

胡鸿翔<sup>1,2</sup> 梁锦<sup>1</sup> 温广辉<sup>2</sup> 虞文武<sup>2</sup>

# 多智能体系统的群集行为研究综述

## 摘要

近些年来,多智能体系统的群集行为分析已成为复杂网络领域的一个研究热点.本文从个体内部动力系统与个体间的拓扑结构这两个因素出发,对多智能体系统的群集行为问题的发展现状进行概述,并对相应的分布式协议、收敛速度以及实现的条件做了介绍和分析.最后,结合目前的研究现状,讨论了群集行为未来的研究方向.

## 关键词

多智能体系统; 群集行为; 异质个体; 合作竞争网络

中图分类号 TP13

文献标志码 A

收稿日期 2018-06-04

资助项目 国家自然科学基金(61503103, 61673107, 61722303); 中国博士后基金(2016M600350); 江苏省自然科学基金(BK20170079)

## 作者简介

胡鸿翔,男,博士,副教授,主要研究方向为多智能体系统群集行为分析. hhx@hdu.edu.cn

<sup>1</sup> 杭州电子科技大学 理学院 杭州 310018

<sup>2</sup> 东南大学 数学学院 南京 210096

## 0 引言

多智能体系统(multi-agent systems)是指由多个自主个体组成的群体系统,其目标是通过个体间的相互信息通信和交互作用,在全局层面呈现出某种有序的运动.进一步,多智能体系统中的个体往往具有自身动态演化特征,并且个体间的相互通信和感知是局部的,即个体仅接收邻居的信息,因此具有“个体动力学特征+通信拓扑”的特点.

在过去的10多年里,随着计算机、通信和系统嵌入式技术的快速发展,实际系统往往呈现出网络化的结构特征.作为网络化系统的典型代表,多智能体系统已成为一个具有挑战性的研究领域<sup>[1-5]</sup>.与传统的单一系统相比,个体的加入与离开对多智能体系统而言都是开放的,从而便于整体系统的升级与扩展,同时个体间局部通信的特征提高了系统的工作效率,使得多智能体系统能完成单一系统无法完成的分布式任务,进而提高了整体系统的工作能力.作为多智能体系统理论的基础,系统的群集行为分析不仅能为自然与社会中出现的复杂现象提供理论解释,而且为工程应用领域提供理论指导,如多无人机系统、工业环境下多机器人系统、城市交通网络等.具体而言,多智能体系统的群集行为<sup>[6-10]</sup>是指系统中的个体按照自身的属性赋予其行为规则,并结合个体间的相互通信进行相应运动,最后随着时间的演化,整体系统形成某种规律性的场景.近些年来,系统与控制领域的国际主流期刊,如 *Proceedings of the IEEE*, *SIAM Journal on Control and Optimization*, *IEEE Control Systems Magazine* 和 *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 都相继推出了关于群集行为分析的专刊.同时,控制界的重要会议,如 IFAC 大会、美国控制会议(ACC)、IEEE 控制与决策会议(IEEE CDC) 和中国控制会议(CCC) 都组织过关于群集行为分析与控制的专题报告会.2018 年中国控制会议官网显示作大会报告的7位专家中有4位与多智能体系统群集行为分析领域密切相关.由此可见,多智能体系统的群集行为分析已成为现代系统控制领域中一个极其重要的研究方向.

## 1 多智能体系统的群集行为研究

多智能体系统理论的研究可追溯到20世纪70年代,概率统计学家 DeGroot<sup>[11]</sup> 为解决系统中某些未知参数的概率分布函数估计问题,

提出了一个离散时间耦合线性系统模型,并利用加权平均法成功解决了该问题.值得注意的是该文献中的耦合系统模型被认为是多智能体系统模型的雏形.近些年来,随着计算机技术、传感器技术和机器人技术的飞速发展,多智能体系统的应用范围变得越来越广泛.特别是大数据时代的到来为多智能体系统发展提供了重要机遇,其分布式的思想是处理海量数据的一把利器,这一观点越来越被人们所接受.群集行为理论是多智能体系统研究中的基础核心,吸引了不同背景的专家学者对其进行深入探索.

从系统控制论角度出发,多智能体系统群集行为首先要对其进行数学建模研究.一般而言,往往用相应的动力学方程来刻画个体的自身属性,同时利用代数图论的工具来刻画个体间的通信拓扑结构,即将个体间的信息交互看作图论中的弧.值得注意的是个体间信息交互的方式将决定群集行为的类型,因此研究群集行为的本质是分析与设计相应的信息交互方式,即分布式协议(distributed protocol).在此基础上,不难发现个体内在动力学系统、个体间相互关系(即拓扑结构)与个体间的信息交互将共同决定个体状态轨线的演化,如图1所示.从个体动力学方程的角度,个体模型可分为同质个体与异质个体两大类型;从个体间相互关系的角度,拓扑结构可分为合作网络与合作竞争网络.下面,从个体模型和个体间拓扑结构这两个角度,将群集行为的研究成果分成三大类分别阐述.

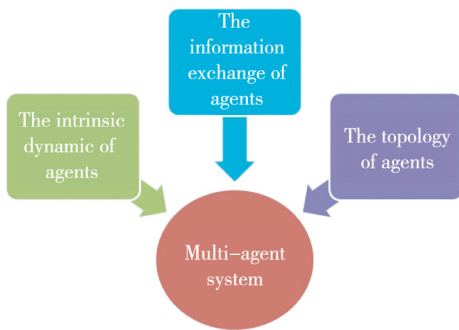


图1 多智能体系统结构

Fig. 1 Structure of a multi-agent system

## 2 同质个体在合作网络中的群集行为研究

目前群集行为的研究大多是在同质个体且合作网络的前提下开展的,主要包括一致性、群一致性、蜂拥现象、无人机编队控制、分布式优化、分布式跟踪控制等.这些课题的研究既相互区别又相互联系,其中一

致性是群集行为研究的基础核心.具体而言,一致性(consensus)是指多智能体系统中的个体在局部协作和相互通信下,调整更新自己的行为,最终使得每个个体均能达到相同的状态.显然解决一致性问题的关键是设计仅利用有限邻居信息的分布式协议.目前合作网络中的分布式协议的设计往往采用个体间相对状态的加权和形式,同时权重均取为正数.

对于一致性问题,许多国内外学者考虑在不同的网络环境下,针对不同的个体模型,设计了相应的分布式协议,并对系统的一致性进行了分析,进而得到多智能体系统可一致性的充分条件.Vicsek等<sup>[12]</sup>从统计力学的角度出发,建立了Vicsek模型,并通过计算机仿真发现,在个体空间密度较大且个体间通信噪声强度不超过某一阈值的条件下,所有个体的运动方向最终将趋于相同,即个体的速度实现一致.在此基础上,Jadbabaie等<sup>[13]</sup>考虑了无噪声的情况下线性化Vicsek模型,首次从系统理论的角度给出了在无向切换网络拓扑下该一致性问题的充分条件.进一步,针对一阶积分器模型,Olfati-Saber等<sup>[14]</sup>提出了一致性协议的概念,并分别讨论了不同网络拓扑结构下的一致性问题的理论框架.值得注意的是这些分布式协议要求个体间实时进行信息交互,从而增加了通信代价,并给个体的硬件实现提出了不小的要求.为降低通信成本,Seyboth等<sup>[15]</sup>针对一阶积分器的个体模型,在有时无滞两种情况下,分别设计了基于事件驱动的分布式协议,研究表明在其作用下,个体的状态最终吸引到一个球形区域内,同时带有事件驱动的分布式协议能有效地避免Zeno(芝诺)现象的发生.

在实际物理系统中,个体自身的运动属性往往用牛顿第二运动定律来刻画,从而相应的个体模型需用二阶积分器系统描述,因此研究二阶多智能体系统的一致性更具实际意义与理论挑战.在二阶积分器系统中,个体具有两个状态变量,即位置与速度,则相应的一致性要求个体的位置与速度均能实现一致.Xie等<sup>[16]</sup>考虑二阶个体的一致性,首次设计了带有速度阻尼项的分布式协议,研究发现,在此协议下,随着时间的推移,所有的个体逐渐接近到某一固定的位置,同时每个个体的速度趋于0,即实现了静态一致.注意到多智能体系统在动态演化过程中,不可避免地受到外部干扰,导致个体不能精确获取邻居信息,Hu等<sup>[17]</sup>考虑外部扰动是有界的情形,并且邻居即时速度不能精确获取,为实现系统的一致

性.利用扰动的界,对邻居的即时速度设计了一类分布式的估计规则(distributed lazy rule),给出了整体系统实现静态一致的充分条件.与之不同的是 Ren 等<sup>[18]</sup>构建了基于邻居位置与速度信息的分布式协议.研究表明二阶个体的一致性与网络拓扑结构及协议中的耦合参数有关,并且在该协议下,二阶个体可实现动态一致.考虑到个体信息交互过程中,受到硬件传输速度的限制,则不可避免地出现信息时延,进而影响整体系统的一致性,因此分析信息时延下二阶个体的一致性更具实际意义.Yu 等<sup>[19]</sup>首先针对固定拓扑结构,给出二阶线性个体一致性的充要条件.结果表明网络拓扑结构的谱特征对二阶系统的一致性起关键性作用,进而考虑具有通信时延的情形.研究发现在网络结构具有生成树且通信时延不超过某一阈值时,系统仍能实现一致性. Abdessameud 等<sup>[20]</sup>考虑二阶非线性个体在通信时延与信息丢包下的一致性,利用小增益定理(small gain theorem)给出了一致性的充分条件.

工程实践中,多智能体系统不仅要求实现一致性,而且期望系统以预期的轨迹运动,这就产生了分布式跟踪问题(distributed tracking)<sup>[21-23]</sup>.Hu 等<sup>[21]</sup>在 Leader-following 框架下,考虑二阶个体的分布式跟踪问题,利用牵制控制(pinning control)选取网络拓扑结构中的关键个体,并为其设计一类基于 Leader 即时速度信息的观测器,从而得到了分布式跟踪问题可解的充分条件.进一步,Wen 等<sup>[22]</sup>在个体动力系统具有不确定性的情形下,考虑了分布式跟踪问题,基于 Lyapunov 稳定性理论,获得了一系列充分条件.这里需要指出在所考虑的框架中允许 Leader 状态维数与个体状态维数不一样,从而扩大了理论结果的应用范围.在此基础上,Zhang 等<sup>[23]</sup>考虑到网络环境对个体间相互通信的影响,设计了带有信息量化特征的分布式协议,并结合事件驱动控制器的思想,研究二阶非线性个体的分布式跟踪问题.分布式跟踪问题是在单一 Leader 的前提下展开的,若所讨论框架中具有多个 Leader 时,则分布式跟踪问题变为包含控制问题(containment control)<sup>[24-26]</sup>,即个体的状态轨线最终收敛到以多个 Leader 所组成的闭凸包中.

作为一致性问题的深入和细化,群一致性(group consensus)<sup>[27-28]</sup>现象在自然界中广泛存在,如不同鱼群聚集而生<sup>[27]</sup>、社会阶层的形成<sup>[28]</sup>等.群一致性是指多智能体系统中的个体根据某种规则被划分成若干个子群,同一个子群中的个体趋于同一状

态,同时不同子群中的个体趋于不同的状态.相对于一致性问题而言,整个多智能体系统呈现出多个一致状态.同时在群一致性问题中,个体不仅与群内部的邻居进行信息交换,还和不同群的个体也有信息交互,使得个体的动力系统变得更为复杂,这就要求在设计相应控制律的过程中,需区别对待这两类不同邻居间的信息交互.Yu 等<sup>[27]</sup>首次在固定拓扑无向图的情况下,讨论了该问题,设计了一类连续型的群一致性协议.在此基础上,讨论了在切换拓扑意义下带有时滞的群一致性问题,采用双树变换,将原系统的群一致性问题转换为误差系统的零点稳定问题,然后利用时滞系统的 Lyapunov 稳定性理论,得到了一系列的充分条件.考虑到实际情况中不同群之间信息交换的不连续性,Hu 等<sup>[28]</sup>设计了一类混杂群一致性协议(hybrid protocol),给出了群一致性的代数判据,并对其收敛速度进行了估计.值得注意的是在文献[27-28]中,所设计的群一致性协议包含群内邻居的相对信息与群外邻居的绝对信息,同时要求群外部邻居的边权量和为零.Qin 等<sup>[29]</sup>深入分析了群之间的连接权量对群一致性的影响,该研究表明在多智能体系统的子群拓扑结构具有非循环划分(acyclic partition)的情形下,不论权量数值的大小,系统均能实现群一致性.Su 等<sup>[30]</sup>在考虑固定无向拓扑结构的群一致性问题时,结合牵制控制的思想,为系统中的耦合权量与反馈增益设计了一系列分布式的自适应控制器,得到多智能体系统群一致性的充分条件.在此基础上,Su 等<sup>[31]</sup>讨论了具有多个 Leader 的群一致性问题,研究发现若每个子群中至少有一个个体能获得相应 Leader 的信息,则整个系统可实现群一致性.Xie 等<sup>[32]</sup>研究了一阶个体的群一致性问题,利用旋转矩阵的欧拉角,得到了群一致性的充分必要条件.该研究工作表明多智能体系统可实现群一致性当且仅当拉普拉斯矩阵具有零特征根的个数与子群的数目相同,同时旋转矩阵的欧拉角应小于某个阈值.

### 3 异质多智能体系统的群集行为研究

异质多智能体系统是指系统中个体的自身属性不同,在数学模型上用不同的动力学方程描述.在异质多智能体系统中,个体间信息交互是在不同内部系统的情形下进行的,则设计带有异质特征的分布式协议是处理相应群集行为的难点.进一步,处理同质个体的群集行为往往通过线性变换,将原问题转

化为误差系统的稳定性问题.然而,这种思路在个体异质的前提下不太适用.迫切需要寻找新思路、新工具来解决.因此,与同质个体的群集行为相比,异质个体的群集行为分析更为复杂.

Zheng 等<sup>[33]</sup>考虑了一类由一阶、二阶线性积分器个体所组成的异质多智能体系统,并在二阶个体即时速度不可测的情形下,利用代数图论与 Lyapunov 稳定性理论,得到该异质系统渐近一致性的充分条件.由于一阶个体的存在,该类异质系统只能实现静态一致,即二阶个体的速度最终趋于零. Peng 等<sup>[34]</sup>考虑带有未知高频增益的异质多智能体系统的群集行为,应用 Nussbaum-type 自适应控制器,设计了个体间的分布式协议,研究发现当网络拓扑结构是无向的或平衡图是弱连通的,异质系统可实现一致性. Liu 等<sup>[35]</sup>考虑了二阶非线性异质个体的分布式跟踪问题,利用自适应控制的思想,在耦合权重和反馈增益上设计了带有自适应特征的分布式协议,研究发现在权重与增益可自适应调整的情形下,即使个体间的连接是有向的,二阶异质系统仍能实现分布式跟踪.

在异质个体的一致性中,所设计的分布式协议往往带有补偿特征,即补偿由个体异质性带来的不利影响,从而整体系统可实现一致性.同时,在异质系统的前提下,讨论整体系统的群一致性更具实际意义. Wang 等<sup>[36]</sup>考虑了异质系统中的群一致性问题,且个体间的信息交换存在着时变的通信时滞,通过设置模态不同的 Leader,利用线性矩阵不等式,得到了一系列异质个体群一致性的充分条件. Cai 等<sup>[37]</sup>利用间歇性牵制控制( intermittent pinning control)研究异质个体的群集行为,并利用自适应控制器对牵制控制增益进行优化,进而大大降低了控制代价. Hu 等<sup>[38]</sup>考虑了一类由二阶积分器个体与 Euler-Lagrange 个体所组成的异质系统的群一致性问题.在我们研究的框架中,整体系统根据个体异质性,划分为两大子群,即二阶线性积分器描述的个体组成一个子群,而 Euler-Lagrange 方程描述的个体组成另一个子群,分别设计了群一致性协议与未知参数的估计律,利用 Barbalat 引理,得到了该异质系统的群一致性条件,并考虑了切换拓扑意义下的群一致性问题,设计具有切换特征的群一致性协议.

#### 4 多智能体系统在合作竞争网络中的群集行为研究

合作竞争网络是对传统合作网络的进一步深

入,在个体间合作关系的基础上,也关注到了个体间竞争因素.对合作竞争网络的数学刻画,特别是对个体间竞争关系的理论描述是解决相应群集行为的前提与基础.由于合作网络中的边权量为正,则竞争作为合作的对立面,自然用负边权量来刻画.与合作网络相比,合作竞争网络中的权量有正有负,从而对拉普拉斯矩阵谱特征分析变得十分困难.因此,研究合作竞争网络中的群集行为迫切需要设计新的分布式协议或新的控制器.

Altafini<sup>[39]</sup>考虑了一阶线性积分器个体在合作竞争网络中的群集行为,同时重新设计了竞争个体间的信息交互,采用镜像竞争的形式,即邻居的相反状态与个体是合作关系,在此基础上,利用规范变换( gauge transformations)提出了网络结构平衡( structurally balance)的概念,并理论上证明当网络拓扑结构是平衡的,整体系统可实现两分一致性( bipartite consensus).这里需要指出研究框架中所定义的镜像竞争在规范变换下可转变为合作关系,进而仍可借鉴合作网络中谱特征分析工具.在镜像竞争的框架下, Meng 等<sup>[40]</sup>考虑了网络拓扑结构具有生成树的情形,研究表明当网络结构具有负根环时,整体系统实现分布式镇定,否则整体系统实现间隔两分一致性( interval bipartite consensus). Zhan 等<sup>[41]</sup>进一步考虑了带有邻居状态权重的合作竞争网络,将整体网络图分为三大类:交互平衡图( interactively balanced digraph)、子平衡图( sub-balanced digraph)、非平衡图( unbalanced digraph),研究表明:对于交互平衡图和子平衡图,多智能体系统可实现群一致性;对于非平衡图,需施加额外的牵制控制器才能实现相应的群一致性. Wen 等<sup>[42]</sup>在 Leader-following 框架下,通过设计一类非光滑的分布式协议,研究合作竞争网络中的分布式跟踪问题. Hu 等<sup>[43]</sup>考虑合作竞争网络中的群一致性问题,且个体模型采用带有外部输入与辅助状态积分器反馈的一阶模型,通过投影变换,将原系统的群一致性问题转化为投影系统的渐近稳定性问题,然后基于系统的解,给出合作竞争网络中群一致性问题可解的充分条件.最近, Hu 等<sup>[44]</sup>考虑由 Euler-Lagrange 方程描述的多智能体系统在合作竞争网络中的群集行为,同时这里的竞争关系定义为镜像状态是合作的.对于合作竞争网络,从合作子网和竞争子网的角度研究信息传递矩阵的谱特征,结果表明:当合作子网是强连通时,不论竞争子网的拓扑结构如何以及相应的权量多大,其信息传递矩阵

的特征值均具有正实部.值得注意的是该谱特征的理论结果并不基于合作竞争网络中的二元符号对称条件(digon sign-symmetry condition),从而将合作竞争网络研究范围扩展了.

针对更为一般竞争关系,即个体间竞争关系定义为相对信息的负权重,其形式与合作个体间的信息交互一样,相应的拉普拉斯矩阵无法利用规范变换实施谱特征分析,往往需在分布式协议的基础上设计新的控制器实现群集行为.Hu等<sup>[45]</sup>考虑二阶带有内在非线性系统的个体在合作竞争网络中的一致性问题,且个体间的拓扑结构是动态变化的,设计了一类时滞脉冲控制器,得到了一致性的充分条件.在上述研究基础上,文献[46]考虑了异质个体在合作竞争网络中的一致性问题,设计了基于邻居信息的自适应控制器和牵制控制器,得到了异质系统在合作竞争网络中一致性的充分条件.文献[46]首次在同一框架下讨论了个体异质性与个体间竞争因素对一致性的影响.

## 5 总结

多智能体系统的群集行为理论研究一方面将促进群集理论在实际工程中的应用,另一方面能够为社会网络中出现的复杂现象提供更为合理的理论解释,进而提高社会劳动生产率.同时,最近的研究成果表明:多智能体系统群集行为理论在诸多方面取得了长足的发展,如牵制控制、事件驱动控制、包围控制、分布式跟踪、分布式优化、基于采样控制的一致性等,但多智能体系统的复杂性涉及到多个学科的交叉,对其群集行为的研究仍处于探索阶段,还未形成较为成熟的理论框架和体系.随着理论研究的深入,我们可在以下方面做进一步探讨:

1) 在个体模型中,个体的内在动力学模型往往假定是相同的,即同质个体.在该假设下,研究多智能体系统的群集行为往往可以通过相应的误差系统转化为稳定性问题.然而,自然界中个体的异质性是普遍存在的,同质个体这种理想化的假定往往无法精确描述个体的自身属性,由此限制了相应理论结果的应用范围.

2) 对于个体间关系,大多数文献只考虑个体间的合作关系,即边权重为正,相应的拉普拉斯矩阵谱特征较为清晰.然而在实际问题中,个体间的竞争关系不可忽视.进一步,对于竞争关系,目前文献主要关注镜像竞争,而镜像竞争在规范变换下可转化为

合作关系.在此基础上,考虑个体间具有两种竞争关系(即强弱竞争关系)的相应成果还不多见,相应矩阵的谱特征有待进一步的探索与研究.

3) 对于多智能体系统的群集行为而言,目前的文献主要集中在研究一致性、群一致性、分布式跟踪和分布式优化等群集行为.值得注意的是这些群集行为在定量方面有严格的数学定义,然而在实际情况中,特别是在社会网络中,群集行为还具有定性的表现,如选举过程中的赞成与反对无法进行具体量化,但可以从定性角度将选举过程抽象为某种符号一致性,进而定性描述该群集行为,因此这就需要寻找新工具、新方法来处理群集行为的定性特征,亟待深入研究.

## 参考文献

### References

- [1] Wen G H, Duan Z S, Chen G R, et al. Consensus tracking of multi-agent systems with Lipschitz-type node dynamics and switching topologies [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I: Regular Papers, 2014, 61(2): 499-511
- [2] Lin Z Y, Wang L L, Han Z M, et al. Distributed formation control of multi-agent systems using complex Laplacian [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(7): 1765-1777
- [3] Li Z K, Duan Z H, Xie L H, et al. Distributed robust control of linear multi-agent systems with parameter uncertainties [J]. International Journal of Control, 2012, 85(8): 1039-1050
- [4] Wang C, Xie G M, Cao M. Controlling anonymous mobile agents with unidirectional locomotion to form formations on a circle [J]. Automatica, 2014, 50(4): 1100-1108
- [5] Yu W W, Li Y, Wen G H, et al. Observer design for tracking consensus in second-order multi-agent systems: fractional order less than two [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(2): 894-900
- [6] Fax J A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(1): 115-120
- [7] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control: collective group behavior through local interaction [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82
- [8] Cao Y C, Yu W W, Ren W, et al. An overview of recent progress in the study of distributed multi-agent coordination [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 427-438
- [9] Zhang Y Q, Deng Z H, Hong Y G. Distributed optimal coordination for multiple heterogeneous Euler-Lagrangian systems [J]. Automatica, 2017, 79: 207-213
- [10] Chen F, Xiang L Y, Ren W. Properties of composite Laplacian quadratics and their applications in consensus

- of linear differential inclusions [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2016 61( 8) : 2269-2275
- [11] DeGroot M. Reaching a consensus [J]. Journal of the American Statistical Association, 1974, 69 ( 345 ) : 118-121
- [12] Vicsek T, Czirók A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles [J]. Physical Review Letters 2006 75( 6) : 1226
- [13] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003 48 ( 6) : 988-1001
- [14] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004 49 ( 9) : 1520-1533
- [15] Seyboth G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus [J]. Automatica 2013 49( 1) : 245-252
- [16] Xie G M, Wang L. Consensus control for a class of networks of dynamic agents [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control 2007 17( 10) : 941-959
- [17] Hu H X, Yu L, Chen G, et al. Second-order consensus of multi-agent systems with unknown but bounded disturbance [J]. International Journal of Control Automation & Systems 2013 11( 2) : 258-267
- [18] Ren W, Atkins E M. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2010 17( 10/11) : 1002-1033
- [19] Yu W W, Chen G R, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems [J]. Automatica 2010 46( 6) : 1089-1095
- [20] Abdessameud A, Polushin I G, Tayebi A. Synchronization of nonlinear systems with communication delays and intermittent information exchange [J]. Automatica 2015 59 ( C) : 1-8
- [21] Hu H X, Yu W W, Xuan Q, et al. Consensus for second-order agent dynamics with velocity estimators via pinning control [J]. IET Control Theory & Applications, 2013 7 ( 9) : 1196-1205
- [22] Wen G H, Yu W W, Li Z K, et al. Neuro-adaptive consensus tracking of multiagent systems with a high-dimensional leader [J]. IEEE Transactions on Cybernetics 2017 47( 7) : 1730-1742
- [23] Zhang Z Q, Zhang L, Hao F, et al. Leader-following consensus for linear and Lipschitz nonlinear multiagent systems with quantized communication [J]. IEEE Transactions on Cybernetics 2016 47( 8) : 1970-1982
- [24] Liu H Y, Cheng L, Tan M H, et al. Containment control of continuous-time linear multi-agent systems with a periodic sampling [J]. Automatica 2015 57( C) : 78-84
- [25] Qin J H, Zheng W X, Gao H J, et al. Containment control for second-order multiagent systems communicating over heterogeneous networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems 2016 28( 9) : 2143-2155
- [26] Wen G H, Zhao Y, Duan Z S, et al. Containment of higher-order multi-leader multi-agent systems: a dynamic output approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2016 61( 4) : 1135-1140
- [27] Yu J Y, Wang L. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays [J]. Systems & Control Letters 2010 59( 6) : 340-348
- [28] Hu H X, Yu L, Zhang W A, et al. Group consensus in multi-agent systems with hybrid protocol [J]. Journal of the Franklin Institute 2013 350( 3) : 575-597
- [29] Qin J H, Yu C B. Cluster consensus control of generic linear multi-agent systems under directed topology with acyclic partition [J]. Automatica 2013 49( 9) : 2898-2905
- [30] Su H S, Rong Z, Chen M Z Q, et al. Decentralized adaptive pinning control for cluster synchronization of complex dynamical networks [J]. IEEE Transactions on Cybernetics 2013 43( 1) : 394-399
- [31] Su H S, Chen M Z Q, Wang X F, et al. Adaptive cluster synchronisation of coupled harmonic oscillators with multiple leaders [J]. IET Control Theory & Applications, 2013 7( 5) : 765-772
- [32] Xie D M, Liu Q L, Lü L F, et al. Necessary and sufficient condition for the group consensus of multi-agent systems [J]. Applied Mathematics and Computation, 2014 243: 870-878
- [33] Zheng Y S, Wang L. Consensus of heterogeneous multi-agent systems without velocity measurements [J]. International Journal of Control 2012 85( 7) : 906-914
- [34] Peng J M, Ye X D. Cooperative control of multiple heterogeneous agents with unknown high-frequency-gain signs [J]. Systems & Control Letters 2014 68( 1) : 51-56
- [35] Liu B, Wang X L, Su H S, et al. Adaptive second-order consensus of multi-agent systems with heterogeneous nonlinear dynamics and time-varying delays [J]. Neurocomputing 2013 118( 11) : 289-300
- [36] Wang Y L, Cao J D. Cluster synchronization in nonlinearly coupled delayed networks of non-identical dynamic systems [J]. Nonlinear Analysis Real World Applications 2013 14( 1) : 842-851
- [37] Cai S M, Zhou P P, Liu Z R. Intermittent pinning control for cluster synchronization of delayed heterogeneous dynamical networks [J]. Nonlinear Analysis ( Hybrid Systems) 2015 18: 134-155
- [38] Hu H X, Yu W W, Xuan Q, et al. Group consensus for heterogeneous multi-agent systems with parametric uncertainties [J]. Neurocomputing 2014 142( 1) : 383-392
- [39] Altafini C. Consensus problems on networks with antagonistic interactions [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2013 58( 4) : 935-946
- [40] Meng D Y, Du M J, Jia Y M. Interval bipartite consensus of networked agents associated with signed digraphs [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2016 61( 12) : 3755-3770
- [41] Zhan J Y, Li X. Cluster consensus in networks of agents with weighted cooperative-competitive interactions [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems II: Express Briefs 2018 65( 2) : 241-245
- [42] Wen G H, Wang H, Yu X G, et al. Bipartite tracking consensus of linear multi-agent systems with a dynamic

- leader[J].IEEE Transactions on Circuits & Systems II: Express Briefs, 2017, DOI: 10.1109/TCSII.2017.2777458
- [43] Hu H X, Yu W W, Wen G H, et al. Reverse group consensus of multi-agent systems in the cooperation-competition network [J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I: Regular Papers 2016, 63(11): 2036-2047
- [44] Hu H X, Wen G H, Yu W W, et al. Swarming behavior of multiple Euler-Lagrange systems with cooperation-competition interactions: an auxiliary system approach [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2018, DOI: 10.1109/TNNLS.2018.2811743
- [45] Hu H X, Liu A D, Xuan Q, et al. Second-order consensus of multi-agent systems in the cooperation-competition network with switching topologies: a time-delayed impulsive control approach [J]. Systems & Control Letters 2013, 62(12): 1125-1135
- [46] Hu H X, Xuan Q, Yu W W, et al. Second-order consensus for heterogeneous multi-agent systems in the cooperation-competition network: a hybrid adaptive and pinning control approach [J]. Nonlinear Analysis Hybrid Systems, 2016, 20: 21-36

## A survey of development on swarming behavior for multi-agent systems

HU Hongxiang<sup>1,2</sup> LIANG Jin<sup>1</sup> WEN Guanghui<sup>2</sup> YU Wenwu<sup>2</sup>

1 School of Sciences, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018

2 School of Mathematics, Southeast University, Nanjing 210096

**Abstract** Recently, swarming behavior for multi-agent systems has been a hot research topic in the field of complex network. In this paper, starting from the two factors of the intrinsic dynamics of agent and the topology structure, the development status of swarming behavior in the multi-agent system is summarized, and then the corresponding distributed protocol, convergent speed and the condition of implementation are introduced and analyzed. Finally, combined with the current research status, the future research directions of swarming behavior are discussed.

**Key words** multi-agent systems; swarming behavior; heterogeneous agents; cooperation-competition network