

# 导数列表

维基百科，自由的百科全书

以下的列表列出了许多函数的导数。*f*和*g*是可微函数，而别的皆为常数。用这些公式，可以求出任何初等函数的导数。

目录

1

一般求导法则

2

代数函数的导数

3

指数和对数函数的导数

4

三角函数的导数

5

双曲函数的导数

6

特殊函数的导数

## 一般求导法则

线性

$$\frac{\mathrm{d}Mf}{\mathrm{d}x}=M\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$$
$$\frac{\mathrm{d}(f\pm g)}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\pm\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$$

乘法定则

$$\frac{\mathrm{d}fg}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}g+f\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$$

倒数定则

$$\frac{\mathrm{d}\frac{1}{f}}{\mathrm{d}x}=-\frac{\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}}{f^2}$$

除法定则

$$\frac{\mathrm{d}\frac{f}{g}}{\mathrm{d}x}=\frac{\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}g-f\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}}{g^2}\qquad (g\neq 0)$$

复合函数求导法则

$$(f\circ g)'=(f'\circ g)g'$$
$$\frac{\mathrm{d}f(g(x))}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}f(g)}{\mathrm{d}g}\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}$$

反函数的导数

由於*g*(*f*(*x*)) = *x*，故*g*(*f*(*x*)))' = 1，根據复合函数求导法则，則(*g*' ∘ *f*) × *f*' = 1

$$\text{所以 } f' = \frac{1}{g' \circ f}$$

$$\text{同理 } g' = \frac{1}{f' \circ g}$$

广义幂法则

$$(f^g)' = f^g \left( g' \ln f + \frac{g}{f} f' \right)$$

## 代数函数的导数

(n为任意实常数)

$$\frac{dM}{dx} = 0$$

$$\frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1} \quad x \neq 0$$

$$\frac{d|x|}{dx} = \frac{x}{|x|} = \operatorname{sgn} x \quad x \neq 0$$

## 指数和对数函数的导数

$$\frac{de^x}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{x-\Delta x}}{\Delta x}$$

$$= e^x \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-\Delta x}}{\Delta x}$$

$$\frac{d\alpha^x}{dx} = \frac{de^{x \ln \alpha}}{dx}$$

$$= \frac{de^{x \ln \alpha}}{d(x \ln \alpha)} \cdot \frac{d(x \ln \alpha)}{dx}$$

$$= e^{x \ln \alpha} \ln \alpha$$

$$\frac{d \ln |x|}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d \log_{\alpha} |x|}{dx} = \frac{1}{\ln \alpha} \frac{d \ln |x|}{dx} = \frac{1}{x \ln \alpha}$$

$$\frac{dx^x}{dx} = x^x (1 + \ln x)$$

## 三角函数的导数

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\sec x)' = \sec x \tan x$$

$$(\csc x)' = -\csc x \cot x$$

$$(\cot x)' = -\csc^2 x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arccsc} x)' = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

## 双曲函数的导数

$$(\sinh x)' = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$(\cosh x)' = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$(\tanh x)' = \operatorname{sech}^2 x$$

$$(\operatorname{sech} x)' = -\tanh x \operatorname{sech} x$$

$$(\operatorname{csch} x)' = -\coth x \operatorname{csch} x$$

$$(\coth x)' = -\operatorname{csch}^2 x$$

$$(\operatorname{arsinh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$(\operatorname{arcosh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} (x > 1)$$

$$(\operatorname{artanh} x)' = \frac{1}{1-x^2} (|x| < 1)$$

$$(\operatorname{arsech} x)' = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arcsch} x)' = -\frac{1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$$

$$(\operatorname{arcoth} x)' = \frac{1}{1-x^2} (|x| > 1)$$

## 特殊函数的导数

伽玛函数

$$\frac{d\Gamma(x)}{dx} = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} \ln t dt$$

- 本页面最后修订于2014年11月19日 (星期三) 12:03。
- 本站的全部文字在知识共享 署名-相同方式共享 3.0协议之条款下提供，附加条款亦可能应用。（请参阅使用条款）  
Wikipedia®和维基百科标志是维基媒体基金会的注册商标；维基™是维基媒体基金会的商标。  
维基媒体基金会是在美国佛罗里达州登记的501(c)(3)免税、非营利、慈善机构。