A3 №2 (Lesson 3)

1)

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(23-2n^2)(3n^2+17)^2}{4n^6+n-1}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

$\Rightarrow 4$

б) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(97-2n)^3}{2n(3n^2+15)+8n}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow 6n^3$

в) $$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3+13n(n+18)}{(27-n)(2n+19)^2}=\frac{3}{4}$$

$\Rightarrow n^4$

г) $$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)=$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)\cdot\frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^2+1}-n}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+1-n^2}{\sqrt{n^2+1}-n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+1}-n}=\frac{1}{\infty}=0$$

д) $$\lim_{n\to\infty}\frac{(-4)^n+5\cdot 7^n}{(-4)^{n-1}+7^{n+2}}=\frac{7^n\left(\left(-\frac{4}{7}\right)^n+5\right)}{7^n\left(-4\left(-\frac{4}{7}\right)^n+1\right)}=5$$

(2) Представьте 1 в виде суммы трех обыкновенных дробей с разными знаменателями и числит. = 1.

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

(3) $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$

(4) Польз. критерием Коши, докажите сходимость последовательн.

$$a_n = \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2} + \frac{\sin 3}{2^3} + \dots \frac{\sin n}{2^n} \Rightarrow$$

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{\sin 1}{2}, \frac{\sin 1}{2} + \frac{\sin 2}{2^2}, \dots, a_n \dots\right\}$$

Какой член последов. можно взять в качестве предела с точность $\varepsilon = 10^{-7}$?

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin n}{2^n} \to 1 = \frac{1}{2^n} = < \frac{1}{2^{N(a)}} = \varepsilon$$

$$\frac{1}{2n} < \frac{1}{2^{N(a)}} = 10^{-7}$$

$$n = \frac{2}{10^7} = \frac{1}{5^7} = 5^{-7}$$