

Интерполационен полином на Лагранж

Задача: (a и b са съответно предпоследната и последната цифра на факултетния номер)

1. Да се състави таблица $(x_i, f(x_i))$, където

$$x_i = -a + i(0.2), i = \overline{0, 10} \quad f(x) = \ln(x^2 + b + 1)$$

2. Изберете 3 подходящи точки, по които да се построи интерполационен полином за изчисляване на приближената стойност на функцията в точката

$$z = -a + (0.23)b + 0.02$$

3. Изберете 4 подходящи точки, по които да се построи интерполационен полином за изчисляване на приближената стойност на функцията в същата точка.

4. Да се построят интерполационните полиноми на Лагранж по избраните възли (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

5. Да се пресметнат приближените стойности на функцията в дадената точка (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

6. Да се оцени грешката на полученото приближение (отделно за подточка 2 и за подточка 3).

7. Да се сравнят резултатите от двете намерени приближени стойности.

1. Съставяне на таблицата

```
In[1]:= xt = Table[-6 + i * 0.2, {i, 0, 10}]
```

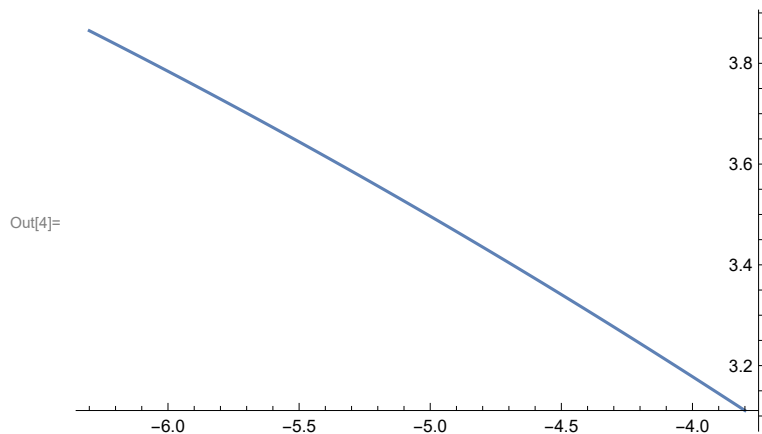
```
Out[1]= {-6., -5.8, -5.6, -5.4, -5.2, -5., -4.8, -4.6, -4.4, -4.2, -4.}
```

```
In[2]:= f[x_] := Log[x^2 + 8]
```

```
yt = f[xt]
```

```
Out[3]= {3.78419, 3.72906, 3.67275, 3.61523, 3.55649,  
3.49651, 3.43528, 3.3728, 3.30908, 3.24415, 3.17805}
```

```
In[4]:= grf = Plot[f[x], {x, -6.3, -3.8}]
```

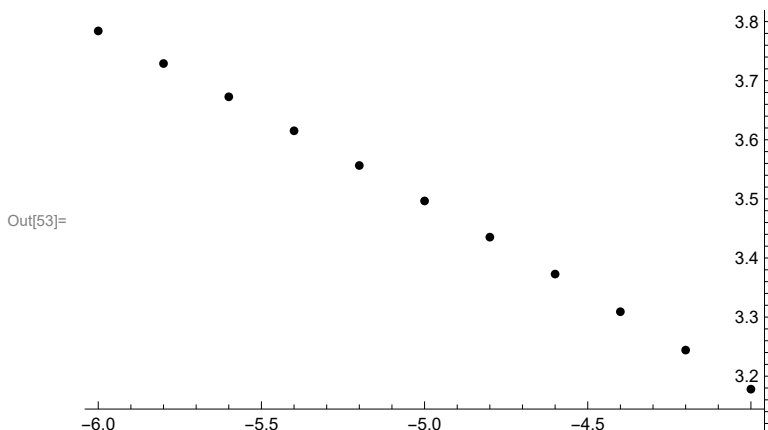


```
In[5]:= n = Length[xt]
points = Table[{xt[[i]], yt[[i]]}, {i, 1, n}]
```

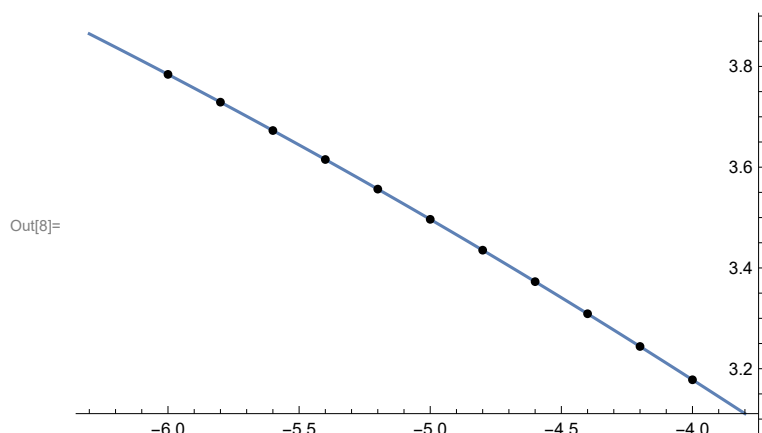
```
Out[5]= 11
```

```
Out[6]= {{-6., 3.78419}, {-5.8, 3.72906}, {-5.6, 3.67275},
{-5.4, 3.61523}, {-5.2, 3.55649}, {-5., 3.49651}, {-4.8, 3.43528},
{-4.6, 3.3728}, {-4.4, 3.30908}, {-4.2, 3.24415}, {-4., 3.17805}}
```

```
In[53]:= grp = ListPlot[points, PlotStyle -> Black]
```



```
In[8]:= Show[grf, grp]
```



2. Избираме 3 точки за $z = -a + (0.23)b + 0.02$ (квадратична интерполация)

```
In[9]:= z = -6 + (0.23 * 7) + 0.02
```

```
Out[9]= -4.37
```

```
In[11]:= L1[x_] := 3.3728 *  $\frac{(x + 4.4)(x + 4.2)}{(-4.6 + 4.4) \times (-4.6 + 4.2)}$  +
3.30908 *  $\frac{(x + 4.6)(x + 4.2)}{(-4.4 + 4.6) \times (-4.4 + 4.2)}$  + 3.24415 *  $\frac{(x + 4.6)(x + 4.4)}{(-4.2 + 4.6) \times (-4.2 + 4.4)}$ 
```

In[35]:= **Expand**[**L1**[x]]

Out[35]= $1.60111 - 0.454725 x - 0.015125 x^2$

Проверка на интерполационните условия

In[13]:= **L1**[-4.6]

L1[-4.4]

L1[-4.2]

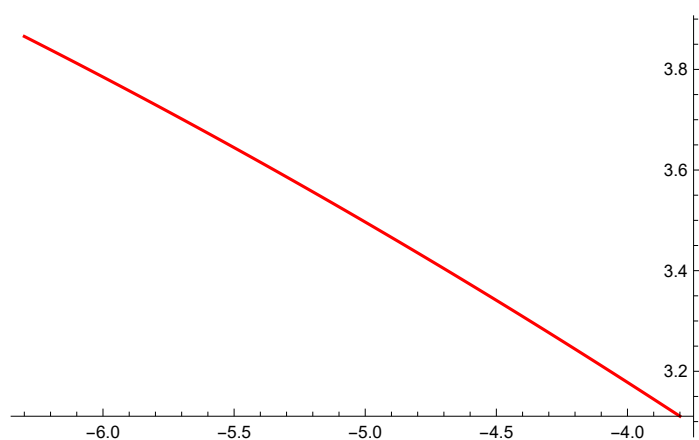
Out[13]= 3.3728

Out[14]= 3.30908

Out[15]= 3.24415

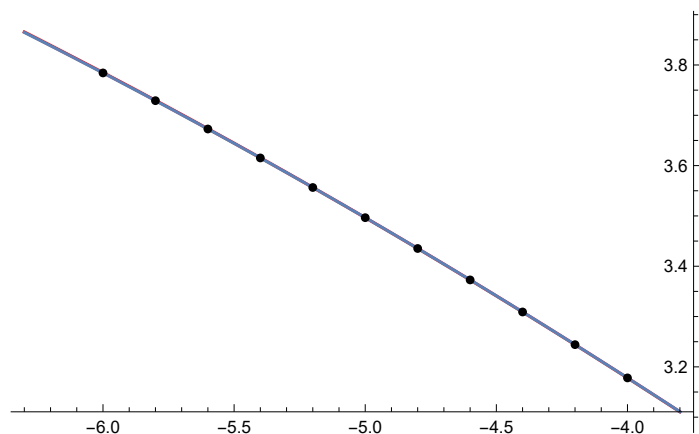
In[23]:= **grL1** = **Plot**[**L1**[x], {x, -6.3, -3.8}, **PlotStyle** → **Red**]

Out[23]=



In[24]:= **Show**[**grL1**, **grf**, **grp**]

Out[24]=



Пресмятане на приближена стойност

In[25]:= **L1**[-4.37]

Out[25]= 3.29942

за сравнение с истинската стойност

In[26]:= **f**[-4.37]

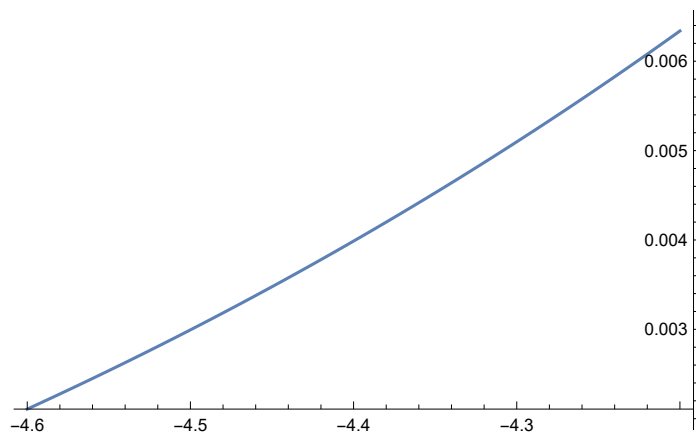
Out[26]= 3.29942

Оценка на грешката

Теоретична грешка

In[28]:= **Plot**[**Abs**[**f**'''[**x**]], {**x**, -4.6, -4.2}]

Out[28]=



In[29]:= **M2** = **Abs**[**f**'''[-4.2]]

Out[29]= 0.00633888

In[30]:= **R1**[**x_**] := $\frac{M2}{3!}$ **Abs**[(**x** + 4.6) (**x** + 4.4) (**x** + 4.2)]

In[31]:= **R1**[-4.37]

Out[31]= 1.23925×10^{-6}

Истинска грешка

In[34]:= **Abs**[**L1**[-4.37] - **f**[-4.37]]

Out[34]= 1.6927×10^{-6}

2. Избираме 4 точки за $z = -a + (0.23)b + 0.02$ (кубична интерполация)

In[38]:= **L2**[**x_**] := $3.3728 * \frac{(x + 4.4)(x + 4.2)(x + 4)}{(-4.6 + 4.4) \times (-4.6 + 4.2) \times (-4.6 + 4)} +$
 $3.30908 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.2)(x + 4)}{(-4.4 + 4.6) \times (-4.4 + 4.2) \times (-4.4 + 4)} +$
 $3.24415 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.4)(x + 4)}{(-4.2 + 4.6) \times (-4.2 + 4.4) \times (-4.2 + 4)} +$
 $3.17805 * \frac{(x + 4.6)(x + 4.4)(x + 4.2)}{(-4 + 4.6) \times (-4 + 4.4) \times (-4 + 4.2)}$

In[39]:= **Expand**[L2[x]]

Out[39]= $1.67195 - 0.406358 x - 0.004125 x^2 + 0.000833333 x^3$

Проверка на интерполационните условия

In[40]:= **L2**[-4.6]

L2[-4.4]

L2[-4.2]

L2[-4]

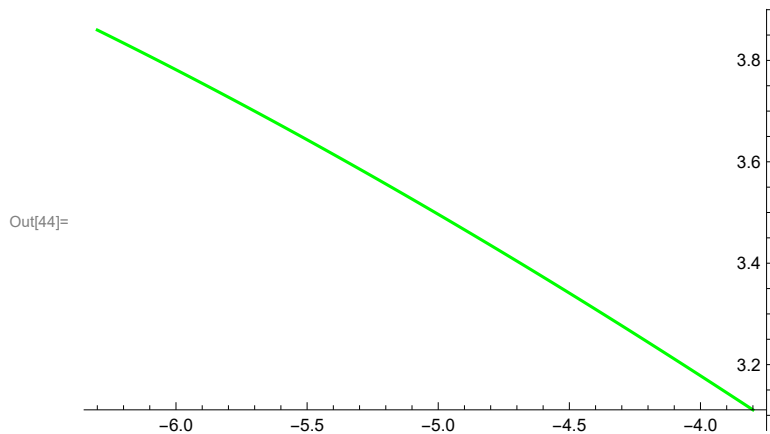
Out[40]= 3.3728

Out[41]= 3.30908

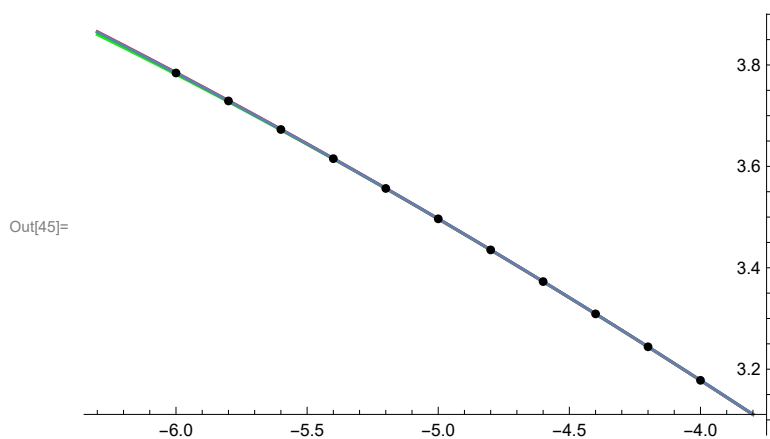
Out[42]= 3.24415

Out[43]= 3.17805

In[44]:= **grL2** = **Plot**[L2[x], {x, -6.3, -3.8}, **PlotStyle** → **Green**]



In[45]:= **Show**[grL2, grL1, grf, grp]



Пресмятане на приближена стойност

In[46]:= **L2**[-4.37]

Out[46]= 3.29942

за сравнение с истинската стойност

In[47]:= **f[-4.37]**

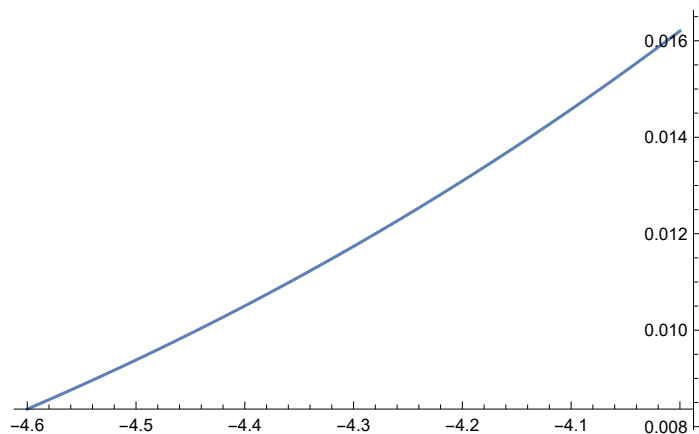
Out[47]= 3.29942

Оценка на грешката

Теоретична грешка

In[48]:= **Plot[Abs[f''''[x]], {x, -4.6, -4}]**

Out[48]=



In[49]:= **M3 = N[Abs[f''''[-4]]]**

Out[49]= 0.0162037

In[50]:= **R2[x_] := $\frac{M3}{4!}$ Abs[(x + 4.6) (x + 4.4) (x + 4.2) (x + 4)]**

In[51]:= **R2[-4.37]**

Out[51]= 2.93024×10^{-7}

Истинска грешка

In[52]:= **Abs[L2[-4.37] - f[-4.37]]**

Out[52]= 2.6702×10^{-6}