

Mitschrift der Vorlesung "Experimentalphysik 4:  
Atom- und Molekularphysik" im SS14 an der  
FAU-Erlangen

Benjamin Lotter

# Contents

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>2</b>
1.1	Bedeutung der Atom- und Molekülphysik . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Entwicklung der Atomvorstellung</b>	<b>4</b>
2.1	Historische Überblick . . . . .	4
2.2	Hinweise auf die Existenz der Atome . . . . .	5
2.2.1	Gay-Lussac's Gesetz . . . . .	6
2.2.2	kinetische Gastheorie . . . . .	7
2.2.3	Brownsche Molekularbewegung . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Masse, Größe und Struktur der Atome</b>	<b>9</b>
3.1	Bestimmung der Atomgröße . . . . .	9
3.1.1	Bestimmung aus dem Kovolumen der v.d. Waals Gleichung	9
3.1.2	Abschätzung aus dem Transportkoeffizienten in Gasen . .	9
3.1.3	Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen . . . . .	10
3.1.4	Lenard-Jones Potenzial . . . . .	10
3.2	Bestimmung der Atommasse . . . . .	11
3.2.1	einfache Verfahren . . . . .	11
3.2.2	Massenspektrometer . . . . .	11
3.2.3	Astonsche Massenspektrograph . . . . .	13
3.2.4	Flugzeit-Massenspektrometer . . . . .	13
3.2.5	Isotopie . . . . .	13
3.3	Innere Struktur der Atome . . . . .	14
3.3.1	Kathoden- und Kanalstrahlen . . . . .	14
3.3.2	Differentielle Wirkungsquerschnitt bzw. Streuungsquer- schnitt . . . . .	15
3.3.3	Das Thomsonsche Atommodell . . . . .	15

# Chapter 1

## Einführung

### 1.1 Bedeutung der Atom- und Molekülphysik

**Atomphysik** mikroskopischer Aufbau der Materie, d.h der Struktur der Atome und ihrer gegenseitigen Wechselwirkung.

**Ziel** Eigenschaften der makroskopischen Materie aus ihrem mikroskopischen Aufbau zu verstehen

Atom- und Molekülphysik bildet die Grundlage der

- Thermodynamik (für statistische Beobachtungen)
- Atmosphärenphysik, Meteorologie (Wetter)
- Festkörperphysik
- Astrophysik (Absorption und Emission von Strahlung)
- Licht-Materie Wechselwirkung
- Laserlicht

Atom- und Molekülphysik bildet darüber hinaus die Grundlage der Chemie und zunehmend der Biologie und Medizin:

- Einordnung der Atome im Periodensystem
- Molekülbildung, -bindungen, -struktur
- chemische Reaktionen (Dynamit)
- biologische Prozesse (Photosynthese, Energieproduktion in Zellen, Ionen-transport durch Zellmembran, Nervenleitung)

→ Molekularbiologie + Molekularmedizin

Atomphysik spielt eine wichtige Rolle in der modernen Technik

- Entwicklung des Lasers (Messtechnik, Nachrichtentechnik, Produktionstechnik Medizin)
- Messtechnik (Oszillograph, Spektrographen, Tomographen)
- Halbleitertechnik (integrierte Schaltung)
- Medizintechnik (Spurenelemente ???)
- Umwelttechnik
- Energietechnik (Solarzelle, alternative Antriebstechniken wie z.B Brennstoffzelle)

**Atomphysik** Ausgangspunkt für die Entwicklung der Quantenmechanik und damit für unser heutiges physikalisches Weltbild (probabilistische Beschreibung der Physik, Heisenbergsche Unschärferelation, Welle-Teilchen-Dualismus, nicht-lokal verschränkte Zustände)

## Chapter 2

# Entwicklung der Atomvorstellung

### 2.1 Historische Überblick

- vor 500 v.Chr: Elementehypothese: Alle Dinge bestehen aus 4 Elementen (Feuer, Wasser, Luft, Erde)
- Demokrit (460 - 370 v.Chr): alle Naturkörper bestehen aus unendlich kleinen "unteilbaren" raumfüllenden Teilchen (atomos, Atom); makroskopische Körper entstehen durch verschiedene Anordnungen von unterschiedlichen Atomen
- Platon (427 - 347 v.Chr) Welt besteht aus vier geometrischen Bausteinen
- Aristoteles (384 - 322 v.Chr) Raum ist kontinuierlich mit Materie erfüllt (lehnte Atomismus ab)

Atomlehre gerät für viele Jahrhunderte in Vergangenheit. Durchbruch der modernen Atomlehre erst im 18. Jahrhundert durch Chemiker

- D. Bernoulli (1700-1782):
- J. Dalton (1766 - 1844)

Starke Untermauerung der Atomhypothese durch kinetische Gastheorie:

- Rudolf Clausius (1822 -1888)
- J.C Maxwell (1831 -1879)
- L. Boltzmann (1844 -1906)

Durchbruch der Atomhypothese durch Erklärung der Brownschen Bewegung (1905)

→ Entwicklung der Quantenmechanik ab 1925.

## 2.2 Hinweise auf die Existenz der Atome

### Daltons Gesetz der konstanten Proportionen

Durch genaues Wiegen der Massen von Reaktanden und Reaktionsprodukten vor und nach einer chemischen Reaktion erkannte Dalton:

"Die Massenverhältnisse der Stoffe, aus denen sich eine chemische Verbindung bildet ist für jede Verbindung konstant."

**Beispiel:** 100g Wasser bilden sich immer aus 11.1g Wasserstoff und 88.9g Sauerstoff  $\rightarrow$  Massenverhältnis 1: 8 ( $H_2O$  mit  ${}^1_1H$  und  ${}^{16}_8O$ ).  $\rightarrow$  Atomhypothese (Dalton 1805):

"Das Wesen chemischer Umwandlungen besteht in der Vereinigung oder Trennung von Atomen".

### 3 Postulate (1808):

- alle elementaren Stoffe bestehen aus kleinsten Teilchen (Atomen), die man chemisch nicht weiter zerlegen kann
- alle Atome desselben Elements sind in Qualität, Größe und Masse gleich. Die Eigenschaften einer chemischen Substanz werden durch diejenigen seiner Atome bestimmt.
- wenn chemische Substanzen eine Verbindung eingehen, so vereinigen sich die Atome der beteiligten Elemente immer in ganzzahligen Massenverhältnissen

**Beispiel:**  $H$  und  $O$  bilden  $H_2O$ , aus Masseverhältnis  $\frac{m(H)}{m(O)} = \frac{1}{16}$  erhält man das gemessene Massenverhältnis  $\frac{m(2H)}{m(O)} = \frac{1}{8} = \frac{11.1g}{88.9g}$  Dalton bezog alle Atommassen auf das  $H$ -Atom und nannte die relative Atommasse  $\frac{m_x}{m_H}$  eines Elementes  $x$  das Atomgewicht (ohne Einheiten).

Heute wird  $\frac{1}{12} {}^{12}C$  statt  $H$  als Bezugsmasse verwendet, genannt die "atomare Masseneinheit (AME)", bzw. englisch " $u$ " (atomic mass unit)

$$1u = 1AME = \frac{m({}^{12}C)}{12} = 1.66055 \cdot 10^{-17}kg$$

Daltons Atomgewicht wird "atomare bzw. molekulare Massenzahl  $A$ " genannt.

**Beispiel:** Sauerstoff hat atomare Massenzahl 16 und ein Gewicht von  $16u$ .

$$\begin{aligned} m_{\text{Luft}} &= 0.75m_{N_2} + 0.25m_{O_2} \\ &= 0.75 \cdot 28u + 0.25 \cdot 32u \\ &= 29u \\ m_{He} &= 4u \end{aligned}$$

$$\frac{m_{\text{Luft}}}{m_{He}} = \frac{29u}{4u} = 7.25$$

### 2.2.1 Gay-Lussac's Gesetz

1805 entdeckten J.L Gay-Lussac(1778-1850) und A.v.Humboldt (1769-1859) unabhängig voneinander: gasförmiger Sauerstoff u. Wasserstoff verbinden sich bei gleichem Druck u. Temperatur immer im Verhältnis von 1: 2 Raumteilchen.

Nach weiteren Experimenten formulierte Gay-Lussac:

"Vereinigen sich zwei oder mehr Gase restlos zu einer chemischen Verbindung, so stehen ihre Volumina bei gleichem Druck und Temperatur in Verhältnis ganzer Zahlen"

**Beispiel:**  $2l\ H_2$  und  $1l\ O_2$  ergeben  $2l\ H_2O$  (und nicht  $3l\ H_2O$ ). A.Avogadro(1776-1856) erklärte diese Resultate durch Einführung des Molekülbegriffs:

"Ein Molekül ist das kleinste Teilchen eines Gases, das noch die chemischen Eigenschaften dieses Gases besitzt. Ein Molekül besteht aus zwei oder mehr Atomen."

Mit Ergebnissen von Gay-Lussac stellte Avogadro die Hypothese auf:

"Bei gleichem Druck und gleicher Temperatur enthalten verschiedene Gase bei gleichem Volumina die gleiche Zahl von Molekülen."

→ Definition des *mol*:

$1\ mol$  eines Gases entspricht einer Anzahl von Molekülen deren Masse gleich der molekularen Massenzahl  $A$  der Gasmoleküle in Gramm ist."

In moderner Formulierung (bezogen auf  $^{12}C$ ), die auch für nicht-gasförmige Stoffe gilt: **Mol**  $1\ mol$  ist die Stoffmenge, die ebenso viele Teilchen (Atome oder Moleküle) enthält wie  $12g$  Kohlenstoff  $^{12}C$  **Beispiel:**  $1\ mol\ H_2$  wiegt  $2g$   $1\ mol\ O_2$  wiegt  $32g$   $1\ mol\ H_2O$  wiegt  $18g$  Die Zahl  $N_A$  der Moleküle in der Stoffmenge  $1\ mol$  heißt "Avogadro-Konstante". Ihr Wert ist

$$N_A = 6.022141510 \cdot 10^{23} mol^{-1}$$

Aus der Avogadro-Hypothese folgt:

$1\ mol$  eines beliebigen Gases nimmt unter Normalbedingung ( $p = 1\ bar$ ,  $T = 0^\circ C$ ) immer das gleiche Volumen ein. Der experimentell bestimmte Wert für das Molkvolumen ist:

$$V_M = 22,41399637 dm^3$$

Das Molgewicht  $M_x$  eines Stoffes  $x$  ergibt sich daraus zu:

$$M_x = N_A \cdot m_x = N_A \cdot A \cdot u = A(\text{Gram})$$

### 2.2.2 kinetische Gastheorie

Die von L. Boltzmann, R. Clausius und J.C. Maxwell im 19. Jahrhundert entwickelte kinetische Gastheorie erlaubt viele makroskopische Eigenschaften eines Gases auf die Bewegung von Gasmolekülen und deren Wechselwirkung bei Stößen zurückzuführen. Sie hat wesentlich zur Untermauerung der Atomhypothese beigetragen:

- Clausius leitete 1857 die Zustandsgleichung des idealen Gases  $pV = Nk_B T$  unter Annahme sich bewegender Moleküle der mittleren quadratischen Geschwindigkeit  $\bar{v}^2$  ab:

$$pV = \frac{1}{3} m \bar{v}^2 = N k_B T$$

- Die Temperatur eines Gases lässt sich damit auf die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls zurückführen:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_B T$$

- mit der inneren Energie  $U$  eines Gases

$$U = N \frac{f}{2} k_B T$$

ergibt sich die Wärmekapazität bei konstantem Volumen  $C_V$  zu:

$$C_V = N \frac{f}{2} k_B$$

mit  $f$  der Anzahl der Freiheitsgraden eines einzelnen Gasmoleküls.

- Transportprozesse in Gasen wie Teilchenstrom (Diffusion), Wärmestrom und Impulsstrom können auf die mittlere freie Weglänge  $\Lambda = \frac{1}{n \cdot \sigma}$ , die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$  und  $f$  zurückgeführt werden.
- für die Entropie  $S$  erhält man

$$S = k_b \ln W$$

mit  $W$  der Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten eines thermodynamischen Zustands.

Mit der Erklärung makroskopischer Phänomene von Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern durch die mikroskopische atomare Struktur der Materie wurden die Beweise für die Existenz von Atomen immer überzeugender. Aber noch um 1900 gab es bekannte Chemiker wie z.B. W. Ostwald (1853-1932) und Physiker wie E. Mach (1838-1916) die die reale Existenz von Atomen nicht anerkannten.

Das änderte sich erst durch die Erklärung der brownischen Bewegung durch Einstein 1905 (An. der Physik 17, 549 (1905)).



### 2.2.3 Brownsche Molekularbewegung

1827 beobachtete R. Brown (1773-1858) dass in Flüssigkeiten suspendierte Teilchen unregelmäßige Zitterbewegungen ausüben.

Die Zitterbewegung lässt sich molekularkinetisch dadurch erklären, dass die suspendierten Teilchen von den Molekülen der Flüssigkeit permanent (ca.  $10^{21}/s$ ) in statistisch verteilte Richtungen gestoßen werden.

Unter dieser Annahme konnte Einstein das Phänomen 1905 quantitativ erklären. Seine Erklärung stellte einen eindeutigen Beweis für die Existenz der Atome dar.

## Chapter 3

# Masse, Größe und Struktur der Atome

### 3.1 Bestimmung der Atomgröße

Verschiedene experimentelle Verfahren erlauben es, die Atomgröße abzuschätzen

#### 3.1.1 Bestimmung aus dem Kovolumen der v.d. Waals Gleichung

Ein reales Gas wird in guter Näherung durch die van-der-Waals'sche Zustandsgleichung beschrieben:

$$\left(p + \frac{a}{V_M^2}\right)(V_M - b) = R \cdot T \quad \text{Für Molzahl } n = 1$$

- $a$ : Binnendruck-Konstante
- $b = 4N_A V_a$  gibt das Vierfache des Eigenvolumens aller  $N_A$  Atome im Molvolumen  $V_M$  an.

Durch Bestimmung von  $b$  aus der Messung  $p(T)$  bei konstantem Gasvolumen  $V_M$  ergibt sich:

$$V_a = \frac{b}{4 \cdot N_A}$$

#### 3.1.2 Abschätzung aus dem Transportkoeffizienten in Gasen

Wie oben gezeigt, hängen die Transportkoeffizienten in Gasen für den Teilchenstrom  $j_x$  (Diffusionskonstante  $D$ ), Wärmestrom  $Q$  (Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ ) und Impulsstrom  $j_p$  (Viskosität  $\eta$ ) von der mittleren freien Weglänge ab. Dabei ist

$$\Lambda = \frac{1}{n \cdot \sigma} = \frac{k_B T}{p \cdot \sigma}$$

mit  $\sigma$  dem Stoßquerschnitt der Atome. Im Modell starrer Kugeln ist

$$\sigma = \pi (2r)^2$$

(allg:  $\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2$ )

Man kann also durch Messung der Transportkoeffizienten und damit von  $\Lambda$  Information über  $\sigma$  und damit über  $r$  erhalten: **Beispiel:**

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \Lambda = \frac{1}{3p} \sqrt{\frac{(2k_B T)^3}{\pi m}} \frac{1}{\sigma}$$

mit  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} l$  und  $n = \frac{p}{k_B T}$

### 3.1.3 Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen

Interferenz von Röntgenstrahlen an den Netzebenen eines Kristalls kann zur Bestimmung von Atomvolumina verwendet werden. Aus dem Abstand  $d$  definierter Netzebenen in einem Kristall lässt sich das Volumen der Einheitszelle  $V_E$  des Kristalls bestimmen. Kennt man den Raumfüllungsfaktor  $f = \frac{\sum V_a}{V_E}$  der Atome, so ergibt sich bei  $N_E$  Atomen pro einheitszelle

$$V_a = f \frac{V_E}{N_E}$$

### 3.1.4 Lenard-Jones Potenzial

Die Methoden 1 - 3 geben zwar die gleiche Größenordnung, aber dennoch verschiedene Werte für die Atomradien.

Die Unterschiede resultieren aus der unklaren Definition des Atomradius. Bei einer starren Kugel ist Radius  $r_0$  wohldefiniert. Die realen Atome erzeugen einen Stoßquerschnitt jedoch aus einem Wechselwirkungspotenzial, dessen Verlauf recht gut durch das Lennard-Jones-Potenzial beschrieben wird:

$$V(r) = \frac{a}{r^{12}} - \frac{b}{r^6}$$

wobei Konstanten  $a$  und  $b$  von der Atomsorte abhängig sind.

Der Atomradius kann nun durch das Minimum bei

$$r_m = \left( \frac{2a}{b} \right)^{\frac{1}{6}}$$

oder dem Nulldurchgang bei

$$r_0 = \left( \frac{a}{b} \right)^{\frac{1}{6}}$$

definiert werden. Generell haben die Radien von Atomen die Größenordnung  $r \sim 10^{-10} \text{ am} = 1 \text{ \AA}$ .

Zur genauen Beschreibung der Atomgröße gibt man den Verlauf  $V(r)$  an, Diesen erhält man aus Messung der Ablenkung von Atomen bei Stoßprozessen oder aus Spektroskopie von Molekülen.

## 3.2 Bestimmung der Atommasse

### 3.2.1 einfache Verfahren

Die einfachsten Verfahren zur Bestimmung der Atommasse verwenden die Avogadro Konstanta  $N_A$  und die atomare Massenzahl  $A$  oder wiederum Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen.

- Misst man die Masse  $M_M$  eines Molvolumens eines atomaren Gases unter Normalbedingungen ( $p = 1\text{bar}$ ,  $T = 0^\circ$ ,  $\rightarrow V_M = 22,4\text{l}$ ), so ist die Masse eines Atoms

$$m_x = \frac{M_M}{N_A}$$

- In einem Kristall kann man die Atomabstände mit Hilfe von Röntgenbeugung messen. Aus den Abmessungen des Gesamtkristalls erhält man die Gesamtzahl  $N$  der in dem Kristall befindlichen Atome. Bei einer Gesamtmasse  $M_k$  des Kristalls ergibt sich

$$m_x = \frac{M_k}{N}$$

### 3.2.2 Massenspektrometer

Die genaueste Methode der Massenbestimmung von Atomen benutzt die Ablenkung von Ionen in elektrischen oder magnetischen Feldern. Aus der gemessenen Masse  $m(A^+)$  eines einfach geladenen Ions  $A^+$  erhält man die Atommasse durch:

$$m(A) = m(A^+) + m(e^-) - \frac{1}{c^2} E_B$$

mit  $E_B$  der Bindungsenergie des Elektrons im Atom  $A$ .

#### Massenspektrograph nach Thomson

Die durch die Gasentladung erzeugten Ionen (Masse  $M$ , Ladung  $q$ ) werden zur Kathode hin beschleunigt, auf Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad \left( E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = qU \right)$$

Im homogenen Magnetfeld  $\vec{B} =$  und homogenen elektr. Feld  $\vec{E} =$  erfahren die Ionen über die Länge  $L$  eine Ablenkung

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m} E \quad (*)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{q}{m} v B \quad (**)$$

Mit  $v_x, v_y \ll v_z \simeq v$  hat man:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \frac{dx}{dt} \frac{dz}{dt} \simeq \frac{dx}{dz} \\ \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} &\simeq v^2 \frac{d^2x}{dz^2}\end{aligned}$$

und ebenso:

$$\frac{d^2y}{dt^2} \simeq v^2 \frac{d^2y}{dz^2}$$

Einsetzen in (\*) ergibt:

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{q}{m} \frac{1}{v^2} E$$

und

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{q}{m} \frac{1}{v} B$$

Für  $z \in [-\frac{L}{2}, +\frac{L}{2}]$  liefert die Integration

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dz} &= \int_{-\frac{L}{2}}^z \frac{qE}{mv^2} dz' = \frac{qE}{mv^2} \left( \frac{L}{2} + z \right) \\ \rightarrow x(z) &= \frac{qE}{2mv^2} \left( \frac{L}{2} + z \right)^2\end{aligned}$$

Ebenso ergibt sich mit (\*\*)

$$y(z) = \frac{qB}{2mv} \left( \frac{L}{2} + z \right)^2$$

Am Ende des Kondensators befindet sich das Ion bei  $\vec{r} = (x(\frac{L}{2}), y(\frac{L}{2}), \frac{L}{2})$ . Die Steigung in  $x$ -Richtung ist dort:

$$\frac{dx}{dz} \left( \frac{L}{2} \right) = \frac{qE}{mv^2} \cdot L$$

Bei der Fotoplatte bei  $z = z_0$  ist die  $x$ -Koordinate also:

$$\begin{aligned}x(z_0) &= \frac{qE}{2mv^2} \cdot L^2 + \frac{qEL}{mv^2} \left( z_0 - \frac{L}{2} \right) \\ &= \frac{qEL}{mv^2} \cdot z_0\end{aligned}$$

analog erhält man für die  $y$ -Koordinate:

$$y(z_0) = \frac{qB}{2mv} L^2 + \frac{qBL}{mv} \left( z_0 - \frac{L}{2} \right) = \frac{qBL}{mv} \cdot z_0$$

Elimination von  $v$  liefert bei  $z_0$ :

$$x(y) = \frac{m}{q} \underbrace{\frac{E}{B^2 L z_0}}_{=f(\frac{q}{m})} \cdot y^2$$

Für jeden Wert  $\frac{q}{m}$  entspricht dies einer Parabel, aus deren Vorfaktor  $f(\frac{q}{m})$  bei bekannten  $E$  und  $B$  das Verhältnis  $\frac{q}{m}$  bestimmt werden kann.

Beim Thomson-Massenspektrograph werden gleiche  $\frac{q}{m}$  mit verschiedenen Geschwindigkeiten auf verschiedene Stellen der Fotoplatte entlang der Parabel abgebildet. Ein besseres Signal erhält man, wenn die Ionen mit gleichen  $\frac{q}{m}$ -auch bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten - auf einen einzelnen Punkt fokussiert sind.

### 3.2.3 Astonsche Massenspektrograph

→ ÜA

### 3.2.4 Flugzeit-Massenspektrometer

Ein einfaches, billiges und auch heute noch weit verbreitetes Massenspektrometer ist das Flugzeit-Massenspektrometer. Dabei werden Ionen in einem kleinen Volumen erzeugt (z.B. durch Photoionisation mit einem gepulsten Laser), durch eine Spannung  $U$  auf  $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$  beschleunigt und durchlaufen eine feldfreie Strecke  $L$ , bevor sie vom Detektor registriert werden (Chameltron, Ionenmultiplier, Kanalplattenverstärker) registriert werden. Die Zeit zwischen Erzeugung und Detektion

$$T_m = \frac{L}{v} = \frac{L}{\sqrt{\frac{2qU}{m}}}$$

$$\rightarrow \boxed{m = \frac{2qU}{L^2} T_m^2}$$

Die Genauigkeit des Massenspektrometers hängt davon ab, wie genau  $U$ ,  $L$  und  $T$  bestimmt werden können, d.h. u.a. in welcher Zeit  $\Delta t$  und in einem wie kleinen Volumen  $\Delta V$  sie erzeugt werden können. Die genaueste Auflösung wird heutzutage mit sogenannten Ionen-Zyklotron-Resonanz-spektrometern (sog. Penning-Fallen) erzielt. Die erreichte Auflösung ist  $\frac{\Delta m}{m} \leq 10^{-8}$ .

### 3.2.5 Isotopie

Durch genaue Massenmessungen wurde es möglich nachzuweisen, dass viele chemische Elemente in der Natur in verschiedenen Isotopen vorkommen. Die Isotope eines Elements haben alle die gleichen chemischen Eigenschaften, unterscheiden sich aber in ihrer Masse um kleine ganzzahlige Vielfache einer  $AME$ .

Die Erklärung der Isotopie kam erst mit der Entdeckung des Neutrons: Isotope unterscheiden sich in der Anzahl der Neutronen im Atomkern. Ein Element (wie z.B.  $He$ ) wird vollständig erst durch die Anzahl der Elektronen (= Protonen = Ladungszahl  $Z$ ) und Anzahl der Neutronen und Protonen im Kern (= atomare Massenzahl  $A$ ) angegeben. **Beispiel:** Helium mit 2 Protonen und 1 Neutron  $= {}^3_2He$ .

Helium mit 2 Protonen und 2 Neutronen  $= {}^4_2He$ .

### 3.3 Innere Struktur der Atome

Bis zum Ende des 19. Jahrhunderts galt als gesichert, dass Materie aus elektrisch geladenen Teilchen aufgebaut ist. Hinweise darauf:

1. Elektrolyse: Moleküle dissoziieren im elektrischen Feld in positive und negative Ladungsträger (Ionen)
2. Magnetfeldeffekte bei elektrischer Leitung in Metallen (Hall-Effekt)
3. Ablenkung von  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung im Magnetfeld bei radioaktivem Zerfall
4. Experimente mit Gasentladung: erzeugte "Kanal- und Kathodenstrahlen" werden durch elektrische und magnetische Felder beeinflusst.

#### 3.3.1 Kathoden- und Kanalstrahlen

Durch Ablenkung von Kathodenstrahlen im  $E$ - bzw.  $B$ -Feld konnte J.J. Thomson 1897 das Verhältnis  $\frac{q}{m} = \frac{e}{m}$  bestimmen. Er stellte fest, dass dieses Verhältnis unabhängig vom Kathodenmaterial ist, und ca  $10^4$  mal größer als bei den von 1886 von E. Goldstein (1850-1930) entdeckten Kanalstrahlen. Bereits 1895 werden diese Elementarladungen von G. Stoney "Elektronen" genannt. W. Wien (1864-1928) konnte 1897 den Wert  $\frac{q}{m}$  der Kanalstrahlen messen und zeigen, dass sie aus den positiven Ionen des Füllgases der Entladungsröhre bestehen. In Kombination mit der Atomvorstellung ergab sich daraus:

Atome sind aus elektrisch geladenen Teilchen aufgebaut.  $\rightarrow$  es gibt eine Substruktur!

Da Atome neutral sind, müssen gleich viele negative wie positive Ladungen vorhanden sein, d.h.: Atome bestehen aus negativ geladenen Elektronen und einer entgegengesetzt gleichen positiven Ladung! Die elektrisch geladenen Bausteine haben Ladung und Masse, wobei  $\frac{m_e}{m_p} < 10^{-3}$ .

Daraus ergeben sich folgende Fragen:

1. Welche Eigenschaften haben die Substrukturteilchen?
2. Wie werden die Teilchen im Atom zusammengehalten?
3. Wie sind sie im Atom angeordnet, d.h. welche Substruktur hat das Atom?

### 3.3.2 Differentielle Wirkungsquerschnitt bzw. Streuungsquerschnitt

Um die Verteilung der Ladung innerhalb der Atome zu bestimmen, kann man elektrisch geladene Teilchen mit Ladung  $q_s$  als Sonde verwenden. Deren Ablenkung im Coulombpotenzial des Atoms

$$V_c(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_s \cdot q_A}{r} \quad \text{mit} \quad q_A = \int \rho_A(\vec{r}) dV$$

erlaubt Rückschlüsse über die Ladungsverteilung  $\rho_A(\vec{r})$  zu ziehen. Dazu werden die "Sonden-Teilchen" in einem Winkelbereich  $[\vartheta, \vartheta + d\vartheta]$  um die Probe nachgewiesen. Diese gehören - abhängig vom Streupotenzial  $V(r)$  - zu einem "Stoßparameter"  $b$  im Bereich  $[b, b + db]$ . Der "differentielle Wirkungsquerschnitt"  $d\sigma$  gibt hierbei den Bruchteil des gesamten (integralen) Streuquerschnitts  $\sigma$  an, durch den die Teilchen hindurchfliegen, die vom Potenzial  $V(r)$  in dem vom Detektor aufgespannten Raumwinkel  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\phi$  gestreut werden. D.h.:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(\vartheta, \Omega)}{\sigma} &= \frac{\Delta \dot{N}(\vartheta, \Omega)}{\dot{N}} = \frac{2\pi b db}{\sigma} \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{2\pi}{\sigma} \frac{db}{d\vartheta} d\vartheta \frac{d\varphi}{2\pi} = \frac{b}{\sigma} \frac{db}{d\vartheta} d\vartheta d\varphi \\ &\rightarrow d\sigma(\vartheta, \Omega) = b \frac{db}{d\vartheta} \frac{1}{\sin \vartheta} d\Omega \\ &\rightarrow \boxed{\frac{d\sigma(\vartheta, \Omega)}{d\Omega} = b \frac{db}{d\vartheta} \frac{1}{\sin \vartheta}} \end{aligned}$$

### 3.3.3 Das Thomsonsche Atommodell

J.J. Thomson (1856-1940) schlug 1903 für die räumliche Verteilung der  $Z$  Elektronen und  $Z$  positiven Ladungen das sog "Rosinenkuchen-Modell", bei dem die positiven Ladungen gleichmäßig über die gesamte Fläche verteilt sind und die  $e^-$  sich frei darin bewegen.

$$n_1 = n_+ = \frac{Z}{\frac{4\pi}{3} R^3} \quad R: \text{ Atomradius}$$

Würden nur die positiven Ladungen berücksichtigt, würde ein Elektron im Abstand  $r < R$  bei einer homogenen Ladungsverteilung (mit Ladungsdichte  $= \rho_+ = \frac{Ze}{\frac{4\pi}{3} R^3}$ ) das Feld

$$E(\vec{r}) = \frac{Zer}{4\pi\epsilon R^3} \hat{r}$$

und somit die Kraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = -e\vec{E} = -k_T \vec{r} \quad \text{mit} \quad k_T = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon R^3} \hat{r}$$

wirken. Das führt zu einer harmonischen Schwingung mit Frequenz  $\omega_e = \sqrt{\frac{k_T}{m_e}}$ . Für eine homogene Verteilung aller  $Z$  Elektronen (Teilchendichte  $n_e =$



$\frac{Z}{\frac{4\pi}{3}R^3}$ ) ergibt sich eine kollektive Schwungung gegen die viel schwereren positiven Ladungen mit der sog. Plasmafrequenz.

$$\begin{aligned} w_p &= \sqrt{\frac{n_e \cdot e^2}{\epsilon \cdot m_e}} = \sqrt{\frac{3Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3}} \\ &= \sqrt{3}\omega_e \end{aligned}$$

**Problem:** Die aus diesem Modell abgeschätzten Absorptions und Emissionsfrequenzen stimmen nicht mit den beobachteten atomaren Frequenzen überein. Vorallem: Ergebnisse von Streuzperimenten stimmen nicht mit der vom Modell erwarteten Winkelverteilung überein: Für  $\alpha$ -Teilchen (Masse  $m_{He}$ , Ladung  $2e$ ) spielen die Elektronen wegen ihrer kleinen Masse bei der Ablenkung praktisch keine Rolle. Die Kraft auf ein  $\alpha$ -Teilchen in Richtung senkrecht zu seiner Einfallsrichtung ergibt sich daher für  $r < R$  zu:

$$F_y = F(r) \sin \varphi \simeq \frac{2Ze^2 r}{4\pi\epsilon_0 R^3} \frac{b}{r} = 2k_T b$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \Delta p_y &= \int F_y dt = 2k_T b T \\ &\simeq \frac{4k_T b}{\vartheta_0} \sqrt{R^2 - b^2} \quad \text{mit } T \simeq \frac{d}{\vartheta_0} = \frac{2\sqrt{R^2 - b^2}}{\vartheta_0} \end{aligned}$$

Da  $\Delta p_y \ll p_z \simeq p(dh\vartheta \ll 1)$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\Delta p_y}{p_z} &\simeq \frac{\Delta p_y}{p} = \tan \varphi \\ &= \frac{4k_T b}{m\vartheta_0^2} \sqrt{R^2 - b^2} \simeq \vartheta \end{aligned}$$

$$\rightarrow \vartheta = \frac{4k_T b}{m\vartheta_0^2} \sqrt{R^2 - b^2} = \vartheta(b)$$

Für ein mit beliebigem Stoßparameter  $b$  einlaufendes  $\alpha$ -Teilchen ergibt sich der durchschnittliche Streuwinkel  $\bar{\vartheta}$  zu: **Beispiel:**  $R = 0.1mm$ ,  $\alpha$ -Teilchen mit  $E = 5MeV$ , and Goldfolie ( $Z = 79$ ) gestreut werden

$$\rightarrow \bar{\vartheta} = 1.8 \cdot 10^{-4} rad \simeq 0.62' \rightarrow \text{sehr kleiner Winkel}$$

Bisher Ablenkung durch ein Atom im Mittel berechnet ( $\bar{\varphi}$ ). Im Experiment wurden die  $\alpha$ -Teilchen durch eine Goldfolie geschossen und somit an vielen Atomen gestreut (für Foliendicke von  $10\mu m$  und Golddurchmesser von  $\simeq 0.2nm$ , ca  $6 \cdot 10^4$  Atome). Da die Stoßrichtung bei jeder Streuung statistisch verteilt ist (entweder nach links oder rechts) ist auch  $\bar{\vartheta}$  statistisch verteilt.  $\rightarrow$  "Random walk"-Problem  $\rightarrow$  Gauß-Verteilung.

Die Zahl der in dem Winkel  $\vartheta$  abgelenkten  $\alpha$ -Teilchen ergibt sich daher zu

$$N(\vartheta) = N_0 e^{-\frac{\vartheta^2}{\langle \Delta\vartheta \rangle^2}} = N_0 e^{-\frac{\vartheta^2}{m\bar{\vartheta}}}$$

Nach  $m$  Stoßprozessen ergibt sich eine mittlere Breite der Verteilung

$$\Delta\vartheta = \sqrt{m} \cdot \bar{\vartheta} \quad (\text{Standardabweichung})$$

**Beispiel:** Goldfolie mit Dicke  $10\mu m$ ,  $m \simeq 5 \cdot 10^4$ .

$$\rightarrow \langle \Delta\vartheta \rangle = 4 \cdot 10^{-2} rad \simeq 2.3''$$

Um das Thomsonsche Atommodell zu testen führte Rutherford 1909 Streuexperimente von  $\alpha$ -Teilchen an einer Goldfolie durch. Die Ergebnisse zeigten, dass auch noch sehr große Streuwinkel (bis zu  $160^\circ$ ) beobachtet wurden. Dies widersprach eindeutig dem Thomson-Modell.