Lesson 1. Homework

① Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты

а) Найти вероятность того, что все карты — кресты

б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз.

а) $$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Всего 13 крести. Вероятность 4 крести из 13

$$C_{13}^4 = \frac{13!}{4!\cdot 8!} \qquad C_{52}^4 = \frac{52!}{4!\cdot 48!}$$

$$P(A) = \frac{C_{13}^4}{C_{52}^4} = \frac{13!\cdot 48!\cdot 4!}{52!\cdot 8!\cdot 4!} = \frac{99}{4165} =$$

$$= 0{,}023$$

б) Число тузов 4 и существует

$$C_4^1 = \frac{4!}{1!\cdot 3!} = 4$$ сочетаний 1 туза из 4-х.

C_{48}^4 – тузов "хотя бы один" – 4 шт.

C_{52}^4 – 4-х карт из колоды

Следовательно:

$$P(B) = 1 - \frac{C_{48}^4}{C_{52}^4} = 1 - \frac{48!}{4!\cdot 44!} : \frac{52!}{4!\cdot 48!} =$$

$$= 1 - \frac{48!\cdot 48!\cdot 4!}{52!\cdot 44!\cdot 4!} = 1 - 0{,}7187 =$$

$$= 0{,}2812$$

(2) На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содерж. 10 кнопок. С цифрами от 0–9. Код. содержит 3 цифры, которые нужно нажать одновреем.

Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

$$P(A)\ C_{10}^3 = \frac{10!}{3!\cdot 7!} = 120$$

$10 - 3 = 7$ остальн. кнопок $\Rightarrow$

$$P(B) = C_7^3 = \frac{7!}{3!\cdot 4!} = 35$$

$$\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{35}{120} = 0{,}29$$

(3) В ящике имеется 15 деталей, 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

$$P = \frac{n}{N} = \frac{C_9^3}{C_{15}^3} =$$

— исходы

— все события

$$= \frac{9!}{3!\cdot 6!} : \frac{15!}{3!\cdot 12!} = \frac{9!\cdot 3!\cdot 12!}{3!\cdot 6!\cdot 15!} =$$

$$= 0{,}1846$$

(4) В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигр. Какова вероятность того, что 2 произв. билета окаж. выигрышными?

$$P = \frac{n}{N} = \frac{C_2^2}{C_{100}^2} =$$

— потому что 2 д. выигр.

$$= 1 : \frac{100!}{2!\cdot 98!} = \frac{2!\cdot 98!}{100!} = 0{,}0002$$

(5) На соревнованиях по баскетболу один из трех спортсм. стреляет и попадает в мишень вероятность попадания для первого спортсм. равна 0,9, для второго — 0,8, для 3 — 0,6. Найти вероятность того, что вторая произвел.

а) первым спортсменом

б) вторым спортсменом.

в) третьим.

$P(A|B_1) = 0,9$

$P(A|B_2) = 0,8$

$P(A|B_3) = 0,6$

а) $P(B_1|A) = \dfrac{P(B_1)\cdot P(A|B_1)}{P(A)} =$

$= \dfrac{\frac{1}{3}\cdot 0,9}{\frac{1}{3}\cdot 0,9 + \frac{1}{3}\cdot 0,8 + \frac{1}{3}\cdot 0,6} = \dfrac{9}{23} = 0,3913$

б) $P(B_2|A) = \dfrac{P(B_2)\cdot P(A|B_2)}{P(A)} = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot 0,8}{\frac{1}{3}\cdot 0,9 + \frac{1}{3}\cdot 0,8 + \frac{1}{3}\cdot 0,6} = \dfrac{8}{23} =$

$= 0,3478$

в) $= 0,2608$