

随机复杂网络同步控制研究进展综述

任红卫^{1,2}, 邓飞其^{2†}

(1. 广东石油化工学院 计算机与电子信息学院, 广东 茂名 525000;

2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 复杂网络控制系统由于其在通信、计算、控制等多学科的交叉特性已经引起了各行各业学者的广泛关注, 复杂网络同步控制已经成为一个研究热点. 本文主要综述了随机复杂网络的同步控制研究进展情况. 首先论述了随机复杂网络同步控制的研究背景及意义, 然后从复杂网络的动力学特性、复杂网络的拓扑结构、复杂网络的受限情况、复杂网络的同步控制策略和随机复杂网络同步能力优化几个方面分别进行了综述, 进一步综述了随机复杂网络的应用情况. 最后在总结国内外研究成果的基础上, 指出随机复杂网络未来亟待解决和研究的问题.

关键词: 随机复杂网络同步; 多智能体; 一致性; 时滞; 噪声

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Review on synchronization control in stochastic complex networks

REN Hong-wei^{1,2}, DENG Fei-qi^{2†}

(1. School of Computer and Electronic Information, Guangdong University of Petrochemical Technology,
Maoming Guangdong 525000, China;

2. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology,
Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: Since complex networks have the interdisciplinary characteristics of communication, computation science and control science, they have attracted a great deal of attention of scholars from all walks of life. Synchronization of complex networks has become a research hot topic. In this paper, we present a brief review on synchronization control of stochastic complex networks. At first, we introduce the research background and significance of the stochastic complex networks, and then summarize the following aspects research progress such as dynamic characteristics of stochastic complex network, topology of stochastic complex networks, constraints of stochastic complex network, synchronization control strategy of stochastic complex networks, synchronizability optimization in stochastic complex networks, and further summarizes the application of stochastic complex networks in many research fields. Based on the analysis of the development of stochastic complex networks, we point out several promising research directions along with some open problems that are deemed important for further investigations.

Key words: synchronization of stochastic complex networks; multi-agent systems; consensus; time-delays; noises

1 引言(Introduction)

在现实世界中, 复杂网络无处不在. 典型例子包括互联网、万维网、电网、生物神经网络、社交网络等. 复杂网络, 也称为复杂动力网络(complex dynamical network, CDN), 是有大量动态节点按照一定的拓扑关系连接而成的. 在过去的几十年中, 复杂网络理论的研究已成为科学研究的一个非常活跃的研究领域. 无标度网络^[1]和小世界网络^[2]是两类广泛研究的复杂网络, 两者都具有特定的结构特点. 复杂网络的动力学行为和复杂结构的多样性使得复杂网络的研究具有

重要的意义. 复杂网络的研究吸引了许多领域研究人员的广泛关注包括数学、物理、生物学、气候、计算机科学、社会学、流行病学等^[3-4]. 复杂网络的研究课题源于科学与工程实践中, 如代谢和基因调控网络分析、复杂无线网络的建模和设计、疾病控制的接种疫苗的发展策略和其他更广泛的实际问题. 复杂网络的研究经常发表在最顶级的科学杂志上, 如Science^[5], Nature^[6]等. 相关研究课题在许多国家获得了大量的科研资金资助. 近年来, IEEE汇刊和Automatica等杂志相继出版了关于复杂网络的专刊. 各种不同的领域

收稿日期: 2017-04-02; 录用日期: 2017-10-28.

[†]通信作者. E-mail: aufqdeng@scut.edu.cn; Tel.: +86 13922202550.

本文责任编辑: 左志强.

国家自然科学基金项目(61573156, 61573154, 61672174, 61503142), 中央高校基本科研业务费项目-培育项目(x2zdD2153620)资助.

Supported by National Natural Science Foundation of China (61573156, 61573154, 61672174, 61503142) and Fundamental Research Funds for the Central Universities (x2zdD2153620).

召开了以复杂网络为主题的学术会议,并且也出现了很多关于复杂网络的专著^[7-8].可见复杂网络研究已经成为控制领域的热门问题,复杂网络的研究具有重要的实际意义和学术价值.复杂网络的研究也被认为是具有挑战性的、前沿战略性的研究课题.

同步是指多个动力系统通过相互作用,逐渐演化最后趋于某个共同状态.近年来,同步作为一系列动态相互作用的现象,吸引了人们的广泛关注.同步过程不仅存在于自然界中,甚至在生物学、生态学、气候学、社会学、工程技术、艺术等许多不同的领域中有着非常重要的作用.1665年,数学家和物理学家钟摆的发明者C. Huygens在并排地两个钟摆之间发现了一种奇怪的现象.Huygens发现不论两个挂钟的钟摆如何开始摆动,只要给它们半个小时,钟摆最终都会以相同的频率、相反的方向摆动.这个奇怪的效应就成了一个谜.后来葡萄牙里斯本大学的数学家Herique Oliveira与物理学家、同事Luis Melo通过计算发现,当两个钟摆分别左右摆动时,脉冲声波可以通过墙体传到另外一个钟摆上.这些脉冲声波能够干扰钟摆的摆动,最终使两个钟摆同步.同步是复杂网络的动力学行为的一种特殊表现形式.作为动力网络的一个基本特征,越来越多的专家学者致力于研究复杂网络的同步现象.如何实现复杂网络的同步与控制成为当今研究的热门问题.

在工程应用中,同步既有有利的同步如安全通信和谐波振荡产生的同步,多个体的同步能提高它们的工作效率;然而,也有一些需要消除的有害同步,如电力系统的同步可能导致大面积停电给人们的生活带来不便,如在互联网上不同的TCP连接、共享一个共同的路由器、在多个客户从繁忙的服务器等待服务时,他们可能出现同步,这可能导致网络拥塞.因此更有必要研究复杂网络的同步现象,以更好的利用有利的同步或者避免出现有害的同步.

自然界或者工程应用中经常受到外部随机扰动,复杂网络系统也由于网络环境的不确定性如环境噪声、随机发生故障、受到外部攻击等表现出随机特性.由于各类随机现象对系统的稳定性会造成较大的影响,可能使得系统的性能变差,甚至失去稳定性.如发射炮弹,炮弹在飞行过程中受到风速、温度、湿度等随机因素的影响,使得炮弹可能不能准确地落在目的地.此外某些情况下,人们也可以利用噪声镇定系统,起到有益的作用.在工程应用、环境生态、社会经济中,随机现象是普遍存在的,由此可见,研究随机复杂网络系统的同步控制问题,更加符合实际应用.稳定性分析是随机复杂网络同步问题的基础问题,也是关键问题.随机复杂网络系统应用广泛,尤其是从无人机到到飞行器等一些对于控制性能要求很高的系统,更需要设计完善的控制协议,抑制噪声影响,获得更好

的控制性能和控制精度,随着控制要求的提高,需要充分考虑环境外界的干扰和噪声的影响,因此研究随机复杂网络系统具有迫切的需求性.本文力图梳理近年来随机复杂网络同步控制理论的进展情况,深入认识和研究随机复杂网络系统的内在机理和动力特性,掌握其内在规律,并在此基础上采用各类控制策略施加控制,使其朝着有利的方向发展,该课题具有重要科学意义和实际指导价值.

2 随机复杂网络同步控制研究进展(Research progress of synchronization control in stochastic complex networks)

随机复杂网络同步控制研究主要集中在:1)随机复杂网络同步算法的设计;2)达成同步的网络拓扑条件;3)随机复杂网络稳定性分析;4)各类约束对收敛率的影响等.除了网络拓扑,复杂网络系统的动力学行为在决定系统最终同步状态时起到关键的作用.如图1所示,表示了在分析同步问题时所需要考虑的关键因素.

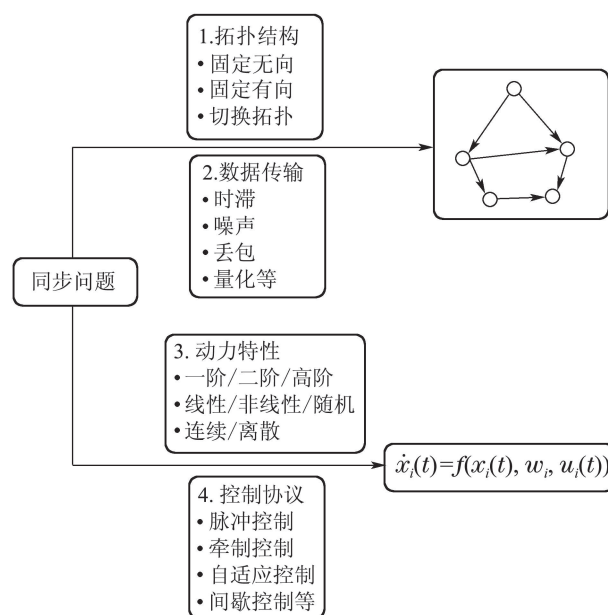


图1 同步问题的关键因素

Fig. 1 Key factors considered in synchronization problems

按照系统的连续性分类,复杂网络系统可以分为连续系统和离散系统.本文主要综述了连续复杂网络系统的同步控制一些主要成果和最新研究进展情况,离散复杂网络系统的同步问题不是本文的侧重点,读者可以查看一些相关文献^[9-10]了解,在此略去.近年来,复杂网络的研究一直是热门研究课题,引起了国内外学者的广泛关注,很多学者综述了研究发展情况^[11-13],并且出版了大量的专著^[14-15].

对于复杂网络动力学系统同步问题,可以转化为稳定性问题,关于稳定性分析的主要工具包括矩阵理论^[16]、Lyapunov函数^[9]、频域方法^[17]、无源理论^[18]、

压缩原理^[19]等。

一般地, 控制算法一般都是假设基于无限计算资源、无限的带宽和完善的通信环境来设计控制器。然而实际上, 计算和通信资源通常是有限的, 并经常多个智能体之间共享。这些约束包括时滞、噪声、丢包、量化、执行器饱和及各类故障等。因此, 由于上述的内在制约因素的存在, 在实际应用中, 有必要研究具有通信约束的随机复杂网络同步问题。

下面分别从随机复杂网络动力学特性、随机复杂网络拓扑结构、随机复杂网络受限情况、随机复杂网络控制策略和随机复杂网络同步能力优化几个方面的研究进展情况进行详细介绍。

2.1 随机复杂网络动力学特性 (Dynamics characteristic of stochastic complex networks)

1) 随机复杂网络动力学模型。

按照不同的角度, 复杂网络控制系统可以分为不同的类别: 如一阶系统、二阶系统、高阶系统、线性系统、非线性系统、随机系统等。复杂网络同步问题考虑的每个个体有复杂非线性动力行为, 而多智能体系统一致性问题考虑的个体一般具有比较简单的动力学特性如一阶动力、二阶动力、一般线性动力等, 但是它们主要研究的问题是相同的, 都是基于交互信息驱动所有个体达到一个共同的状态。尽管目标相同, 但是复杂网络系统由于系统的复杂性, 分析问题更加复杂。Li 等人^[20]提出了多智能体一致性和复杂网络同步的统一框架。在复杂网络中每个个体是最基本的单元, 它既可以是有生命的生物体, 也可以是无生命的物理对象, 或者计算机软件程序, 个体的动态决定了同步状态演化的基本规律。下面介绍常见的复杂网络模型。

常见的复杂网络模型, 考虑 N 个节点的复杂网络, 每个节点具有 n 维动力系统^[21], 可以描述为

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N l_{ij}(t) \Gamma(t) x_j(t), \quad (1)$$

其中: $i=1, 2, \dots, N$, $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$, 表示节点 i 的状态向量, $\Gamma(t)$ 是节点 i 与节点 j 之间的内部耦合矩阵, $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 是连续非线性函数, 耦合矩阵 $L(t) = [l_{ij}(t)]_{N \times N}$ 表示拓扑结构, $l_{ij}(t)$ 节点 i 与节点 j 的连接情况, 如果节点 i 与节点 j ($j \neq i$) 之间有连接, 则 $l_{ij}(t) \neq 0$; 否则 $l_{ij}(t) = 0$, 对角元素定义为 $l_{ii}(t) = - \sum_{j=1, j \neq i}^N l_{ij}(t)$ 。

作为一种特殊情况, $\Gamma(t)$ 可以是一个常数的对角矩阵, 即 $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$, 其中 $\gamma_i \geq 0$ 且不全为 0。 $L(t)$ 也可以退化为常数矩阵, 即为 L 。当 $f(x_i(t)) = 0$ 时, 就退化为一阶一致性问题的模型^[22]

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^N l_{ij}(t) x_j(t). \quad (2)$$

一阶系统的结果进一步推广到二阶系统, 文献[23]提

出二阶系统一致性模型

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = \sum_{j=1}^N l_{ij} x_j(t) + \gamma \sum_{j=1}^N l_{ij} v_j(t). \end{cases} \quad (3)$$

二阶多智能体系统并非一阶系统的简单推广, 二阶系统相较于一阶系统更加符合实际动力模型, 不仅考虑智能体的状态, 还要考虑智能体的速度。二阶系统的一致性算法的收敛性不仅依赖于信息交互的网络拓扑, 也取决于信息状态导数的耦合强度。个体利用自己及邻居的位置和速度信息更新自己的加速度控制输入量, 从而使多个个体最终聚集到一起, 并以相同的速度运动。这个速度还可以是零, 即聚集到某个固定点。二阶系统在实际工程网络系统同步控制中具有重要的意义。文献[23]讨论了二阶动力系统的一致性问题, Yu 等人证明了当一阶系统实现一致时, 即使网络拓扑结构有一个有向生成树, 二阶系统可能无法实现一致, 另外, 获得了二阶系统达到一致性的充要条件。文献[24]提出一般线性模型

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A x_i(t) + B u_i(t), \\ u_i(t) = c K \sum_{j=1}^N l_{ij} x_j(t). \end{cases} \quad (4)$$

早期文献多是研究一阶系统和二阶系统, 后来才进一步推广到高阶多智能体系统^[25-26]。文献[27]综述了高阶线性多智能体系统模型

$$\begin{cases} \dot{x}_i^{(0)}(t) = x_i^{(1)}(t), \\ \vdots \\ \dot{x}_i^{(l-2)}(t) = x_i^{(l-1)}(t), \\ \dot{x}_i^{(l-1)}(t) = u_i(t), \\ u_i(t) = \sum_{j=1}^N l_{ij} k_{ij} \left[\sum_{k=0}^{l-1} \gamma_k (x_j^{(k)} - x_i^{(k)}) \right], \end{cases} \quad (5)$$

其中: $x_i^{(k)}(t) \in \mathbb{R}^m$, $k=0, 1, \dots, l-1$, 其中 $l \geq 3$ 表示系统的状态, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 是第 i 个系统的控制输入, $x_i^{(k)}(t)$ 表示状态 $x_i(t)$ 的第 k 次导数, $x_i^{(0)}(t) = x_i(t)$, $k_{ij} > 0$, $\gamma_k > 0$ 。

由于在现实系统中存在的各种不确定性, 复杂网络系统可能受到噪声的影响, 拓扑可能随机切换。近年来, 随机系统的稳定性问题一直是研究的热点, 同时, 随机复杂网络的同步和稳定也逐渐成为各领域学者广泛关注的课题。文献[28]提出了随机复杂网络同步模型

$$\begin{aligned} dx_i(t) = & [f(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N l_{ij}(t) \Gamma(t) x_j(t)] dt + \\ & g(x_i(t)) dw(t), \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $g(x_i(t))$ 为噪声密度函数, $w(t)$ 是 n 维布朗运动, 高斯白噪声 $dw_i(t)$ 与 $dw_j(t)$ 相互独立。

在基本模型基础上,可以进一步考虑网络节点之间信息传递的时滞、外部环境的随机扰动、以及切换网络拓扑结构,转化为更为复杂的复杂网络模型.国内外的学者对于复杂网络的同步与控制展开了许多研究工作^[29-30].

2) 随机复杂网络同步的定义.

下面给出复杂网络同步的一些基本定义.

定义 1^[31] 复杂网络(1)称为达到同步,如果满足条件

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \quad (7)$$

其中: $i, j = 1, 2, \dots, N$, $\|\cdot\|$ 是欧氏范数.

然而,在实践中,研究复杂网络同步的目的是为了获得一些有用的信息,例如随着网络的演化,当同步时间足够长,确保网络更好的同步到期望的目标状态.此外,还有跟踪同步情形,复杂网络(1)的单个参考节点或者孤立节点 $\dot{s}(t) = f(s(t))$. 其中 $s(t)$ 可能是孤立节点的平衡点、也可能是周期轨迹或者混沌的轨迹.

定义 2^[31] 复杂网络(1)称为达到跟踪同步,如果满足条件

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - s(t)\| = 0, \quad (8)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$, $s(t) \in \mathbb{R}^n$.

定义 3^[32] 随机复杂网络(6)称在概率意义上达到同步,如果满足条件

$$P\{\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0\} = 1. \quad (9)$$

定义 4^[33] 随机复杂网络(6)称达到均方指数同步,如果存在常数 $\alpha > 0, \gamma > 0$, 使得对于任意初始条件,下列条件在 $t > 0$ 时成立:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \log(E\|x_i(t) - x_j(t)\|^2) < 0, \quad (10)$$

其中 $i, j = 1, 2, \dots, N$.

多数研究成果考虑的是无限时间上的渐近同步,但是在有限设定时间内达到同步,即有限时间同步,有很好的抗干扰能力和鲁棒性,在实际工程中有着广泛的应用.目前,有限时间同步控制问题已经有丰富的研究成果^[34-40]. Wang等人^[34]设计了两种一致性协议使得一阶多智能体系统达到有限时间一致. Li等人^[35]基于有限时间控制技术,分别研究了具有外部扰动的有领导的和无领导的二阶多智能体系统的有限时间一致性问题.文献[36]利用牵制滑模控制方法,研究了二阶多智能体系统的一致性问题.文献[38]提出了解决高阶系统的有限时间一致性方法.多篇文献针对非线性系统的有限时间一致性开展研究,如文献[39-40].

定义 5^[37] 复杂网络(1)称为达到局部有限时间同步,如果存在 $T > 0$ 和一个集合 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ 使得对于

任意 $x_i(t) \in \Omega$, 下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow T} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \quad (11)$$

并且当 $t > T$ 时,恒有 $\|x_i(t) - x_j(t)\| \equiv 0$. 如果 $\Omega = \mathbb{R}^n$, 则称为全局有限时间同步.

此外,还有输入状态同步^[41]、簇同步^[42]、时滞同步^[43]等各种同步类型.

3) 随机复杂网络同步判别准则.

定理 1^[31] 假设复杂网络拓扑 G 有一个生成树,则复杂网络(1)满足如下条件时达到同步:

$$(Df(s(t)))^s - c\mathcal{R}(\lambda_2)\Gamma < 0, \quad \forall t > 0.$$

定理 2^[44] 若非线性函数 $f(x)$ 满足 Lipschitz 条件,当网络拓扑 G 有一个有向生成树,耦合强度 c 满足

$$c > \frac{\delta + \rho}{\lambda_{\min}(\Phi_q) \cdot \lambda_{\min}(\Gamma)},$$

其中 $\delta = \lambda_{\max}(\Xi - \Xi \mathbf{1}\eta^T)(\Xi - \Xi \mathbf{1}\eta^T)^T$, 则复杂网络(1)达到指数同步.

定理 3^[37] 假设复杂网络(1)的Lyapunov函数为 $V(x) > 0$, 存在常数 $\alpha > 0, \beta > 0, 0 < \gamma < 1$, 使得

$$\dot{V} \leq -\alpha V - \beta V^\gamma$$

成立,则称为复杂网络(1)达到有限时间同步.

注 1 关于复杂网络同步判别准则, Lü等人^[45]综述了时不变复杂网络和时变复杂网络的同步判别准则,有兴趣的读者可以查看相关文献.在此,因篇幅所限,不再赘述.

2.2 随机复杂网络的拓扑结构 (Topology of Stochastic complex networks)

在复杂网络系统中,多个个体依据邻居法来交互信息,信息交互所形成的图称为拓扑.同步分析中网络拓扑起了非常重要的作用.拓扑包括固定拓扑、切换拓扑、无向拓扑和有向拓扑.若个体之间信息交互始终保持不变,则用固定拓扑来描述,此时邻接矩阵 A 是确定的.一般情况下认为多智能体之间的网络拓扑是确定性的.若个体之间的信息交互是时变的,则用切换拓扑来描述,这时候邻接矩阵 $A(t)$ 是时变的.切换拓扑有 3 种类型:任意切换拓扑、随机切换拓扑、马尔科夫切换拓扑.切换拓扑服从 Markov 过程, Markov 过程的所有状态空间相当于所有可能的拓扑,称为 Markov 切换拓扑.

Olfati-Saber等人^[22]提出了一致性分析的理论框架,分别研究了固定、切换拓扑下的时滞多智能体系统的一致性问题,建立了代数连通度和一致性协议性能的直接关系,证明了有向平衡图在系统达到平均一致性时起到了关键作用. Ren等人^[46]进一步推广了文献[22]的条件,证明了如果包含有向生成树,动态拓扑下的系统可以达到渐近一致.

后来出现了大量基于拓扑的研究一致性问题的文

献, 如文献[47–48]等.

当考虑随机通信故障, 随机丢包和通信信道不稳定时, 研究随机网络拓扑下的同步问题是必要和重要的. 这时候邻接矩阵 $A(t)$ 是符合随机分布的. Ming等人^[48]研究了在马尔科夫切换拓扑下研究了具有噪声和通信时延的随机一致性问题, 利用随机逼近方法, 克服了以前方法的局限性, 提出遍历方法, 得到了随机多智能体系统一致性的充要条件. 文献[49]研究了分布式一致性算法在切换有向随机网络上的渐近性质. 专注于独立同分布有向随机图一致性算法, 每个智能体与其他智能体以指定的概率通信, 获得随机有向拓扑下的随机一致性充分条件.

2.3 随机复杂网络的受限情况 (Constraints of stochastic complex networks)

本节主要讨论复杂网络在实施同步控制的时候可能的受到各种约束情况.

传统控制系统通常假设传感器和控制器之间的数据通信(或者, 控制器和执行器之间的)被认为是完好的. 然而, 在实际的工程应用中, 通信过程中经常会受到时滞、噪声、丢包等不确定因素的影响, 如图2所示, 表示了复杂动力网络的通信信道, 其中ZOH表示零阶保持器. 一般来说, 这些不确定因素是导致系统性能下降的主要因素, 甚至使得系统不稳定.

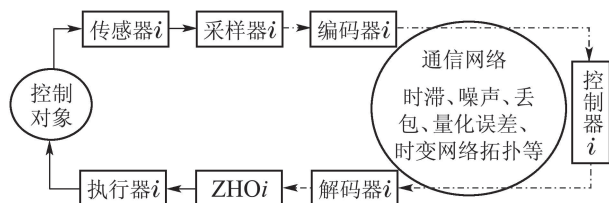


图2 复杂动力网络的通信信道示意图

Fig. 2 Communication channel schematic diagram of CDN

1) 时滞.

几乎所有的实际系统中都存在时滞现象, 如长输电线路等、气动系统、核反应堆、轧钢厂、液压系统和制造过程等. 时滞在复杂网络的同步分析中显然是不可忽略的因素. 时滞复杂网络系统的稳定性分析和控制的问题吸引了众多学者的广泛关注. 大量文献研究了各种类型的时滞. 网络引起的时滞从本质上包括3类:

- i) 计算时滞: 如传感器、控制器和执行器, 由于有限的处理速度或数字设备的能力有限而引起的时滞;
 - ii) 输入时滞: 由于数据通过分组形式网络传输和队列的网络数据包可能需要等待一些时间才被发送出去;
 - iii) 通信时滞: 可能由于网络可变条件引起, 如网络的信道质量和网络拥塞导致的通信网络带宽有限.
- 一般来说, 时滞反映了由于驱动、控制、通信和计

算而引起的系统属性. 时滞可能会降低系统的性能或者破坏系统的稳定性. 时滞存在时, 研究在何种条件下, 系统仍然能够保持达到同步是非常必要的. 因此有大量的学者研究时滞对系统性能和稳定性的影响.

时滞包括不同的类型, 如常数时滞^[50]、时变时滞^[51]、分布时滞^[52]、混合时滞^[53]和随机时滞^[54]等. 值得注意的是时滞对于系统的稳定性是双刃剑. 大量学者研究了时滞在复杂网络同步中所起的负作用, 即时滞可能导致破坏系统性能, 甚至使得系统不稳定. 但是, 对于某些系统如海上平台^[55]、Duffing-Van der Pol非线性振动系统^[56], 时滞起到正作用, 可以使得系统达到稳定. 值得注意的是, 不同类型的时滞需要不同的处理方法. 处理时滞问题的方法主要有频域法^[57]和时域法^[58], 频域法由于其运算复杂性, 应用受到很大限制, 研究者多采用时域法. 常见的处理方法是Lyapunov函数法^[58]、Lyapunov泛函法^[59]. 需要结合多种工具处理时滞问题如Razumikhin技巧^[60]、Halanay不等式^[61]、Jensen不等式^[62]、积分不等式^[63]、松弛矩阵法^[64]、离散化方法^[65]和互凸法^[66]等. 已有大量文献研究时滞的作用和相应的处理方法, 可以参见综述^[67–68]. 当仅有输入时滞时, 保证系统达到一致的充分条件在文献[22]中提出, 得到了使系统达到一致的时滞上界. 时滞会降低系统性能, 只要不超过一定的阈值就不会破坏系统的稳定性. 文献[16–17]进一步研究表明通信时滞不会影响系统的一致性但是输入时滞会影响系统的一致性. 大多数情况下, 时滞是随机的, 结合实际问题, 可以利用有上下界的随机时滞模型或者符合某种概率分布的时滞模型来建模随机时滞(如Markov, Bernoulli分布等). Markov链驱动的随机时滞在文献[54]中研究. 文献[69]研究了随机时滞和丢包的离散系统线性估计问题. 为了克服由时滞和不可用的时间戳所造成的困难, 设计了新的观测器, 随机时滞测量系统被转换成一个恒定的时滞测量系统.

不同研究领域的学者从不同角度研究了更为复杂的时滞复杂网络系统的同步控制问题, 如二阶时滞多智能体系统^[70]、复杂网络时滞系统^[71]、一般非线性时滞系统^[72]等.

目前的时滞复杂网络同步问题的分析集中于利用不同的方法分析各种类型的时滞动力系统稳定性, 包括线性系统和非线性系统、随机系统等. 一般来说, 具有时滞的随机复杂网络更加具有挑战性.

2) 噪声.

噪声广义上讲是通信系统中有用信号以外的有害干扰信号, 噪声一般是随机的、不稳定的能量. 分为加性噪声和乘性噪声. 乘性噪声与信号相关, 信号消失, 乘性噪声就消失了. 考虑随机初始条件、随机系数(如随机切换拓扑和随机时滞)、随机作用项(如随机噪

声)等随机因素,随机多智能体系统一致性分析,可以转化为分析闭环系统的随机微分方程的稳定性问题,可以参考Mao等人^[73]的书籍.文献[74–75]综述了带噪声的随机多智能体系统的稳定性问题,分析了具有外部扰动、不确定性、时滞、动态拓扑的随机多智能体系统的系统模型、控制协议和性能.

Olfati-Saber等人^[22]考虑了在固定和切换拓扑下考虑了平均一致性控制问题,Li等人^[76]引入了随机Lyapunov的概念和分析工具,利用停时的方法处理Itô项.推广了文献[22]的结果,给出了使系统达到渐近无偏均方平均一致的增益要满足的充要条件.Huang等人^[77]第1次提出随机逼近的方法解决带噪声的离散随机多智能体系统一致性问题,证明了衰减控制增益可以有效抑制噪声.文献[78]把文献[77]的结果推广到了带有噪声的连续多智能体系统,得到了保证系统均方平均一致的充要条件.Cheng等人^[79]进一步推广到了带有噪声的二阶多智能体系统.文献[80]研究了具有系统噪声和测量噪声的多智能体系统的一致性.文献[81]研究了具有高维有相对状态测量噪声的多智能体系统,每个智能体能够收到邻居有随机噪声的状态信息,噪声密度函数是相对状态的非线性函数,利用随机微分方程理论和一致性增益理论,得到了系统均方一致和几乎必然一致的充分条件.

3) 丢包.

另一个重要的问题是交互信息状态的时候可能产生丢包^[82–84].由于内部原因(如网络拥塞、节点故障、连接中断、信息冲突)或外部原因(如噪声干扰和人为攻击),在信息传送过程中数据可能丢失或者部分丢失.当在任意时刻,任何两个节点之间传输过程中,当一个或多个数据包或数据包不能到达他们的目的地,通信信息的丢失被称为丢包.虽然复杂网络系统允许一定程度的丢包,但是丢包超过系统容忍的范围时,显然会影响系统的稳定性和同步性能.

通常有3种方法处理网络的丢包问题:

i) 对于确定性的丢包的复杂网络系统可以转化成特殊的时滞系统,因为丢包后重新发送的数据包相当于在数据传输信道中存在延时,丢包建模为长时滞,可以利用时滞系统的处理方法来处理丢包问题^[82].

ii) 第2种方法是使用来描述网络系统中的链路故障的确定性切换方法^[85].在文献[85]中,提出了一种利用任意切换平均驻留时间分析时滞神经网络有效方法,获得一个不太保守的充分稳定条件.

iii) 第3种方法是利用随机建模分析,如Bernoulli过程和Markov过程来描述丢包过程.

Yang等人^[86]将丢包过程描述为独立的一致分布的Bernoulli随机过程,双向通信链路的丢包率不同.进一步研究了具有随机丢包的连续复杂网络系统和

离散系统.通过定义丢包概率矩阵,得到了系统均方指数同步的充分条件.文献[83]研究了具有丢包和时变时滞的复杂网络的指数同步问题,提出了采样控制器,构造了Lyapunov-Krasovskii泛函,利用Jensen不等式和互凸方法,获得了动态网络达到均方指数同步的充分条件.Zhang等人^[84]研究具有通信噪声、时变时滞、随机丢包的二阶多智能体系统的一致性.应用排队机制,将网络拓扑的切换过程建模为伯努利随机过程,获得了使得系统达到均方鲁棒一致的充要条件.Zhou等人^[87]讨论了有随机丢包的一般线性多智能体系统的一致性.丢包现象刻画为Bernoulli随机过程,提出了一种带加权图的分布式一致性协议来解决丢包现象,基于控制理论、摄动参数和矩阵理论,从低维矩阵的稳定性出发,得到了系统达到均方一致的充分必要条件.

4) 量化误差.

众所周知,通信受限会影响多智能体系统的性能.为了解决有限带宽信道的局限性,量化的信息一般由发射机编码,然后在接收机上进行动态解码.在这种情况下,数据传输受到量化函数的影响.智能体获得的信息是基于邻居的相对状态的量化估计值.数学上,量化函数或量化器可以建模为由一个连续的区域到一个离散的数字集的不连续映射.常见的有两种量化器:均匀量化器和对数量化器.具体的分析可以参见文献[88–90].

2.4 随机复杂网络的同步控制策略(Synchronization control strategies of stochastic complex networks)

控制策略是控制的核心,在控制理论技术的持续发展中,发展了很多有效的控制策略来实现随机复杂网络的同步,一般来说可以分为两大类:传统的控制策略和现代先进的控制策略.传统的控制策略主要有PID控制^[91]、Smith控制和解耦控制等.近年来,随着复杂网络的复杂程度、控制精度和性能的不不断提高,为保证系统稳定并达到同步的目的,涌现了多种先进控制策略.这些先进控制策略一般对模型要求不高、在线计算方便、对环境不确定性(随机、时滞、非线性、干扰等)有一定适应能力.传统的控制策略往往包含在先进的控制策略中.先进的控制策略按照侧重点不同可以进一步分类.如从网络结构角度来看,牵制控制^[92]的提出特别具有针对性;从设计方法与实现手段来讲包括脉冲控制^[93]、间歇控制^[94–96]、采样控制^[97]、滑模控制^[98]、模型预测控制^[99]、模糊控制^[100]、反步控制^[101]等;从控制性能的角度来看,有自适应控制^[102–103]、鲁棒控制^[104]、自抗扰控制^[105–106]、保成本控制^[107]、无源控制^[108]等.

篇幅所限,重点介绍几种目前比较热门典型的控

制策略研究进展情况.

1) 牵制控制.

复杂网络由于其结构的复杂性, 直接控制动态网络中的每个节点显然不可能也不切实际. 牵制控制的想法就是仅对网络中的一小部分节点直接施加局部线性反馈控制, 使得整个动态网络稳定在期望的同步状态, 从而减少控制器的数量. 事实证明, 只要网络的耦合强度和反馈增益选择合适, 利用牵制控制来实现复杂网络的同步是可行的、有效的. 牵制控制的高效性使得它迅速成为控制复杂网络的有效控制策略之一, 成为研究的热点. 众多学者广泛的研究牵制控制的策略^[109-115]. Wang等人^[92]指出许多大型复杂网络显示无标度特征, 即: 它们的连通分布具有幂律形式. 首次提出可以通过应用局部反馈注入到一小部分网络节点来控制无标度动态网络, 即为牵制控制协议. 牵制连通度高的节点与随机选择牵制节点相比, 需要一个更小的数目的本地控制器. Chen等人^[109]提出如下牵制控制作用下的复杂网络的数学模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij}(t) \Gamma x_j(t) + u_i(t), \\ i = 1, 2, \dots, l, \\ \dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + c \sum_{j=1}^N a_{ij}(t) \Gamma x_j(t), \\ i = l+1, l+2, \dots, N, \end{cases} \quad (12)$$

其中 $u_i(t)$ 是控制输入, 可以设计为一般的状态反馈协议, 即 $u_i(t) = kx_i(t)$, 或者其他形式的控制协议, l 表示牵制的节点个数. 文献^[109]讨论了两类牵制策略: 随机牵制和指定牵制, 证实指定牵制比随机牵制更有效. 文献^[110]研究了二阶非线性领导跟随系统的一致性问题, 提出牵制控制策略, 利用矩阵理论、LaSalle不变原理, 得到了使得二阶领导跟随系统达到跟踪一致性的充分条件, 并且讨论了牵制节点的数量以及对哪些节点施加牵制控制. 另一个有挑战的问题是如何定位牵制控制器以及选择哪种牵制策略在文献^[111]中讨论, 发现利用自适应调节耦合强度的牵制控制器可以实现同步, 发现当耦合强度小时, 连通度低的节点应被牵制, 这与常识不同, 一般情况下是连通度越高的节点, 说明携带的信息越多, 牵制连通度高的节点, 越容易实现控制的目标. 近年来, 牵制控制策略应用于解决复杂网络同步问题的相关研究越来越多涌现出来. 文献^[112]利用一个广义的牵制控制策略, 研究了线性系统的集群同步. 给每个群集的网络拓扑结构加一个额外的平衡条件, 则可以实现任意切换网络拓扑结构下的集群同步. Liu等人^[113]将脉冲控制和牵制控制两种策略结合起来研究了时标线性动力系统的同步问题, 每个脉冲时刻选择不同的节点施加牵制控制, 得到了连续复杂网络系统和离散复杂网络系统同步

的充分条件. 文献^[114]关注的是随机复杂网络的自适应牵制同步问题的. 基于代数图论和Lyapunov理论, 推导出控制器的设计条件, 并分析了同步误差概率意义上的严格收敛条件, 表明牵制节点的选择依赖于耦合强度的下界. 文献^[115]研究了一类复杂网络的网络的牵制自适应同步控制问题. 在考虑网络的网络是由领导者的网络和追随者的网络组成的, 每个子网络可以从领导者的网络接收信息, 为了实现网络的同步, 采用牵制控制策略, 并为每个牵制控制节点设计了自适应控制器. 利用动力系统的稳定性理论和一些分析技巧如Barbalat引理, 得到保证复杂网络的网络的全局指数同步的几个充分条件.

牵制控制特别适用于复杂网络系统节点较多的情形, 可以有效降低成本. 但是牵制控制依赖于网络结构, 如何选取牵制节点是困难的问题.

2) 脉冲控制.

在最近几年的理论和实践方面, 脉冲系统为发生突然变化的数学模型提供了一个自然的框架. 在现实的网络中, 节点的状态往往由于受到瞬时扰动、切换现象、频率变化或其他突发性噪声的影响而在某个时刻状态发生突然变化. 即, 它表现出脉冲效应. 脉冲系统在各个领域都有重要的应用, 如传染病模型、种群增长、金融、通信、机械控制中等.

脉冲系统不能用简单的连续系统和离散系统来描述, 一般情况下, 脉冲系统包含3个因素^[116]:

- 连续动力部分: 控制系统在脉冲之间的系统的连续演化;
- 离散动力部分: 控制系统状态在脉冲时刻瞬间改变;
- 一个判据: 决定什么时候发生重置事件.

脉冲具有两种效果: 脉冲控制可以控制系统, 使得系统达到稳定; 脉冲扰动, 作为系统的干扰, 破坏系统的稳定性. 脉冲控制是一种非连续的控制方法, 只需要在脉冲点施加控制改变受控系统状态. 脉冲控制广泛应用于复杂网络的同步控制中. Jiang等人^[117]研究了非线性动力系统的脉冲同步问题, 提出脉冲控制模型

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = f(x_i(t)), & t \neq t_k, \\ \Delta x_i(t_k) = b_k \sum_{j=1}^N (x_j(t_k^-) - x_i(t_k^-)), & t = t_k, \end{cases} \quad (13)$$

其中 $i=1, 2, \dots, N, k \in \mathbb{N}^+$, 离散时刻 t_k 满足 $0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_{k-1} < t_k < \dots \lim_{t \rightarrow +\infty} t_k = +\infty$.

Yang等人^[118]、Guan等人^[119]广泛研究了脉冲控制问题. 文献^[120]研究了具有分布时滞和时变时滞的脉冲同步控制. Wang等人^[121]研究了随机扰动和混合时变时滞耦合神经网络的全局指数同步问题. 研究表

明,即使只有一个单一的脉冲控制器,也可以使得所有的随机动态神经网络可以实现指数同步. Ma等人^[29]利用比较原理研究了分数阶T-S模糊复杂网络的脉冲同步问题,建立了同步判据. 文献[122]研究了复杂动力网络的簇同步问题,基于脉冲控制理论和比较原理,提出了簇同步控制的有效控制方法,揭示了簇同步与脉冲间隔和拓扑的约束关系.

脉冲控制优点是可以减少数据传输量,提高数据的安全性,提高系统的鲁棒性,并且由于脉冲增益小,从而控制成本较低. 但是实际工程中实现脉冲控制较为困难.

3) 间歇控制.

实际系统中,由于传感范围的有限,障碍物的影响、物理设备故障等原因使得多个个体之间的通信可能仅在某个离散时间段进行,即间歇通信. 由于间歇通信的应用,间歇控制在很多情况下也是必要的. 例如生态系统管理、挡风玻璃刮水器的间歇控制系统等. 间歇控制和脉冲控制都是不连续控制. 脉冲控制是仅在某个时间点施加控制,而间歇控制是指在一个时间段内施加控制,而在其他间隔内不工作. 显然间歇控制可以退化为脉冲控制,也可以认为间歇控制是脉冲控制与连续控制的过渡. 间歇控制在复杂网络同步控制中广泛应用^[123-124]. Wang等人^[124]利用间歇牵制控制方法研究了二阶领导跟随系统的多智能体系统的一致性问题的,基于Lyapunov稳定性理论,得到了使系统达到一致的新的判据. 采用周期间歇记忆反馈控制方法,文献[96]研究了两类具有离散时滞和分布时滞的混沌系统的有限时间同步问题. 基于有限时间稳定性理论,利用线性矩阵不等式(LMI)和微分不等式技巧,使得混合时滞神经网络达到有限时间同步. 文献[123]利用周期间歇牵制控制研究了一类时滞复杂网络的同步问题,基于Lyapunov稳定性理论和周期间歇控制方法,获得了这类系统的同步判据. 提出如下的周期间歇控制协议:

$$u_i(t) = \begin{cases} -ke_i(t), & 1 \leq i \leq l, t \in [nT, nT+h), \\ 0, & l+1 \leq i \leq N, t \in [nT, nT+h), \\ 0, & 1 \leq i \leq N, t \in [nT+h, (n+1)T), \end{cases} \quad (14)$$

其中: $k > 0$ 是正的增益, $T > 0$ 表示控制周期, $0 < h < T$, $n = 1, 2, \dots, l$ 表示前 l 个节点被牵制.

间歇控制可以有效降低消耗,减少成本,提高效率,但是间歇控制在节省控制成本的同时,降低了控制性能,系统达到稳定状态的时间相对较长.

4) 自适应控制.

一般来说,实际复杂网络系统存在各种不确定性. 近年来,发展了自适应控制策略来处理系统出现的一些已知或者未知的不确定性和非线性. 所谓自适应控

制指的是根据控制对象本身参数或周围环境的变化,能够自动调整控制器参数,以补偿被控过程的特性及其运行条件的变化,来更好的控制系统获得满意的系统性能的控制方法. 主要针对的被控对象及外界环境包含一些未知因素和扰动因素等不确定因素的数学模型. 面对这些系统特性未知环境不断变化的情况,如何设计出合适的控制器,以适应这些未知的变化,就是自适应控制要解决的问题. 具体介绍可以参考专著^[125]. 自适应控制策略具有良好的抗干扰能力和强鲁棒性,因此被广泛应用到复杂网络的同步控制研究中^[126-129].

在多智能体系统中,可以利用自适应律结合相对状态的一致性协议来调整耦合权重,如文献[24]提出如下的自适应控制协议:

$$\begin{cases} u_i(t) = K \sum_{j=1}^N c_{ij}(t) a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), \\ \dot{c}_{ij}(t) = \kappa_{ij} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t))^T \Gamma (x_i(t) - x_j(t)), \end{cases} \quad (15)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$, $\kappa_{ij} = \kappa_{ji}$, $c_{ij}(t)$ 表示时变的耦合权重, K 和 Γ 是反馈增益矩阵.

针对二阶多智能体系统存在不确定非线性动力、外部干扰、输入约束和部分控制损失的问题,文献[102]提出了一种分布式输出反馈自适应一致跟踪控制方案. 文献[103]考虑了具有未知动力的一般线性的领导跟随系统的跟踪一致性问题,设计了两类分散的自适应一致性跟踪协议,保证跟随者收敛于领导者的状态. Xu等人^[126]研究了有限时间内具有时滞反馈控制器的复杂动态网络的自适应同步问题,获得了实现有限时间复杂动力网络同步的有效判据. 与已有的相关结果不同,设计的反馈控制器总是有界的. 因为难以在实际应用中实现,自适应时延反馈控制器可以补偿这一缺陷,进一步讨论了自适应时变时延反馈控制器. 文献[130]设计了一类鲁棒自适应反馈控制器,实现了一类具有模型依赖混合时滞的中立型随机马尔可夫跳变神经网络的完全同步. 基于Wirtinger积分不等式、互凸组合技术和广义LaSalle不变原理处理随机马尔可夫跳变时滞微分方程,建立了两个使得误差系统达到全局的几乎必然渐近稳定性和均方意义下的稳定性条件. 文献[129]研究了一类非线性多智能体系统的有限时间一致性问题. 在固定和动态切换拓扑下设计了基于节点和基于边的自适应有限时间一致性协议.

自适应控制对于参数无法预知的复杂网络,可以通过调节耦合强度,以达到系统同步的目的. 自适应控制适用于控制模型和干扰变化缓慢的情况,并且具有较强的鲁棒性. 但是对于控制精度和变化速度要求过快的系统很难获得满意的控制性能. 此外由于自适应控制本身就是非线性的,控制律较为复杂,成本较

高, 因此只是在常规反馈达不到所需要的性能时, 才考虑采用。

5) 自抗扰控制。

自抗扰控制(auto/active disturbances rejection control, ADRC)是不依赖被控对象精确模型的、能够替代PID控制技术的、新型实用数字控制技术。韩京清先生于1989年提出自抗扰控制这一思想^[131], 之后国内外许多学者沿着自抗扰控制这个思想展开实际工程应用的研究, 同时自抗扰控制的理论研究也在不断的深入^[132-137]。自抗扰控制器采用“观测+补偿”的方法来处理控制系统中的非线性与不确定性, 同时配合非线性的反馈方式, 提高控制器的动态性能。自抗扰控制器主要由安排过渡过程、扩张状态观测器、非线性组合、扰动补偿等4个部分组合而成。凡是具有这种自动估计补偿扰动能力的控制器都可以称做“自抗扰控制”。除了固定的扰动补偿方式之外, 其他3个部件的选取方法可以有很多不同的形式, 因此, 在这个统一框架下, 根据不同对象的需求, 可以构造出多种不同的自抗扰控制器。已有大量的研究成果, 如文献[106]考虑了受限于由白噪声驱动的不确定的随机微分方程所描述的外部有界随机扰动系统, 设计了一个扩展状态观测器, 用于估计状态和扰动。结果表明, 所产生的闭环系统是均方稳定的。文献[132]利用自抗扰控制方法研究了一类具有执行器饱和的非线性系统的稳定性问题。基于LMI的算法确定了闭环系统的吸引域。结果表明即使在系统的状态不完全可测的情况下, 仍然可以在设计的自抗扰控制器作用下得到稳定。传统的多变量控制由于其计算强度、控制器复杂度和/或较差的鲁棒性, 在工业实现中可能会遇到挑战, 文献[133]提出了一种实用的多变量控制方法, 包括反向解耦和自抗扰控制器。将ADRC与PI控制器结合起来, 分析了系统的稳定性和鲁棒性。结果表明了自抗扰控制提高了系统鲁棒性。文献[134]针对具有较大不确定性的非线性系统采用了自抗扰控制, 设计了一个扩展状态观察器来实时估计状态和不确定性, 在反馈循环中补偿不确定性。证明了常增益估计器的闭环系统的实际稳定性和时变增益估计器的渐近稳定性。文献[135]对具有两个自由度的双转子多输入多输出系统, 提出了一种基于自抗扰控制和输入调整的复合控制方法, 控制任务包括精确跟踪所期望的轨迹和在水平和垂直的平面上获得干扰抑制。由于不确定的状态以及不确定因素造成的不确定性和不确定的扰动力矩, 利用自抗扰控制方法, 前馈输入调整用于改善系统的动态响应。关于自抗扰控制已有多篇综述文献[138-140], 显示了自抗扰控制的巨大潜力。

目前自抗扰控制被认为是处理具有未知动力学、外部扰动和控制系数未知的系统的强大且有效的控制策略。自抗扰控制器算法简单、易于实现、精度高、

速度快、抗扰能力强, 因此具有非常广阔的应用前景。自抗扰控制虽然在理论和应用中有一定的发展, 但是在其发展中仍然存在一定问题, 如数字化的实现、快速性与精度的矛盾以及参数整定问题^[141]。

以上仅仅介绍了几种常见的控制策略, 由于篇幅有限, 其他的控制策略不在此详细介绍。然而, 每种控制策略都有其局限性。如鲁棒控制一旦设计好控制器, 它的参数可能不易于改变。鲁棒控制的设计是以一些最差的情况为基础, 因此一般系统并不工作在最优状态。预测控制依赖于专家的经验 and 知识。滑模控制是一种非线性控制, 缺点是当状态轨迹到达滑模面后, 难以严格沿着滑动模态面向平衡点滑动, 而在其两侧来回穿越地趋近平衡点, 从而产生抖振。针对复杂网络同步问题的复杂性, 根据不同的复杂网络动力学特性和控制目标, 还可以综合运用多种控制方法, 以达到复杂网络的同步优化, 且获得更好的控制性能。如牵制滑模控制^[136]、脉冲牵制控制^[142]、间歇牵制控制^[94]、自适应模糊控制^[100]、自适应间歇牵制控制^[95]、自适应牵制控制^[143]等。

2.5 随机复杂网络同步能力优化(Synchronization optimization in stochastic complex networks)

随着人们对复杂网络研究的深入, 对网络结构与网络同步能力之间的关系的研究也取得了长足的发展。学者们提出了一些提高网络同步能力的方法。提高网络的同步能力是指: 1° 使原本在某一网络上不能同步的动力学系统能够达到同步, 或者使系统更容易达到同步; 2° 在保证同步的基础上提高动力学系统的同步稳定性。Zhao等人在文献[12]中综述了提高复杂网络同步能力的方法: 改变网络结构和调节耦合强度。文献[144-145]探讨了网络结构与同步能力之间的关系, 得到结论: 在保证网络的其他结构特征量不变的情况下, 单独降低网络的度分布的不均匀性或减小网络的平均距离都可以提高网络的同步能力。只有在保证网络同时具有小的平均距离和均与的度分布时, 网络才会具有相对较强的同步能力。此外, 各种通过改变网络耦合方式提高复杂网络同步能力的方法不断涌现。文献[146]研究了静态和动态两种机制下耦合矩阵对复杂网络同步能力的影响。研究发现通过耦合强度随时间逐渐演化最终达到一个稳定值, 网络也会达到同步的状态。通过调节连接节点之间的自适应强度修改耦合矩阵可以提高网络同步能力。

3 随机复杂网络同步控制的应用(Applications of synchronization control in stochastic complex networks)

随着网络和计算技术的发展, 大规模复杂网络的分析与控制也受到更多的关注。复杂网络研究具有广

泛的应用前景,目前已经在许多领域得到应用,如编队、姿态控制^[147-148];协同决策^[149];舆论传播^[150];生物网络^[151];通信网络^[152];电力网络^[153];交通网络^[154];经济网络^[155];社会网络^[156];故障诊断^[157];数据挖掘中的聚类问题^[158].

4 总结与展望(Summary and outlook)

基于上述随机复杂网络同步控制的研究现状可知,复杂网络总是会受到拓扑变化、随机噪声等不确定性因素的干扰,这些不确定性因素甚至会影响整个随机复杂网络系统的稳定性,研究随机复杂网络系统的同步控制问题具有重要的理论和现实意义.目前考虑不同约束条件下,针对随机复杂网络同步控制的研究成果相对较少.本文针对随机复杂网络同步问题进行了综述,分析了研究背景意义和研究进展情况,使读者更清晰的认识和了解随机复杂网络的同步控制.

虽然国内外学者对随机复杂网络同步控制的研究已经取得了一系列的重要进展,但是由于复杂网络的复杂性和通信网络的不确定性,目前的研究成果还有很多局限性,仍有很多有意义且具有挑战性的问题值得进一步研究.下面在建模、控制方法、系统分析和设计以及应用方面,提出一些未来的潜在研究方向.

1) 从模型上,多数文献中的关于复杂网络同步的现有结果只考虑一部分网络通信控制诱导约束类型,而忽略了其他的通信约束.这样的通信约束的综合建模和研究还不充分.在实际工程中,可能存在许多更复杂的通信约束.根据实际系统,考虑多种约束,建模更加符合实际情况的模型,研究系统的同步性能.因此,对这些综合的通信约束或者新的网络通信约束有待建立的更一般的、统一的模型框架.

2) 从方法上,综合利用各类控制策略诸如脉冲控制、脉冲牵制控制、混杂控制、自适应控制、滑模控制、模型预测控制等,应用于解决随机复杂网络的同步问题,发展更为集成的控制策略,这方面的研究仍然具有挑战性,值得深入研究.

3) 从稳定性角度,进一步按照不同目标研究不同类型的同步问题,研究系统的Lyapunov稳定性、有限时间稳定性,还有输入状态稳定性、有界输入有界输出稳定性等等,实现随机复杂网络系统的均方指数同步、几乎必然同步、 p 阶矩同步、簇同步等.根据不同的控制目标和参数优化目标综合的比较少,有待进一步深入研究.

4) 从应用上考虑,目前侧重于理论研究,真正与工程实践相结合不多,如何将随机复杂网络的理论研究应用于工程实践中,是值得进一步深入探讨、研究和解决.综合考虑实际系统本身的复杂性,研究现有理论和方法对实际工程系统中的应用,如智能电网、无线传感器网络、故障诊断和移动机器人等,具有

重要的工程意义.这已成为现阶段的重要的研究方向.

总之,随机复杂网络系统同步控制已经有了很大的发展,但仍然存在很多有价值的开放问题没有解决,需要进一步深入探讨和研究.

参考文献(References):

- [1] BARABASI A L. Scale-free networks: a decade and beyond [J]. *Science*, 2009, 325(5939): 412 – 413.
- [2] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world networks [J]. *Nature*, 1998, 393: 440 – 442.
- [3] ZHONG Xiaojing, DENG Feiqi. Sharp threshold of a multi-group susceptible infective and removal model by stochastic perturbation [J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(10): 1303 – 1311. (钟晓静, 邓飞其. 随机多种群易感者、感染者和移出者传染病模型的阈值 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(10): 1303 – 1311.)
- [4] MO Haoyi, DENG Feiqi, PENG Yunjian. Almost sure exponential stability of θ -equation for hybrid stochastic differential equations [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(9): 1246 – 1253. (莫浩艺, 邓飞其, 彭云建. 混杂随机微分方程 θ 方法的几乎必然指数稳定性 [J]. 控制理论与应用, 2015, 32(9): 1246 – 1253.)
- [5] BENSON A R, GLEICH D F, LESKOVEC J. Higher-order organization of complex networks [J]. *Science*, 2016, 353(6295): 163 – 166.
- [6] GAO J, BARZEL B, BARABASI A. Universal resilience patterns in complex networks [J]. *Nature*, 2016, 530(7590): 307 – 312.
- [7] GUO Lei, XU Xiaou. *Complex Networks* [M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technological Education Publishing House, 2006. (郭雷, 许晓鸣. 复杂网络 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006.)
- [8] WANG Xiaofan. *Complex Networks Theory and Applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (汪小帆. 复杂网络理论及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.)
- [9] LIANG J, WANG Z, LIU Y, et al. Global synchronization control of general delayed discrete-time networks with stochastic coupling and disturbances [J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, Part B*, 2008, 38(4): 1073 – 1083.
- [10] LIU Y, WANG Z, LIANG J, et al. Synchronization and state estimation for discrete-time complex networks with distributed delays [J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics, Part B*, 2008, 38(5): 1314 – 1325.
- [11] ZHAO Ming, WANG Binghong, JIANG Pinqu, et al. Research progress of power system synchronization on complex networks [J]. *Progress in Physics*, 2005, 25(3): 273 – 295. (赵明, 汪秉宏, 蒋品群, 等. 复杂网络上动力系统同步的研究进展 [J]. 物理学进展, 2005, 25(3): 273 – 295.)
- [12] ZHAO Ming, ZHOU Tao, CHEN Guanrong, et al. Research progress of power system synchronization on complex networks II – How to improve network synchronization [J]. *Progress in Physics*, 2008, 28(1): 22 – 34. (赵明, 周涛, 陈关荣, 等. 复杂网络上动力系统同步的研究进展II – 如何提高网络的同步能力 [J]. 物理学进展, 2008, 28(1): 22 – 34.)
- [13] REN W, BEARD R W. Information consensus in multivehicle cooperative control [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2007, 27(2): 71 – 82.
- [14] BULLO F, CORTES J, MARTINEZ S. *Distributed Control of Robotic Networks* [M]. Princeton, NJ: Princeton University, 2009.
- [15] BAI H, ARCAK M, WEN J T. *Cooperative Control Design: A Systematic, Passivity-Based Approach* [M]. New York: Springer, 2011.

- [16] XIAO F, WANG L. Asynchronous consensus in continuous-time multi-agent systems with switching topology and time-varying delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(8): 1804 – 1816.
- [17] TIAN Y, LIU C. Consensus of multi-agent systems with diverse input and communication delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2122 – 2128.
- [18] YAO J, WANG H, GUAN Z, et al. Passive stability and synchronization of complex spatio-temporal switching networks with time delays [J]. *Automatica*, 2009, 45(7): 1721 – 1728.
- [19] WANG W, SLOTINE J. Contraction analysis of time-delayed communications and group cooperation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(4): 712 – 717.
- [20] LI Z, DUAN Z, CHEN G, et al. Consensus of multiagent systems and synchronization of complex networks: a unified viewpoint [J]. *IEEE Transactions on Circuits & Systems I: Regular Papers*, 2010, 57(1): 213 – 224.
- [21] LÜ J, CHEN G. A time-varying complex dynamical network model and its controlled synchronization criteria [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(6): 841 – 846.
- [22] SABER R O, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [23] YU W, CHEN G, CAO M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems [J]. *Automatica*, 2010, 46(6): 1089 – 1095.
- [24] LI Z, WEI R, LIU X, et al. Consensus of multi-agent systems with general linear and lipschitz nonlinear dynamics using distributed adaptive protocols [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 58(7): 1786 – 1791.
- [25] SEO J H, SHIM H, BACK J. Consensus of high-order linear systems using dynamic output feedback compensator: Low gain approach [J]. *Automatica*, 2009, 45(11): 2659 – 2664.
- [26] LIU W, HUANG J. Adaptive leader-following consensus for a class of higher-order nonlinear multi-agent systems with directed switching networks [J]. *Automatica*, 2017, 79: 84 – 92.
- [27] HUANG J, FANG H, DOU L, et al. An overview of distributed high-order multi-agent coordination [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2014, 1(1): 1 – 9.
- [28] HE T, SHI Z. *Advances in Neural Networks* [M]. Berlin: Springer Heidelberg, 2009.
- [29] MA W, LI C, WU Y. Impulsive synchronization of fractional Takagi-Sugeno fuzzy complex networks [J]. *Chaos*, 2016, 26(8): 084311.
- [30] QIN J, GAO H, ZHENG W. Exponential synchronization of complex networks of linear systems and nonlinear oscillators: a unified analysis [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2015, 26(3): 510 – 521.
- [31] YU W, CHEN G, CAO M. Consensus in directed networks of agents with nonlinear dynamics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(6): 1436 – 1441.
- [32] LIN Z, HOU J, YAN G, et al. Reach almost sure consensus with only group information [J]. *Automatica*, 2015, 52: 283 – 289.
- [33] YANG X, CAO J, LU J. Synchronization of delayed complex dynamical networks with impulsive and stochastic effects [J]. *Nonlinear Analysis Real World Applications*, 2011, 12(4): 2252 – 2266.
- [34] WANG L, XIAO F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 55(4): 950 – 955.
- [35] LI S, DU H, LIN X. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics [J]. *Automatica*, 2011, 47(8): 1706 – 1712.
- [36] HOU H, ZHANG Q. Finite-time synchronization for second-order nonlinear multi-agent system via pinning exponent sliding mode control [J]. *ISA Transactions*, 2016, 65: 96 – 108.
- [37] LIU K, WU L, LÜ J, et al. Finite-time adaptive consensus of a class of multi-agent systems [J]. *Science China Technological Sciences*, 2016, 59(1): 22 – 32.
- [38] SUN Z, YUN M, LI T. A new approach to fast global finite-time stabilization of high-order nonlinear system [J]. *Automatica*, 2017, 81: 455 – 463.
- [39] CHENG J, PARK J H, LIU Y, et al. Finite-time fuzzy control of nonlinear markovian jump delayed systems with partly uncertain transition descriptions [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2017, 314: 99 – 115.
- [40] HUANG S, XIANG Z. Finite-time stabilization of switched stochastic nonlinear systems with mixed odd and even powers [J]. *Automatica*, 2016, 73: 130 – 137.
- [41] DING D, WANG Z, SHEN B, et al. Event-triggered consensus control for discrete-time stochastic multi-agent systems: the input-to-state stability in probability [J]. *Automatica*, 2015, 62: 284 – 291.
- [42] HOU H, ZHANG Q, ZHENG M. Cluster synchronization in nonlinear complex networks under sliding mode control [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(1): 739 – 749.
- [43] HUANG Y, WANG Y, XIAO J. Generalized lag-synchronization of continuous chaotic system [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009, 40(2): 766 – 770.
- [44] QIN J, GAO H, ZHENG W. Exponential synchronization of complex networks of linear systems and nonlinear oscillators: a unified analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(3): 510 – 521.
- [45] LÜ Jinhua. Synchronization of complex networks: theories, approaches, applications and prospects [J]. *Mechanical Development*, 2008, 38(6): 713 – 722.
(吕金虎. 复杂网络的同步: 理论、方法、应用与展望 [J]. *力学进展*, 2008, 38(6): 713 – 722.)
- [46] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655 – 661.
- [47] GUO W. Leader-following consensus of the second-order multi-agent systems under directed topology [J]. *ISA Transactions*, 2016, 65: 116 – 124.
- [48] MING P, LIU J, TAN S, et al. Consensus stabilization in stochastic multi-agent systems with Markovian switching topology, noises and delay [J]. *Neurocomputing*, 2016, 200: 1 – 10.
- [49] PRECIADO V M, TAHAZ-SALEHI A, JADBABAIE A. On asymptotic consensus value in directed random networks [C] // *Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control*. Atlanta: IEEE, 2010: 7493 – 7498.
- [50] GAO H, LAM J, CHEN G. New criteria for synchronization stability of general complex dynamical networks with coupling delays [J]. *Physics Letters A*, 2006, 360(2): 263 – 273.
- [51] ZHOU B, EGOROV A V. Razumikhin and Krasovskii stability theorems for time-varying time-delay systems [J]. *Automatica*, 2016, 71: 281 – 291.
- [52] LI Z, FANG J, ZHANG W, et al. Delayed impulsive synchronization of discrete-time complex networks with distributed delays [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 82(4): 2081 – 2096.
- [53] SONG Y, WEN S. Synchronization control of stochastic memristor-based neural networks with mixed delays [J]. *Neurocomputing*, 2015, 156: 121 – 128.
- [54] WU J, SHI Y. Consensus in multi-agent systems with random delays governed by a markov chain [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(10): 863 – 870.

- [55] ZHANG B, HAN Q, ZHANG X, et al. Sliding mode control with mixed current and delayed states for offshore steel jacket platforms [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(5): 1769 – 1783.
- [56] ZHANG D, HAN Q, JIA X. Network-based output tracking control for a class of T-S fuzzy systems that can not be stabilized by nondelayed output feedback controllers [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 45(8): 1511 – 1524.
- [57] CHEN Y, YANG S. Consensus for linear multiagent systems with time-varying delays: a frequency domain perspective [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(8): 2143 – 2150.
- [58] KUMAR R, SRIVASTAVA S, GUPTA J. Diagonal recurrent neural network based adaptive control of nonlinear dynamical systems using Lyapunov stability criterion [J]. *ISA Transactions*, 2017, 67: 407 – 427.
- [59] BAI Y, LI Z, HUANG C. New H_∞ control approaches for interval time-delay systems with disturbances and their applications [J]. *ISA Transactions*, 2016, 65: 174 – 185.
- [60] MAZENC F, MALISOFF M. Extensions of Razumikhin's theorem and Lyapunov-Krasovskii functional constructions for time-varying systems with delay [J]. *Automatica*, 2017, 78: 1 – 13.
- [61] LI H. Leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems with mixed delays and uncertain parameters via adaptive pinning intermittent control [J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2016, 22: 202 – 214.
- [62] GU K, KHARITONOV V L, CHEN J. *Stability of Time-Delay Systems* [M]. New York: Springer, 2003.
- [63] PARK P G. A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(4): 876 – 877.
- [64] GOUVEIA J, GRAPPE R, KAIBEL V. Which nonnegative matrices are slack matrices? [J]. *Linear Algebra & Its Applications*, 2013, 439(10): 2921 – 2933.
- [65] GU K. Discretized LMI set in the stability problem of linear uncertain time-delay systems [J]. *International Journal of Control*, 1997, 68(4): 923 – 934.
- [66] PARK P G, KO J W, JEONG C. Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays [J]. *Automatica*, 2011, 47(1): 235 – 238.
- [67] XU S, LAM J. A survey of linear matrix inequality techniques in stability analysis of delay systems [J]. *International Journal of Systems Science*, 2008, 39(12): 1095 – 1113.
- [68] KHARITONOV V L. Robust stability analysis of time delay systems: a survey [J]. *Annual Reviews in Control*, 1999, 23(1): 185 – 196.
- [69] LIANG X, ZHANG H. Linear optimal filter for system subject to random delay and packet dropout [J]. *Optimal Control Applications & Methods*, 2017, 38(5): 880 – 892.
- [70] HOU W, FU M, ZHANG H, et al. Consensus conditions for general second-order multi-agent systems with communication delay [J]. *Automatica*, 2017, 75: 293 – 298.
- [71] LIU Y, WANG Z, LIU X. Exponential synchronization of complex networks with Markovian jump and mixed delays [J]. *Physics Letters A*, 2008, 372(22): 3986 – 3998.
- [72] BOKHARAIE V S, MASON, VERWOERD. D-stability and delay-independent stability of homogeneous cooperative systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(12): 2882 – 2885.
- [73] MAO X. *Stochastic Differential Equations and Applications* [M]. Chichester: Horwood, 2007.
- [74] DJAIDJA S, WU Q. An overview of distributed consensus of multi-agent systems with measurement/communication noises [C] // *Proceedings of the 34th Chinese Control Conference*, Hangzhou: IEEE, 2015: 7285 – 7290.
- [75] MING P, LIU J, TAN S, et al. Survey on stability of stochastic multi-agent systems [C] // *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*. Xi'an: IEEE, 2013: 7335 – 7340.
- [76] LI T, ZHANG J. Mean square average-consensus under measurement noises and fixed topologies: Necessary and sufficient conditions [J]. *Automatica*, 2009, 45(8): 1929 – 1936.
- [77] HUANG M, MANTON J H. Coordination and consensus of networked agents with noisy measurements: Stochastic algorithms and asymptotic behavior [J]. *SIAM Journal on Control & Optimization*, 2009, 48(1): 134 – 161.
- [78] LI T, ZHANG J. Consensus conditions of multi-agent systems with time-varying topologies and stochastic communication noises [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(9): 2043 – 2057.
- [79] CHENG L, HOU Z, TAN M, et al. Necessary and sufficient conditions for consensus of double-integrator multi-agent systems with measurement noises [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(8): 1958 – 1963.
- [80] WANG Z, ZHANG H. Observer-based robust consensus control for multi-agent systems with noises [J]. *Neurocomputing*, 2016, 207: 408 – 415.
- [81] LI T, WU F, ZHANG J. Stochastic consentability of continuous-time multi-agent systems with relative-state-dependent measurement noises [C] // *Proceedings of the 11th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Shenyang: IEEE, 2015: 3487 – 3492.
- [82] SUN Y, WANG L. Consensus of multi-agent systems in directed networks with nonuniform time-varying delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(7): 1607 – 1613.
- [83] RAKKIYAPPAN R, SAKTHIVEL N, CAO J. Stochastic sampled-data control for synchronization of complex dynamical networks with control packet loss and additive time-varying delays [J]. *Neural Networks*, 2015, 66: 46 – 63.
- [84] ZHANG Y, TIAN Y. Consensus of data-sampled multi-agent systems with random communication delay and packet loss [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(4): 939 – 943.
- [85] WU L, FENG Z, ZHENG W. Exponential stability analysis for delayed neural networks with switching parameters: average dwell time approach [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(21): 1396 – 1407.
- [86] YANG M, WANG Y, YI J, et al. Stability and synchronization of directed complex dynamical networks with random packet loss: the continuous-time case and the discrete-time case [J]. *International Journal of Circuit Theory & Applications*, 2013, 41(12): 1272 – 1289.
- [87] ZHOU W, XIAO J. Dynamic average consensus and consensusability of general linear multiagent systems with random packet dropout [J]. *Abstract & Applied Analysis*, 2013, 2013(3): 271 – 290.
- [88] MENG Y, LI T, ZHANG J. Finite-level quantized synchronization of discrete-time linear multiagent systems with switching topologies [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2017, 55(1): 275 – 299.
- [89] GUO M, DIMAROGONAS D V. Consensus with quantized relative state measurements [J]. *Automatica*, 2013, 49(8): 2531 – 2537.
- [90] DIMAROGONAS D V, JOHANSSON K H. Stability analysis for multi-agent systems using the incidence matrix: Quantized communication and formation control [J]. *Automatica*, 2010, 46(4): 695 – 700.

- [91] COELHO L, BERNERT D. PID control design for chaotic synchronization using a tribes optimization approach [J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2009, 42(1): 634 – 640.
- [92] WANG X, CHEN G. Pinning control of scale-free dynamical networks [J]. *Physica A: Statistical Mechanics & Its Applications*, 2002, 310(3): 521 – 531.
- [93] KHADRA A, LIU X, SHEN X. Analyzing the robustness of impulsive synchronization coupled by linear delayed impulses [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(4): 923 – 928.
- [94] WANG J. Synchronization of delayed complex dynamical network with hybrid-coupling via aperiodically intermittent pinning control [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 354(4): 1833 – 1855.
- [95] HU C, JIANG H. Pinning synchronization for directed networks with node balance via adaptive intermittent control [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 80(1): 295 – 307.
- [96] MEI J, YANG F, WU Z. Finite-time synchronization of neural networks with discrete and distributed delays via periodically intermittent memory feedback control [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2016, 10(14): 1630 – 1640.
- [97] WU Z, SHI P, SU H, et al. Stochastic synchronization of Markovian jump neural networks with time-varying delay using sampled data [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2013, 43(6): 1796 – 1806.
- [98] LIU X, MA G, JIANG X, et al. H_∞ stochastic synchronization for master-slave semi-Markovian switching system via sliding mode control [J]. *Complexity*, 2016, 21(6): 430 – 441.
- [99] DAVID-HENRIET X, HARDOUIN L, RAISCH J, et al. Model predictive control for discrete event systems with partial synchronization [J]. *Automatica*, 2016, 70: 9 – 13.
- [100] LI Z, CAO X, DING N. Adaptive fuzzy control for synchronization of nonlinear teleoperators with stochastic time-varying communication delays [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, 19(4): 745 – 757.
- [101] MATOUK A. Chaos synchronization of a fractional-order modified Van der Pol-Duffing system via new linear control, backstepping control and Takagi-Sugeno fuzzy approaches [J]. *Complexity*, 2015, 21(S1): 116 – 124.
- [102] ZHAO L, JIA Y. Neural network-based adaptive consensus tracking control for multi-agent systems under actuator faults [J]. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(8): 1931 – 1942.
- [103] SUN J, GENG Z. Adaptive consensus tracking for linear multi-agent systems with heterogeneous unknown nonlinear dynamics [J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2016, 26(1): 154 – 173.
- [104] HU A, XU Z. Stochastic linear generalized synchronization of chaotic systems via robust control [J]. *Physics Letters A*, 2008, 372(21): 3814 – 3818.
- [105] HAN J. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [106] GUO B, WU Z, ZHOU H. Active disturbance rejection control approach to output-feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems subject to stochastic disturbance [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(6): 1613 – 1618.
- [107] XIE C, YANG G. Cooperative guaranteed cost fault-tolerant control for multi-agent systems with time-varying actuator faults [J]. *Neurocomputing*, 2016, 214: 382 – 390.
- [108] WANG J, SU L, SHEN H, et al. Mixed H_∞ passive sampled-data synchronization control of complex dynamical networks with distributed coupling delay [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(3): 1302 – 1320.
- [109] FAN Z, CHEN G. Pinning control of scale-free complex networks [J]. *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2005, 1: 284 – 287.
- [110] SONG Q, CAO J, YU W. Second-order leader-following consensus of nonlinear multi-agent systems via pinning control [J]. *Systems & Control Letters*, 2010, 59(9): 553 – 562.
- [111] YU W, CHEN G, LÜ J. On pinning synchronization of complex dynamical networks [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 429 – 435.
- [112] YU C, QIN J, GAO H. Cluster synchronization in directed networks of partial-state coupled linear systems under pinning control [J]. *Automatica*, 2014, 50(9): 2341 – 2349.
- [113] LIU X, ZHANG K. Synchronization of linear dynamical networks on time scales: Pinning control via delayed impulses [J]. *Automatica*, 2016, 72: 147 – 152.
- [114] LI X, YANG G. Graph theory-based pinning synchronization of stochastic complex dynamical networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2016, 28(2): 427 – 737.
- [115] AHMED M, LIU Y, ZHANG W, et al. Exponential synchronization via pinning adaptive control for complex networks of networks with time delays [J]. *Neurocomputing*, 2017, 225: 198 – 204.
- [116] LAKSHMIKANTHAM V, BAINOV D, SIMEONOV P. *Theory of Impulsive Differential Equations* [M]. Singapore: World Scientific Press, 1989.
- [117] JIANG H, BI Q. Impulsive synchronization of networked nonlinear dynamical systems [J]. *Physics Letters A*, 2010, 374(27): 2723 – 2729.
- [118] YANG X, HUANG C, YANG Z. Stochastic synchronization of reaction-diffusion neural networks under general impulsive controller with mixed delays [J]. *Abstract & Applied Analysis*, 2012, DOI: 10.1155/2012/603535.
- [119] GUAN Z, LIU Z, FENG G, et al. Synchronization of complex dynamical networks with time-varying delays via impulsive distributed control [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2010, 57(8): 2182 – 2195.
- [120] LI Z, FANG J, MIAO Q, et al. Exponential synchronization of impulsive discrete-time complex networks with time-varying delay [J]. *Neurocomputing*, 2014, 157(2): 335 – 343.
- [121] WANG Y, CAO J, HU J. Stochastic synchronization of coupled delayed neural networks with switching topologies via single pinning impulsive control [J]. *Neural Computing & Applications*, 2015, 26(7): 3259 – 3272.
- [122] LOU X, YE Q, CUI B. Cluster synchronization in complex dynamical networks via comparison principle [C] // *Proceedings of The 26th Chinese Control and Decision Conference*. Changsha: IEEE, 2014: 570 – 575.
- [123] XIA W, CAO J. Pinning synchronization of delayed dynamical networks via periodically intermittent control [J]. *Chaos*, 2009, 19(1): 013120.
- [124] WANG X, SU H, WANG X, et al. Second-order consensus of multi-agent systems via periodically intermittent pinning control [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2016, 35(7): 2413 – 2431.
- [125] XU Xiangyuan. *Adaptive Control Theory and Applications* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2007.
(徐湘元. 自适应控制理论与应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.)
- [126] XU Y, ZHANG J, ZHOU W, et al. Adaptive synchronization of complex dynamical networks with bounded delay feedback controller [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2017, 131: 467 – 474.
- [127] YU W, DELELLIS P, CHEN G, et al. Distributed adaptive control of synchronization in complex networks [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2153 – 2158.
- [128] GUO L, PAN H, NIAN X. Adaptive pinning control of cluster synchronization in complex networks with Lurie-type nonlinear dynamics [J]. *Neurocomputing*, 2016, 182(19): 294 – 303.

- [129] LIU X, CHEN T. Finite-time and fixed-time cluster synchronization with or without pinning control [J]. *IEEE transactions on cybernetics*, 2016, Doi: 10.1109/TCYB.2016.2630703.
- [130] ZHENG C, WEI Z, WANG Z. Robustly adaptive synchronization for stochastic Markovian neural networks of neutral type with mixed mode-dependent delays [J]. *Neurocomputing*, 2016, 171: 1254 – 1264.
- [131] HAN Jingqing. Control theory, is it a model analysis approach or a direct control approach? [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1989, 9(4): 328 – 335.
(韩京清. 控制理论: 模型论还是控制论 [J]. 系统科学与数学, 1989, 9(4): 328 – 335.)
- [132] RAN M, WANG Q, DONG C. Stabilization of a class of nonlinear systems with actuator saturation via active disturbance rejection control [J]. *Automatica*, 2016, 63: 302 – 310.
- [133] SUN L, DONG J, LI D, et al. A practical multivariable control approach based on inverted decoupling and decentralized active disturbance rejection control [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2016, 55(7): 847 – 866.
- [134] ZHAO Z, GUO B. Active disturbance rejection control approach to stabilization of lower triangular systems with uncertainty [J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2016, 26(11): 2314 – 2337.
- [135] YANG X, CUI J, LAO D, et al. Input shaping enhanced active disturbance rejection control for a twin rotor multi-input multi-output system (TRMS) [J]. *ISA Transactions*, 2016, 62: 287 – 298.
- [136] TAN W, FU C. Linear active disturbance-rejection control: analysis and tuning via IMC [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(4): 2350 – 2359.
- [137] PAN J, WANG Y. Stabilization and tracking control of X-Z inverted pendulum using flatness based active disturbance rejection control [J]. *Asian Journal of Control*, 2016, 18(5): 1714 – 1727.
- [138] PARVATHY R, DANIEL A E. A survey on active disturbance rejection control [C] // *Proceedings of International Multi-Conference on Automation, Computing, Communication, Control and Compressed Sensing*. Kottayam: IEEE, 2013: 330 – 335.
- [139] WANG L, LI Q, TONG C, et al. Overview of active disturbance rejection control for systems with time-delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1521 – 1533.
- [140] HUANG Yi, XUE Wenchao. Self-resistant control: thought, application and theoretical analysis [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(10): 1287 – 1307.
(黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析 [J]. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287 – 1307.)
- [141] ZHOU Yiran, GAN Yi, TAO Yimin, et al. Research on active disturbance rejection control servo system based on Improved Genetic Algorithm [J]. *Mechanical engineering and automation*, 2015, 1(1): 159 – 161.
(周宜然, 甘屹, 陶益民, 等. 基于改进遗传算法的伺服系统自抗扰控制研究 [J]. 机械工程与自动化, 2015, 1(1): 159 – 161.)
- [142] LU J, KURTHS J, CAO J, et al. Synchronization control for nonlinear stochastic dynamical networks: pinning impulsive strategy [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2012, 23(2): 285 – 292.
- [143] LI B. Pinning adaptive hybrid synchronization of two general complex dynamical networks with mixed coupling [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 40(4): 2983 – 2998.
- [144] ZHAO M, ZHOU T, WANG B, et al. Relations between average distance, heterogeneity and network synchronizability [J]. *Physica A: Statistical Mechanics & Its Applications*, 2006, 371(2): 773 – 780.
- [145] DONETTI L, HURTADO P I, MUNOZ M A. Entangled networks, super-homogeneity and optimal network topology [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(18): 188701 – 188704.
- [146] CHEN M, SHANG Y, ZHOU C, et al. Enhanced synchronizability in scale-free networks [J]. *Chaos*, 2009, 19(1): 377 – 411.
- [147] DONG X, HU G. Time-varying formation tracking for linear multi-agent systems with multiple leaders [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(7): 3658 – 3664.
- [148] DONG X, HU G. Time-varying formation for general linear multi-agent systems with switching directed topologies [J]. *Automatica*, 2016, 73: 47 – 55.
- [149] BEARMAN C, PALETZ S, ORASANU J, et al. The breakdown of coordinated decision making in distributed systems [J]. *Human Factors*, 2010, 52(2): 173 – 188.
- [150] PROSKURNIKOV A V, MATVEEV A S, CAO M. Opinion dynamics in social networks with hostile camps: Consensus vs. polarization [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(6): 1524 – 1536.
- [151] VAN M P. Epidemic phase transition of the SIS type in networks [J]. *Europhysics Letters*, 2012, 97(4): 48004.
- [152] WANG Y, BIAN T, XIAO J, et al. Global synchronization of complex dynamical networks through digital communication with limited data rate [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(10): 2487 – 2499.
- [153] WANG K, GU L, HE X, et al. Distributed energy management for vehicle-to-grid networks [J]. *IEEE Network*, 2017, 31(2): 22 – 28.
- [154] WANG X, XIAO N, XIE L, et al. Analysis of price of anarchy in traffic networks with heterogeneous price-sensitivity populations [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(6): 2227 – 2237.
- [155] SIRMATEL I, GEROLIMINIS N. Economic model predictive control of large-scale urban road networks via perimeter control and regional route guidance [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2017, Doi:10.1109/TITS.2017.2716541.
- [156] MENG Y, JIANG C, CHEN H, et al. Cooperative device-to-device communications: social networking perspectives [J]. *IEEE Network*, 2017, 31(3): 38 – 44.
- [157] DAVOODI M, MESKIN N, KHORASANI K. Simultaneous fault detection and consensus control design for a network of multi-agent systems [J]. *Automatica*, 2016, 66(5): 185 – 194.
- [158] QIN J, FU W, GAO H, et al. Distributed K-means algorithm and fuzzy C-Means algorithm for sensor networks based on multiagent consensus theory [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(3): 772 – 783.

作者简介:

任红卫 (1979–), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向为随机复杂网络同步控制、多智能体系统一致性, E-mail: rhw-6621@163.com;

邓飞其 (1962–), 男, 博士生导师, 教授, 主要研究方向为随机系统的稳定、镇定及鲁棒控制, E-mail: aufqdeng@scut.edu.cn.