FAKULTA
APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ
UNIVERZITY
V PLZNI

KIV/VSS

2.0. – Markovské náhodné procesy a systémy hromadné obsluhy

Buffer s neomezenou kapacitou

Miroslav Liška – A17N0081P

topiker@students.zcu.cz

9.12.1992

31. října 2017

1 Zadání

Do bufferu s neomezenou kapacitou přicházejí zprávy, doba mezi příchodem zpráv je náhodná a má exponenciální rozdělení s parametrem $\lambda = 9$. Zprávy jsou z bufferu vybírány (pokud tam nějaké jsou) opět náhodně, doba mezi po sobě jdoucími výběry zpráv je též náhodná a má exponenciální rozdělení s parametrem
$mu = 10$. S využitím markovského modelu určete:

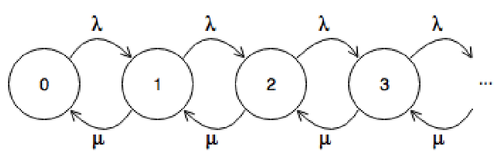
- střední počet zpráv, které se v bufferu nachází,
- kolik procent času při dlouhodobém sledování bude buffer prázdný,
- jak často (průměrná perioda) se buffer úplně vyprázdní. ...

Pro numerický výpočet pomocí nástroje MARKOV počet stavů modelu nějak (rozumně) omezte.

2 Řešení

2.1 Model

Modelem této úlohy markovský model, který má právě jednu frontu a právě jeden kanál obsluhy. Zpráva může do bufferu kdykoliv přijít s intenzitou λ a nebo být z bufferu odebrána s intenzitou μ. Na obrázku (1) lze vidět přechodový graf, kde čísla uvnitř zpráv reprezentují počet stavů uvnitř bufferu.



Obrázek 1: Přechodový model nekonečného bufferu

2.2 Ověření zatížení systému

Nejprve je nutné ověřit, zda je systém ve stacionárním režimu, tedy není zatížený. To lze poznat podle následujícího vzorce:

$$\rho = \frac{1}{m} \cdot \frac{\lambda}{\mu}$$

Pokud vyjde $\rho \geq 1$, znamená to, že je systém přetížený, tedy není ve stacionárním režimu a fronta neustále narůstá.

Pro zadání $\lambda = 9$ a $\mu = 10$ je ρ rovno 0,9.

3 Implementace

Pro implementaci je využit program MARKOV2.

3.1 Konstrukce modelu

Model je dán nekonečným grafem přechodů. Pravděpodobnost stavu n lze analyticky vyjádřit jako:

$$p_n = (1 - \rho)\rho^n$$

Vzhledem k tomu, že je graf nekonečný, je nutné počet stavů omezit (aktuálně na 200), aby pravděpodobnost stavu byla již téměř zanedbatelná.

Skript pro jeho vytvoření vypadá následovně:

```
module example [200];
#define size 200
#define lamda 9
#define mi 10

for(i ;0; size-2){
[i]->[i+1];
}

for(i ;0; size-2){
[i+1]->mi [i];
}
```

3.2 Limitní pravděpodobnost stavů modelu

Limitní pravděpodobnosti stavů modelu lze analyticky vyřešit řešením soustavy lineárních rovnic.

$$
\begin{gathered}
0 = -\lambda p_0 + \mu p_1 \\
0 = \lambda p_0 - \mu p_1 - \lambda p_1 + \mu p_2 \\
0 = \lambda p_1 - \mu p_2 - \lambda p_2 + \mu p_3 \\
\dots \\
0 = \lambda p_{n-1} - \mu p_n - \lambda p_n + \mu p_{n+1} \\
\dots
\end{gathered}
$$

Pro výpis limitní pravděpodobnost s programem MARKOV2 je možné využit MMQL dotaz nad připraveným modelem. Pro přehlednost je zobrazeno prvních 10 stavů.

```
load "example"as buf
define rho := 0.9;
select p[i] as ModelProb
from buf
for i := 0 to 9
order ModelProb desc
```

Výsledkem tohoto dotazu je:

```
ModelProb
0.038742
0.0430467
0.0478297
0.0531441
0.059049
0.06561
0.0729
0.081
0.09
0.1
```

3.3 Výpočet středního počtu zpráv v bufferu

Vzhledem k tomu, že model má právě jednu frontu, právě jeden kanál obsluhy a zprávy odebráné z bufferu "zmízí", je střední počet zpráv v bufferu roven střednímu počtu zpráv v systémů. To je možné spočítat analyticky pomocí vzorce:

$$L_w = L_q = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0,9}{1-0,9} = 9$$

3.4 Kolik procent času při dlouhodobém sledování bude buffer prázdný

Buffer je prázdný, pokud se nacházíme ve stavu 0. Stačí tedy získat ustálenou pravděpodobnost toho, že jsme ve stavu 0.

```
load "example"as buf
select p[0]*100
as Prazdno from buf
```

Výsledkem pak je:

```
Prazdno
10
```

3.5 Průměrná perioda vyprázdnění bufferu

Buffer se vyprázdní, pokud přejdeme ze stavu 1 do stavu 0. Pro výpočet periody nejprve určíme frekvenci:

$$f_{prazdna} = p_1\mu$$

a z frekvence následně periodu

$$T_{prazdna} = \frac{1}{f_{prazdna}}$$

Kód v programu MARKOV2 vypadá následovně:

```
load "bufferexample"as buf
define mi := 1.0;
select 1/(mi*p[1])
as periodaPrazdna
from buf
```

a výsledkem je:

```
periodaPrazdna
11.1111
```

4 Závěr

Zadání bylo splněno ve všech bodech.