Tema 1

UNNOBA

Universidad Nacional Noroeste - Buenos Aires

Análisis Matemático Básico (00667)

Examen Final

13/07/2021

Apellido y Nombres: ______________________ DNI: ____________

- Hay cinco preguntas prácticas de opción múltiple. Deberán resolver correctamente al menos tres.
- Hay tres preguntas teóricas de desarrollo que sólo serán corregidas si se aprueba la parte práctica.
- La duración del examen es de 90 minutos.

P1	P2	P3	P4	P5	T1	T2	T3	Nota Final

Parte Práctica

(P.1) $y = \frac{1}{6}x + 1$ es la recta tangente al gráfico de $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ en el punto de abscisa $x = 1$ si

- ● $a = 8$ $b = -\frac{11}{6}$
- ○ $a = 8$ $b = -\frac{17}{6}$
- ○ $a = 9$ $b = -2$
- ○ $a = 9$ $b = -3$
- ○ Ninguna de las otras

(P.2) Dada $g(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^3} \sqrt{t} \operatorname{sen} t \, dt$, resulta $g'(x) =$

- ○ $-\sqrt{x^3} \operatorname{sen}(x^3)\, 3x^2 + \sqrt{\sqrt{x}} \operatorname{sen}(\sqrt{x})\, \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- ○ $\cos(x^3)\, 3x^2 + \sqrt{\sqrt{x}} \operatorname{sen}(\sqrt{x})$
- ● $-\sqrt{\sqrt{x}} \operatorname{sen}(\sqrt{x})\, \frac{1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x^3} \operatorname{sen}(x^3)\, 3x^2$
- ○ $-\sqrt{x^3} \operatorname{sen} + \sqrt{\sqrt{x}} \operatorname{sen}(\sqrt{x})$
- ○ Ninguna de las otras

(P.3) El valor de $b \in \mathbb{R}$ para que se cumpla

$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{5x+b}{5x}\right)^{\frac{x+2}{2}} = e^2$

es

- ○ $b = 21$
- ○ $b = 19$
- ○ $b = 30$
- ○ $b = 29$
- ● Ninguna de las otras

(P.4) Sabiendo que

$$\int_1^4 [2x + f(x)]\, dx = 9 \quad \wedge \quad \int_3^4 \tfrac{2}{3} f(x)dx = 12$$

entonces $\int_1^3 f(x)dx =$

- ○ -9
- ○ 9
- ○ 24
- ● -24
- ○ Ninguna de las otras

(P.5) Sabiendo que

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) f'(x)dx = 5 \quad \wedge \quad f(0) = 2$$

entonces $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x\, f(x)\, dx =$

- ● 7
- ○ 3
- ○ -3
- ○ -7
- ○ Ninguna de las otras

Parte Teórica

(T.1) ¿Cómo se determinan analíticamente los extremos relativos de una función derivable?

(T.2) Enunciar e interpretar geométricamente el Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral. Ilustrar con un ejemplo.

(T.3) ¿En qué casos la gráfica de una función racional tiene una asíntota oblicua y cómo se determina la ecuación de dicha asíntota?

(P.1) $f(1) = \sqrt{1+a} + b \xrightarrow{a=8} f(1) = 3+b = \frac{1}{6}\cdot 1 + 1 \Rightarrow b = \frac{7}{6} - 3 \Rightarrow \boxed{b = -11/6}$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+a}} \Rightarrow f'(1) = \dfrac{1}{2\sqrt{1+a}} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1+a}} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow (\sqrt{1+a})^2 = 3^2$

$\Rightarrow 1+a = 9 \Rightarrow \boxed{a=8}$

(P.2) $g(x) = \int_{\sqrt{x}}^{0} \sqrt{t}\,\text{sen}\,t\,dt + \int_0^{x^3} \sqrt{t}\,\text{sen}\,t\,dt$

$= -\int_0^{\sqrt{x}} \sqrt{t}\,\text{sen}\,t\,dt + \int_0^{x^3} \sqrt{t}\,\text{sen}\,t\,dt$

$\Rightarrow g'(x) = -\sqrt{\sqrt{x}}\cdot \text{sen}\sqrt{x}\cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x^3}\cdot \text{sen}(x^3)\cdot 3x^2$

Sabiendo que

$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$

$F'(x) = f(x)$

resulta

$F[h(x)] = \int_0^{h(x)} f(t)\,dt$

$(F[h(x)])' = F'[h(x)]\cdot h'(x)$

$= f[h(x)]\cdot h'(x)$

(P.3) $\left(\dfrac{5x+b}{5x}\right)^{\frac{x+2}{2}} = \left[1 + \dfrac{1}{\left(\frac{5x}{b}\right)}\right]^{\left(\frac{5x}{b}\right)\cdot\left(\frac{b}{5x}\right)\cdot\frac{x+2}{2}} \xrightarrow[x\to\infty]{} e^{\frac{b}{10}} \Rightarrow \boxed{b=20}$

(P.4) $\int_1^4 [2x + f(x)]\,dx = 9 \Rightarrow \underbrace{x^2\Big|_1^4}_{15} + \int_1^4 f(x)\,dx = 9 \Rightarrow \int_1^4 f(x)\,dx = -6$

$\int_3^4 \frac{2}{3} f(x)\,dx = 12 \Rightarrow \int_3^4 f(x) = 12\cdot\frac{3}{2} = 18$

$\therefore \int_1^3 f(x)\,dx = \int_1^4 f(x)\,dx - \int_3^4 f(x)\,dx = -6 - 18 = \boxed{-24}$

(P.5) $\int_0^{\pi/2} \text{sen}\,x\, f(x)\,dx = -f(x)\cos x\Big|_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x\, f'(x)\,dx$

$u = f(x) \quad dv = \text{sen}\,x\,dx$

$du = f'(x)\,dx \quad v = -\cos x$

$= 2 + 5$

$= \boxed{7}$