

# Análisis de Series Temporales

Juan Felipe Orozco Cortés

July 13, 2024

## 1 Introducción

El análisis de series temporales es una técnica fundamental en diversas disciplinas como la economía, la meteorología, la ingeniería, y muchas más. Este análisis permite entender y modelar datos que cambian con el tiempo, identificar patrones, y hacer predicciones basadas en estos patrones. Entre las herramientas más importantes en el análisis de series temporales se encuentra el periodograma, que nos permite estudiar cómo las variaciones en los datos se distribuyen a lo largo de diferentes frecuencias.

En este documento, nos enfocaremos en el uso del periodograma para analizar series temporales. Explicaremos su fundamento matemático, describiremos el proceso de cálculo, y presentaremos un ejemplo práctico utilizando datos de temperatura registrados cada hora durante un día. Finalmente, interpretaremos los resultados obtenidos y discutiremos sus implicaciones prácticas.

## 2 Análisis del Periodograma

El periodograma es una herramienta fundamental en el análisis de series temporales para estudiar cómo las variaciones o fluctuaciones en los datos se distribuyen a lo largo de diferentes frecuencias. Matemáticamente, el periodograma de una serie temporal se define como:

$$I(f_j) = \frac{1}{T} \left| \sum_{t=1}^T x_t e^{-i2\pi f_j t} \right|^2$$

donde:

- $x_t$  representa los datos de la serie temporal en el tiempo  $t$ .
- $T$  es el número total de observaciones en la serie.
- $f_j$  son las frecuencias específicas para las cuales queremos calcular el periodograma.
- $e^{-i2\pi f_j t}$  es el factor de la transformada de Fourier, que convierte los datos del tiempo al dominio de la frecuencia.

## 2.1 Proceso de cálculo

1. **Transformada de Fourier:** Para cada frecuencia  $f_j$ , se calcula la transformada de Fourier de la serie temporal.
2. **Magnitud al cuadrado:** Se toma el valor absoluto de la transformada de Fourier y se eleva al cuadrado, proporcionando el 'poder' o 'energía' de la serie en esa frecuencia.
3. **Normalización por  $T$ :** Este valor se normaliza dividiéndolo por el número total de puntos de datos,  $T$ , para asegurar que el periodograma no dependa del tamaño de la muestra.

## 2.2 Ejemplo Práctico

Supongamos que tenemos datos de temperatura registrados cada hora durante un día (24 horas). Queremos analizar cómo varían las temperaturas a lo largo del día y si hay patrones cíclicos, como un aumento durante el día y una disminución durante la noche.

Utilizando la fórmula del periodograma, calcularíamos la contribución de diferentes frecuencias (por ejemplo, un ciclo cada 24 horas, cada 12 horas, etc.), y observaríamos el periodograma para identificar en qué frecuencias se observan picos más altos, indicando la importancia de esas frecuencias en el comportamiento de las temperaturas a lo largo del día.

El código utilizado para la generación de las gráficas se llama `ejemplo_practico.py`.

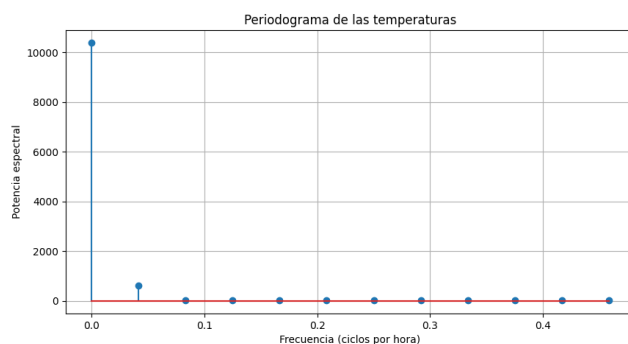


Figure 1: Periodograma de las temperaturas

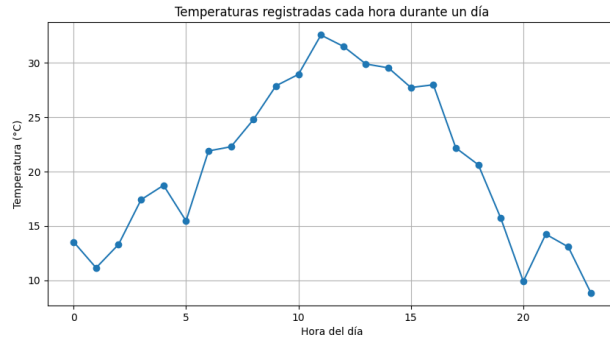


Figure 2: Temperaturas registradas cada hora durante un día

### 3 Interpretación Matemática y Visualización del Periodograma

#### 3.1 Transformada de Fourier

La Transformada de Fourier transforma los datos temporales (temperaturas registradas cada hora) al dominio de la frecuencia. Esto se logra mediante:

$$\hat{f} = \text{FFT}(T(t))$$

donde  $\hat{f}$  son los coeficientes de la transformada de Fourier.

#### 3.2 Cálculo del Periodograma

El periodograma, que estima la densidad espectral de la serie temporal, se calcula como:

$$I(f) = \frac{1}{T} |\hat{f}|^2$$

Esta fórmula cuantifica cuánta potencia o variabilidad hay en cada frecuencia.

#### 3.3 Visualización

- Periodograma: Muestra la potencia espectral para las diferentes frecuencias.
- Datos Temporales: Muestra las temperaturas a lo largo de 24 horas.

#### 3.4 Interpretación del Periodograma

- Pico en la Frecuencia Cero (0): Este pico indica la componente de la señal correspondiente a la media de los datos de temperatura.

Es habitual encontrar un pico en esta frecuencia en los periodogramas, lo que refleja la media general de la serie temporal.

- Pico en la Frecuencia de 0.041 ciclos por hora: Este pico representa un ciclo diario ( $1/24 = 0.041$  ciclos por hora). La presencia de este pico confirma la expectativa de un patrón diurno en los datos de temperatura, con temperaturas subiendo durante el día y bajando durante la noche.
- Otras Frecuencias: Las demás frecuencias muestran poca o ninguna potencia espectral, indicando la ausencia de otros ciclos significativos en los datos.

### 3.5 Resumen y Implicaciones

- Frecuencia Dominante: La frecuencia de 0.041 ciclos por hora es dominante, confirmando la presencia de un ciclo diario en los datos de temperatura.
- Componente de la Media: El pico en la frecuencia cero representa la media de las temperaturas registradas.
- Ausencia de Otros Ciclos Significativos: No se observan otras frecuencias significativas, lo que indica que la variabilidad de los datos está principalmente asociada con el ciclo diario.

## 4 Implicaciones Prácticas

El periodograma revela que los datos de temperatura tienen una fuerte componente de ciclo diario, coherente con el comportamiento esperado de las temperaturas a lo largo del día. Esto es útil para confirmar patrones teóricos y puede ser crucial para aplicaciones prácticas como la planificación de energía térmica, gestión HVAC, y estudios climáticos, donde entender el ciclo térmico diario es esencial.

Si necesitas más detalles, ajustes en el análisis o deseas explorar otros aspectos de los datos, estoy aquí para ayudarte.

## 5 Conclusión

El análisis del periodograma nos ha permitido identificar la presencia de un ciclo diario en los datos de temperatura, con un pico significativo en la frecuencia correspondiente a un ciclo de 24 horas. Este hallazgo es consistente con nuestras expectativas y demuestra la efectividad del periodograma para analizar series temporales.

Las implicaciones prácticas de este análisis son amplias, desde la optimización de sistemas de calefacción y refrigeración hasta la

planificación de recursos energéticos. Además, el enfoque presentado aquí puede aplicarse a otras series temporales para identificar patrones y ciclos relevantes.

En resumen, el periodograma es una herramienta poderosa para el análisis de series temporales, proporcionando insights valiosos sobre la estructura de los datos y facilitando la toma de decisiones informadas.