f(m_n)$ = −14.0563 ε_n = 0.00195313

n = 9 a_n = 3.99805 b_n = 4. m_n = 3.99902 $f(m_n)$ = −14.0724 ε_n = 0.000976563

n = 10 a_n = 3.99902 b_n = 4. m_n = 3.99951 $f(m_n)$ = −14.0804 ε_n = 0.000488281

n = 11 a_n = 3.99951 b_n = 4. m_n = 3.99976 $f(m_n)$ = −14.0844 ε_n = 0.000244141

n = 12 a_n = 3.99976 b_n = 4. m_n = 3.99988 $f(m_n)$ = −14.0864 ε_n = 0.00012207

n = 13 a_n = 3.99988 b_n = 4. m_n = 3.99994 $f(m_n)$ = −14.0874 ε_n = 0.0000610352

n = 14 a_n = 3.99994 b_n = 4. m_n = 3.99997 $f(m_n)$ = −14.0879 ε_n = 0.0000305176

n = 15 a_n = 3.99997 b_n = 4. m_n = 3.99998 $f(m_n)$ = −14.0882 ε_n = 0.0000152588

n = 16 a_n = 3.99998 b_n = 4. m_n = 3.99999 $f(m_n)$ = −14.0883 ε_n = 7.62939×10^{-6}

n = 17 a_n = 3.99999 b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 3.8147×10^{-6}

n = 18 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 1.90735×10^{-6}

n = 19 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 9.53674×10^{-7}

n = 20 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 4.76837×10^{-7}

n = 21 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 2.38419×10^{-7}

n = 22 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 1.19209×10^{-7}

n = 23 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 5.96046×10^{-8}

n = 24 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 2.98023×10^{-8}

n = 25 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 1.49012×10^{-8}

n = 26 a_n = 4. b_n = 4. m_n = 4. $f(m_n)$ = −14.0884 ε_n = 7.45058×10^{-9}

Колко биха били броя на итерациите за достигане на точност 0.0001 по метода на разполовяването, използвайки интервала от локализацията на корена .

In[•]:= $$\text{Log2}\left[\frac{4-3}{0.00000001}\right]-1$$

Out[•]= 25.5754

Извод: Най-малкото цяло число, което е по-голямо от 25.57 е 26. Следователно са необходими минимум 26 итерации за достигане на исканата точност.