

TALLINNA TEHNIKAÜLIKOOL  
MEHAANIKAINSTITUUT

**Pideva keskkonna mehaanika kodutöö nr. 2**  
**Deformatsiooni kiirus, kiirendus ja keeriselisus**  
**Variant 18**

Üliõpilane: Toomas Tahves

Üliõpilase kood: 164107

Õppejõud: Andrus Salupere

Esitamise kuupäev: 01.12.2018

Tallinn 2018

Pideva keskkonna liikumisseadus on esitatud kujul

$$\begin{cases} x_1 = -2X_1 \cos(t) + 6X_2 \sin(t) \\ x_2 = -2X_1 \sin(t) - 6X_2 \cos(t) \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

1. Pöördteisendus

$$\begin{cases} X_1 = \frac{-x_1 \cos(t)}{2} - \frac{x_2 \sin(t)}{2} \\ X_2 = \frac{-x_1 \sin(t)}{6} - \frac{x_2 \cos(t)}{6} \\ X_3 = x_3 \end{cases}$$

Euleri kirjeldus

$$\begin{cases} u_1 = x_1 - X_1 = \frac{-x_1 \cos(t)}{2} + x_1 + \frac{x_2 \sin(t)}{2} \\ u_2 = x_2 - X_2 = \frac{-x_1 \sin(t)}{6} + x_2 + \frac{x_2 \cos(t)}{6} \\ u_3 = x_3 - X_3 = 0 \end{cases}$$

Lagrange'i kirjeldus

$$\begin{cases} U_1 = x_1 - X_1 = -2X_1 \cos(t) - X_1 + 6X_2 \sin(t) \\ U_2 = x_2 - X_2 = -2X_1 \sin(t) - X_2 - 6X_2 \cos(t) \\ U_3 = x_3 - X_3 = 0 \end{cases}$$

2. Kiiruse ja kiirenduse komponendid Lagrange'i kirjelduses

Kiirus  $V_K = \frac{\partial U_K}{\partial t}$

$$\begin{cases} V_1 = \frac{\partial U_1}{\partial t} = 2X_1 \sin(t) + 6X_2 \cos(t) = -x_2 \\ V_2 = \frac{\partial U_2}{\partial t} = -2X_1 \cos(t) + 6X_2 \sin(t) = x_1 \\ V_3 = \frac{\partial U_3}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

Kiirendus  $A_K = \frac{\partial V_K}{\partial t}$

$$\begin{cases} A_1 = \frac{\partial V_1}{\partial t} = 2X_1 \cos(t) - 6X_2 \sin(t) = -x_1 \\ A_2 = \frac{\partial V_2}{\partial t} = 2X_1 \sin(t) + 6X_2 \cos(t) = -x_2 \\ A_3 = \frac{\partial V_3}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

### 3. Kiiruse ja kiirenduse komponendid Euleri kirjelduses

$$\text{Kiirus } v_k = \frac{\partial u_k}{\partial t} + u_{k,l} v_l$$

$$\begin{cases} v_1 = -x_2 \\ v_2 = x_1 \\ v_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Kiirendus } a_k = \frac{\partial v_k}{\partial t} + v_{k,l} v_l$$

$$\begin{cases} a_1 = -x_1 \\ a_2 = -x_2 \\ a_3 = 0 \end{cases}$$

### 4. Euleri deformatsioonikiiruse tensori maatriks

$$\text{Gradient: } v_{k,l} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Deformatsioonikiiruse tensori maatriks: } d_{kl} = \frac{1}{2}(v_{k,l} + v_{l,k}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### 5. Lagrange'i deformatsioonikiiruse tensori maatriks

$$\text{Gradient: } x_{k,K} = \begin{pmatrix} \sin(t) & \cos(t) & 0 \\ -\cos(t) & \sin(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Maatriks: } \dot{E}_{KL} = d_{kl} x_{k,K} x_{l,L} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### 6. Keeriselisuse maatriks ja komponendid

$$\text{Maatriks: } w_{kl} = \frac{1}{2}(v_{k,l} - v_{l,k}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Komponendid: } \begin{cases} w_1 = e_{1lm} w_{ml} = 0 \\ w_2 = e_{2lm} w_{ml} = 0 \\ w_3 = e_{3lm} w_{ml} = 2 \end{cases}$$

7. Pingetensorite maatriksid ajahetkel  $t_1 = \frac{\pi}{4}$ , kui Cauchy pingetensotri maatriks  $t_{kl} =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$x_{K,k} = \begin{pmatrix} -0.354 & -0.354 & 0 \\ 0.118 & -0.118 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x_{k,K} = \begin{pmatrix} -1.414 & 4.243 & 0 \\ -1.424 & -4.243 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$j = \det(x_{k,K}) = 12$$

Esimene Piola-Kirchoff'i tensor

$$T_{Kl} = j \cdot X_{K,k} \cdot t_{kl} = \begin{pmatrix} -12.73 & -21.21 & -16.97 \\ -1.414 & -1.414 & 2.828 \\ 36 & 12 & 24 \end{pmatrix}$$

Teine Piola-Kirchoff'i tensor

$$T_{KL} = T_{Kl} \cdot X_{L,l} = \begin{pmatrix} 12 & 1 & -16.97 \\ 1 & 0 & 2.828 \\ -16.97 & 2.828 & 24 \end{pmatrix}$$