

# HW3 보고서 2020203090 한용옥

## 실행환경

언어 : **c++20**

컴파일러 및 IDE : Microsoft Visual Studio Community 2022 버전 17.13.6

## 퍼즐 모델링 방법 및 텍스트 표현

### 퍼즐의 기본 구조

제공된 퍼즐은 3x3 크기의 격자로 구성되어 있으며 각 칸에는 퍼즐 조각이 배치된다 각 퍼즐 조각은 네 방향(북, 서, 남, 동)에 그림이 있으며 이 그림들이 인접한 조각의 그림과 맞아떨어져야 퍼즐이 완성된다

### 그림 종류와 분할 방식

#### 그림 종류

조각에는 총 4종류의 그림이 사용되며 이를 알파벳 **A, B, C, D**로 모델링하였다

#### 분할 방식

각 그림은 두 가지 방식으로 분할될 수 있다

1. 위/아래 분할 : 그림이 위쪽과 아래쪽으로 나뉘어짐
2. 좌/우 분할 : 그림이 왼쪽과 오른쪽으로 나뉘어짐

## 16가지 표식

그림 4 종류(**A, B, C, D**)와 분할 방식 2 가지(위/아래, 좌/우)를 조합하면 총 16가지의 서로 다른 표식이 가능하다 이를 텍스트로 모델링하기 위해 다음과 같은 표기법을 사용하였다

1. 그림 종류는 알파벳(**A, B, C, D**)으로 표시
2. 분할 방식과 위치는 특수 기호로 표시

위쪽	아래쪽	왼쪽	오른쪽
위 아래 분할	+ -	좌 우 분할	* /

따라서 16가지 표식은 다음과 같이 구성

- **A+, A-, A/, A\***
- **B+, B-, B/, B\***
- **C+, C-, C/, C\***
- **D+, D-, D/, D\***

## 퍼즐 텍스트열 구성법

퍼즐의 각 조각은 4 개의 방향(북, 서, 남, 동)을 가지며, 각 방향에는 위에서 설명한 16 가지 표식 중 하나가 배치된다 퍼즐 조각들을 텍스트로 표현할 때는 다음과 같은 규칙을 따른다

1. 각 퍼즐 조각은 한 줄로 표현됨
2. 한 줄에는 4개의 표식이 순서대로 나열(북, 서, 남, 동 방향 순)

### 3. 각 표식은 그림 종류(알파벳)와 분할 기호로 구성됨

예를 들어 ppt의 첫 번째 퍼즐의 0 번째 조각은 A\* B\* B/ C\* 로 표현된다

이는 다음을 의미한다

- 북쪽 방향: A\* (A 그림의 오른쪽 부분)
- 서쪽 방향: B\* (B 그림의 오른쪽 부분)
- 남쪽 방향: B/ (B 그림의 왼쪽 부분)
- 동쪽 방향: C\* (C 그림의 오른쪽 부분)

### 짝 맞음 규칙

짝이 맞음은 다음 두 조건을 모두 만족함을 의미한다

1. 그림 종류(알파벳)가 동일
2. 분할 기호가 서로 짝이어야 함
  - + 와 - 는 서로 짝이다(위/아래 분할의 위쪽과 아래쪽)
  - / 와 \* 는 서로 짝이다(좌/우 분할의 왼쪽과 오른쪽)

예시 : (A+, A-), (B/, B\*), (C+, C-), (D/, D\*) 는 서로 짝이다

### 퍼즐 매칭 규칙

퍼즐을 맞추기 위해 인접한 두 조각의 맞닿는 면의 그림들은 짝이 맞아야 한다

## 풀이 및 코드 분석

### 상수 및 방향 정의

상수	값	설명
N, W, S, E	0,1,2,3	퍼즐 조각의 네 방향(북, 서, 남, 동)을 나타내는 인덱스
PUZ_ROW, PUZ_COL	3,3	퍼즐의 행과 열 크기
PIECE_COUNT	9	퍼즐 조각의 총 개수
PAINT_COUNT	16	가능한 표식의 총 개수
PAINT_TYPE	2	각 표식의 구성 요소 수(알파벳과 기호, 2개)
PAINT_CONTAIN	4	각 조각이 가진 그림의 수(4면)
SHIFT_TYPE	4	회전 가능한 방향의 수(90도씩 4방향)

### 그림 표현 (= 표식)

```
array<char, PAINT_TYPE>
```

그림은 위의 표식 규칙에 맞게 텍스트로 인코딩된다 길이는 2로 고정이므로 고정 char 배열로 표식을 저장 한다

## 퍼즐 조각 표현

```
class piece {
private:
```

조각을 `piece` 클래스로 표현하였다 다음은 `private` 멤버 변수이다

```
int number;
```

몇 번 째 조각인지 저장한다

```
size_t shift_count;
```

몇 번 반시계 회전했는지 저장한다

```
array<array<array<char, PAINT_TYPE>, PAINT_CONTAIN>, SHIFT_TYPE> state;
```

퍼즐 조각의 그림 표식을 저장하는 3차원 배열

- 첫 번째 차원: 회전 상태(`0 ~ 3`, 0°, 90°, 180°, 270° 순서)
- 두 번째 차원: 방향(북, 서, 남, 동 순서)
- 세 번째 차원: 그림 표현

회전된 모든 상태를 미리 계산하여 저장함으로써 실행 시간에 회전 계산을 반복하지 않게 위 배열에 상태를 저장하였다

아래는 `public` 멤버 함수이다

```
public:
void set_number(int n) { number = n; }
```

클래스 필드 설정함수이다 `number` 를 설정한다

```
void set_state(int s_idx, char first, char second) {
    for (size_t shift = 0; shift < SHIFT_TYPE; shift += 1) {
        size_t col = (s_idx + shift) % PAINT_CONTAIN;
        state[shift][col][0] = first;
        state[shift][col][1] = second; } }
```

`s_idx` 는 동서남북 중 하나이다 표식을 받아 `state` 의 `s_idx` 방향 자리 원소로 설정한다

`state` 는 3차원 배열로 미리 모든 회전의 결과를 가지는데 이 함수는 모든 회전 경우에 맞는 인덱스에 `first`, `second` 로 만든 표식을 저장한다

```
int get_number() const { return number; }
size_t get_shift_count() const { return shift_count; }
```

클래스 필드를 가져오는 함수이다 `number`, `shift_count`를 가져온다

```
const array<char, PAINT_TYPE>& get_state(size_t direction) const
{
    return state[shift_count][direction];
}
void shift() { shift_count = (shift_count + 1) % SHIFT_TYPE; } }; //class piece end
```

`shift` 는 필드 `shift_count`를 증가시켜 회전한 것 같은 효과를 준다

`get_state` 는 `shift_count`에 맞게 회전된 상황에 맞게 `state`의 첫 번째 인덱스를 선택해 `direction` 방향의 그림을 가져온다

## 조각 배열, 퍼즐 배열 표현

퍼즐 조각과 퍼즐 보드를 표현하기 위해 전역 배열을 사용

```
array<piece, PIECE_COUNT> piece_arr;
array<array<piece*, PUZ_COL>, PUZ_ROW> puzzle;
```

`piece_arr` 은 퍼즐에 사용될 9 개의 조각을 저장한다

`puzzle` 은 3 \* 3 의 `piece` 형 이차원 배열로 퍼즐 보드를 표현한다

백트래킹 과정에서 여러 함수가 동일한 퍼즐 상태에 접근해야 하므로, 전역 변수로 선언하여 매개변수 전달의 복잡성을 줄였다

`puzzle` 배열은 실제 조각 객체가 아닌 포인터를 저장하여 메모리 사용을 줄이고 조각 배치/제거 시 객체 복사 없이 포인터 할당만으로 처리할 수 있다

## 퍼즐 입출력

퍼즐 텍스트열 구성법에 따라 변환된 그림(9 \* 4 표식)을 콘솔 입력으로 받는다

입력 처리는 아래와 같이 작동한다

1. 한 줄 입력 받음
2. 4 개 표식으로 `set_state` 를 이용해 `piece_arr` 의 상태 초기화
3. 9 번 반복하며 `piece_arr` 의 모든 원소의 상태 초기화

따라서 `piece_arr` 에 사용할 9 개의 조각의 상태가 입력 텍스트 열에 의해 채워진다

이후 백트래킹 과정을 거쳐 해가 있으면 `puzzle` 에 해의 상태가 저장된다

해가 있을 때 각 퍼즐 조각의 번호와 회전 상태, 각 조각의 네 방향(북, 서, 남, 동)에 있는 표식, 퍼즐 조각 간의 경계와 여백을 ASCII 아트로 출력한다

해가 없으면 해가 없다고만 출력한다

## 백트래킹

퍼즐은 모든 경우의 수를 봐야하므로 백트래킹을 사용한다

## 퍼즐의 상태 공간 트리

퍼즐 문제의 상태 공간 트리는 다음과 같은 특징을 가진다

1. **루트 노드** : 빈 퍼즐 보드 (아직 조각이 배치되지 않은 상태)
  2. **내부 노드** : 일부 위치에 조각이 배치된 부분 해
  3. **리프 노드** : 모든 위치에 조각이 배치된 완전한 해 또는 더 이상 진행할 수 없는 상태
  4. **간선** : 조각 배치 또는 회전 등의 상태 전이

퍼즐 조각은 4 개의 회전 상태를 가지고 조각은 9 개이므로 각 노드에서는 다음과 같은 선택이 가능하다

- 어떤 조각을 선택할 것인가? (9 개 조각 중 아직 사용하지 않은 조각)
  - 선택한 조각을 어떻게 회전시킬 것인가? (4 가지 회전 상태)

따라서 각 노드에서 최대 36 개의 자식 노드가 가능하며, 트리의 깊이는 9 (퍼즐 보드의 위치 수)이다

상태 공간 트리

노드 = [보드 좌표 : 조각 번호 : 회전상태]      보드 좌표 = (i, k) [0 <= i, k <= 8]  
조각 번호 = n [0 <= n <= 8]                      회전 상태 = s [0 <= s <= 3]

[루트 = 빈 보드]

```

    /   |   \
[(0,0):1:0] [(0,0):1:1] ... [(0,0):5:2]..[(0,0):8:3]
    /   \
[(0,1):0:0]... [(0,1):8:3] ....

```

가지치기 전략

퍼즐의 제한 없는 모든 가능한 경우의 수는  $4^9 \cdot 9!$  이다 즉 리프노드도 그만큼 되므로 일반적으로 다 보기是很 어렵다. **promising** 개념을 사용해 상태공간 트리를 가지치기 한다. 또한 트리를 **DFS**로 탐색하고 정답 경로가 발견된 즉시 멈춰 불필요한 연산을 멈춘다.

## promising

## 퍼즐 개형

0	1	2
3	4	5
6	7	8

퍼즐 규칙에 따라 인접한 면의 짹이 맞아야한다 퍼즐 개형에 맞게 규칙을 정리하면 다음과 같다

- 퍼즐 바깥면과 접하는 곳은 어떤 표식이 와도 된다
  - 인접한 면의 표식이 맞아야 한다

DFS로 상태공간 트리를 탐색하기 때문에 조각은 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 순으로 채워진다 이를 고려한 `promising`은 다음과 같다

### i 번째 조각이 채워질 때

- `i == 0`  
처음 채워지는 것이므로 `promising`
- `i == 1 OR i == 2`  
이때는 밑에 조각이 없고 왼쪽의 조각만 맞닿으므로  
왼쪽 조각의 동쪽 면과 넣을 조각의 서쪽 면이 맞아야 `promising`
- `i == 3 OR i == 6`  
이때는 오른쪽에 조각이 없고 위쪽의 조각만 맞닿으므로  
위쪽 조각의 남쪽 면과 넣을 조각의 북쪽 면이 맞아야 `promising`
- 나머지  
왼쪽 조각과도 맞닿고 위쪽 조각과도 맞닿는다 따라서 왼쪽 조각의 동쪽 면과 넣을 조각의 서쪽 면, 위쪽 조각의 남쪽 면과 넣을 조각의 북쪽 면이 맞아야 `promising`

## 백트래킹 구현

### 짝맞음 구현

```
bool piece_pair_promising(const array<char, PAINT_TYPE>& a, const array<char, PAINT_TYPE>& b) {
```

두 표식을 받아 짹이 맞는지 검사한다 맞으면 `true`, 틀리면 `false`를 반환한다

```
if (a[0] != b[0]) return false;
bool check = (a[1] == '+' && b[1] == '-') || (a[1] == '-' && b[1] == '+') ||
            (a[1] == '*' && b[1] == '/') || (a[1] == '/' && b[1] == '*');
return check; }
```

표식의 첫 글자는 그림 종류이다 그림 종류가 다르면 짹이 안맞는 것으로 검사해서 `false`를 반환한다  
표식의 두 번째 글자는 분할 조각이다 짹 맞음 규칙에 맞게 검사하여 결과를 내보낸다 교환법칙이 성립하게 구현하였다

### `promising` 구현

```
bool puzzle_piece_promising(piece* target, int num) {
```

백트래킹의 `promising`을 검사하는 함수이다 퍼즐에 들어갈 조각 `target`과 몇 번째 조각인지에 대한 `num`을 받은 후 검사 한 뒤, `promising`이면 `true`, 아니면 `false`를 반환한다

```
if (num == 0) return true;
```

빈 퍼즐에 처음 들어가는 조각이면 `promising` 이므로 `true` 반환한다

```
size_t row = num / 3, col = num % 3;
```

퍼즐은 `3 * 3` 이차원 배열로 구현되었기 때문에 인수로 받은 순서로 인덱스를 결정한다

```
if (num == 1 || num == 2) {
    piece* compare = puzzle[row][col - 1];
    return piece_pair_promising(target->get_state(W), compare->get_state(E)); }
```

왼쪽 조각의 동쪽 면과 넣을 조각의 서쪽 면을 검사하여 `promising` 인지 반환한다

```
else if (num == 3 || num == 6) {
    piece* compare = puzzle[row - 1][col];
    return piece_pair_promising(target->get_state(N), compare->get_state(S)); }
```

위쪽 조각의 남쪽 면과 넣을 조각의 북쪽 면을 검사하여 `promising` 인지 반환한다

```
else {
    piece* compare1 = puzzle[row][col - 1];
    piece* compare2 = puzzle[row - 1][col];
    return piece_pair_promising(target->get_state(W), compare1->get_state(E)) &&
        piece_pair_promising(target->get_state(N), compare2->get_state(S)); }
```

왼쪽 조각의 동쪽 면과 넣을 조각의 서쪽 면, 위쪽 조각의 남쪽 면과 넣을 조각의 북쪽 면을 검사하여 `promising` 인지 반환한다

## 전체 과정 구현

```
bool backtracking(int puzzle_num, int remain_piece) {
```

전체 백트래킹 과정을 담당하는 함수이다 사용할 조각과 조각을 배치할 퍼즐은 전역변수이므로 인수로 받지 않는다

`DFS` 탐색 방식이 목적이므로 재귀함수로 구현하였다 몇 번째로 배치한 퍼즐인지에 대한 `puzzle_num` 과 퍼즐에 배치하고 남은 조각에 대한 `remain_piece` 를 인수로 받는다  
재귀함수의 최종 반환은 해가 있으면 `true` 없으면 `false` 다

```
if (puzzle_num == 9) return true;
```

재귀 기저에 해당하는 부분이다 재귀함수는 `promising` 을 검사하며 배치하므로 이를 다 통과하고 `9` 개가 배치되었다면 그 상태가 해이다 따라서 `true` 를 반환한다

```

for (int p_i = 0; p_i < PIECE_COUNT; p_i += 1)
    if (remain_piece & (1 << p_i)) {
        piece* now = &piece_arr[p_i];
        size_t row = puzzle_num / 3, col = puzzle_num % 3;
    }

```

상태공간 트리를 탐색하기 위해 남은 조각에 대해 연산을 반복하는 부분이다  
 백트래킹 과정에서 사용 가능한 조각을 추적하기 위해 비트마스크를 사용하였다  
`remain_piece` 의 하위 9비트 중 1로 설정 된 비트가 사용할 조각을 나타낸다  
 남은 조각을 선택하고 배치 순서인 `puzzle_num` 로 조각을 `puzzle` 에 배치할 인덱스를 결정한다

따라서 위 코드는 몇 번째 조각이 남았는지 검사하여 남았으면 그 조각으로 시작되는 상태 공간의 부분트리를 탐색시키는 코드이다

```

for (int shift = 0; shift < 4; shift += 1) {

```

조각은 회전이 가능하며 회전한 조각은 상태공간트리에서 다른 노드로 취급된다 따라서 위 코드는 특정 조각의 특정 회전상태로 시작되는 상태 공간의 부분트리를 탐색시키는 코드이다

```

if (puzzle_piece_promising(now, puzzle_num)) {

```

가지치기를 효과적으로 하기 위해 현재 조각이 `promising` 일 때만 다음 단계(재귀)를 진행한다

```

puzzle[row][col] = now;
int mask = remain_piece & ~(1 << p_i);
if (backtracking(puzzle_num + 1, mask)) return true;
puzzle[row][col] = nullptr;
now->shift();
}
```

1. 위에서 결정한 인덱스에 현재 조각을 배치한다
2. 남은 조각인 `remain_piece`에서 현재 조각을 없앤 마스크 `mask`를 만든다
3. 다음 번호와 `mask`로 재귀호출한다
4. 재귀호출의 값이 `true`면 해가 완성되었으므로 `true`를 반환하여 다음으로 가지 못하게 한다 이는 해를 하나만 찾는 효과를 낸다
5. 해가 없어 4번에서 끝나지 않으면 다음 탐색을 위해 현재 자리를 `nullptr`로 설정해 빈 자리임을 확실하게 한다

`promising` 일 때 위 5개를 수행한다 수행이 완료되면 현재 조각을 회전시켜 회전에 대한 `for` 문이 잘 작동하게 한다

```

return false;

```

위 과정에서 탈출 못했으면 상태공간 트리를 전부 탐색했음에도 해의 경로를 발견 못한것이다 따라서 퍼즐 풀이법이 없는 경우이므로 `false`를 반환한다

```
//main() 내부
int init = 511;
if (backtracking(0, init)) { cout << "\n퍼즐 풀이\n"; print_puzzle(); }
else cout << "\n해가 없다\n" << endl;
```

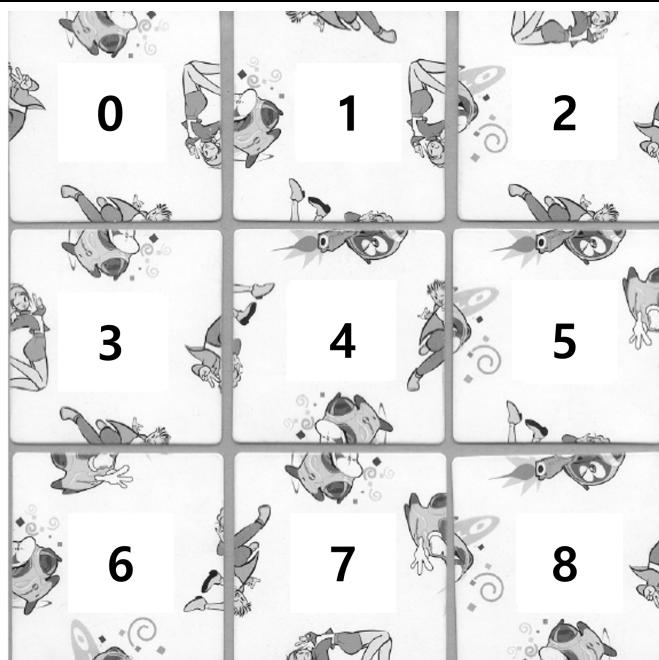
`main` 함수에서의 백트래킹 호출이다 `511`은 하위 `9` 비트가 모두 `1` 이므로 모든 조각을 사용할 수 있음을 나타낸다 `puzzle_num` 은 `0`을 줘서 아직 배치한 퍼즐이 없음을 나타낸다

반환값이 `true` 면 해가 있고 `puzzle`에 해가 저장되어있으므로 출력하고 `false` 면 해가 없다고 출력한다

## 과제 ppt의 예시 실행

퍼즐 2, 3, 4, 5 는 모양만 다르고 배치는 동일하므로 퍼즐 1과 퍼즐 2만 풀이

### 퍼즐 1



퍼즐 1의 모습과 들어갈 순서(조각 번호)를 적었다

### 그림에 대한 표식

그림종류를 다음과 같이 나타내었다



## 텍스트 변환

표식 규칙과 텍스트열 구성 규칙에 의해 퍼즐 1 의 텍스트열(프로그램의 입력)은 다음과 같다

```
A* B* B/ C*
B/ A* C/ C*
C* A/ B/ B*
A* C* B/ B*
D+ C/ A* B/
D+ A/ C/ D-
D- A* A/ C/
A* B/ C* D-
D+ A/ A* B*
```

## 프로그램 실행

### 입력 퍼즐 표시

퍼즐  
(a,b) = (퍼즐 번호, 반시계 90도 회전한 횟수)

```
--- A* --- --- B/ --- --- C* ---
| | | | |
B* (0,0) C* A* (1,0) C* A/ (2,0) B*
| | | | |
--- B/ --- --- C/ --- --- B/ ---
--- A* --- --- D+ --- --- D+ ---
| | | | |
C* (3,0) B* C/ (4,0) B/ A/ (5,0) D-
| | | | |
--- B/ --- --- A* --- --- C/ ---
--- D- --- --- A* --- --- D+ ---
| | | | |
A* (6,0) C/ B/ (7,0) D- A/ (8,0) B*
| | | | |
--- A/ --- --- C* --- --- A* ---
```

### 퍼즐 풀이

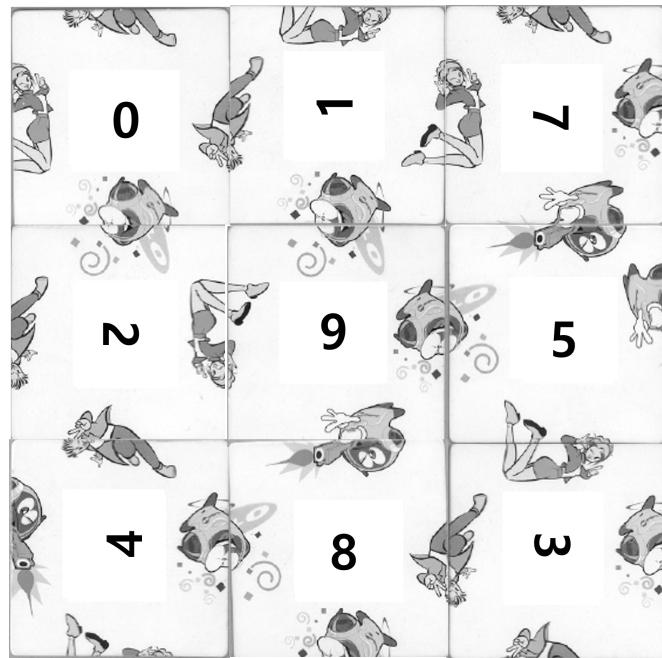
퍼즐  
(a,b) = (퍼즐 번호, 반시계 90도 회전한 횟수)

```
--- B/ --- --- C* --- --- B/ ---
| | | | |
C* (0,2) B* B/ (1,1) C/ C* (7,3) A*
| | | | |
--- A* --- --- A* --- --- D- ---
--- A/ --- --- A/ --- --- D+ ---
| | | | |
B/ (2,3) C* C/ (6,2) A* A/ (5,0) D-
| | | | |
--- B* --- --- D- --- --- C/ ---
--- B/ --- --- D+ --- --- C* ---
| | | | |
D+ (4,1) A* A/ (8,0) B* B/ (3,3) A*
| | | | |
--- C/ --- --- A* --- --- B* ---
```

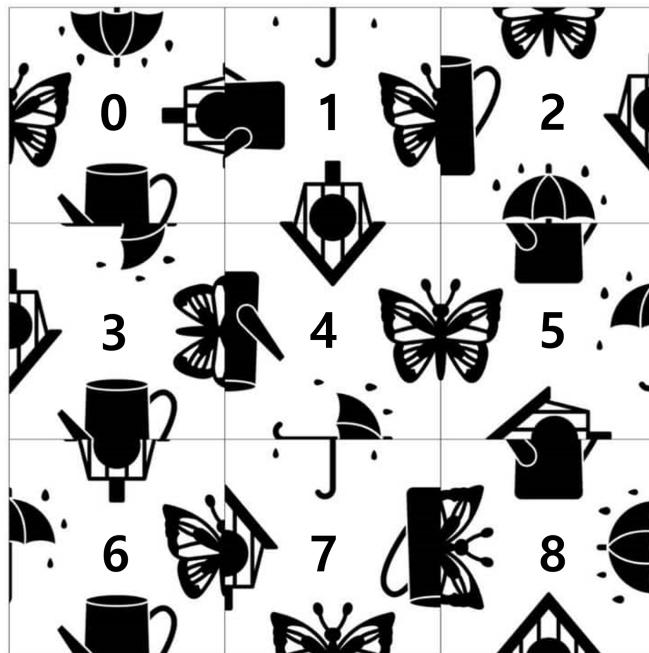
프로그램은 먼저 텍스트열의 입력을 시각화 한다

그 후 퍼즐의 해가 있으면 위와 같이 풀이된 퍼즐  
을 시각화 한다

## 퍼즐 1 프로그램 풀이 시작화



## 퍼즐 2



퍼즐 2의 모습과 들어갈 순서(조각 번호)를 적었다

## 그림에 대한 표식

그림종류를 다음과 같이 나타내었다



A



B



C



D

## 텍스트 변환

표식 규칙과 텍스트열 구성 규칙에 의해 퍼즐 2의 텍스트열(프로그램의 입력)은 다음과 같다

```
B+ A* D+ C-
B- D- C- A/
A- D* B+ C*
B* C/ D+ A-
C+ D/ B/ A/
D- A* C* B/
C- B* D+ A/
B- C* A+ D*
D- A+ C+ B+
```

## 프로그램 실행

### 입력 퍼즐 표시

```
퍼즐
(a,b) = (퍼즐 번호, 반시계 90도 회전한 횟수)

--- B+ --- B- --- A- ---
|   |   |   |
A* (0,0) C- D- (1,0) A/ D* (2,0) C*
|   |   |   |
--- D+ --- C- --- B+ ---
--- B* --- C+ --- D- ---
|   |   |   |
C/ (3,0) A- D/ (4,0) A/ A* (5,0) B/
|   |   |   |
--- D+ --- B/ --- C* ---
--- C- --- B- --- D- ---
|   |   |   |
B* (6,0) A/ C* (7,0) D* A+ (8,0) B+
|   |   |   |
--- D+ --- A+ --- C+ ---
```

### 퍼즐 풀이

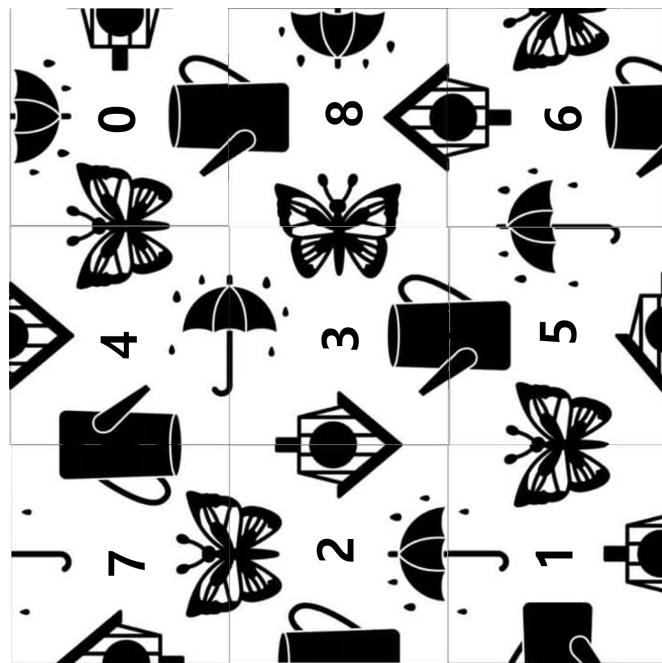
```
퍼즐
(a,b) = (퍼즐 번호, 반시계 90도 회전한 횟수)

--- C- --- B+ --- A/ ---
|   |   |   |
B+ (0,1) D+ D- (8,1) C+ C- (6,1) D+
|   |   |   |
--- A* --- A+ --- B* ---
--- A/ --- A- --- B/ ---
|   |   |   |
C+ (4,1) B/ B* (3,1) D+ D- (5,1) C*
|   |   |   |
--- D/ --- C/ --- A* ---
--- D* --- C* --- A/ ---
|   |   |   |
B- (7,1) A+ A- (2,1) B+ B- (1,1) C-
|   |   |   |
--- C* --- D* --- D- ---
```

프로그램은 먼저 텍스트열의 입력을 시각화 한다

그 후 퍼즐의 해가 있으면 위와 같이 풀이된 퍼즐을 시각화 한다

## 퍼즐 2 프로그램 풀이 시작화



## 해가 없는 퍼즐에 대한 프로그램 실행

입력 퍼즐 표시

퍼즐  
(a,b) = (퍼즐 번호, 반시계 90도 회전한 횟수)

```

--- A+ --- --- A+ --- --- A+ ---  

| | | | | | | |  

B+ (0,0) D+ B+ (1,0) D+ B+ (2,0) D+  

| | | | | | |  

--- C+ --- --- C+ --- --- C+ ---  

--- A+ --- --- A+ --- --- A+ ---  

| | | | | | |  

B+ (3,0) D+ B+ (4,0) D+ B+ (5,0) D+  

| | | | | | |  

--- C+ --- --- C+ --- --- C+ ---  

--- A+ --- --- A+ --- --- A+ ---  

| | | | | | |  

B+ (6,0) D+ B+ (7,0) D+ B+ (8,0) D+  

| | | | | | |  

--- C+ --- --- C+ --- --- C+ ---  


```

해가 없다

해가 없는 퍼즐을 입력으로 주었을 때 해가 없다고 잘 표시하는 모습이다