

**Problema 9.3.1** Pentru următoarele funcții booleene de trei variabile, date prin intermediul tabelelor de valori, scrieți cele două forme canonice: conjunctivă (FCC) și disjunctivă (FCD). Simplificați funcțiile utilizând diagrame Veitch.

x	y	z	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	f <sub>3</sub>	f <sub>4</sub>	f <sub>5</sub>	f <sub>6</sub>	f <sub>7</sub>	f <sub>8</sub>
0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0

**Teorie:**

**1. Forma canonică disjunctivă (FCD)**

- Mintermi sunt combinații de valori pentru care funcția este 1.
- Pentru FCD, identificăm liniile unde  $f_i = 1$  și scriem mintermi.
- Fiecare minterm utilizează simbolul  $\wedge$  (AND) între variabile:
  - variabila este negată ( $\bar{x}$ ) dacă valoarea este 0.
  - variabila este nedenegată ( $x$ ) dacă valoarea sa este 1.
- Mintermi sunt legați prin simbolul  $\vee$  (OR)

**2. Forma canonică conjunctivă (FCC)**

- Maxtermi sunt combinații de valori pentru care funcția este 0.
- Pentru FCC, identificăm liniile unde  $f = 0$  și scriem maxtermi.
- Fiecare maxterm utilizează simbolul  $\vee$  (OR) între variabile:
  - variabila este negată ( $\bar{x}$ ) dacă valoarea este 1.
  - variabila este nedenegată ( $x$ ) dacă valoarea este 0.
- Maxtermi sunt legați prin simbolul  $\wedge$  (AND).

Pentru  $f_1$ :

• Obținerea FCD:

Mintermi ( $f_1 = 1$ ):

$$m_1: (x=0, y=0, z=1) \Rightarrow m_1 = \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z$$

$$m_3: (x=0, y=1, z=1) \Rightarrow m_3 = \bar{x} \wedge y \wedge z$$

$$m_4: (x=1, y=0, z=0) \Rightarrow m_4 = x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$$

$$m_7: (x=1, y=1, z=1) \Rightarrow m_7 = x \wedge y \wedge z$$

Forme canonică disjunctivă (FCD):

$$f_1 = m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_7$$

$$f_1 = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge z)$$

• Obținerea FCC:

Maxtermi ( $f_1 = 0$ ):

$$M_0: (x=0, y=0, z=0) \Rightarrow M_0 = x \vee y \vee z$$

$$M_2: (x=0, y=1, z=0) \Rightarrow M_2 = x \vee \bar{y} \vee z$$

$$M_5: (x=1, y=0, z=1) \Rightarrow M_5 = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$$

$$M_6: (x=1, y=1, z=0) \Rightarrow M_6 = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z$$

Forme canonică conjunctivă (FCC):

$$f_1 = M_0 \wedge M_2 \wedge M_5 \wedge M_6$$

$$f_1 = (x \vee y \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)$$

• Construirea diagramei Karnaugh / Veitch

$\left\{ \begin{array}{l} \text{minterm} \leftrightarrow \text{monom canonic} \\ \text{max} \rightarrow \text{monom maximal} \end{array} \right.$

	x	$\bar{x}$
y	$m_7$	$m_3$
$\bar{y}$	$m_4$	$m_1$
	z	$\bar{z}$

$$\text{max}_1 = m_4 = x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$$

$$\begin{aligned} \text{max}_2 = m_7 \vee m_3 &= (x \wedge y \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z) = \\ &= (y \wedge z) \wedge (x \vee \bar{x}) = y \wedge z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{max}_3 = m_3 \vee m_1 &= (\bar{x} \wedge y \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) = \\ &= (\bar{x} \wedge z) \wedge (y \vee \bar{y}) = \bar{x} \wedge z \end{aligned}$$

$$f_1^s = \text{max}_1 \vee \text{max}_2 \vee \text{max}_3$$

$$f_1^s = (x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (y \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge z)$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{AND} (\wedge) \rightarrow \cdot \\ \text{OR} (\vee) \rightarrow + \end{array} \right.$

! Grupăm mintermi în puteri ale lui 2.

Pentru  $f_2$ :

- Obținerea formei canonice disjunctive (FCD):

Mintermi ( $f_2=1$ ):

$$m_0: (x=0, y=0, z=0) \Rightarrow m_0 = \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}$$

$$m_1: (x=0, y=0, z=1) \Rightarrow m_1 = \bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z$$

$$m_5: (x=1, y=0, z=1) \Rightarrow m_5 = x \wedge \bar{y} \wedge z$$

$$m_7: (x=1, y=1, z=1) \Rightarrow m_7 = x \wedge y \wedge z$$

Forma canonică disjunctivă (FCD):

$$f_2 = m_0 \vee m_1 \vee m_5 \vee m_7$$

$$f_2 = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge y \wedge z)$$

- Obținerea formei canonice conjunctive (FCC):

Maxtermi ( $f_2=0$ )

$$M_2: (x=0, y=1, z=0) \Rightarrow M_2 = x \vee \bar{y} \vee z$$

$$M_3: (x=0, y=1, z=1) \Rightarrow M_3 = x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$$

$$M_4: (x=1, y=0, z=0) \Rightarrow M_4 = \bar{x} \vee y \vee z$$

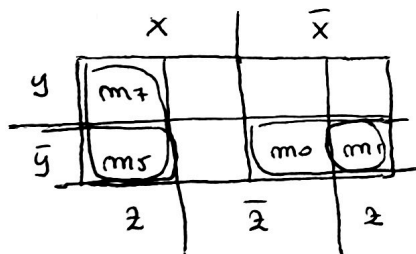
$$M_6: (x=1, y=1, z=0) \Rightarrow M_6 = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z$$

Forma canonică conjunctivă (FCC):

$$f_2 = M_2 \wedge M_3 \wedge M_4 \wedge M_6$$

$$f_2 = (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)$$

- Construirea diagramei Veitch:



$$\begin{aligned} max_1 &= m_7 \vee m_5 = (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) = \\ &= (x \wedge y) \wedge (\underbrace{y \vee \bar{y}}_{=1}) = x \wedge y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} max_2 &= m_0 \vee m_1 = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) = \\ &= (\bar{x} \wedge \bar{y}) \wedge (\underbrace{\bar{z} \vee z}_{=1}) = \bar{x} \wedge \bar{y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} max_3 &= m_1 \vee m_5 = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (x \wedge \bar{y} \wedge z) = \\ &= (\underbrace{\bar{y} \wedge z}_{=1}) \wedge (\bar{x} \vee x) = \bar{y} \wedge z \end{aligned}$$

$$f_2^S = max_1 \vee max_2 \vee max_3$$

$$f_2^S = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}) \vee (\bar{y} \wedge z)$$