# Przeszukiwanie lokalne i gry

Paweł Rychlikowski

Instytut Informatyki UWr

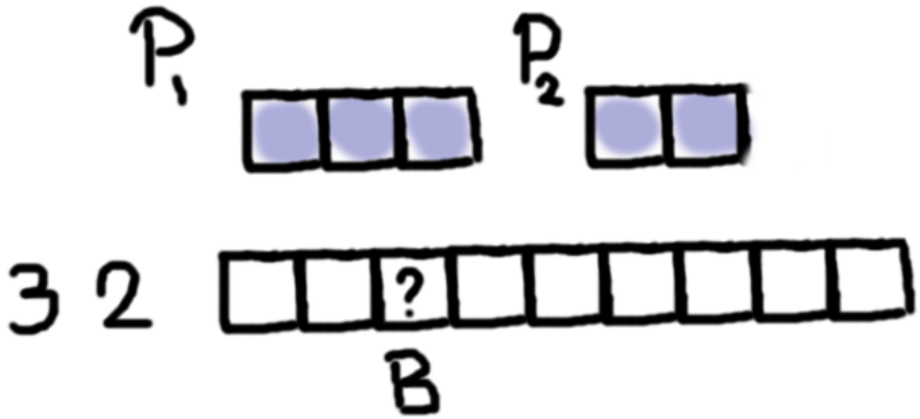
23 kwietnia 2021

Najpierw jeszcze trochę o więzach

# Reifikacja (przypomnienie)

- Inny przykład: `A #<=> B #> C`
- Naturalna propagacja:
  - Ustalenie $A$ dorzuca więz
  - Jak wiemy, czy prawdziwy jest `B #> C`, to znamy wartość `A`

# Reifikacja i obrazki logiczne




- Użycie zmiennych $P_1$ i $P_2$ określających położenie bloku pozwala zmniejszyć dziedziny ($|P_1| + |P_2|$ zamiast $|P_1| \times |P_2|$ (mniejsze zużycie pamięci, niezmniejszona liczba kombinacji)
- Zmienna $B$ ma wartość logiczną:

  *3 jest przykryte przez blok rozpoczynający się w $P_1$ lub przez blok rozpoczynający się w $P_2$*

# Reifikacja i obrazki logiczne

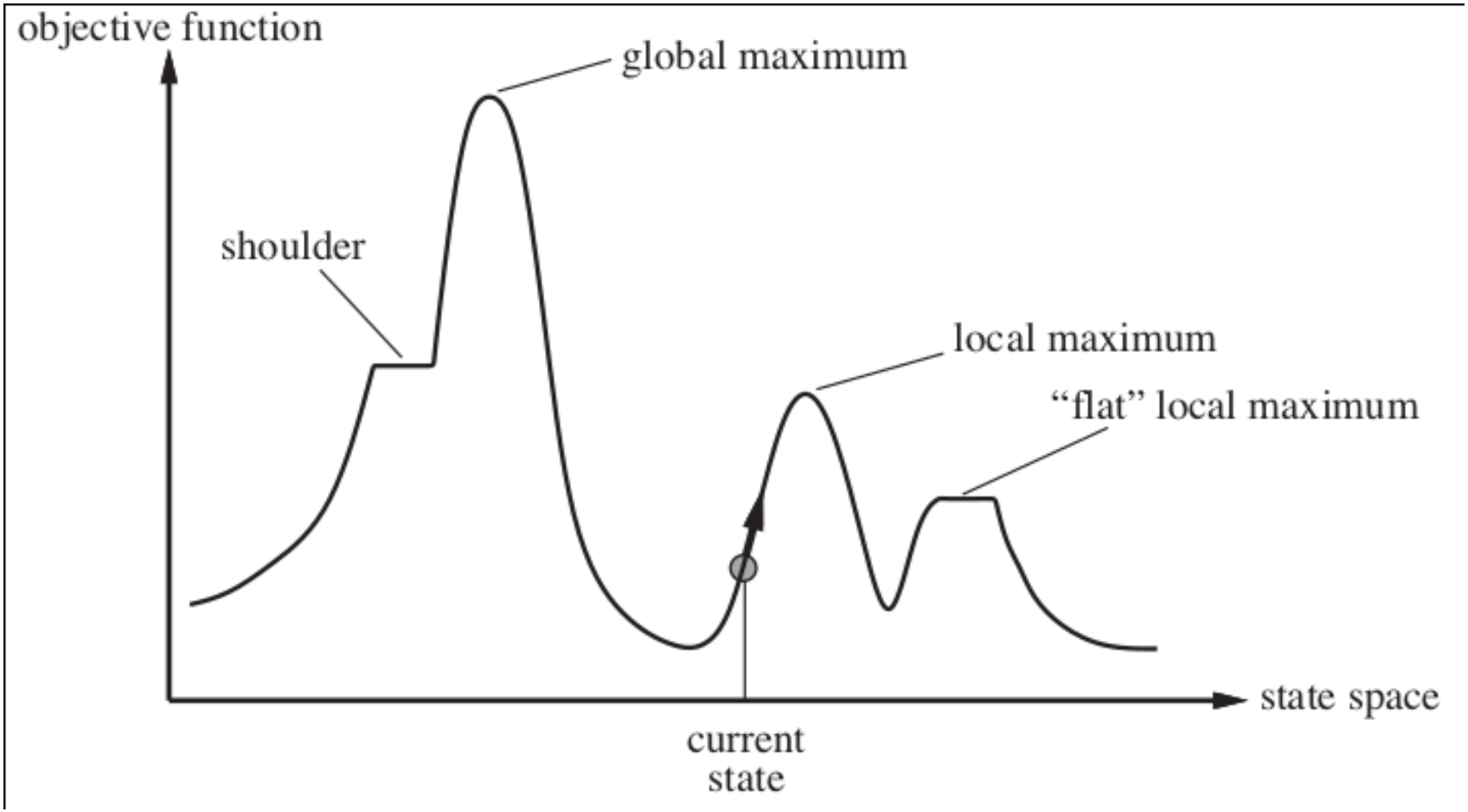
- Metoda z porzedniego slajdu jest bardzo ogólna!
- **Opis zadania prawie automatycznie przekłada się na algorytm!**

Na tym skończymy o więzach i przejdziemy do przeszukiwania lokalnego

# Przeszukiwania lokalne (ogólnie)

- Powiemy sobie o paru ideach związanych z przeszukiwaniem lokalnym.
- Można je wykorzystywać w zadaniach więzowych (MinConflicts z poprzedniego wykładu), ale nie tylko.

# Krajobraz przeszukiwania lokalnego



# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów.

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów. Porównaj więzy:
   1. Nauczyciel ma tylko z jedną klasą lekcje na raz
   2. nikt nie ma dwóch biologii jednego dnia.

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów. Porównaj więzy:
   1. Nauczyciel ma tylko z jedną klasą lekcje na raz
   2. nikt nie ma dwóch biologii jednego dnia.
3. Czymś niezwiązanym bezpośrednio z więzami

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów. Porównaj więzy:
   1. Nauczyciel ma tylko z jedną klasą lekcje na raz
   2. nikt nie ma dwóch biologii jednego dnia.
3. Czymś niezwiązanym bezpośrednio z więzami
   - produktywnością zespołu robotników (maksymalizemy, nie minimalizujemy!)

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów. Porównaj więzy:
   1. Nauczyciel ma tylko z jedną klasą lekcje na raz
   2. nikt nie ma dwóch biologii jednego dnia.
3. Czymś niezwiązanym bezpośrednio z więzami
   - produktywnością zespołu robotników (maksymalizemy, nie minimalizujemy!)
   - zadowoleniem gości weselnych z towarzystwa przy stolikach,

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów. Porównaj więzy:
   1. Nauczyciel ma tylko z jedną klasą lekcje na raz
   2. nikt nie ma dwóch biologii jednego dnia.
3. Czymś niezwiązanym bezpośrednio z więzami
   - produktywnością zespołu robotników (maksymalizemy, nie minimalizujemy!)
   - zadowoleniem gości weselnych z towarzystwa przy stolikach,
   - potencjalnym zyskiem sklepu,

# Czym może być funkcja, którą minimalizujemy?

1. Liczbą **niespełnionych** więzów.
2. **Wagą** niespełnionych więzów. Porównaj więzy:
   1. Nauczyciel ma tylko z jedną klasą lekcje na raz
   2. nikt nie ma dwóch biologii jednego dnia.
3. Czymś niezwiązanym bezpośrednio z więzami
   - produktywnością zespołu robotników (maksymalizemy, nie minimalizujemy!)
   - zadowoleniem gości weselnych z towarzystwa przy stolikach,
   - potencjalnym zyskiem sklepu,
   - dopasowaniem do danych uczących

# Czym może być funkcja, którą maksymalizujemy?

**Uwaga**

Ważna część uczenia maszynowego dotyczy **maksymalizacji dopasowania do danych uczących**

# Hill climbing

Hill climbing jest chyba najbardziej naturalnym algorytmem inspirowanym poprzednim rysunkiem.

- Dla stanu znajdujemy wszystkie następniki i wybieramy ten, który ma największą wartość.
- Powtarzamy aż do momentu, w którym nie możemy nic poprawić

**Problem**

Oczywiście możemy utknąć w lokalnym maksimum.

# Hill climbing z losowymi restartami

**Uwaga**

Możemy podjąć dwa działania, oba testowaliśmy w obrazkach logicznych:

1. Dorzucać ruchy niekoniecznie poprawiające (losowe, ruchy w bok)
2. Gdy nie osiągamy rozwiązania przez dłuższy czas rozpoczynamy od początku.

Hill climbing + random restarts (w trywialny sposób) jest algorytmem zupełnym z p-stwem 1 (bo „kiedyś" wylosujemy układ startowy)

# Inne warianty Hill climbing

a) Stochastic hill climbing – wybieramy losowo ruchy w górę (p-stwo stałe, albo zależne od wielkości skoku).
b) First choice hill climbing – losujemy następnika tak długo, aż będzie on ruchem w górę
   - dobre, jeżeli następników jest bardzo dużo

**Uwaga**

Idee z tego i kolejnych algorytmów można dowolnie mieszać – na pewno coś wyjdzie!

# Symulowane wyżarzanie

- Motywacja fizyczna: ustalanie struktury krystalicznej metalu.
- Jeżeli będziemy ochładzać powoli, to metal będzie silniejszy (bliżej globalnego minimum energetycznego).
- **Symulowane** wyżarzanie – próba oddania tej idei w algorytmie.

**Algorytm**

Symulujemy opadającą temperaturę, prawdopodobieństwo ruchu chaotycznego zależy malejąco od temperatury.

# Symulowane wyżarzanie (2)

- Przykładowa implementacja bazuje na first choice hill climbing.
- Jak wylosowany ruch (**r**) jest lepszy (czyli $\Delta F > 0$), to go wykonujemy (maksymalizacja $F$).
- W przeciwnym przypadku wykonujemy ruch **r** z p-stwem $p = e^{\frac{\Delta F}{T}}$
- Pilnujemy, żeby $T$ zmniejszało się w trakcie działania (i było cały czas dodatnie)

## Komentarze do wzoru

- $\Delta F \leq 0$, $T > 0$, czyli $0 \leq p \leq 1$.
- Im większe pogorszenie, tym mniejsze p-stwo
- Im większa temperatura, tym większe p-stwo.

# Taboo search

**Problem**

Być może płaskie maksimum lokalne.

**Rozwiązanie**

Dodajemy pamięć algorytmowi, zabraniamy powtarzania ostatnio odwiedzanych stanów.

# Local beam search

- Zamiast pamiętać pojedynczy stan, pamiętamy ich $k$ (wiązkę).
- Generujemy następniki dla każdego z $k$ stanów.
- Pozostawiamy $k$ liderów.

**Uwaga 1**

To nie to samo co $k$ równoległych wątków hill-climbing (bo uwaga algorytmu może przerzucać się do bardziej obiecujących kawałków przestrzeni)

**Uwaga 2**

Beam search jest bardzo popularnym algorytmem w różnych zadaniach wykorzystujących sieci neuronowe do modelowania sekwencji (np. tłumaczenie maszynowe).

# Algorytmy ewolucyjne

- Zarządzamy populacją osobników (czyli np. pseudorozwiązań jakiegoś problemu więzowego).
- Mamy dwa rodzaje operatorów:
  a) Mutacja, która z jednego osobnika robi innego, podobnego.
  b) Krzyżowanie, która z dwóch osobników robi jednego, w jakiś sposób podobnego do „rodziców".
- Nowe osobniki oceniane są ze względu na wartość funkcji przystosowania
- Przeżywa $k$ najlepszych.

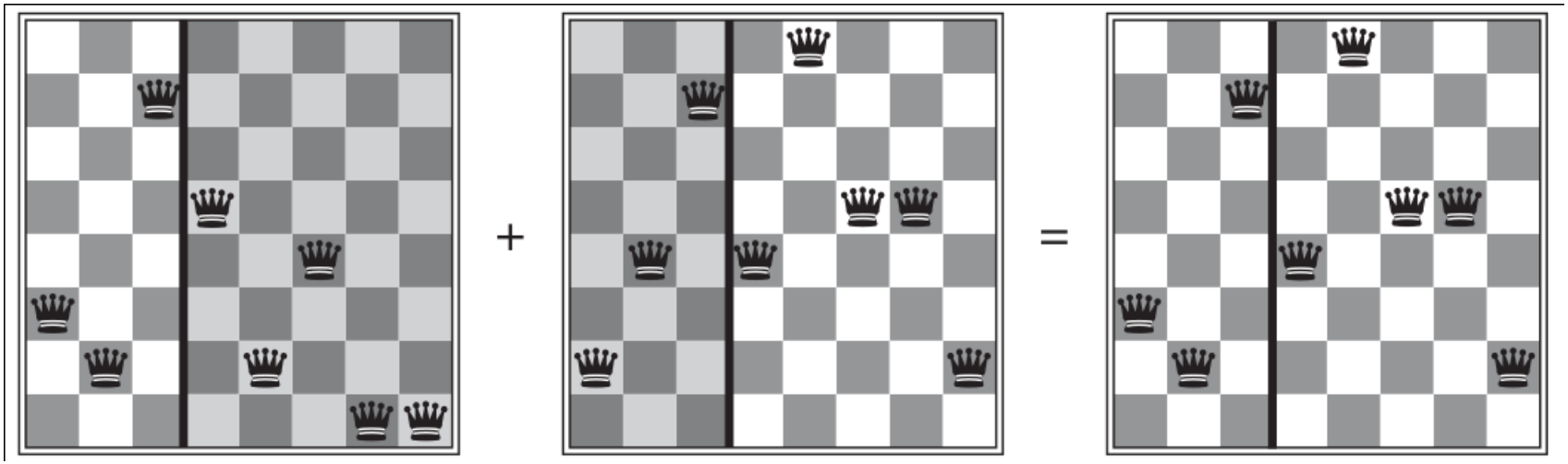
**Uwaga**

Zauważmy, że choć zmienił się język, jeżeli pominiemy krzyżowanie, to otrzymamy wariant Local beam search (mutacja jako krok w przestrzeni stanów).

# Krzyżowanie. Przykład

## Pytanie

Czym mogłoby być krzyżowanie dla zadania z $N$ hetmanami?



# Algorytmy ewolucyjne. Kilka uwag

1. Krzyżowanie i mutacje można zorganizować tak, że najpierw powstają dzieci, a następnie się mutują z pewnym prawdopodobieństwem.
2. Wybór osobników do rozmnażania może zależeć od funkcji dopasowania (większe szanse na reprodukcję mają lepsze osobniki)
3. Można mieć wiele operatorów krzyżowania i mutacji.

Koniec części I

# Przeszukiwanie w grach

# Przykładowa gra

- Gracz **A** wybiera jeden z trzech zbiorów:
  1. $\{-50, 50\}$
  2. $\{1, 3\}$
  3. $\{-5, 15\}$
- Następnie gracz **B** wybiera liczbę z tego zbioru.

**Pytanie**

Co powinien zrobić **A**, żeby uzyskać jak największą liczbę?

# Przykładowa gra

## Nasza gra

1. $\{-50, 50\}$
2. $\{1, 3\}$
3. $\{-5, 15\}$

Racjonalny wybór dla **A** zależy od (modelu) gracza **B**

- Współpracujący: Oczywiście 1.
- Losowy (z $p = \frac{1}{2}$)) Wybór 3 (średnio 5)
- „Złośliwy”:wybór 2 (gwarantujemy wartość 1)

# Wyszukiwanie w grach

- Nieco inna rodzina zadań wyszukiwania, w których mamy dwóch (lub więcej) agentów.
- Interesy agentów są (przynajmniej częściowo) rozbieżne.
- Rozgrywka przebiega w turach, w których gracze na zmienę wybierają swoje ruchy.

# Definicja gry

## Definicja

Gra jest problemem przeszukiwania, zadanym przez następujące składowe:

1. Zbiór stanów, a w nim $S_0$, czyli stan początkowy
2. player(s), funkcja określająca gracza, który gra w danym stanie.
3. actions(s) – zbiór ruchów możliwych w stanie s
4. result(s,a) – funkcja zwracająca stan powstały w wyniku zastosowania akcji a w stanie s.
5. terminal(s) – funkcja sprawdzająca, czy dany stan kończy grę.
6. utility(s, player) – funkcja o wartościach rzeczywistych, opisująca wynik gry z punktu widzenia danego gracza.

# Gra o sumie zerowej

**Definicja**

W grze o sumie zerowej suma wartości stanów terminalnych dla wszystkich graczy jest stała (niekonieczne zera, ale...)

Konsekwencje:

- Zysk jednego gracza, jest stratą drugiego.
- Kooperacja nic nie daje.

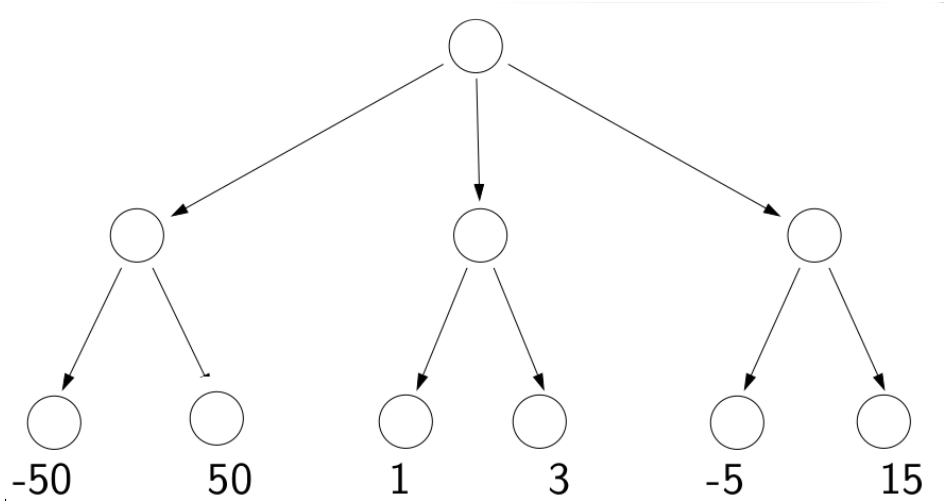
**Uwaga**

Zaczniemy od gier o sumie zerowej i gracza, wcześniej nazwanego złośliwym (lepiej go nazwać racjonalnym)

# Różnice między grami a zwykłym przeszukiwaniem

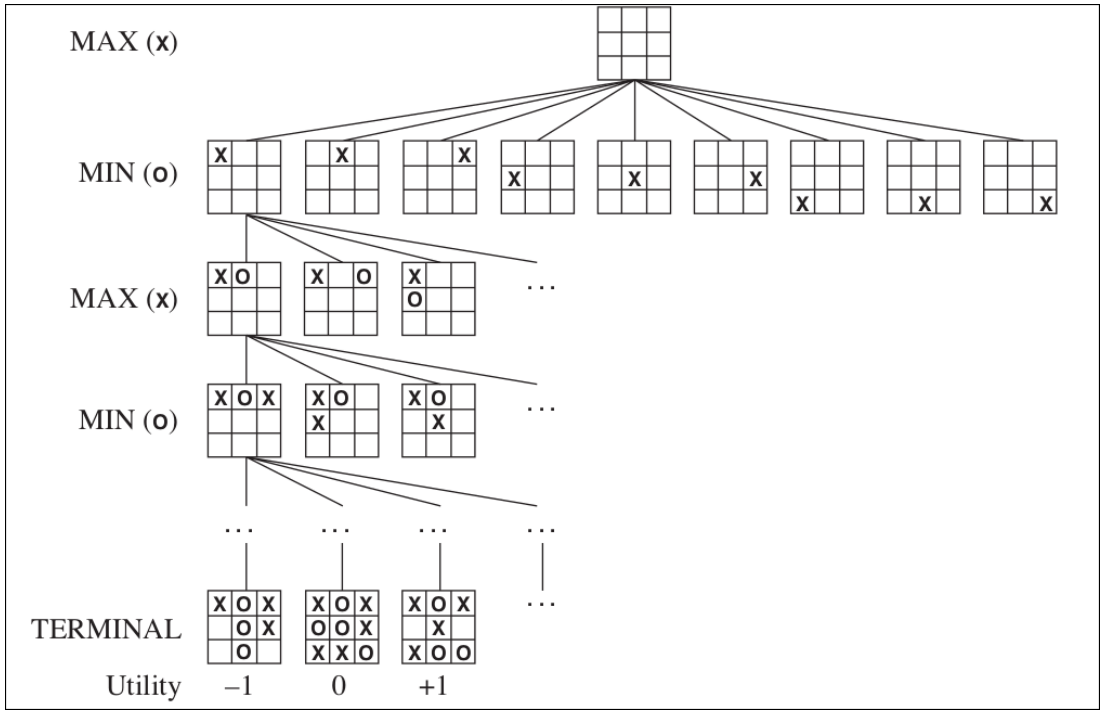
1. Mamy graczy: stan gry wskazuje na gracza, który ma się ruszać.
2. Stany końcowe mają wartości, różne dla różnych graczy.
3. Koszt jest zwykle jednostkowy (inny można uwzględnić w końcowej wypłacie, dodając do stanu „finanse” gracza)

# Drzewo gry



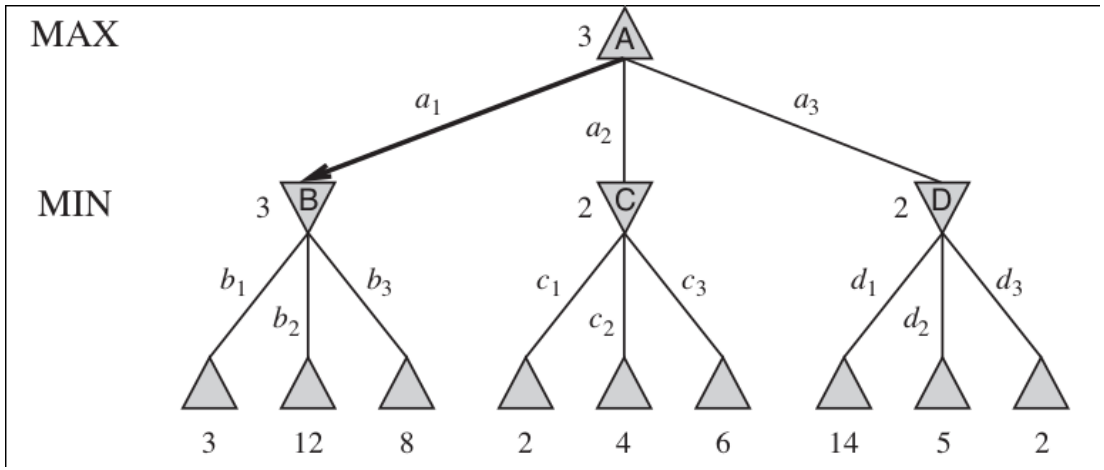
# Kółko i krzyżyk. Drzewo gry

Fragment drzewa dla prawdziwej gry



# Inna prosta gra (2)

- Mamy dwóch graczy Max i Min (jeden chce maksymalizacji, drugi minimalizacji).
- Wartość dla Max-a to liczba przeciwna wartości dla Min-a.
- Mamy dwa ruchy, zaczyna gracz maksymalizujący.



# Algorytm MiniMax

```
MAX = 1
MIN = 0

def decision(state):
    """decision for MAX"""
    return max(a for actions(state),
       key = lambda a : minmax(result(a,state), MIN))

def minmax(state, player):
    if terminal(state): return utility(state)

    values = [minmax(result(a,state), 1-player) for a in actions(state)]
    if player == MIN:
        return min(values)
    else:
        return max(values)
```

# Drobna uwaga nazewnicza

Spotyka się różne warianty nazewnicze (niestety również na naszych slajdach):

- Algorytm MiniMax
- Algorytm min-max
- Algorytm MinMax

# Algorytm MiniMax

- O(d) – pamięć
- $O(b^{2d})$ czas, gdzie $d$ jest liczbą ply's (półruchów)
- Dla szachów $b \approx 35$, $d \approx 50$
- Dla go: 250, 150

# Algorytm MiniMax (wersja realistyczna)

- Algorytm MiniMax działa jedynie dla bardzo małych, sztucznych gier (ewentualnie dla końcówek prawdziwych gier).
- Żeby go uczynić realistycznym, musimy:
  a) Przerwać poszukiwania na jakiejś głębokości.
  b) Umieć szacować wartość nieterminalnych sytuacji na planszy.

# Algorytm MinMax z głębokością

```
def decision(state):
    return max(a for actions(state),
       key = lambda a : minmax(result(a,state), MIN ,0))

def minmax(state, player, depth):
    if terminal(state): return utility(state)
    if cut_off_test(state, depth):
        return heuristic_value(state)

    values = [minmax(result(a,state), 1-player, depth+1) for a in actions(state)]
    if player == 0:
        return min(values)
    else:
        return max(values)
```

# Dwa parametry algorytmu wyszukiwania

1. cut_off_test: kiedy kończymy przeszukiwanie
   - najłatwiej: jak osiągniemy maksymalny poziom, biorąc pod uwagę możliwości
   - Nie jest to jedyne wyjście (ani najlepsze)
2. Co to znaczy funkcja heuristic_value

# Jak szacować wartość sytuacji?

## Wariant 1

Korzystamy z wiedzy eksperta, próbując ją sformalizować.

## Wariant 2

Próbujemy zaprząc jakiś mechanizm uczenia (lub przeszukiwania), żeby tę funkcję wybrać.

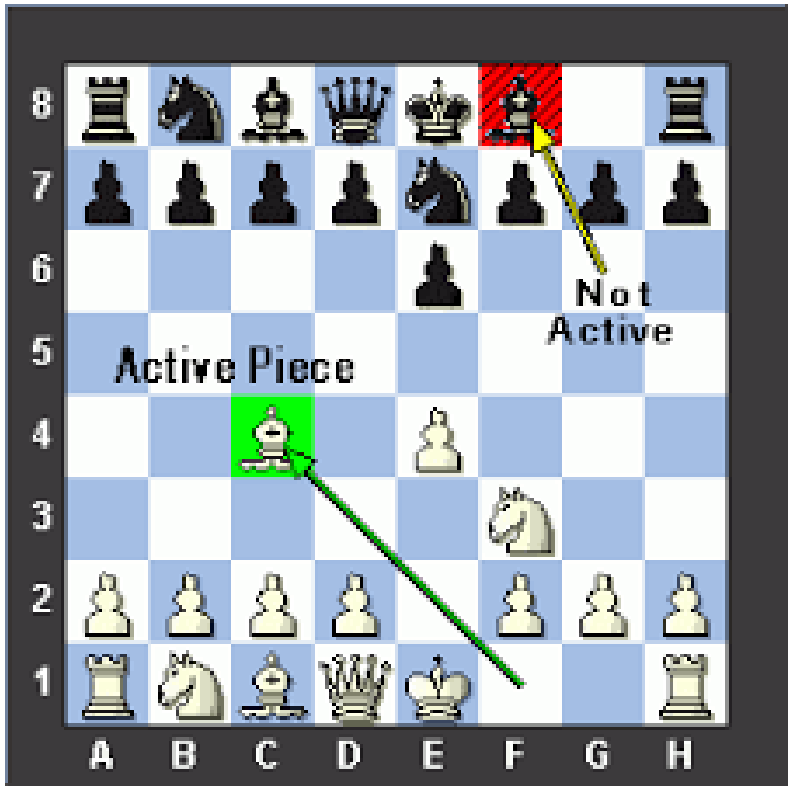
# Jak szacować wartość sytuacji? (2)

Generalne wskazówki:

1. Przewaga materialna (więcej, lepszych figur)
2. Ustawienie figur (ruchliwość – liczba możliwych ruchów)
3. Szacowana liczba ruchów do zwycięstwa (zagrożony król, itp).
4. Ochrona naszych figur (jak mnie zbijesz, to ja cię zaraz zbiję)

# Aktywny goniec

Biały goniec wprowadzony do gry, czarny nie może nic zrobić.



# Przewaga materialna

- Wartość materialną liczą powszechnie szachiści:
  a) pion: 1
  b) skoczek, goniec: 3
  c) wieża: 5
  d) hetman: 9
- Sprawdzono doświadczalnie, że te wartości są dobrze dobrane (jak sobie wyobrazić taki eksperyment?)

**Uwaga**

Nawet nie wiedząc nic o uczeniu, możemy sobie wyobrazić łatwo jakąś procedurę wyznaczania tych wartości. Na przykład:

1. Losujemy 100 zestawów: (1, wartość-gońca, wartość-skoczka, wartość-wieży, wartość-hetmana).
2. Przeprowadzamy pojedynki każdy z każdym.
3. Wybieramy zwycięzcę.