

异质多智能体系统滞后一致性跟踪控制

李耿, 秦雯*, 王婷, 汪辉, 沈谋全

(南京工业大学 电气工程与控制科学学院, 南京 211816)

(*通信作者电子邮箱 qinwen.wts@njtech.edu.cn)

摘 要: 针对一阶、二阶混合异质多智能体系统, 提出了一种基于牵制控制的分布式滞后一致性控制协议。在此基础上, 首先, 将滞后一致性分析转化为稳定性证明, 然后利用图论和 Lyapunov 稳定性理论分析闭环系统稳定性, 分别在固定拓扑和切换拓扑结构下给出了基于线性矩阵不等式(LMI)形式的滞后一致性可解的充分条件, 从而实现异质多智能体的领导-跟随滞后一致性。最后, 数值仿真结果表明所提出的滞后一致性控制方法可以使异质多智能体实现领导-跟随滞后一致性。

关键词: 异质多智能体系统; 滞后一致性; 领导-跟随者; 切换拓扑; Lyapunov 函数

中图分类号: TP18

文献标志码: A

Lag-consensus Tracking control for Heterogeneous Multi-agent Systems

LI Geng, QIN Wen*, WANG Ting, WANG Hui, SHEN Mouquan

(School of Electrical Engineering and Control Science, Nanjing Tech University, Nanjing Jiangsu 211816, China)

Abstract: In dealing with the problem of heterogeneous multi-agent systems, a distributed pinning control lag consensus control protocol is proposed. The heterogeneous multi-agent system is composed of first-order agents and second-order agents. Firstly, the lag consensus analysis is transformed into stability verification. Then applying the graph theory and Lyapunov stability theory to analyze the stability of the closed-loop system, some sufficient conditions in the forms of LMIs are established which guarantee the followers achieve lag consensus with a leader under fixed and switching topology. Finally, the numerical simulation results show that the proposed lag consensus protocols can make the heterogeneous multi-agent systems achieve leader-following lag consensus.

Keywords: heterogeneous multi-agent systems; lag consensus; leader-following; switching topology; lyapunov function

0 引言

近年来, 多智能体系统的分布式协调控制问题引起了不同学科的研究人员的关注[1-3]。一致性问题作为合作控制的最基本问题之一, 它要求所有的智能体通过相互交流, 让所有智能体的状态趋于一致或者相同。很多研究者从各个角度对一致性问题进行了研究[4-9]。其中, 基于领导-跟随者模型的多智能体系统协调控制问题是主要的研究热点之一。文献[10]分别考虑了有无领导者情况下的多智能体系统一致性问题。[11]利用分布式观测器研究了领导-跟随者的一致性问题。针对切换拓扑结构, 文献[12]研究了带有时滞的多智能体系统的一致性问题。随着深入研究, 研究者们发现由于时间延迟的广泛存在, 网络中的信息传

递通常不是即时的。基于这个考虑, 文献[13]提出了滞后一致性的概念。滞后一致性表示跟随者的状态向量落后于领导者一段时间, 这使得多智能体系统在有限容量的网络中运动并且不会堵塞。实际上, 滞后一致性的现象可以模拟许多实际情况。文献[14]得出了保证领导-跟随者多智能体系统实现滞后一致的充分条件。文献[15]基于相邻智能体的局部信息, 提出一种自适应反馈控制算法来实现二阶非线性多智能体系统的滞后一致性。文献[16]提出了利用牵制控制实现二阶多智能体系统的滞后一致性。上述所有的结果都是关于具有相同的动力学模型的多智能体。然而实际应用中, 一方面自然界个体和人造工程系统无论在功能上还是结构上都存在差异, 智能体的动力学很可能是彼此不同的, 比如由于动态系统不同的衰减系数或不同的质量, 两个二阶智能体的动力学结构是相同的, 但是参数却

收稿日期: 2018-05-21; 修回日期: 2018-07-17; 录用日期: 2018-07-18。

基金项目: 江苏省自然科学基金资助项目(20171019)

作者简介: 李耿(1993—), 男, 江苏常州人, 学生, 硕士研究生, 主要研究方向: 多智能体系统协调控制; 秦雯(1985—), 女, 河南鹤壁人, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向: 多智能体系统建模与控制、非线性系统控制、切换脉冲系统的稳定性研究; 王婷(1981—), 女, 陕西西安人, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向: 机器人认知与控制、多机器人编队控制。

可能是不同的。另一方面由于群体智能体的共同目的或者通信和执行能力的互异性,耦合智能体的动力学模型可能会不同[17-18],因此研究异构多智能体系统的群集控制具有重大的理论价值和应用前景[19-20]。近年来,越来越多的人关注一类异质多智能体系统——由一阶和二阶智能体组成的混合阶多智能体系统的一致性[21-22]。和高阶或者一般混合阶多智能体系统的研究工作相比,混合阶多智能体系统一致性研究的工具和手段不同。一方面,前者由于模型简单,更容易得到比较直观、简单的理论,另一方面,由一阶和二阶智能体组成的混合阶多智能体系统包含有广泛研究结论的一阶智能体系统和二阶智能体系统作为特殊情形。因此,关于混合阶多智能体系统一致性问题的研究具有一定的理论和实际意义。

受文献[16,22]的启发,本文研究领导-跟随者异质多智能体系统的滞后一致性。文献[16]研究了具有动态领导者的二阶多智能体系统的滞后一致性问题,但是所有的智能体拥有相同的动力学模型。本文旨在将文献[16]讨论的结果扩展到由一阶和二阶智能体组成的混合阶多智能体系统的情况。首先,针对由一阶和二阶动力学模型组成的异质多智能体系统,提出一种基于牵制控制的分布式一致性控制算法,来实现异质多智能体系统的滞后一致。通过模型转换,将原始系统转换为等效系统以便进行理论分析。其次,利用图论和 Lyapunov 稳定性理论证明所设计的协议在固定拓扑结构下是可行的,并且给出了基于线性矩阵不等式形式的充分条件,保证了异质多智能体系统实现领导-跟随者滞后一致性。然后,将得到的结果扩展到切换拓扑结构下的异质多智能体系统的情况。最后,数值仿真验证理论算法的有效性。

1 预备知识与模型引入

本小节介绍了图论知识^[23]并引入了模型。

用 $G(V, e, A)$ 表示一个有向图,其中, $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ 表示图顶点的集合, $e \subseteq V \times V$ 表示有向边集, $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示邻接矩阵。在图 G 中, $(j, i) \in e$ 表示节点 v_j 有信息传递给节点 v_i , 并且节点 v_j 被称为节点 v_i 的邻居。 $N_i(t) = \{j \in V : (j, i) \in e\}$ 表示节点 v_i 的邻居。邻接矩阵 A 的元素 a_{ij} 是非负的, 其中 $a_{ii} = 0$ 或 $a_{ij} > 0 \Leftrightarrow (j, i) \in e$ 。 $L = [l_{ij}]_{n \times n}$ 表示拉普拉斯矩阵, 其中 $l_{ii} = \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}$ 或 $l_{ij} = -a_{ij} \Leftrightarrow i \neq j$ 。入度矩阵 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 是对角矩阵, 并且对角线元素为 $d_i =$

$\sum_{j \in N_i(t)} a_{ij}$ 。根据 L 和 A 的定义, 可得 $L = D - A$ 。用图 \bar{G}

描述一个领导者和 n 个跟随者组成的一组智能体之间的通信关系。如果一个节点到其他所有节点都存在有向路径, 则称该节点是全局可达的。

符号说明: 本文中, $X = \text{diag}\{x_1, \dots, x_n\}$ 表示矩阵是以 x_i 为对角元素的对角矩阵。 R 表示实数集合。 R^n 是 n 维欧几里德空间, $R^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 维的实数矩阵。 I_m 和 0_m 分别表示 m 维的单位矩阵和零矩阵。

本文针对智能体系统中个体在动力学上的差异性, 将其分为一阶和二阶智能体, 研究混合阶多智能体系统的一致性。考虑由一个领导者和 n 个异构跟随者组成的异质多智能体系统, 动态领导者表示为:

$$\dot{x}_0(t) = v_0(t), \quad (1)$$

其中, $x_0(t) \in R^l$ 和 $v_0(t) \in R^l$ 分别表示动态领导者的位置和速度。

下面给出由一阶和二阶智能体组成的混合阶跟随者。前 m 个智能体是二阶的, 后 $n - m$ 个智能体是一阶的。异质多智能体系统的方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \dot{v}_i(t) = u_i(t), i = 1, 2, \dots, m, \\ \dot{x}_i(t) = u_i(t), i = m + 1, \dots, n, \end{cases} \quad (2)$$

其中, $x_i(t) \in R^l$ 和 $u_i(t) \in R^l$ 分别表示跟随者 i 的位置和控制输入。 $v_i(t) \in R^l$ 代表二阶智能体的速度。

为方便理论分析, 本文假设 $l = 1$ 。 $l > 1$ 时相关理论可以用克罗内克积进行推广。

定义 1 若存在常数 $t > 0$, 使得

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - x_0(t - t)\| = 0, i = 1, \dots, n,$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|v_i(t) - v_0(t - t)\| = 0, i = 1, \dots, m,$$

则称异质多智能体(1)和(2)能够实现领导-跟随者滞后一致性。

本文的目的是基于牵制控制思想设计分布式控制协议, 使得异质多智能体系统实现滞后一致性。

2 异质多智能体系统的滞后一致性控制

2.1 固定拓扑下领导-跟随者滞后一致性控制

首先考虑在固定拓扑结构下, 拥有动态领导者的异质多智能体系统的滞后一致性。设计基于邻居信息的滞后一致性协议如下:

$$u_i(t) = \begin{cases} b_i \left[(v_0(t-t) - v_i(t)) + (x_0(t-t) - x_i(t)) \right] \\ + c_1 \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) \right], i=1, \mathbf{K}, m, \\ v_0(t-t) + c_2 \sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j(t) - x_i(t)) \\ + b_i (x_0(t-t) - x_i(t)), i=m+1, \mathbf{K}, n, \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{A}=[a_{ij}]_{n \times n}$ 表示固定拓扑图 G 的邻接矩阵。

$c_1 > 0, c_2 > 0$ 是控制参数。 $(x_0(t-t) - x_i(t))$ 和 $(v_0(t-t) - v_i(t))$ 两部分是为了使跟随者与动态领导者之间分别实现位置和速度的滞后一致性。本文采用了牵制控制策略。当智能体 i 能接收到领导者的信息, 则 $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$ 。通过协议(3), 带有动态领导者的异质多智能体系统能够达到滞后一致。

注1 本文采用了牵制控制思想, 当第 i 个智能体的节点需要被牵制, 则局部反馈增益 $b_i > 0$ 。对于大型复杂网络, 通常需要通过对所有节点添加控制器来控制它, 这样一般是很困难做到的, 并且花费的价格高昂, 而牵制控制可以有效改善这种情况。

令 $\bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t-t), i=1, \mathbf{K}, n, \bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0(t-t), i=1, 2, \mathbf{K}, m$ 。 $\bar{x}_s(t) = (\bar{x}_1(t), \mathbf{K}, \bar{x}_m(t))^T$ 表示二阶智能体和动态领导者之间的位置误差向量, $\bar{x}_f(t) = (\bar{x}_{m+1}, \bar{x}_{m+2}, \mathbf{K}, \bar{x}_n)^T$ 表示一阶智能体和领导者之间的位置误差向量, $\bar{v}_s(t) = (\bar{v}_1(t), \bar{v}_2(t), \mathbf{K}, \bar{v}_m(t))^T$ 表示二阶智能体和动态领导者之间的速度误差向量。

将式(3)代入式(2), 并整理可得

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_s(t) = \bar{v}_s(t), \\ \dot{\bar{x}}_s(t) = (c_1 \mathbf{A}_{ss} - c_1 \mathbf{D}_s - \mathbf{B}_s) \bar{x}_s(t) + c_1 \mathbf{A}_{sf} \bar{x}_f(t) - \mathbf{B}_s \bar{v}_s(t), \\ \dot{\bar{x}}_f(t) = (c_2 \mathbf{A}_{ff} - c_2 \mathbf{D}_f - \mathbf{B}_f) \bar{x}_f(t) + c_2 \mathbf{A}_{fs} \bar{x}_s(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{B}_s = \text{diag}\{b_1, \mathbf{K}, b_m\}$ 表示二阶智能体与动态领导者之间的联系, 矩阵 $\mathbf{B}_f = \text{diag}\{b_{m+1}, \mathbf{K}, b_n\}$ 表示一阶智能体与动态领导者之间的联系。邻接矩阵 \mathbf{A} 可以表示成 $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_{ss} \ \mathbf{A}_{sf}; \mathbf{A}_{fs} \ \mathbf{A}_{ff}]$, 其中 $\mathbf{A}_{ss} \in R^{m \times m}$ 表示二阶智能体之间的邻接矩阵, $\mathbf{A}_{ff} \in R^{(n-m) \times (n-m)}$ 表示一阶智能体之间的邻接矩阵, $\mathbf{A}_{sf} \in R^{m \times (n-m)}$ 和 $\mathbf{A}_{fs} \in R^{(n-m) \times m}$ 表示一阶和二阶智能体之间的邻接矩阵。矩阵

$$\mathbf{D}_s = \text{diag}\{d_1, d_2, \mathbf{K}, d_m\}, \quad \mathbf{D}_f = \text{diag}\{d_{m+1}, \mathbf{K}, d_n\}。$$

其中对角元素是 $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ 。

引理1 ([24]) 线性矩阵不等式(LMI)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}(x) & \mathbf{S}(x) \\ \mathbf{S}^T(x) & \mathbf{R}(x) \end{bmatrix} < \mathbf{0},$$

其中, $\mathbf{Q}(x) = \mathbf{Q}^T(x), \mathbf{R}(x) = \mathbf{R}^T(x)$, 它等价于下面的任何一种情况:

- 1) $\mathbf{Q}(x) < \mathbf{0}, \mathbf{R}(x) - \mathbf{S}^T(x) \mathbf{Q}^{-1}(x) \mathbf{S}(x) < \mathbf{0}。$
- 2) $\mathbf{R}(x) < \mathbf{0}, \mathbf{Q}(x) - \mathbf{S}^T(x) \mathbf{R}^{-1}(x) \mathbf{S}(x) < \mathbf{0}。$

定理1 考虑带有动态领导者(1)的异质多智能体系统(2), 假设固定拓扑下的动态领导者是全局可达点。对于任意的初始状态, 如果存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_1 满足以下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_1 & \mathbf{0}_{(m+n)} \\ \mathbf{0}_{(m+n)}^T & \mathbf{E}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1 \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ (c_1 \mathbf{A}_{ss} - c_1 \mathbf{D}_s - \mathbf{B}_s) & -\mathbf{B}_s & c_1 \mathbf{A}_{sf} \\ c_2 \mathbf{A}_{fs} & \mathbf{0}_{(n-m) \times m} & (c_2 \mathbf{A}_{ff} - c_2 \mathbf{D}_f - \mathbf{B}_f) \end{bmatrix},$$

则异质多智能体系统可以实现滞后一致性。

证明 令 $\mathbf{y}(t) = (\bar{x}_s^T(t), \bar{v}_s^T(t), \bar{x}_f^T(t))^T$, 则系统(4)可以表示为

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{E}_1 \mathbf{y}(t), \quad (6)$$

其中,

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m & \mathbf{0}_{m \times (n-m)} \\ (c_1 \mathbf{A}_{ss} - c_1 \mathbf{D}_s - \mathbf{B}_s) & -\mathbf{B}_s & c_1 \mathbf{A}_{sf} \\ c_2 \mathbf{A}_{fs} & \mathbf{0}_{(n-m) \times m} & (c_2 \mathbf{A}_{ff} - c_2 \mathbf{D}_f - \mathbf{B}_f) \end{bmatrix}。$$

通过式(4), 可将多智能体系统(1-2)的一致性跟踪控制问题的研究转换为分析误差方程(6)的稳定性。

针对误差系统(6)选取 Lyapunov 函数 $V(t) = \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_1 \mathbf{y}(t)$, 其中, \mathbf{P}_1 是一个正定矩阵。

对 $V(t)$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{\mathbf{y}}^T(t) \mathbf{P}_1 \mathbf{y}(t) + \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_1 \dot{\mathbf{y}}(t) \\ &= (\mathbf{E}_1 \mathbf{y}(t))^T \mathbf{P}_1 \mathbf{y}(t) + \mathbf{y}^T(t) \mathbf{P}_1 (\mathbf{E}_1 \mathbf{y}(t)) \\ &= \mathbf{y}^T(t) (\mathbf{E}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1) \mathbf{y}(t) \end{aligned}$$

利用引理1和Lyapunov稳定性理论可以证明, 若存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$ 和正定矩阵 \mathbf{P}_1 使 $\mathbf{E}_1^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{E}_1$ 为负定矩

阵, 则误差系统(6)是稳定的, 此时满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|x_i(t) - x_0(t-t)\| = 0, i=1, \mathbf{K}, n, \lim_{t \rightarrow +\infty} \|v_i(t) - v_0(t-t)\| = 0, i=1, \mathbf{K}, m$, 即异质多智能体系统(2)在固定拓扑下可以达到领导-跟随滞后一致性。

考虑静态领导者的情况, 我们得到以下推论。

推论 1 考虑具有静态领导者 ($v_0(t)=0$) 的异质多智能体系统(2), 假设静态领导者在固定拓扑下是全局可达点。对于任意初始状态, 若存在常数 $c_1 > 0, c_2 > 0$ 和一个正定矩阵 P_1 满足线性矩阵不等式(5), 则带有静态领导者的异质多智能体系统(2)在固定拓扑下能达到领导-跟随滞后一致。

注 3 对于特殊情况 $v_0(t)=0$, 领导者是静态的。推论 1 的证明过程与定理 1 的证明类似。在此略。

2.2 切换拓扑下领导-跟随者滞后一致性控制算法

本小节考虑了切换拓扑结构下, 异质多智能体系统的滞后一致性。假设一个分段常数切换信号 $s: [0, \infty] \rightarrow P = \{1, 2, \mathbf{K}, N\}$ 。 $p = s(t) \in P$ 表示在不同的时间间隔 $[t_j, t_{j+1})$, $j=0, 1, \mathbf{K}$ 切换, 切换时间间隔是有界的, 满足 $0 < t_{j+1} - t_j \leq t_1$ 。关于切换拓扑图 G^s 和 \bar{G}^s 的邻居集合 $N_i^s(t)$, 邻接矩阵 $A^s = [a_{ij}^s]_{n \times n}$ ($i, j=1, 2, \mathbf{K}, n$), 拉普拉斯矩阵 L^s 和 B^s 是时变的 ($s \in P$)。

对于异质多智能体系统(2)和动态领导者(1), 设计切换拓扑下基于邻居信息的滞后一致性协议如下:

$$u_i(t) = \begin{cases} b_i^s \left[(v_0(t-t) - v_i(t)) + (x_0(t-t) - x_i(t)) \right] \\ + k_1 \left[\sum_{j=1}^n a_{ij}^s (x_j(t) - x_i(t)) \right], i=1, 2, \mathbf{K}, m, \\ v_0(t-t) + k_2 \sum_{j=1}^n a_{ij}^s (x_j(t) - x_i(t)) \\ + b_i^s (x_0(t-t) - x_i(t)), i=m+1, \mathbf{K}, n, \end{cases} \quad (7)$$

其中, $A^s = [a_{ij}^s]_{n \times n}$ ($s=1, \mathbf{K}, N$) 表示切换拓扑图 G^s 的邻接矩阵。 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 是控制参数。在切换拓扑中, 当智能体 i 与领导者有连接, 则局部增益 $b_i^s > 0$, 否则 $b_i^s = 0$ 。

令 $\bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t-t), i=1, 2, \mathbf{K}, n, \bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0(t-t), i=1, 2, \mathbf{K}, m$ 。

根据式(2)和(7), 可以得到

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_s(t) = \bar{v}_s(t), \\ \dot{\bar{x}}_s = (k_1 A_{ss}^s - k_1 D_s^s - B_s^s) \bar{x}_s + k_1 A_{sf}^s \bar{x}_f(t) - B_s^s \bar{v}_s(t), \\ \dot{\bar{x}}_f(t) = (k_2 A_{ff}^s - k_2 D_f^s - B_f^s) \bar{x}_f + k_2 A_{fs}^s \bar{x}_s(t), \end{cases} \quad (8)$$

其中, 矩阵 $B_s^s = \text{diag}\{b_1^s, \mathbf{K}, b_m^s\}$ 和 $B_f^s = \text{diag}\{b_{m+1}^s, \mathbf{K}, b_n^s\}$ 分别表示在切换拓扑结构下二阶、一阶智能体与动态领导者之间的联系。在切换拓扑结构下, 邻接矩阵 $A^s = [A_{ss}^s \ A_{sf}^s; A_{fs}^s \ A_{ff}^s]$, 其中 $A_{ss}^s \in R^{m \times m}$ 和 $A_{ff}^s \in R^{(n-m) \times (n-m)}$ 分别表示二阶智能体之间与一阶智能体之间的邻接矩阵, $A_{sf}^s \in R^{m \times (n-m)}$ 和 $A_{fs}^s \in R^{(n-m) \times m}$ 表示一阶和二阶智能体之间的邻接矩阵。矩阵 $D_s^s = \text{diag}\{d_1^s, d_2^s, \mathbf{K}, d_n^s\}$, $D_f^s = \text{diag}\{d_{m+1}^s, \mathbf{K}, d_n^s\}$ 。其中对角元素是 $d_i^s = \sum_{j=1}^n a_{ij}^s$ 。

定理 2 考虑切换拓扑下带有动态领导者(1)的异质多智能体系统(2), 假设每个拓扑下的领导者是全局可达点。对于任意的初始状态, 如果存在常数 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 和正定矩阵 P_2 满足如下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -P_2 & 0_{(m+n)} \\ 0_{(m+n)} & E_2^s P_2 + P_2 E_2^s \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

其中 $s=1, 2, \mathbf{K}, N$ 并且

$$E_2^s = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & 0_{m \times (n-m)} \\ (k_2 A_{ss}^s - k_1 D_s^s - B_s^s) & -B_s^s & k_1 A_{sf}^s \\ k_2 A_{fs}^s & 0_{(n-m) \times m} & (k_2 A_{ff}^s - k_2 D_f^s - B_f^s) \end{bmatrix},$$

则异质多智能体系统能实现滞后一致性。

证明 令 $y(t) = (\bar{x}_s^T(t), \bar{v}_s^T(t), \bar{x}_f^T(t))^T$, 则系统(8)

可以表示为

$$\dot{y}(t) = E_2^s y(t), \quad (10)$$

其中,

$$E_2^s = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & 0_{m \times (n-m)} \\ (k_2 A_{ss}^s - k_1 D_s^s - B_s^s) & -B_s^s & k_1 A_{sf}^s \\ k_2 A_{fs}^s & 0_{(n-m) \times m} & (k_2 A_{ff}^s - k_2 D_f^s - B_f^s) \end{bmatrix}。$$

经过从系统(2)到方程组(8)的转化, 并把系统(8)转换为与误差向量 $y(t)$ 有关的方程(10), 我们将对多智能体的一致性分析转化为对误差系统(10)的稳定性分析。

在切换拓扑下, 根据误差系统(10)选取 Lyapunov 函数 $V(t) = y^T(t) P_2 y(t)$, 其中 P_2 是正定矩阵。

对 $V(t)$ 求导得 $\dot{V}(t) = y^T(t)(E_2^{ST}P_2 + P_2E_2^S)y(t)$ 。

根据假设每个拓扑下的领导者都是全局可达点, 并利用引理 1 和 Lyapunov 稳定性理论可以证明, 如果存在常数 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 和正定矩阵 P_2 使 $E_2^{ST}P_2 + P_2E_2^S$ 为负定矩阵, 则误差系统(6)是稳定的, 即异质多智能体系统(2)在切换拓扑下可以达到领导-跟随者的滞后一致。

推论 2 考虑切换拓扑下具有静态领导者 ($v_0(t)=0$) 的异质多智能体系统(2), 假设静态领导者在每个拓扑下是全局可达点。对于任意初始状态, 若存在常数 $k_1 > 0, k_2 > 0$ 和一个正定矩阵 P_2 满足线性矩阵不等式(9), 则带有静态领导者的异质多智能体系统(2)在切换拓扑下达到领导-跟随者的滞后一致。

注 4 如果 $t=0$, 那么得出的结论与文献[22]类似, 即跟随者可以与领导者达到完全的恒同一致。

3 数值仿真

在本节中, 采用数值例子来验证理论算法的有效性。

例 1 考虑固定拓扑下带有动态领导者(1)的异质多智能体系统(2)在一维空间的情况。

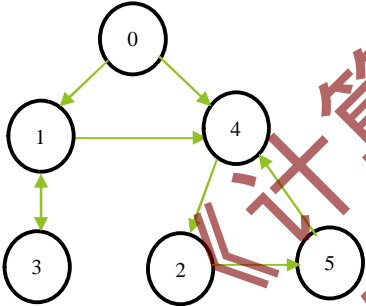


图1 6个智能体之间的固定拓扑图 \bar{G}

Fig. 1 The fixed topology graph \bar{G} between 6 agents

情况 1: 考虑由 6 个节点组成的多智能体系统, 由一个领导者、3 个二阶智能体和 2 个一阶的智能体组成, 智能体之间的固定拓扑 \bar{G} (如图 1 所示), 全局可达的领导者标记为 0, 二阶智能体分别标记为 1, 2 和 3, 一阶智能体分别标记为 4 和 5。

由图 1 可以得到以下的邻接矩阵 A 和 B :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 3 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}。$$

易证明, 选择参数 $c_1=1, c_2=1, t=6$ 可以满足定理 1

的条件, 并通过 MATLAB 中 LMI 工具箱可以得到 LMI(5) 的解如下正定矩阵:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 26.1640 & -0.5764 & -6.3600 & 3.4464 & 0.3345 & 10.2635 & 0.2534 & 0.1482 \\ -0.5764 & 16.1480 & 0.2274 & -0.2036 & -1.4129 & -0.6323 & -2.6766 & -8.3698 \\ -6.3600 & 0.2274 & -15.9946 & -2.0096 & 0.2747 & -1.0887 & -0.4455 & -0.0130 \\ 3.4464 & -0.2036 & -2.0096 & 4.1796 & 0.0507 & 2.6070 & 0.6386 & 0.0280 \\ 0.3345 & -1.4129 & 0.2747 & 0.0507 & 18.2314 & 0.5213 & 2.0279 & 9.7463 \\ 10.2635 & -0.6323 & 1.0887 & 2.6070 & 0.5213 & 18.9491 & 0.5334 & 0.2158 \\ 0.2534 & -2.6766 & -0.4455 & 0.6386 & 2.0279 & 0.5334 & 3.8137 & 3.7762 \\ 0.1482 & -8.3698 & -0.0130 & 0.0280 & 9.7463 & 0.2158 & 3.7762 & 19.0449 \end{bmatrix}。$$

图 2 中的 $x_0(t)$ 和 $x_i(t), i=1, \mathbf{K}, 5$ 分别表示领导者和跟随者的位置。图 3 中的 $\bar{x} = [\bar{x}_1, \mathbf{K}, \bar{x}_5]^T$, $\bar{x}_i(t) = x_i(t) - x_0(t-t), i=1, \mathbf{K}, 5$ 表示跟随者与领导者之间的滞后位置误差, $\bar{v} = [\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3]^T$, $\bar{v}_i(t) = v_i(t) - v_0(t-t), i=1, 2, 3$ 表示二阶跟随者与领导者之间的滞后速度误差且动态领导者的速度是 $v_0(t) = 0.05$ 。

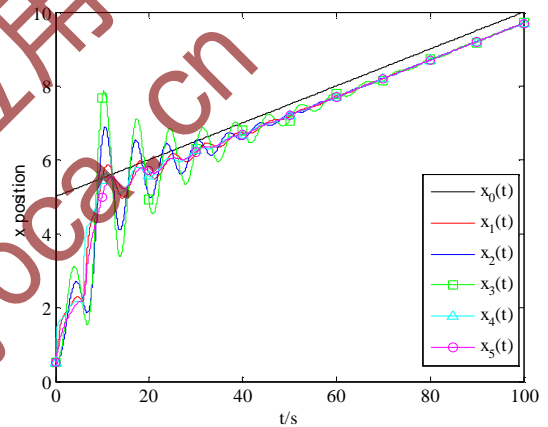


图2 固定拓扑下异质多智能体的位置轨迹

Fig. 2 The positions trajectory of heterogeneous multi-agent under the fixed topology

图 2 中的 $x_i(t), i=1, 2, 3$ 表示二阶智能体的位置轨迹, $x_4(t), x_5(t)$ 表示一阶智能体的位置轨迹。从图 2 可知, 当时间到达 60s 以后, 跟随者与领导者达到滞后一致。图 3 表明滞后位置和速度误差渐近收敛到 0, 也就是说, 用设计的协议(3)可以使异质多智能体系统在固定拓扑下实现领导-跟随者滞后一致性。

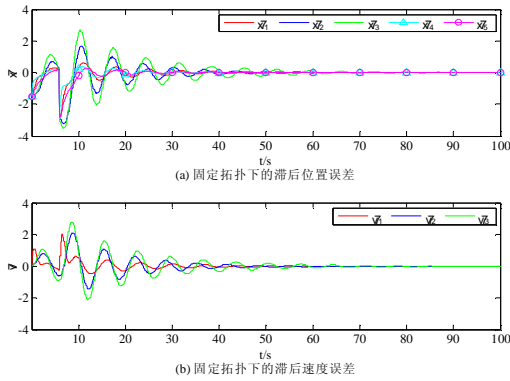


图3 固定拓扑下的滞后位置误差和滞后速度误差

Fig. 3 Position lag error and velocity lag consensus under the fixed topology

情况 2: 考虑 1 个领导者和 8 个跟随者组成的多智能体系统, 全局可达的领导者标记为 0。二阶智能体标记为 1, 2, 3, 4 和 5, 一阶智能体标记为 6, 7 和 8。

易证明, 选择参数 $c_1' = 1, c_2' = 1, t = 6$ 也可以满足定理 1 的条件。

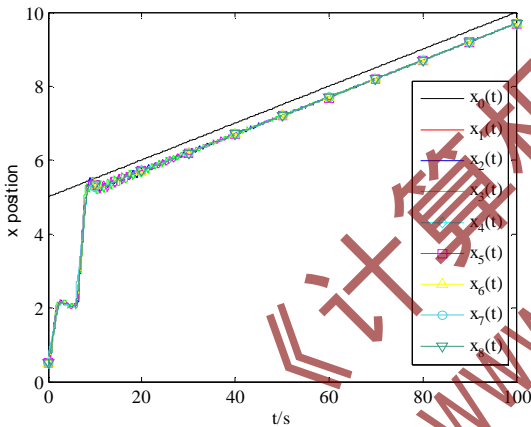


图4 固定拓扑下 8 个智能体滞后跟踪领导者的位置轨迹

Fig. 4 The position trajectory of eight agents lag tracking leader under the fixed topology

从图 4 可知, 8 个跟随者跟踪上了领导者并且始终滞后领导者 $t=6$ s 时间, 即达到滞后一致性。

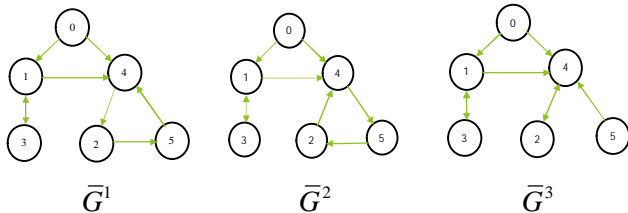


图5 三种可能的拓扑图

Fig. 5 three possible topologies

例 2 考虑切换拓扑下带有动态领导者(1)的异质多智能体系统(2)在一维空间的情况。

情况 1: 考虑由 1 个领导者、3 个二阶的智能体和 2 个一阶的智能体组成的多智能体系统。全局可达的领导者标记为 0, 二阶智能体标记为 1, 2 和 3, 一阶智能体标记为 4 和 5。智能体之间三种可能的拓扑图如图 5 所示, 按照 $\bar{G}_1 \rightarrow \bar{G}_2 \rightarrow \bar{G}_3 \rightarrow \bar{G}_1 \rightarrow \bar{G}_2 \rightarrow \mathbf{L}$ 的顺序切换, 切换时间为 $t_{k+1} - t_k = 2$ s。从图 5 可以得到对应每个拓扑图的邻接矩阵 A^s 和 $B^s, s=1,2,3$:

$$A^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B^s = \begin{bmatrix} 3 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 3 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}.$$

容易证明通过选择 $k_1=1, k_2=1, t=2$ 可以满足定理 2 的条件, 并利用 MATLAB 求得 LMI(9)的解:

$$P = \begin{bmatrix} 9.9395 & -0.1861 & -2.4179 & 1.3152 & 0.0662 & 3.9295 & 0.0919 & -0.0247 \\ -0.1861 & 7.0392 & 0.0486 & -0.0651 & -0.6710 & -0.2388 & -0.7749 & -2.2318 \\ -2.4179 & 0.0486 & 6.1054 & -0.7685 & 0.1448 & -0.4133 & -0.1490 & -0.0555 \\ 1.3152 & -0.0651 & -0.7685 & 1.5914 & 0.0038 & 0.9983 & 0.2346 & 0.0097 \\ 0.0662 & -0.6710 & 0.1448 & 0.0038 & 9.0367 & 0.1242 & 1.6743 & 2.7488 \\ 3.9295 & -0.2388 & -0.4133 & 0.9983 & 0.1242 & 7.2355 & 0.1970 & 0.0089 \\ 0.0919 & -0.7749 & -0.1490 & 0.2346 & 1.6743 & 0.1970 & 1.4438 & 1.1063 \\ -0.0247 & -2.2318 & -0.0555 & 0.0097 & 2.7488 & 0.0089 & 1.1063 & 5.0034 \end{bmatrix},$$

其中正定矩阵 P_2 是对应于 3 个切换拓扑结构时 LMI 的共同解。仿真图如下: 图 6 表示了跟随者的位置轨迹滞后领导者一段时间 $t=2$ 。图 7 表明滞后位置和速度误差渐近收敛到 0, 即用设计的协议(7)可以使带领导者的异质多智能体系统在切换拓扑下达到滞后一致。

注 5: 本文考虑了更加符合实际应用的滞后一致性的情况。汽车行驶过程中, 如果让领头的车辆先行, 后面跟随的车辆与领头的车辆保持一定的滞后, 这样就可以缓解拥堵的情况。本文将文献[21]中结论扩展到滞后一致性的情况。并在例子中扩大了智能体的规模, 更有效地验证了分布式控制。相比于文献[21]让所有跟随者能获得领导者的速度信息, 本文只让部分跟随者获得领导者的位置和速度信息。

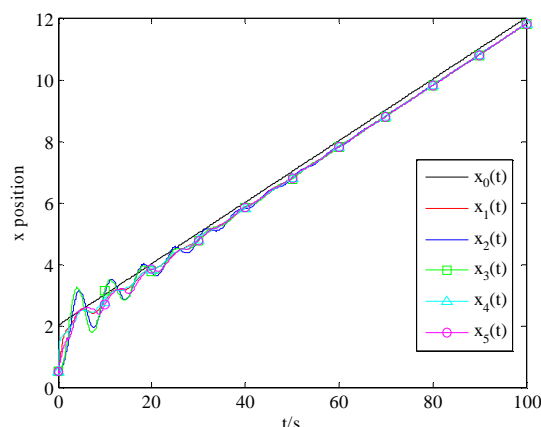


图6 切换拓扑下异质多智能体滞后跟踪领导者的位置轨迹
Fig. 6 The positions trajectory of heterogeneous multi-agent lag tracking leader under the switching topology

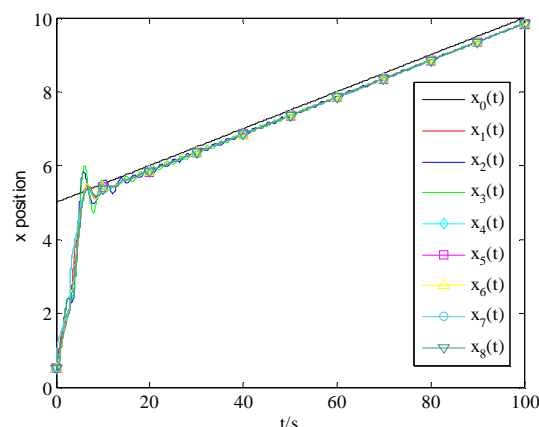


图8 切换拓扑下 8 个多智能体滞后跟踪领导者的位置轨迹
Fig. 8 The position trajectory of eight agents lag tracking leader under the switching topology

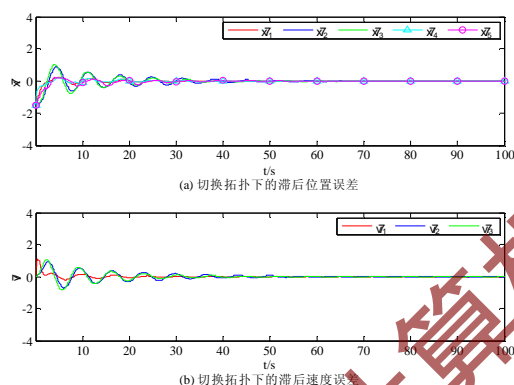


图7 切换拓扑下的滞后位置误差和滞后速度误差
Fig. 7 Position lag error and velocity lag consensus under the switching topology

情况 2: 考虑 9 个节点组成的多智能体系统。全局可达的领导者标记为 0, 二阶智能体分别标记为 1, 2, 3, 4 和 5, 一阶智能体分别标记为 6, 7 和 8。

易证明, 选择参数 $k_1' = 1, k_2' = 1, t = 3$ 也可以满足定理 1 的条件。类似于情况 1, 可以得到如下的仿真图:

图 8 显示了 8 个跟随者跟踪上了领导者并且始终滞后领导者 $t=2$ s 时间。

注 6: 由于智能体之间的信息传输中常存在通信时延, 下面考虑通信时延为 0.001, 做了如下的仿真, 如图 10。

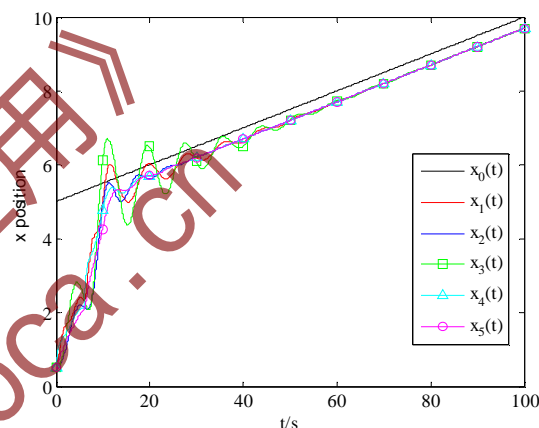


图9 带有通信时滞的异质多智能体滞后跟踪的位置轨迹
Fig. 9 The position trajectory of heterogeneous multi-agent lag tracking leader under the switching topology

从图 9 可以看出, 当系统存在通信时延时, 采用本文的控制协议可以使多智能体实现领导-跟随滞后一致性, 关于实验情况下的理论分析将在未来工作中研究。

4 结语

本文提出基于牵制控制思想的分布式一致性控制算法, 研究了异质多智能体系统的滞后一致性问题。基于 Lyapunov 稳定性理论和图论, 给出了在固定拓扑和切换拓扑下实现领导-跟随者滞后一致性的充分条件。最后, 数值模拟验证了在固定拓扑和切换拓扑下的理论算法的正确性。本文考虑了动态领导者速度已知的情况。但是在更一般情况下, 跟随者不能获得领导者的速度, 另外, 实际智能体之间的通信时延是不可避免的情况, 在今后工作中, 我们将设计分布式控制协议, 考虑带有通信时延和宽带受限因素, 研究领导者速度未知情况下多智能体系统滞后一致性。

参考文献

- [1] 柴运, 熊涛. 基于二层邻居信息的多智能体系统便对控制[J]. 计算机应用, 2017, 37(8):2264-2269.(Chai Y, Xiong T. Second-order information control in multi-Agent system[J]. Journal of Computer Application, 2017, 37(8):2264-2269.)
- [2] 李向军, 刘成林, 刘飞. 时延异构多自主体系统的群一致性分析[J]. 计算机应用, 2016, 36(5):1439-1444.(Li X J, Liu C L, Liu F. Group consensus of heterogeneous multi-agent systems with time delay[J]. Journal of Computer Application, 2016, 36(5):1439-1444.)
- [3] 刘秀华, 高宪文, 韩建. 基于干扰观测器的二阶多智能体系统模型参考一致性[J]. 控制与决策, 2017, 32(1):79-85.(Liu X H, Gao X W, Han J. Disturbance observers based model-reference consensus of second-order multi-agent systems[J]. Control & Decision, 2017, 32(1):79-85.)
- [4] 王亚军, 张申, 胡青松, 等. 具有测量噪声的时滞多智能体系统的一致性问题[J]. 山东大学学报(理学版), 2017, 52(1):74-80.(Wang Y J, Zhang S, Hu Q S, et al. Consensus problem of time-delay multi-agent system with measurement noise[J]. Journal of Shandong University, 2017, 52(1):74-80.)
- [5] 严求真, 孙明轩, 李鹤. 非参数不确定多智能体系统一致性误差跟踪学习控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(6):793-799.(Yan Q Z, Sun M X, Ji H. Consensus-error-tracking learning control for nonparametric uncertain multi-agent system[J]. 2016, 33(6):793-799.)
- [6] Zhao L, Yu J, Lin C, et al. Adaptive Neural Consensus Tracking for Nonlinear Multiagent Systems Using Finite-Time Command Filtered Backstepping[J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems, 2017, PP(99):1-10.
- [7] Liu X, Zhang K, Xie W C. Consensus seeking in multi-agent systems via hybrid protocols with impulse delays[J]. Nonlinear Analysis Hybrid System, 2017, 25:90-98.
- [8] Chen K, Wang J, Zhang Y, et al. Consensus of second-order nonlinear multi-agent systems under state-controlled switching topology[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(4):1871-1878.
- [9] 金治群, 牛玉刚, 邹媛媛. 带有滑模观测器的多智能体一致性控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(2):251-259.(Jin Z Q, Niu Y G, Zou Y Y. Consensus for multi-agent systems with sliding-mode observer[J]. Control theory & Applications, 2017, 34(2):251-259.)
- [10] Ren W, Atkins E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(10-11):1002-1033.
- [11] Ni J, Liu L, Liu C, et al. Fixed-Time Leader-Following Consensus for Second-Order Multiagent Systems With Input Delay[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(11):8635-8646.
- [12] Ping-Ping, Cheng-Lin. Consensus Problem of Heterogeneous Multi-agent Systems with Time Delay under Fixed and Switching Topologies[J]. International Journal of Automation and Computing, 2014, 11(3):340-346.
- [13] 谢媛艳, 王毅, 马忠军. 领导-跟随多智能体系统的滞后一致性[J]. 物理学报, 2014, 63(4):13-17.(Xie Y Y, Wang Y, Ma Z J. Lag consensus of leader-following multi-agent systems[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(4):13-17.)
- [14] Liu X, Deng Y. Lag consensus of second-order leader-following multiagent systems with communication delays[C]// Chinese Control Conference, 2017:8783-8788.
- [15] Wang Y, Ma Z. Lag consensus of the second-order leader-following multi-agent systems with nonlinear dynamics[J]. Neurocomputing, 2016, 171(C):82-88.
- [16] Wang Y, Ma Z, Zheng S, Chen G. Pinning control of lag-consensus for second-order nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 47(8):1-9.
- [17] Luo J, Liu C L, Liu F. Distributed consensus analysis for a class of heterogeneous multi-agent systems composed of first-order and fourth-order integrators[C]// IEEE International Conference on Control and Automation. IEEE, 2016:564-570.
- [18] Wen G, Huang J, Wang C, et al. Group consensus control for heterogeneous multi-agent systems with fixed and switching topologies[J]. International Journal of Control, 2016, 89(2):259-269.
- [19] Zhang Q, Hao Y, Yang Z, et al. Adaptive flocking of heterogeneous multi-agents systems with nonlinear dynamics[J]. Neurocomputing, 2016, 216(C):72-77.
- [20] Akar S, Mahdi B, Farzad H. Leader-follower fixed-time consensus for multi-agent systems with heterogeneous non-lineader inherent dynamics[C]// International Conference on Soft Computing & Machine Intelligence, 2016:224-228.
- [21] Liu K, Ji Z, Xie G, Wang L. Consensus for heterogeneous multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(9):3670-3683.
- [22] Han N, Luo X. Tracking and distributed formation control for leader-following heterogeneous multi-agent systems[C]// Control Conference. IEEE, 2016:7897-7901.
- [23] Godsil C, Royle G. Algebraic graph theory[J]. Graduate Texts in Mathematics, 1974, 207(32):xvi+298.
- [24] Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis[J]. Graduate Texts in Mathematics, 1990, 169(8):1-17.

This work is supported by the Jiangsu Provincial Natural Science support Project(20171019).

Li Geng, born in 1993, M. S. candidate. His research interest includes multi-agent system coordinated control.

Qin Wen, born in 1985, Ph. D. Her research interests include multi-agent system modeling and control, nonlinear system control, stability of switching pulse system.

Wang Ting, born in 1981, Ph. D. Her research interests include recognition and control of robotics, multi-robot formation control.

Shen Mouquan, born in 1980, Ph. D., associate professor. His research interests include robust control and networked control systems.