UNNOBA

UNIVERSIDAD NACIONAL
NOROESTE • BUENOS AIRES

Análisis Matemático Básico (00667)

Examen Final

14/09/2021

Apellido y Nombres: ______________________ DNI: ____________

- La primera parte del examen consta de cinco preguntas de opción múltiple. Deberán resolver correctamente al menos tres.
- La segunda parte del examen consta de tres preguntas de desarrollo que sólo serán corregidas si se aprueba la primera parte.
- La duración del examen es de 90 minutos.

P1	P2	P3	P4	P5	T1	T2	T3	Nota Final

Primera Parte

(1.1) Dada la función $f(x) = \frac{ax^3+bx}{x^2}$ $(a, b \in \mathbb{R})$ seleccionar la afirmación verdadera acerca de su gráfico:

- ○ Tiene una asíntota oblicua de ecuación $y = ax$
- ○ Tiene una asíntota horizontal de ecuación $y = a$
- ○ Tiene una asíntota oblicua de ecuación $y = bx$
- ○ Tiene una asíntota vertical de ecuación $x = -1$
- ○ Ninguna de las otras

(1.2) La ecuación de la recta tangente al gráfico de la función f en el punto de abscisa $x = -1$ es $y = 5x+7$. Entonces la recta tangente al gráfico de $g(x) = f\left(x^3 + x - 3\right)$ en $x = 1$ es

- ○ $y = 5x - 3$
- ○ $y = -20x + 22$
- ○ $y = 20x - 18$
- ○ $y = -5x + 7$
- ○ Ninguna de las otras

(1.3) Sabiendo que $\int_a^b f(x)(x-b)dx = -5$, resulta $\int_a^b (x-b)^2 f'(x)dx =$

- ○ $10 + (a-b)^2 f(b)$
- ○ $(b-a)^2 f(a)$
- ○ $10 - (a-b) f(a)$
- ○ $10 - (a-b)^2 f(a)$
- ○ Ninguna de las otras

(1.4) Considerar la región delimitada por

$$y = 1/x \quad y = 0 \quad x = -1 \quad x = a \quad (a < -1)$$

El área de la región es $1/2$ si

- ○ $a = -\frac{1}{2}$
- ○ $a = -e^2$
- ○ $a = -e^{1/2}$
- ○ $a = -2$
- ○ Ninguna de las otras

(1.5) Para cierto $a > 0$ el valor medio de $f : [0, a] \to \mathbb{R}, f(x) = 3x^2$ es 9. Entonces

- ○ $a = 27$
- ○ $a = 3$
- ○ $a = 9$
- ○ $a = 54$
- ○ Ninguna de las otras

Segunda Parte

(2.1) Definir continuidad de una función en un punto.
Dar un ejemplo de una función que presente una discontinuidad esencial en $x = -1$ y una discontinuidad evitable en $x = -1$. Justificar.

(2.2) Definir derivada de una función en un punto. Interpretar geométricamente el significado de la derivada.

(2.3) Explicar la relación entre las sumas de Riemann y la integral definida de una función.

(1.1) $f(x) = \dfrac{ax^3+bx}{x^2} = ax + \dfrac{b}{x} \approx ax$ si x es "grande"

$$\lim_{x\to\infty} f(x) - ax = \lim_{x\to\infty} ax + \frac{b}{x} - ax = \lim_{x\to\infty} \frac{b}{x} = 0 \checkmark$$

(1.2) $f(-1) = 5\cdot(-1)+7 = 2$, $f'(-1) = 5$.

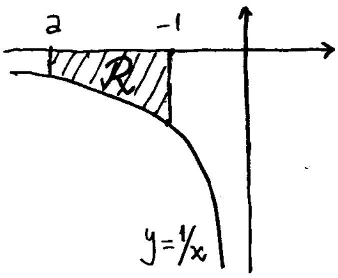
$g(1) = f(-1) = 2$., $g'(x) = f'(x^3+x-3)\cdot(3x^2+1) \Rightarrow g'(1) = f'(-1)\cdot(4) = 5.4 = 20$

$y = 20x + b \Rightarrow 2 = 20\cdot 1 + b \Rightarrow b = -18 \Rightarrow \boxed{y = 20x - 18}$

(1.3) $\displaystyle\int_a^b (x-b)^2 f'(x)\,dx = (x-b)^2 f(x)\Big|_a^b - \int_a^b f(x)\cdot 2(x-b)\,dx$

$\left.\begin{array}{ll} u=(x-b)^2 & dv = f'(x)dx \\ du = 2(x-b)\cdot dx & v = f(x) \end{array}\right)$ $\displaystyle = -(a-b)^2 f(a) - 2\cdot \underbrace{\int_a^b f(x)(x-b)\,dx}_{-5} = \boxed{10 - (a-b)^2 f(a)}$

(1.4)



$\displaystyle \text{área}(R) = \int_a^{-1}\left(0 - \frac{1}{x}\right)dx = -\int_a^{-1} \frac{1}{x}\,dx$

$\displaystyle = -\ln|x|\Big|_a^{-1} = -\cancel{\ln|-1|} + \ln|a| = 1/2$

$\Rightarrow |a| = e^{1/2} \Rightarrow \boxed{a = -e^{1/2}}$

(1.5) $\displaystyle \frac{1}{a-0}\int_0^a 3x^2\,dx = \frac{1}{a}\cdot x^3\Big|_0^a = \frac{1}{a}\cdot a^3 = a^2 = 9 \Rightarrow \boxed{a = 3}$