

文章编号: 1001-0920(2013)11-1601-13

## 多智能体系统编队控制相关问题研究综述

王祥科, 李 迅, 郑志强

(国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

**摘 要:** 首先梳理了编队控制研究的脉络, 介绍了 3 种经典的编队控制方法, 即跟随领航者法、基于行为法和虚拟结构法的研究思想; 接着综述了近年来发展的, 包含了上述 3 种方法且基于图论的编队控制理论的研究成果, 包括多智能体系统图论的建模, 基于代数图论和基于刚性图论的多智能体编队控制律设计、编队构型变换等方面的研究成果; 然后从图论结果出发, 回顾了与编队控制密切相关的一致性、聚集/同向、群集/蜂拥和包络控制的最新进展; 最后, 为了促进多智能体系统在实际中的应用, 指出了多智能体编队控制研究中有待解决的若干问题。

**关键词:** 多智能体系统; 编队控制; 一致性; 聚集/同向; 群算/蜂拥; 包络控制

**中图分类号:** TP24

**文献标志码:** A

## Survey of developments on multi-agent formation control related problems

WANG Xiang-ke, LI Xun, ZHENG Zhi-qiang

(College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China. Correspondent: WANG Xiang-ke, E-mail: xkwang@nudt.edu.cn)

**Abstract:** Firstly, the fundamental sequence of ideas of formation control is investigated with introductions on three classic formation control methods, i.e., the leader-follower method, the behavior based method, and the virtual structure method. In addition, the results of the recently developed graph-based method are reviewed, which embodies the above-mentioned three methods, including the modeling of multi-agent system by graphs, the algebra graph theory based and the rigid graph theory based formation control law designs and shape transformations between different formation patterns. Then, in the view of the graph theory, the recent developments of consensus, rendezvous/alignment, swarming/flocking and containment control are reviewed. Finally, towards to the practical applications, some topics which might be interesting for future investigation are raised as well.

**Key words:** multi-agent system; formation control; consensus; rendezvous/alignment; swarming/flocking; containment control

## 0 引 言

很久以来, 人们就注意到自然界的诸多群体行为, 并展开了较为详尽的分析和研究<sup>[1-4]</sup>. 例如生物界昆虫、鸟和鱼群等协作捕食、共同抵御入侵者等行为, 又如物理中粒子的自组织、自激励等行为, 都显示出某种群体特质. 随着嵌入式计算和通信能力的提高, 以及分布式或者非集中式思想的发展, 人们越来越认识到多智能体系统的合作能够以更小的代价完成更复杂的任务. 相比于单个智能体, 多智能体系统, 尤其是分布式多智能体系统, 具有很多明显的优点<sup>[5-12]</sup>. 例如: 具有分布式的感知与执行器, 以及内在的并行

性; 具有较大的冗余, 比单个智能体有更好的容错性和鲁棒性; 能够更有效地完成(单个智能体无法完成的)任务; 完成同样任务的多个智能体, 一般成本低廉, 比单个性能优良但是成本昂贵的智能体更具有经济效益等. 因此, 近十年来多智能体系统已经发展成为控制领域和机器人领域的重要研究方向.

编队控制是当前多智能体系统研究的热点问题. 它指多个智能体组成的团队在向特定目标或方向运动的过程中, 相互之间保持预定的几何形态(即队形), 同时又要适应环境约束(例如避开障碍)的控制问题<sup>[13]</sup>. 一般而言, 编队控制借助智能体间的局部交

收稿日期: 2012-10-28; 修回日期: 2013-04-16.

基金项目: 国防科学技术大学校预研项目(JC13-03-02).

作者简介: 王祥科(1983—), 男, 讲师, 博士, 从事多智能体合作控制、机器人学等研究; 郑志强(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人学、导航与制导等研究.

互实现多智能体系统的群体行为,从而解决全局性的任务.编队控制在军事、航天、工业、娱乐等各个领域具有广阔的应用前景<sup>[5-6]</sup>.图1给出了几种典型的多智能体编队控制系统的应用实例.在军事领域中,多移动智能体采用合理的编队可以代替士兵执行恶劣、危险环境下诸如侦察、搜寻、排雷、巡逻等军事任务.以侦察任务为例,单个智能体获取环境信息的能力通常有限,但如果多个智能体保持合理的队形,分工获取周围的环境信息,就有可能迅速准确地感知群体所在区域的环境信息,使群体的资源利用率比成员随机分布时更高.又如在对抗性环境中,多机器人士兵通过保持合适的战斗/防御队形可以更有效地应用战术,抵抗多方向的入侵,增强自身安全性.在航天领域,在某种意义上可以将卫星等航天器看作智能体,故卫星编队也属于多智能体编队的范畴.卫星编队技术是21世纪航天应用技术的的前沿,为卫星、特别是小卫星的应用开辟了一个崭新的方向.卫星编队不但可大大降低系统成本,提高系统的可靠性和生存能力,而且可扩展和超越传统单个卫星的功能,完成许多单个航天器不可能完成的任务.在工业生产中,例如多机器人系统搬运大型物体时,对机器人的位置存在一定要求,以满足搬运过程中的稳定和负载平衡.在娱乐方面,如多机器人舞蹈表演,机器人足球竞赛等,为了动作的整齐或战术的需要,要求多机器人保持一定的队形,并动态地切换队形和避障.总之,编队控制可使多智能体系统更加有效地完成指定的任务.

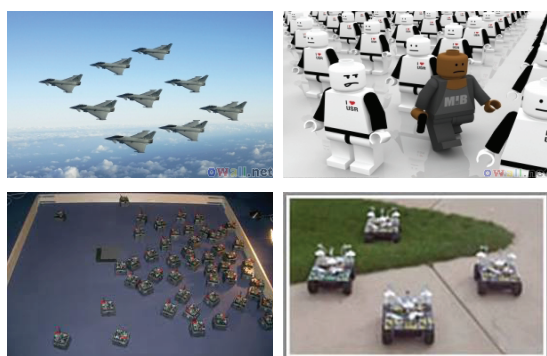


图1 几种典型的多智能体编队控制系统应用实例

编队控制相关问题激起了众多著名科研机构和知名学者的兴趣.近十年来,与多智能体相关,特别是与编队控制相关问题的论文在国际知名期刊上大量发表;在近年的IFAC World Congress和CDC等国际会议上都有专场报告.例如,2011年6月~2012年6月的TAC期刊共发表论文348篇,其中与多智能体相关的论文达30余篇,具体每期的分布如表1所示.又如在去年召开的第18界IFAC World Congress会议中与多智能体相关的专场包括“Multi-Agent Systems I & II”, “Multi-Vehicle Systems”, “Consensus and Gos-

sip Algorithms”等专场和“Synchronization and Consensus in Networks”, “Recent Development on Multi-Agent (formation) Systems”等受邀专场.

表1 2011年6月~2012年6月TAC  
发表多智能体相关文章统计

卷(期)	长文	短文	卷(期)	长文	短文
57(6)	1/12	3/19	57(5)	0/12	1/18
57(4)	1/12	1/17	57(3)	1/12	1/17
57(2)	2/12	1/16	57(1)	2/12	2/16
56(12)	1/11	2/17	56(11)	0/11	1/17
56(9)	1/11	1/18	56(8)	1/11	3/18
56(7)	1/11	1/18	56(6)	0/11	2/19

## 1 编队控制研究现状

近十年来,国内外在编队控制方面开展了大量理论和实物研究,其主要研究内容通常被总结如下<sup>[6,14-15]</sup>.

- 1) 队形生成: 多智能体系统如何设计并形成队形的问题;
- 2) 队形保持: 多智能体系统在运动中如何保持队形不变,即队形稳定问题;
- 3) 队形切换: 多智能体系统如何在队形间顺利切换,即由一种队形变换到另一种队形的问题;
- 4) 编队避障: 运动中遇到障碍时,多智能体系统如何改变编队运动规划或编队结构避开障碍的问题;
- 5) 自适应: 动态未知环境下,多智能体系统如何自动保持/改变编队以最好地适应环境的问题.

目前的研究主要集中在前4个方面,第5个方面涉及较少.

现有文献中,编队控制的研究方法有跟随领航者法、基于行为法、虚拟结构法和基于图论法等.目前,上述研究方法已经逐步混合在一起,难以绝对区分开;特别地,基于图论法由于可以借鉴成熟的图论理论研究编队控制律设计、编队构型、编队信息流等,在近几年受到研究人员的广泛关注,逐步融合了前3种方法,成为研究编队控制的主流方法.为了清晰地阐述编队控制的研究脉络,本文先分别介绍跟随领航者法、基于行为法和虚拟结构法的研究思想,而后着重介绍近年来基于图论法的研究成果.

### 1.1 跟随领航者法

顾名思义,跟随领航者就是指队形中的某一智能体作为领航者,其他的智能体跟随领航者运动.它将队形控制问题转化为跟随智能体跟踪领航者的朝向和位置的问题,因此可用标准的控制理论知识分析并稳定跟踪误差.

Kumar教授领导的GRASP团队对跟随领航者法做了大量理论和实验上的奠基工作,主要包括:提出了 $l-\psi$ 和 $l-l$ 两种跟随领航者的编队模式,并利用反

馈线性化方法设计了编队控制律并证明其渐近稳定性<sup>[16]</sup>;建立了基于  $l$ - $\psi$  和  $l$ - $l$  控制的多智能体编队控制图,实现了多智能体任意队形的切换<sup>[17-18]</sup>;设计了基于全向视觉的多机器人编队和队形切换验证实验<sup>[19]</sup>;提出了合作跟随领航者法,使跟随智能体的运动不仅由领航者决定,还受其他智能体(如自身的跟随者)的影响<sup>[20]</sup>;提出了领航者到编队的稳定性概念,并借助该概念分析了跟随领航者法中,输入或者控制误差的传输对编队结构稳定性的影响<sup>[21]</sup>。

目前,GRASP 团队仍然是一个非常活跃的多智能体编队控制的研究中心,其研究兴趣既包括多智能体协作规划、避障、协作抓取和运输等理论工作,也包括进行四旋翼飞机、UAV 和全向视觉机器人等实物演示系统的设计和开发。

其他研究者也对跟随领航者法进行了大量持续有效的研究工作。例如, Hogg 等<sup>[22]</sup>使用比例 (P) 算法和比例-积分-微分 (PID) 算法分别实现了跟随领航者的编队控制。更为复杂的控制算法,例如 receding-horizon 控制<sup>[23]</sup>, 模糊控制<sup>[24]</sup>等也得到了应用。领航者的选取和编队的拓扑结构是跟随领航者法研究的另一个重点。文献 [25] 指出,跟随领航者法的可控性被多智能体系统的控制连接图唯一决定,即当控制连接图为连通 (connected) 时编队可控。当控制拓扑切换时,文献 [26] 给出了跟随领航者的编队控制的能控性条件。近年来,研究者进一步对更为复杂和广泛的跟随领航者的编队控制问题展开了研究,例如,当智能体的控制输入被强制要求满足一定条件时跟随领航者的控制策略<sup>[27]</sup>, 视线受限条件下的跟随领航者的编队跟踪控制方法<sup>[28]</sup>, 以及跟随领航者的多刚体姿态控制<sup>[29]</sup>等问题中的应用。

## 1.2 基于行为法

基于行为的编队控制方法为基于行为的控制在多智能体系统中的延伸和应用。基于行为的控制器由一系列行为,即简单的基本动作组成。每个行为都有自己的目标或任务,其输入可以作为智能体的传感信息或者系统中其他行为的输出;相应地,每个智能体的输出送到其执行器以控制智能体的运动,或作为系统中其他行为的输入,从而构成交互的行为网络。基于行为法的核心在于各种基本行为的设计和有效的行为协调机制,即行为选择问题。

早在 1987 年,基于行为法就被用于计算机动画中模拟鸟群、鱼群等的聚集行为,通过定义并结合 3 个局部行为实现了群体的聚集<sup>[30]</sup>。进一步, Balch 等<sup>[31]</sup>将基于行为法应用于多智能体编队控制中,通过设计一系列基本行为使四智能体系统编队避障运动到目标点,并且进行了仿真和实物的对比研究。

Lawton 等<sup>[32]</sup>采用基于行为法详尽地研究了多空间飞行器编队飞行问题,并分析了该编队的收敛性和误差的影响; Monteiro 等<sup>[33]</sup>将基于行为法扩展至考虑非线性动力学多智能体编队控制; Jadbabaie 等<sup>[34]</sup>对基于行为法进行了深入的分析 and 形式化,提出了具有深远影响的最近邻协调思想。

上述方法中行为选择或者行为之间的权值设定一般具有任意性。近年来,一种新发展的,值得关注的基于行为的多智能体编队方法为 Antonelli 教授<sup>[35-37]</sup>领导的团队提出的 NSB (null-space-based behavioral) 方法。该方法的核心思想为将多智能体系统看作一个过约束系统,并采用  $\sigma_i = f_i(p_1, p_2, \dots, p_n)$  和  $\dot{\sigma}_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(p)}{\partial p_j} v_{i,j} = J_i(p) v_i$  定义每个基本行为,例如多智能体系统圆形编队、直线编队和避障运动等。上述定义一般过约束,因此需要求得形如  $v_{d,i} = J^\dagger \dot{\sigma}_i^d = J^T (J J^T)^{-1} \dot{\sigma}_i^d$  的最小二乘解作为系统中定义的基本行为的速度。当存在多个基本行为时,定义各个基本行为的优先级,将低优先级行为的速度映射到高优先级行为的速度的零空间上 (NSB 名称的由来)。以 3 个基本行为为例,映射后的最终速度为  $v_d = v_1 + (I - J_1^\dagger J_1)(v_2 + (I - J_2^\dagger J_2)v_3)$ 。相对于其他的基于行为法,NSB 方法有清楚的数学表示,并且可保证高优先级的动作得到完全执行,低优先级动作在可满足情况下部分执行,充分利用了多智能体系统的冗余特性。此外,还证明了该方法的稳定性,并且在地面全向机器人和 underwater 机器人等实际系统中进行了各种形式的编队及避障实验,取得了较好的实验效果。

## 1.3 虚拟结构法

虚拟结构法的基本思想是将多智能体系统的队形看作虚拟的刚性结构,每个智能体看作刚性结构上相对位置固定的一点;当队形移动时,智能体跟踪刚体上的虚拟点运动<sup>[38]</sup>。

相比于跟随领航者法,虚拟结构法一般不需要显式的领航者,且可以将编队误差作为反馈引入控制律的设计中,从而取得较高的控制精度。例如:文献 [39] 利用李亚普洛夫函数定义编队误差,而后作为编队反馈整合于虚拟结构法中设计了编队控制律; Ren 等<sup>[40]</sup>引入编队反馈控制来克服多智能体编队运行时扰动对队形控制的影响;为了克服虚拟结构法集中控制的弊端,文献 [41] 将分散控制引入虚拟结构法中,并设计了基于虚拟结构法的空间飞行器编队飞行的分散式控制框架。虚拟结构法也被应用于各类机器人的编队控制中,例如: Yoshioka 等<sup>[42]</sup>在虚拟结构反馈线性化基础上,设计了几种非完整约束的多机器人编队控制策略,包括基于虚拟结构法的一致性,蜂

拥和避障等策略; Broek 等<sup>[43]</sup>针对非完整约束的单轮机器人设计了虚拟结构法的控制律, 特别地, 通过引入智能体间的交互耦合提高了编队对抗扰动的鲁棒性. Lialish 等<sup>[44]</sup>基于虚拟结构法研究了三维空间中编队跟踪问题; 在此基础上 Linorman 等<sup>[45]</sup>基于虚拟结构法并结合同步控制器设计了多 UAV 的自动编队飞行驾驶仪.

**注 1** 跟随领航者法, 基于行为法和虚拟结构法各有优缺点. 跟随领航者法优点在于群体的行为可以由单个智能体, 即领航者决定; 缺点在于编队的鲁棒性高度依赖于领航者的鲁棒性, 即一旦领航者被损毁, 编队将被破坏. 跟随领航者法的另一个缺点在于跟随智能体一般不能够影响领航者的运动. 例如, 如果领航者运动速度过快, 可能导致跟随智能体不能够跟随领航者的轨迹. 基于行为法的优点在于它能自然地整合多智能体系统中的多个(竞争性)目标; 且一般地基于行为的方法中单个智能体只需要邻居智能体的信息, 其本质上是一种分布式的控制方法, 不会受到智能体规模的影响. 相应地, 该方法的主要缺点在于它一般无法显式地定义群体行为, 即基本行为通常具有某种涌现性. 从数学上定量描述和分析编队的诸多特性较为困难, 例如稳定性和收敛速度等. 虚拟结构法的主要长处在于它容易(采用虚拟的刚体)整体描述群体的行为, 并且能够自然地应用编队反馈来设计控制律, 从而取得较高的编队控制精度; 但是其缺点也在于编队必须刚性运动, 这限制了该方法的应用范围.

为了克服上述各类方法的缺点, 人们提出了形形色色的改进算法. 上文给出了诸多针对单种方法的改进. 另一种改进方法在于取长补短, 融合上述 3 种方法. 例如, 文献[46]提出了一种包含跟随领航者法, 基于行为法和虚拟结构法的结构来解决多智能体合作问题. 另外, 随着近年来图论在多智能体合作控制中的应用和深入发展, 上述 3 种方法在图论框架中均有所发展, 并被自然地融合. 下一小节将详细地介绍近年来图论在多智能体系统中的应用和发展.

#### 1.4 基于图论法

多智能体编队控制一般具有较大规模(通常由智能体的数量决定), 以及分散的感知、通信和控制结构, 并且在智能体间形成了彼此关联的网络结构, 因此多智能体系统可以自然地建模为图(有向或者无向). 一般地, 图的顶点  $i \in V$  用来描述单个智能体; 边  $(i, j) \in E$  用来表述智能体间的关联/约束拓扑关系, 例如感知、通信或控制连接等, 即如果两智能体间存在感知、通信或控制等拓扑关系, 则在相应图中的两顶点间存在边(有向). 图论的研究已经较为成熟, 将多智能体系统建模为图后, 人们可以利用图论的相

关知识来研究多智能体系统的性质.

图论首先可以用来设计多智能体编队的队形, 及基于设计队形的编队控制策略. 有向图和无向图都可以用来表达队形. 例如, 当智能体  $i$  需要保持到智能体  $j$  预定的距离, 但  $j$  不需要保持到  $i$  的距离时, 边  $\vec{ij}$  就是从  $i$  指向  $j$  的有向线段, 此时可以采用有向图来建模多智能体系统. 又如, 当智能体  $i$  和  $j$  间的关联为双向时, 智能体  $i$  能感知智能体  $j$  当且仅当智能体  $j$  能感知智能体  $i$  时, 边  $ij$  为无向, 此时图为无向图. 早在 2001 年, 有向图就被用来表示编队中智能体内部的拓扑关系及研究队形变化问题<sup>[17]</sup>. 进一步, Desai 等<sup>[18]</sup>采用有向无环图表示智能体间的控制图, 并为每一个智能体设计了控制策略, 而后通过枚举所有可能的控制图实现了跟随领航者法的多智能体系统在任意两个队形之间的切换. 值得注意的是, 文献[17-18]也是跟随领航者法的经典和奠基性文献. Saber 等<sup>[47]</sup>采用组合图论的方法, 通过设计边的权值总和最小的图, 得到唯一确定的编队队形. 进而, 文献[48]将队形表示为无向图, 采用从理想队形的结构约束获得的势场函数对队形进行分析, 并设计了保证队形稳定的队形控制器. 文献[39]进一步从势场函数出发, 提出并利用控制李雅普洛夫函数研究多智能体编队问题. Tanner 等<sup>[21]</sup>从图论出发提出并表示了领航者到编队的稳定性概念.

代数图论借助线性代数理论研究图的表示、变换和性质等<sup>[49]</sup>. 近年来, 控制领域的研究人员已出版多本代数图论在多智能体编队相关问题上的研究成果的专著<sup>[9-12]</sup>. 编队控制中常用的代数图论的概念包括图的邻接矩阵和拉普拉斯矩阵等. 在表示多智能体系统的图中, 图的某一顶点  $i$  的邻居顶点表示和第  $i$  个智能体存在感知等拓扑关系的智能体的集合, 因此从图的拉普拉斯矩阵出发可以设计局部、分布式且可以扩展的多智能体编队控制律, 并借助拉普拉斯矩阵的特征值可证明编队控制律的稳定性<sup>[34,50]</sup>. 进而, 文献[51]考虑拉普拉斯矩阵的最大和最小特征值, 分析了编队稳定的收敛速率. Fax 等<sup>[52]</sup>应用图的拉普拉斯矩阵将队形的稳定性与通信网络的拓扑结构联系起来, 指出如果智能体的局部控制器稳定, 则线性动力学系统的队形的稳定性取决于信息流的稳定性. 进一步, 文献[53]利用代数图论的知识证明了编队可稳定, 当且仅当感知图中存在一个全局可达的节点. 采用代数图论研究多智能体编队控制的文献还可以列举很多, 例如文献[54-59].

多智能体系统中图论方法的另一重要工具为刚性图论. 当无向图的顶点运动时, 任意两顶点之间的距离能够保持的性质称为图的刚性. 如果没有其他



刚性图与它有相同的顶点数和更少的边数,则该刚性图为最小刚性图<sup>[60]</sup>,刚性图和最小刚性图的示例如图 2 所示。

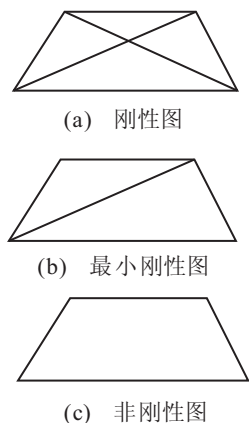


图 2 刚性图、最小刚性图和非刚性图

刚性图论最早产生于结构及机械工程领域,现已应用于多个领域中来解决各种各样的问题,从分子生物学中的 molecular conformations<sup>[61]</sup>到计算机视觉中的结构图配图问题<sup>[62]</sup>再到无碰撞机械臂动作规划问题<sup>[63]</sup>,以及传感器网络定位<sup>[64-65]</sup>,多智能体的编队控制<sup>[52,66]</sup>等。刚性图论的基础性工具包括 Henneberg 序列和 Laman 定理<sup>[60]</sup>:前者为 Henneberg 于 1911 年提出的如何构建二维最小刚性图的方法,后者为 Laman 于 1970 年提出的如何验证任意二维图是否刚性的定理<sup>[67]</sup>。基于刚性图论的概念,一方面可以定义几个基本算子完成刚性队形的分裂、重组等操作<sup>[47,66]</sup>;另一方面,可以只利用智能体间的距离信息设计编队控制律以确保编队刚性或近似刚性<sup>[52]</sup>。刚性概念针对的是无向图,即顶点之间的关联是双向的。但是在很多实际应用中,例如出于节省通信,感知代价等考虑,多智能体系统常常被建模为有向图。因此,在刚性的基础上,Anderson<sup>[68]</sup>领导的团队提出了有向刚性概念。有向刚性定义为有向图的基图满足刚性,且有向图本身能够满足方向约束,如图 3 所示。图 3(a)中的基图虽然是刚性的,但是顶点 1 要同时跟踪且保持与顶点 2~顶点 4 的距离,这在二维平面上无法实现,即不满足方向约束,故将其定义为非有向刚性图。

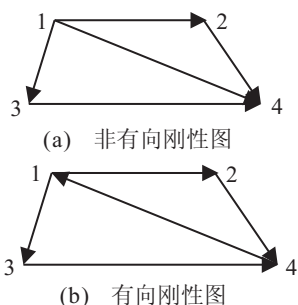


图 3 非有向刚性图和有向刚性图

近年来,Anderson 的团队采用有向刚性的概念研究了多智能体系统的队形变换、有向刚性保持的编队控制律设计等诸多方面,主要包括:在刚性/最小刚性概念基础上提出了有向刚性/最小有向刚性概念<sup>[68]</sup>;借助 Henneberg 序列,通过定义 3 个基本的图操作算子,解决了平面多智能体编队的队形变形、分裂和合并问题<sup>[69]</sup>;设计了平面有向刚性保持的编队控制律<sup>[70]</sup>,并进一步提出了带有微小扰动的两类编队的最小有向刚性保持的分布式编队控制律<sup>[71]</sup>。有向刚性的概念已经被应用于实际的多机器人系统中。例如:Smith 等<sup>[72]</sup>设计了存在传感器和通信范围约束下的多机器人系统自动生成有向刚性编队的算法,并结合 NASA 的南极洲探测计划,设计了有向刚性编队运动的原型验证实验<sup>[73]</sup>。

**注 2** 多智能体编队控制的研究在深度和广度上还在继续发展中。一方面,考虑多智能体系统拥有更加复杂的感知和行为,例如从复杂的环境约束<sup>[74]</sup>,到智能体系统的高阶动力学<sup>[75]</sup>,再到通信带宽限制<sup>[76-77]</sup>和量化的通信、感知等<sup>[79]</sup>;另一方面,多智能体编队控制的研究更关注于形形色色的实际机器人系统,例如多微型卫星编队<sup>[80]</sup>、多飞行器编队<sup>[81-83]</sup>、多水下机器人编队<sup>[84]</sup>、多平面移动机器人编队<sup>[85-86]</sup>以及多 Lagrangian 系统<sup>[87]</sup>等应用。

## 2 编队控制衍生的几个问题

近年来,由多智能体编队控制衍生的几个问题,包括一致性、聚集/同向、群集/蜂拥和包络控制,引起了研究人员的极大关注。下面将对这些问题的科研进展进行综述。

### 2.1 一致性

一致性问题为通过设计分布式协议使得一群相互关联的智能体系统状态达到一致<sup>[88]</sup>。过去十年间,研究人员对一阶多智能体系统的一致性进行了较多的研究。Vicsek 等<sup>[89]</sup>提出了平面智能体的一阶离散模型并研究了智能体的朝向一致性问题,这是一致性问题研究的开始。对于具有一阶积分器模型和有向信息流及固定/切换拓扑的多智能体系统,Olfati-Saber 等<sup>[90]</sup>提出了一致性协议并分析了其收敛性。后续的研究基本延续了文献<sup>[90]</sup>的研究思路。对于一阶积分器模型,常见的连续时间一致性协议为<sup>[88,90-93]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= - \sum_{j=1}^n a_{ij}(t)(x_i(t) - x_j(t)), \\ i &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (1)$$

对于一阶离散系统,常见的离散时间一致性协议为<sup>[34,54,88,92]</sup>

$$x_i[k+1] = \sum_{j=1}^n a_{ij}[k]x_j[k], \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

其中:  $x_i(t)$  和  $x_i[k]$  为第  $i$  个智能体的状态,  $a_{ij}(t)$  和  $a_{ij}[k]$  为相应的多智能体系统控制图的邻接矩阵的  $(i, j)$  元. 协议(1)和(2)只利用了邻居智能体的相对信息, 因此是分布式的. 在拓扑结构固定的情况下, 协议(1)或者(2)导致一致性的图论条件为无向图连通或者有向图存在生成树; 在拓扑结构切换的情况下, 协议(1)或者(2)导致一致性的图论条件为拓扑结构联合无向图连通或者有向图存在生成树. 一阶系统的研究结果已被推广到二阶或者高阶线性动力学多智能体系统的一致性问题上, 相似的一致性协议和图论条件可以得到, 具体参见文献[94-98].

滑模变结构控制律也被用来设计一阶或者二阶系统的一致性协议<sup>[99]</sup>; 基于 Gossip 算法连通图下的量化一致性问题在文献[78]中得到了研究.

对于非线性多智能体系统, 特别是二阶全局利普希茨非线性多智能体系统的一致性问题, 也引起了研究人员的关注, 例如: 文献[100-101]分别研究了没有领航智能体和带有领航智能体的非线性多智能体系统有向图结构下的一致性问题; 文献[102]应用自适应方法研究了带有不确定性的非线性网络系统的同步问题.

## 2.2 聚集/同向

聚集问题首先由 Ando 等<sup>[103]</sup>提出, 它指多智能体系统设计分布式的局部控制策略, 使多智能体同时到达指定的同样位置. 某种程度上, 聚集问题可以看作一致性问题在实际系统(例如机器人、航天器等)中的应用<sup>[104]</sup>. 文献[103]给出了一种分布式的、无记忆效应的简单点聚集算法, 并证明了算法的收敛性. 而后, 文献[105-106]将该算法扩展成“stop-and-go”策略, 并详细讨论了同步和异步情况下的聚集策略, 并分析了策略的收敛性. 与其他的多智能体系统研究类似, 图论也被引入聚集问题的研究中. 文献[107]借助 proximity 图提出了一类任意维的鲁棒聚集算法; 文献[108]研究了不连续的聚集算法, 且给出了更弱的连续性条件. 为了保持智能体间通信拓扑的连通性, 文献[109]设计了在通信连接失效情况下连通保持的聚集算法. 进一步, 针对各类实际的系统, 聚集问题得到了较为广泛的研究. 例如, 针对多全向移动机器人, 文献[110]基于 proximity 图提出了一种应用于连通、非凸未知环境的, 周长最小的聚集算法; 针对非完整约束的多机器人系统, 文献[111]借助图论和非光滑李亚普洛夫理论设计了一种在通信拓扑连通且保持不变情况下的非连续的、时不变聚集算法; 针对汽车的多智能体系统, 文献[112]研究了初始拓扑连

通情况下, 需要最少感知和控制, 且不需要合作行为的聚集算法.

同向问题, 有时也记作朝向一致性或者朝向同步问题, 也在多机器人领域, 特别是多航天器领域<sup>[113]</sup>、多卫星领域<sup>[114]</sup>和多水下机器人领域<sup>[84]</sup>得到了广泛关注. 与聚集问题相似, 同向问题需要设计分布式的控制策略使多智能体的朝向同步趋于一致. Lawton 等<sup>[115]</sup>采用基于行为法设计了两种使得一群飞行器朝向一致的控制策略; 进而, 该问题的研究被扩展到更一般的、不需要双向通信拓扑结构的场景中<sup>[113]</sup>. 针对有限通信和没有参考信号的同向问题, Sarlette 等<sup>[116]</sup>基于人工势场法提出了控制策略.

## 2.3 群集/蜂拥

群集问题的研究受生物领域的激励, 指的是生物圈中, 例如蚁群、蜂群、鸟群、鱼群等, 普遍存在的群体行为和自组织现象<sup>[2-4]</sup>. 它并没有严格的定义, 通常指大量初始随机分布的自治个体组成的集合在无集中式控制和全局模型的情况下, 通过个体的局部感知作用和相应的反应行为, 使所有个体聚集在一起, 导致整体呈现出一致的行为. 一般而言, 群集具有以下特征: 1) 灵活性, 表现在它对环境适应性; 2) 鲁棒性, 表现在它不受内外干扰的影响; 3) 分散性, 表现在它的动力学行为是以单个主体行为为基础的; 4) 自组织性, 表现在系统经自主的演化表现出显著的整体性质, 即涌现<sup>[117]</sup>.

蜂拥是一种特殊的群集问题, 指在无集中控制的情况下, 具有二阶惯性动力学模型的多智能体系统通过个体间的局部感知作用和相应的反应行为使系统整体呈现一定的协调行为<sup>[118]</sup>, 通常它的研究和一致性问题的研究密切相关. 经典的蜂拥问题为 Reynolds<sup>[30]</sup>提出的电脑动画中绘制鸟群、鱼群等群体行为的模型. 该模型要求多智能体系统的行为满足 3 条基本规则: 1) 分离, 避免与其他智能体相撞; 2) 聚合, 与其他智能体保持紧凑; 3) 速度匹配, 与其他智能体速度保持一致. Reynolds 模型的 3 条规则要求智能体间的距离达到期望值, 智能体的速度趋于一致, 且智能体之间不能碰撞. 为了满足 Reynolds 模型的 3 条规则, 针对动力学模型为二阶积分器的线性系统, 通常控制律的设计采用基于行为的局部人工势场法<sup>[119-121]</sup>. 文献[119]提出了一种设计和分析连通图拓扑结构下多智能体蜂拥算法的理论框架; 文献[120]从两个方面扩展了上述算法, 只有部分智能体能够收到领航者的信息和虚拟领航者的速度是变化的; 文献[121]详细分析了固定和切换拓扑结构下, 采用最近邻交互规则的, 非集中式蜂拥算法的稳定性. 只考虑聚合和速度匹配的蜂拥问题, 即不考虑多智能

体之间碰撞的蜂拥问题也得到了较多的研究<sup>[122-123]</sup>。

近年来,有少量的工作考虑建模为非线性动力学的蜂拥问题。例如,Dong等<sup>[124]</sup>采用反推法为具有有向通信拓扑结构的平面多轮式差动机器人系统设计蜂拥控制律。

## 2.4 包络控制

最近几年,多智能体系统的包络控制问题也受到研究人员的广泛关注。包络控制可以看作带有领航者的一致性或者蜂拥问题的扩展。它指设计分布式的控制律,使所有跟随智能体的状态收敛到由多个领航者的状态张成的凸包中。特别地,当领航者运动时,一些文献称之为 set tracking 问题<sup>[125]</sup>。

文献[53]讨论了两个智能体作为领航者,其他智能体收敛到两领航者决定的线段的情况。针对一阶固定无向拓扑的包络控制问题,文献[126]提出了一种 stop and go 策略。文献[126-130]研究了动力学模型为一阶或二阶积分器的多智能体系统包络控制问题。其中:文献[129]针对领航者只是部分智能体邻居的包络控制问题提出了两种只需要位置信息的算法;文献[130]研究了二阶多智能体系统拓扑随机切换的包络控制问题。进一步,文献[131]研究了有向拓扑结构下的网络化多 Lagrangian 系统的包络控制控制策略;模型不确定情况下多刚体系统的包络控制控制问题则在文献[132]中被研究。针对更一般的多智能体系统模型,文献[125]从输入状态稳定性的角度研究了不需速度测量的 set tracking 问题,并探讨了有向切换拓扑下提出的非线性合作策略稳定的充分必要条件。

## 3 若干有待解决的问题

多智能体编队控制相关问题的理论研究取得了丰硕的成果,但相比而言,多智能体系统的实际应用尚有所欠缺,即多智能体编队控制相关问题的理论和应用的差距还较大。例如,多智能体编队控制相关问题的研究通常只考虑二维平面上具有相同线性动力学的点智能体,且具有较为理想的感知、通信能力,但实际的多机器人系统通常工作在三维空间,具有受限的感知、通信能力,具有强非线性动力学模型,部分现有的研究工具和方法并不能直接扩展应用于实际多机器人系统。因此,为了促进多智能体系统在实际中的应用,多智能体编队控制相关问题的研究中几个主要的有待解决的问题如下。

### 1) 三维空间编队控制问题。

现有编队控制通常将智能体看作点智能体,然后在二维平面上构建队形,较少考虑智能体在更一般的(包含3个转动和3个移动自由度的)三维空间中的编队控制。实质上,任何智能体的一般性刚体运动(包

括转动和移动)均可在三维空间及其子空间上描述,因此二维平面上的编队问题只是三维空间中的一个特例。

另一方面,多智能体编队的应用也不局限于二维空间,例如多航天器编队飞行<sup>[80]</sup>、多水下机器人协作探索<sup>[84]</sup>、飞行阵列<sup>[133]</sup>和多飞行器合作搬运物体或者打网球等应用中<sup>[81-82]</sup>,需要同时考虑多机器人系统的位置和朝向控制问题。

三维空间的编队控制需要解决的问题包括两部分。①三维空间图论的研究。图论是多智能体编队控制的重要基础,但现有图论中的很多基础性研究并不能直接扩展到三维空间中。例如 Laman 定理和 Henneberg 序列在三维空间中均不能直接成立<sup>[70]</sup>。改进并扩展现有的图论基础使之能够应用于三维空间,仍是一个尚未得到有效解决的问题。②三维空间编队控制律设计。近年来,研究人员采用不同的数学工具提出了几种三维空间多智能体编队控制的研究方法。例如,解耦的方法,即分别进行三维空间位置和朝向的解耦控制<sup>[80,82]</sup>、李群抽象法<sup>[134-135]</sup>、齐次变换矩阵法<sup>[136-137]</sup>和对偶四元数法<sup>[138]</sup>;然而,上述研究尚不成体系,有必要进一步地结合图论,设计在不同拓扑结构下,具有不同动力学模型和适应外部扰动的编队控制律。

### 2) 具有强非线性模型的编队控制问题。

现有的多智能体编队控制问题通常考虑智能体具有线性动力学,特别具有一/二阶积分器模型<sup>[58,88,90-92,95-97]</sup>;然而大多数实际系统本质上是非线性的。目前关于具有非线性动力学的多智能体编队控制相关问题的研究并不多,且大多考虑智能体的动力学具有全局利普西茨连续性,并借用线性系统的研究方法来处理,例如文献[100-102]。实际应用中,例如机器人或飞行器的动力学一般具有复杂的非线性,难以简单地用一/二阶积分器或全局利普希茨连续的函数描述;相应地,当非线性项不精确可知时,传统的线性控制相关的方法并不能直接扩展处理具有复杂非线性动力学的多智能体系统。因此有必要借助非线性控制的工具和理论来研究一般非线性动力学的多智能体编队问题。文献[139-140]借助输入状态稳定性概念对该类问题进行了初步的研究,但更多的问题,包括有限时间收敛问题、收敛速度的分析问题,以及拓扑切换问题等还有待进一步深入研究。

### 3) 异构多智能体系统的编队控制问题。

现有的编队控制研究中通常考虑多智能体系统同构,即所有智能体具有相同的动力学模型;但在很多实际应用中,例如有人-无人机协同编队遂行侦查作战任务、集群航天器系统,各智能体间的动力学具

有较大差别;因此,面向实际应用,异构多智能体系统的编队控制是未来值得关注的方向。

#### 4) 通信、感知约束条件下的编队控制问题。

通信是多智能体编队合作的重要基础,但在实际多智能体系统中通信通常是非理想的,即存在时延、时有时无且带宽受限;因此,非理想通信条件下多智能体编队控制是挑战性问题,包括对通信节点丢失或链路损毁具有一定鲁棒性的抗损毁拓扑结构的设计,基于受限通信的编队控制律的设计,通信带宽受限或者通信量化情况下编队相关问题算法的设计,以及鲁棒可靠的编队底层通信协议的设计等。

现有多智能体系统通常考虑理想的感知,即智能体系统能够实时获得其需要的所有信息。但在实际应用中,一方面机器人自身携带的传感器一般都具有一定的感知局限,例如常见的视觉感知系统通常拥有锥形的感知区域,二维激光测距传感器(典型的如 Hokuyo 系列产品)通常只能感知某一扇形区域内的信息;另一方面,感知的信息通常带有噪音和时延,且很多信息,比如其他智能体的相对速度和加速度一般很难精确获取。因此,感知约束下的编队控制问题也是多智能体系统实际应用必须解决的问题,包括感知方向约束的编队控制问题,不需要速度测量的编队控制问题,带有感知延时和噪音的编队控制问题等。

#### 5) 多智能体编队控制系统实例研究。

多智能体系统编队控制相关问题的理论研究方面已经取得了许多成果,但由于实验条件的限制,大多数理论和算法都只能采用仿真进行验证,而没有应用于实际的多机器人、多无人机或者多卫星系统;因此,如何根据实际的智能体系统,验证已有的理论研究成果并使得理论研究能真正服务于实际应用,是一个急待解决的重要问题。

#### 6) 与无线传感器网络等领域的结合研究。

近十年来,多智能体编队控制问题得到了深入的研究并取得了丰硕的成果,其研究实质上引领了分布式的、网络化的多节点系统的研究,且可为各类群体行为,比如无线传感器网络等研究方向提供理论支撑<sup>[141-145]</sup>;因此,如何将现有的编队控制相关问题的研究结合并扩展至新兴的无线传感器网络等也是一个值得关注的研究方向。

## 4 结 论

本文综述了近年来国内外多智能体编队控制及其衍生的几个问题的研究进展,并列举了部分多智能体编队控制相关问题的可能发展方向。多智能体编队控制相关问题研究涉及内容极其广泛,相信在未来的十年内,编队控制相关的许多问题将随着其他相关学

科和技术的发展得到解决,也将在更多领域得到实际应用。

## 参考文献(References)

- [1] Hubbard S, Babak B, Sigurdsson S T, et al. A model of the formation of fish schools and migrations of fish[J]. *Ecological Modelling*, 2004, 174(4): 359-374.
- [2] Toner J, Tu Y. Hydrodynamics and phases of flocks[J]. *Annals Phys*, 2005, 318: 170-244.
- [3] Janson S, Middendorf M, Beekman M. Honey bee swarms: How do scouts guide a swarm of uninformed bees?[J]. *Animal Behaviour*, 2005, 70(2): 349-358.
- [4] Couzin I D, Krause J, Franks N R, et al. Effective leadership and decision-making in animal groups on the move[J]. *Nature*, 2005, 433(3): 513-516.
- [5] 谭民,王硕,曹志强. 多机器人系统[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.  
(Tan M, Wang S, Cao Z Q, Multi-robot systems[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.)
- [6] 原魁,李园,房立新. 多移动机器人系统研究发展近况[J]. *自动化学报*, 2007, 33(8): 785-794.  
(Yuan K, Li Y, Fang L X. Multiple mobile robot systems: A survey of recent work[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(8): 785-794.)
- [7] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. *IEEE Control System Magazine*, 2007, 27(2): 71-82.
- [8] Anderson B, Yu C, Fidan B, et al. Rigid graph control architecture for autonomous formation[J]. *IEEE Control System Magazine*, 2008, 28(6): 48-63.
- [9] Lin Z, Francis B, Maggiore M. Distributed control and analysis of coupled cell systems[M]. Germany: VDM Verlag, 2008.
- [10] Ren W, Beard R. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control[M]. New York: Springer, 2008.
- [11] Bullo F, Cortes J, Martinez S. Distributed control of robotic networks: A mathematical approach to motion coordination algorithms[M]. Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2009.
- [12] Mesbahi M, Egerstedt M. Graph theoretic methods in multiagent networks[M]. Princeton and Oxford: Princeton University Press, 2010.
- [13] 苏治宝,陆际联. 多移动机器人队形控制的研究方法[J]. *机器人*, 2003, 25(1): 88-91.  
(Su Z B, Lu J L. Research approach to formation control of multiple mobile robots[J]. *Robot*, 2003, 25(1): 88-91.)
- [14] Lemay M, Michaud F, Letourneau D, et al. Autonomous initialization of robot formations[C]. *Proc of the IEEE Int Conf on Robotics and Automation*. New Orleans, 2005: 3018-3023.



- [15] 任德华, 卢桂章. 对队形控制的思考[J]. 控制与决策, 2005, 20(6): 601-606.  
(Ren D H, Lu G Z. Thinking in formation control[J]. Control and Decision, 2005, 20(6): 601-606.)
- [16] Desai J, Ostrowski J, Kumar V. Controlling formations of multiple mobile robots[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Belgium, 1998: 2864-2869.
- [17] Desai J, Ostrowski J, Kumar V. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2001, 17(6): 905-908.
- [18] Desai J. A graph theoretic approach for modeling mobile robot team formations[J]. J of Robotic Systems, 2002, 19(11): 511-525.
- [19] Das A, Fierro R, Kumar R, et al. A vision-based formation control framework[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2002, 18(5): 813-825.
- [20] Pereira G, Das A, Kumar V, et al. Formation control with configuration space constraints[C]. Proc of the 2003 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Las Vegas, 2003: 2755-2760.
- [21] Tanner H, Pappas G, Kumar V. Leader-to-formation stability[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2004, 20(3): 443-455.
- [22] Hogg R, Rankin A, Roumeliotis S, et al. Algorithms and sensors for small robot path following[C]. Proc of the 2002 IEEE Int Conf on Robotics & Automation. Washington DC, 2002: 3850-3857.
- [23] Chen J, Sun D, Yang J, et al. Leader-follower formation control of multiple non-holonomic mobile robots incorporating a receding-horizon scheme[J]. Int J of Robotics Research, 2010, 29(6): 727-747.
- [24] Sisto M, Gu D. A fuzzy leader-follower approach to formation control of multiple mobile robots[C]. Proc of the 2006 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Beijing, 2006: 2515-2520.
- [25] Ji Z, Wang Z, Lin H, et al. Interconnection topologies for multi-agent coordination under leader-follower framework[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2857-2863.
- [26] Liu B, Chu T, Wang L, et al. Controllability of a leader-follower dynamic network with switching topology[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(4): 1009-1013.
- [27] Consolini L, Morbidi F, Prattichizzo D, et al. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints[J]. Automatica, 2008, 44(5): 1343-1349.
- [28] Lechevin N, Rabbath C, Sicard P. Trajectory tracking of leader-follower formations characterized by constant line-of-sight angles[J]. Automatica, 2006, 42(12): 2131-2141.
- [29] Dimarogonas D, Tsiotras P, Kyriakopoulos K. Leader-follower cooperative attitude control of multiple rigid bodies[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(6): 429-435.
- [30] Reynolds C. Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model[J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 25-34.
- [31] Balch T, Arkin R. Behavior-based formation control for multirobot teams[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1998, 14(6): 926-939.
- [32] Lawton J, Beard R, Young B. A decentralized approach to formation maneuvers[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2003, 19(6): 933-941.
- [33] Monteiro S, Bicho E. A dynamic systems approach to behavior-based formation control[C]. Proc of the 2002 IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Washington DC, 2002: 2606-2611.
- [34] Jadbabaie A, Lin J, Morse A. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [35] Antonelli G, Arrichiello F, Chiaverini S. An experimental study of the entrapment/escorting mission for a multi-robot system[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine: Special Issues on Design, Control and Applications of Real-World Multi-Robot Systems, 2008, 15(1): 22-29.
- [36] Antonelli G, Arrichiello F, Chiaverini S. Experiments of formation control with multirobot systems using the null-space-based behavioral control[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(5): 1173-1182.
- [37] Arrichiello F, Chiaverini S, Indiveri G, et al. The null-space based behavioral control for mobile robots with velocity actuator saturations[J]. Int J of Robotics Research, 2010, 29(10): 1317-1337.
- [38] Lewis R, Tan K. High precision formation control of mobile robots using virtual structures[J]. Autonomous Robots, 1997, 4(4): 387-403.
- [39] Ögren W, Egerstedt M, Hu X. A control lyapunov function approach to multiagent coordination[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2002, 18(5): 847-851.
- [40] Ren W, Beard R. Formation feedback control for multiple spacecraft via virtual structures[J]. IET Control Theory and Applications, 2004, 5(3): 357-368.
- [41] Ren W, Beard R. Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 27(1): 73-82.
- [42] Yoshioka C, Namerikawa T. Control of nonholonomic multi-vehicle systems based on virtual structure[C]. Proc of the 17th Int Federation of Automatic Control World Congress(IFAC'08). Seoul, 2008: 5149-5154.

- [43] Broek T, Wouw N, Nijmeijer H. Formation control of unicycle mobile robots: A virtual structure approach[C]. Proc of the Joint 48th IEEE Conf on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference. Shanghai, 2009: 8328-8333.
- [44] Lailish E, Morgansen K, Tsukamaki T. Formation tracking control using virtual structures and deconfliction[C]. Proc of the 45th IEEE Conf on Decision and Control. San Diego, 2006: 5699-5705.
- [45] Li N, Liu H. Formation uav flight control using virtual structure and motion synchronization[C]. Proc of the 2008 American Control Conf. Washington, 2008: 1782-1787.
- [46] Beard R, Lawton J, Hadaegh F. A coordination architecture for spacecraft formation control[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2001, 9(6): 777-790.
- [47] Olfati-Saber R, Murray R. Graph rigidity and distributed formation stabilization of multi-vehicle systems[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Decision and Control. Las Vegas, 2002: 2965-2971.
- [48] Olfati-Saber R, Murray R. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions[C]. Proc of the 15th IFAC World Congress. Barcelona, 2002.
- [49] Godsil C, Royle G. Algebraic graph theory[M]. New York: Springer-Verlag, 2004.
- [50] Lin Z, Broucke M, Francis B. Local control strategies for groups of mobile autonomous agents[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(4): 622-629.
- [51] Xiao L, Boyd S. Fast linear iterations for distributed averaging[J]. Systems & Control Letters, 2004, 53(1): 65-78.
- [52] Fax J, Murray R. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [53] Lin Z, Francis B, Maggiore M. Necessary and sufficient graphical conditions for formation control of unicycles[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(1): 121-127.
- [54] Moreau L. Stability of multiagent systems with time-dependent communication links[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 169-182.
- [55] Sepulchre R, Paley D, Leonard N. Stabilization of planar collective motion: All-to-all communication[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(5): 811-824.
- [56] Sepulchre R, Paley D, Leonard N. Stabilization of planar collective motion with limited communication[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(3): 706-719.
- [57] Zelazo D, Mesbahi M. Edge agreement: Graph-theoretic performance bounds and passivity analysis[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(3): 544-555.
- [58] Cao M, Morse A, Anderson B. Reaching a consensus in a dynamically changing environment: A graphical approach[J]. SIAM J on Control and Optimization, 2008, 47(2): 575-600.
- [59] Rahmani A, Ji M, Mesbahi M, et al. Controllability of multi-agent systems from a graph-theoretic perspective[J]. SIAM J on Control and Optimization, 2009, 48(1): 162-186.
- [60] Graver J, Servatius B, Servatius H. Combinatorial rigidity (graduate studies in mathematics)[M]. New York: American Mathematical Society, 1994.
- [61] Jacobs D, Rader A, Kuhn L, et al. Protein flexibility predictions using graph theory[J]. Proteins, 2001, 44(2): 150-165.
- [62] Caetano T, Caelli T, Barone D. Graphical models for graph matching[C]. Proc of the 2004 IEEE Computer Society Conf on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington DC, 2004: 466-473.
- [63] Connelly R, Demaine E, Rote G. Straightening polygonal arcs and convexifying polygonal cycles[C]. Proc of the 41<sup>st</sup> Annual Symposium on Foundations of Computer Science. San Francisco, 2000: 432-442.
- [64] Aspnes A, Eren T, Goldenberg D, et al. A theory of network localization[J]. IEEE Trans on Mobile Computing, 2006, 12(5): 1663-1678.
- [65] Anderson B, Belhumeur P, Eren T, et al. Graphical properties of easily localizable sensor networks[J]. Wireless Networks, 2006, 15(2): 177-191.
- [66] Eren T, Anderson B, Morse A, et al. Operations on formations of autonomous agents[J]. Communications in Information and Systems, 2004, 3(4): 223-258.
- [67] Laman G. On graphs and rigidity of plane skeletal structures[J]. J of Engineering Mathematical, 1970, 4(4): 331-340.
- [68] Yu C, Hendrickx J, Fidan B, et al. Three and higher dimensional autonomous formations: Rigidity, persistence and structure persistence[J]. Automatica, 2007, 43(3): 387-402.
- [69] Hendrickx J, Fidan B, Yu C, et al. Formation reorganization by primitive operations on directed graphs[J]. IEEE Trans on Automation, 2008, 53(4): 968-979.
- [70] Yu C, Anderson B, Dasgupta S, et al. Control of minimally persistent formations in the plane[J]. SIAM J on Control and Optimization, 2009, 48(1): 206-233.
- [71] Summers T, Yu C, Dasgupta S, et al. Control of minimally persistent leader-remote-follower and coleader formations in the plane[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(12): 2778-2792.

- [72] Smith B, Egerstedt M, Howard A. Automatic generation of persistent formations for multi-agent networks under range constraints[J]. *Mobile Networks and Applications*, 2009, 14(3): 322-335.
- [73] Smith B, Wang J, Egrstedt M. Persistent formation control of multi-robot networks[C]. *Proc of the 47th IEEE Conf on Decision and Control*. Cancun, 2008: 471-476.
- [74] Ganguli A, Cortses J, Bullo F. Multirobot rendezvous with visibility sensors in nonconvex environments[J]. *IEEE Trans on Robotics*, 2009, 25(2): 340-352.
- [75] Tian Y, Zhang Y. High-order consensus of heterogeneous multi-agent systems with unknown communication delays[J]. *Automatica*, 2012, 48(6): 1205-1212.
- [76] Li T, Xie L. Distributed consensus over digital networks with limited bandwidth and time-varying topologies[J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 2006-2015.
- [77] Li T, Xie L, Zhang J. Distributed consensus with limited communication data rate[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2011, 56(2): 279-292.
- [78] Lavaei J, Murray R. Quantized consensus by means of gossip algorithm[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(1): 19-32.
- [79] Kashyap A, Basar T, Srikant R. Quantized consensus[J]. *Automatica*, 2007, 43(7): 1192-1203.
- [80] Schlanbusch R, Nicklasson P. Synchronization of target tracking cascaded leader-follower spacecraft formation[C]. *Collection of Advances in Spacecraft Technologies*, 2011: 563-584.
- [81] Michael N, Fink J, Kumar V. Cooperative manipulation and transportation with aerial robots[J]. *Autonomous Robots*, 2011, 30(1): 73-86.
- [82] Muller M, Lupashin S, D'Andrea R. Quadcopter ball juggling[C]. *Proc of the 2011 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems*. San Francisco, 2011: 5113-5120.
- [83] Cai G, Chen B, Lee T. Flight formation of multiple UAVs[C]. *Collection of Unmanned Rotorcraft Systems*. London: Springer, 2011: 205-221.
- [84] Girdhar Y, Xu A, Dey B, et al. Mare: Marine autonomous robotic explorer[C]. *Proc of the 2011 IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems*. San Francisco, 2011: 5048-5053.
- [85] Dong W. Tracking control of multiple-wheeled mobile robots with limited information of a desired trajectory[J]. *IEEE Trans on Robotics*, 2012, 28(1): 262-268.
- [86] Consolini L, Morbidi F, Prattichizzo D, et al. On a class of hierarchical formations of unicycles and their internal[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(4): 845-859.
- [87] Mastellone S, Mejia J, Stipanovi D, et al. Formation control and coordinated tracking via asymptotic decoupling for lagrangian multi-agent systems[J]. *Automatica*, 2011, 47(12): 2355-2363.
- [88] Ren W, Beard W, Atkins E. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2007, 27(2): 71-82.
- [89] Vicsek T, Czirook A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-derived particles[J]. *Physical Review Letter*, 1995, 75(6): 1226-1229.
- [90] Olfati-Saber R, Murray R. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520-1553.
- [91] Lin Z, Broucke M, Francis B. Local control strategies for groups of mobile autonomous agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(4): 622-629.
- [92] Ren W, Beard R. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655-661.
- [93] Su Y, Huang J. Stability of a class of linear switching systems with applications to two consensus problems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(6): 1420-1430.
- [94] Hong Y, Guo L, Cheng D, et al. Lyapunov-based approach to multiagent systems with switching jointly connected interconnection[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(5): 943-948.
- [95] Xie G, Wang L. Consensus control for a class of networks of dynamic agents[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(10/11): 941-959.
- [96] Su H, Wang X, Lin Z. Synchronization of coupled harmonic oscillators in a dynamic proximity network[J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2286-2291.
- [97] Qin J, Zheng W X, Gao H. Consensus of multiple second-order vehicles with a time-varying reference signal under directed topology[J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 1983-1991.
- [98] Qin J, Yu C, Gao H, et al. Leaderless consensus control of dynamical agents under directed interaction topology[C]. *Proc of the 50th IEEE Conf on Decision and Control*. Atlanta, 2011: 1455-1460.
- [99] Cao Y, Ren W. Distributed coordinated tracking with reduced interaction via a variable structure approach[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*. 2012, 57(1): 33-48.
- [100] Yu W, Chen G, Cao M, et al. Second-order consensus for multiagent systems with directed topologies and nonlinear dynamics[J]. *IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics*, 2010, 40(3): 881-891.

- [101] Song Q, Cao J, Yu W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control[J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(9): 553-562.
- [102] Das A, Lewis F. Cooperative adaptive control for synchronization of second-order systems with unknown nonlinearities[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(13): 1509-1524.
- [103] Ando H, Oasa Y, Suzuki I, et al. Distributed memoryless point convergence algorithm for mobile robots with limited visibility[J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1999, 15(5): 818-828.
- [104] Krnakić E, Krizanc D, Rajsbaum S. Mobile agent rendezvous: A survey[C]. *Collection of Structural Information and Communication Complexity*. New York: Springer, 2006: 1-9.
- [105] Lin J, Morse A, Anderson B. The multi-agent rendezvous problem, Part 1: The synchronous case[J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 2007, 46(6): 2096-2119.
- [106] Lin J, Morse A, Anderson B. The multi-agent rendezvous problem, Part 2: The asynchronous case[J]. *SIAM J on Control and Optimization*, 2007, 46(6): 2120-2147.
- [107] Cortes J, Martinez S, Bullo F. Robust rendezvous for mobile autonomous agents via proximity graphs in arbitrary dimensions[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(8): 1289-1298.
- [108] Conte G, Pennesi P. The rendezvous problem with discontinuous control policies[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2010, 55(1): 279-283.
- [109] Xiao F, Wang L, Chen T. Connectivity preservation for multi-agent rendezvous with link failure[J]. *Automatica*, 2012, 48(1): 25-35.
- [110] Ganguli A, Cortes J, Bullo F. Multirobot rendezvous with visibility sensors in nonconvex environments[J]. *IEEE Trans on Robotics*, 2009, 25(2): 340-352.
- [111] Dimarogonas D, Kyriakopoulos K. On the rendezvous problem for multiple nonholonomic agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(5): 916-922.
- [112] Yu J, LaValle S, Liberzon D. Rendezvous without coordinates[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(2): 421-434.
- [113] Ren W. Formation keeping and attitude alignment for multiple spacecraft through local interactions[J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 2007, 30(2): 633-638.
- [114] Bondhus A, Pettersen K, Gravdahl J. Leader/follower synchronization of satellite attitude without angular velocity measurements[C]. *Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control, and the European Control Conf*. Seville, 2005: 7270-7277.
- [115] Lawton J, Beard R. Synchronized multiple spacecraft rotations[J]. *Automatica*, 2002, 38(8): 1359-1364.
- [116] Sarlette A, Sepulchre R, Leonard N. Autonomous rigid body attitude synchronization[J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 572-577.
- [117] 程代展, 陈翰馥. 从群集到社会行为控制[J]. *科学导报*, 2004, (8): 4-7.  
(Cheng D Z, Chen H F. From swarm to social behavior control[J]. *Science & Technology Review*, 2004, (8): 4-7.)
- [118] 苏厚胜. 多智能体蜂拥控制问题研究[D]. 上海: 上海交通大学 电子信息与电气工程学院, 2008.  
(Su H S. Flocking problem in multi-agent systems[D]. Shanghai: School of Electronics and Electric Engineering, Shanghai Jiaotong University, 2008.)
- [119] Olfati-Saber R. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(3): 401-420.
- [120] Su H, Wang X, Lin Z. Flocking of multi-agents with a virtual leader[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2009, 54(2): 293-307.
- [121] Tanner H, Jadbabaie A, Pappas G. Flocking in fixed and switching networks[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(5): 863-868.
- [122] Lee D, Spong M. Stable flocking of multiple inertial agents on balanced graphs[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1469-1475.
- [123] Moshtagh N, Jadbabaie A. Distributed geodesic control laws for flocking of nonholonomic agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(4): 681-686.
- [124] Dong W. Flocking of multiple mobile robots based on backstepping[J]. *IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics: Part B*, 2011, 41(2): 414-424.
- [125] Shi G, Hong Y, Johansson K H. Connectivity and set tracking of multi-agent systems guided by multiple moving leaders[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2012, 57(3): 663-676.
- [126] Ji M, Ferrari-Trecate G, Egerstedt M, et al. Containment control in mobile networks[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2008, 53(5): 1972-1975.
- [127] Cao Y, Stuart D, Ren W, et al. Distributed containment control for multiple autonomous vehicles with double integrator dynamics: Algorithms and experiments[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2011, 19(4): 929-938.
- [128] Cao Y, Ren W. Containment control with multiple stationary or dynamic leaders under a directed interaction graph[C]. *Proc of the IEEE Conf on Decision Control*. Shanghai, 2009: 3014-3019.

- [129] Li J, Ren W, Xu S. Distributed containment control with multiple dynamic leaders for double-integrator dynamics using only position measurements[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(6): 1553-1559.
- [130] Lou Y, Hong Y. Target containment control of multi-agent systems with random switching interconnection topologies[J]. Automatica, 2012, 48: 879-885.
- [131] Mei J, Ren W, Ma G. Distributed containment control for lagrangian networks with parametric uncertainties under a directed graph[J]. Automatica, 2012, 48(4): 653-659.
- [132] Meng Z, Ren W, You Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies[J]. Automatica, 2010, 46(12): 2092-2099.
- [133] Oung R, D'Andrea R. The distribute flight array[J]. Mechatronics, 2011, 21(5): 908-917.
- [134] Belta C, Kumar V. Abstraction and control for group of robots[J]. IEEE Trans on Robotics, 2004, 20(5): 865-875.
- [135] Nathan M, Vijay K. Planning and control of ensembles of robots with nonholonomic constraints[J]. Int J of Robotics Research, 2009, 28(8): 962-975.
- [136] Igarashi Y, Hatanaka T, Fujita M, et al. Passivity-based attitude synchronization in  $SE(3)$ [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(5): 1119-1134.
- [137] Hatanaka T, Igarashi Y, Fujita M, et al. Passivity-based pose synchronization in three dimensions[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 7(2): 360-375.
- [138] Wang X, Yu C, Lin Z. A dual quaternion solution to attitude and position control for rigid-body coordination[J]. IEEE Trans on Robotics, 2012, 28(5): 1162-1170.
- [139] Shi G, Hong Y. Set-tracking of multi-agent systems with variable topologies guided by moving multiple leaders[J]. Proc of the 49th IEEE Conf on Decision and Control. Atlanta, 2010: 2245-2250.
- [140] Wang X, Liu T, Qin J. Second-order consensus with unknown dynamics via cyclic-small-gain method[J]. IET Control Theory and Application, 2012, 6(18): 2748-2756.
- [141] You K, Xie L. Network topology and communication data rate for consensusability of discrete-time multi-agent systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(10): 2262-2275.
- [142] Zhang X. Adaptive control and reconfiguration of mobile wireless sensor networks for dynamic multi-target tracking[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(10): 2429-2444.
- [143] Khouzani M, Sarkar S. Maximum damage battery depletion attack in mobile sensor networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(10): 2358-2368.
- [144] Falcon R, Li X, Nayak A. Carrier-based focused coverage formation in wireless sensor and robot networks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(10): 2406-2417.
- [145] Wu D, Ci S, Luo H, et al. Video surveillance over wireless sensor and actuator networks using active cameras[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(10): 2467-2472.

## 《控制与决策》期刊核心影响因子 在我国信息科学与系统科学类期刊中排名第一

**本刊讯** 2013年9月27日,中国科技论文统计结果发布会在北京国际会议中心举行,发布了2012年度中国科技论文统计结果。《控制与决策》2012年的核心总被引频次和核心影响因子等技术指标,在信息科学与系统科学类期刊中均名列前茅。其中:核心影响因子排名第1位,核心总被引频次排名第2位,综合评价总分排名第2位。

近年来,《控制与决策》坚持正确的出版方针,相继发表了一大批相关领域最新研究成果。其中:中国矿业大学郭一楠、张芹英、巩敦卫等发表在本刊2008年第23卷第6期的论文《一类时变时滞网络控制系统的鲁棒容错控制》被评选为《中国百篇最具影响优秀国内学术论文》;王小旭、潘泉、黄鹤等发表在本刊2012年第27卷第6期的论文《非线性系统确定采样型滤波算法综述》和李文启、仇一鸣、汪镭等发表在本刊2012年第27卷第9期的论文《基于微粒群算法和网络模型的参数优化方法》经过定量分析遴选和同行专家推荐,被评选为2012年度F5000论文,即中国精品科技期刊顶尖学术论文(领跑者5000)。