

KIV/VSS

1.9. – Generování náhodných čísel

Gaussovske rozdělení

Miroslav Liška – A17N0081P

topiker@students.zcu.cz

9.12.1992

21. ledna 2018

1 Zadání

Zadání je uvedeno na stránkách Courseware ZČU pro předmět KIV/VSS. Byl zpracován příklad 1.9. Generování náhodných čísel – Gaussovské rozdělení.

2 Řešení

2.1 Generování pseudonáhodných čísel

Cílem úlohy je vygenerovat pseudonáhodná čísla s Gaussovým rozdělením. Pro vygenerování pseudonáhodných čísel s Gaussovým rozdělením byla navržena metoda Box-Mullerovi transformace [1]. Tato metoda je navržena tak, že během jednoho běhu vrací dvě pseudonáhodná čísla (Z_0 a Z_1). Vstupem metody jsou dvě náhodná čísla $-U_1$ a U_2 – s uniformním rozdělením uvnitř intervalu $(0, 1)$. Samotný výpočet výsledných pseudonáhodných čísel je pak následující:

$$Z_0 = R \cos(\theta) \sqrt{-2 \ln U_1} \cos(2\pi U_2) \quad (1)$$

$$Z_1 = R \sin(\theta) \sqrt{-2 \ln U_1} \sin(2\pi U_2) \quad (2)$$

2.2 Výpočet statistik za běhu

Střední hodnotu Gaussova rozdělení je možné vypočítat jako:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \quad (3)$$

a směrodatnou odchylku jako:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}} \quad (4)$$

Pro realizaci těchto výpočtů je ale nutné si všechna vygenerovaná čísla ukládat. Pro přepočet střední hodnoty po vygenerování nového pseudonáhodného čísla je v tomto případě možno použít:

$$\bar{x}_n = \frac{n\bar{x}_{n-1} + x_{new}}{n + 1} \quad (5)$$

kde n je počet vygenerovaných čísel, \bar{x}_{n-1} je stará střední hodnota a \bar{x}_{new} je nově vygenerované číslo.

Pro přepočet rozptylu je to pak:

$$\sigma_{new}^2 = \frac{n(\sigma_{old}^2 + \bar{x}^2) + x_{new}^2}{n + 1} - \bar{x}_{new}^2 \quad (6)$$

kde n je počet vygenerovaných čísel, σ_{old}^2 je hodnota staré odchytky, x_{new} je nově vygenerované číslo a \bar{x}_{new}^2 je střední hodnota získaná z předchozí rovnice.

3 Implementace

3.1 Generování čísel

Program je implementován v jazyce Java. Pro generování pseudonáhodných čísel byla použita metoda `random()`, která je implementována v knihovně třídě `java.lang.Math`.

3.2 Histogram

Pro vizualizace generovaných hodnot je implementován histogram tvořený hvězdičkami. Při tvorbě histogramu bylo potřeba nejprve navrhnout rozsah tak, aby do histogramu spadala většina vygenerovaných čísel. Pokud se vezme v úvahu vlastnost Gaussova rozdělení, tedy že s 99,1% pravděpodobností nová hodnota spadne do intervalu od $\mu - 3\sigma$ do $\mu + 3\sigma$, je počet teoreticky ztracených čísel pro histogram přijatelný a z tohoto důvodu byl tento rozsah zvolen.

Sloupec s největší četností bude reprezentován maximálně 30 hvězdičkami. Následně četnost největšího sloupce vydělí počtem hvězdiček, čímž získáme hodnotu, která reprezentuje jednu jedničku. Ostatní sloupce jsou pak reprezentovány tolika hvězdičkami, kolikrát se vypočítaná hodnota vejde do četnosti sloupce.

4 Výsledky

Ukázka výsledků pro spuštění programu s parametry: 1000000 1000 10

```
E_teorie=1000.0
D_teorie=100.0
E_vypocet=1000.0369173235879
D_vypocet=98.70743444378536
733,33:*
766,67:**
800,00:*****
833,33:*****
866,67:*****
900,00:*****
933,33:*****
966,67:*****
1000,00:*****
1033,33:*****
1066,67:*****
1100,00:*****
1133,33:*****
1166,67:*****
1200,00:**
1233,33:*
```

5 Závěr

Zadání bylo splněno ve všech bodech. Z výsledků je vidět, že je teoretická hodnota blízká hodnotě ze simulace. Práce by šla rozšířit o možnost porovnání dalších metod a lepší vizualizaci.

Reference

- [1] G. E. Box, M. E. Muller *et al.*, “A note on the generation of random normal deviates,” *The annals of mathematical statistics*, vol. 29, no. 2, pp. 610–611, 1958.