### 

**МНОГОСЛОЙНЫЕ НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ, ОСНОВАННЫЕ НА КЛАССИЧЕСКИХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ**

**Тархов Дмитрий Альбертович**

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ)*

**Лазовская Татьяна Валерьевна**

*временно без*

В работе обсуждается построение гибридных моделей с использованием как классических численных методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, так и универсального нейросетевого подхода Д.А. Тархова и А. Н. Васильева. Мы предполагаем, что полученные гибридные алгоритмы будут избавлены от недостатков каждого из подходов при сохранении их достоинств.  
Первый вариант состоит в том, что результаты применения классических методов используются в качестве дополнительных данных при обучении нейронной сети [1,2,5].   
Второй вариант заключается в трансформации неявных сеточных методов в явные с использованием предварительно обученной нейронной сети. Для обыкновенных дифференциальных уравнений такой подход был опробован в [2].   
 Третий вариант состоит в построении многослойных нейросетевых структур на основе сеточных методов. Цитированные выше работы по нейросетевому подходу использовали нейронные сети с одним скрытым слоем. Для перехода к многослойным сетям необходимо определить их структуру (число слоёв и число элементов в каждом слое), а также начальные значения параметров (весов сети). Это можно сделать как с помощью эволюционных алгоритмов, так и базируясь на некоторой сеточной схеме, переходя от линейных связей к близким к ним нелинейным, характерным для нейронных сетей. В результате получается аналог глубокого обучения.  
Нами были рассмотрены различные способы построения нейросетевых конструкций, основанных на методе сеток. С помощью простой модификации таких классических методов нами иллюстрируется возможность построения непрерывной аппроксимации. Для явного метода Эйлера решение строится на отрезке с переменным правым концом. В результате получаем непрерывную функцию, приближающую искомое решение на всём отрезке. Точность решения, очевидно, зависит от выбранного числа слоев модели, сходимость и погрешность можно оценить с помощью функционала ошибки (невязки).   
Такой способ построения решения был применен для одной известной жесткой задачи и показал существенное улучшение результатов.  
Заметим, что известные оценки для невязки исходных методов в конечной точке промежутка позволяют получить равномерные оценки для полученного приближённого решения на отрезке.  
Аналогично модифицируются и другие классические схемы – предиктор-корректор, трапеций, Рунге-кутта, Адамса и т.д.  
Общая идея введения нелинейных закономерностей и связей в классические модели подразумевает последующее дообучение параметров полученных моделей.  
Предлагается замена линейного выражения для приращения на нелинейную зависимость, которая при малых значениях такого приращения ведет себя почти линейно. Выбирая в качестве такой нелинейной зависимости функции, типичные для нейросетевого базиса, на выходе получим первичное приближение в виде нейронной сети.  
Если необходимо найти аппроксимацию решения с большей точностью (в смысле невязки или функционала ошибки), построенную нейронную сеть можно обучить, настроив веса в ходе минимизации соответствующего функционала ошибки.   
Апробация такого варианта гибридной модели также проводилась на вышеупомянутом жестком уравнении, точность результата была значимо выше классического и нейросетевого подходов, примененных независимо.   
В данной работе сделаны первые попытки заполнить пробел между классическими численными методами решения дифференциальных уравнений и нейросетевым подходом. Рассмотрены возможности построения непрерывных аппроксимаций, опираясь только на классические численные схемы, введение нелинейных связей как при поиске поточенных решений, так и при построении непрерывных приближений.  
Данное направление представляется перспективным для дальнейшего изучения и теоретического обоснования результатов.  
1. Vasilyev A., Tarkhov D. 2014 Mathematical Models of Complex Systems on the Basis of Artificial Neural Networks// Nonlinear Phenomena in Complex Systems 17 327-335  
2. Lazovskaya, T.V., Tarkhov, D.A.: Fresh approaches to the construction of parameterized neural network solutions of a stiff differential equation. St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics (2015), http://dx.doi.org/10.1016/j.spjpm.2015.07.005  
3. Budkina E. M., Kuznetsov E. B., Lazovskaya T. V., Leonov S. S., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N. Neural Network Technique in Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719, pp. 277–283, 2016   
4. Gorbachenko V. I., Lazovskaya T. V., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N., Zhukov M.V. Neural Network Technique in Some Inverse Problems of Mathematical Physics// Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719, pp. 320–316, 2016   
5. Shemyakina T. A., Tarkhov D. A., Vasilyev A. N. // Springer International Publishing Switzerland 2016 L. Cheng et al. (Eds.): ISNN 2016, LNCS 9719, pp. 547–554, 2016