MathBook—CJX

MathNote of VividBook

作者: 陈锦湘

组织: 黑龙江科技大学

时间: 2025 年 6 月 1 日

版本: 数学笔记项目

邮箱: sudocjx@outlook.com

做一個执行力足够的人，把想做的去一件件實現

目录

2 第 2 部分 * 代数

为人民服务

为人民服务

为人民服务

为人民服务

为人民服务

wiidnk

hshb sdhhh

I love you, 陈 Chen jin xiang

I love you, 陈 Chen jin xiang

JAKQ I love you, 陈 Chen jin xiang

JAKQ I love you, 陈 Chen jin xiang

JAKQ I love you, 陈 Chen jin xiang

JAKQ I love you,

骂的就是你

kjsdn LKSDKKKD sdf sdfe sb 骂的就是你

Chen Jinxiang

0.1 自定义的快捷命令

```
^^I实数集: $\R$ 或 \R \\
^^I自然数集: $\N$ 或 \N \\
^^I整数集: $\Z$ 或 \Z \\
^^I有理数集: $\Q$ 或 \Q \\
^^I复数集: $\C$ 或 \C \\
^^I一般域: $\F$ 或 \F \\
^^I一般数域: $\K$ 或 \K \\
^^I数学期望: $\E[X]$ 或 \E[X] \\
^^I概率测度: $\P(A)$ 或 \P(A) \\
^^I绝对值: $\abs{-5}$ \\
^^I范数: $\norm{\vec{v}}$ \\
^^I内积: $\inner{\vec{u}}{\vec{v}}$ \\
^^I集合: $\set{x \in \R \mid x > 0}$ \\
^^I圆括号: $\paren{\frac{a}{b}}$ \\
^^I微分符号: $\diff x$ \\
^^I偏导数: $\pd{f}{x}$ \\
^^I定积分: $\intab{0}{1}{x^2 \diff x}$ \\
^^I推出符号: $A \implies B$ \\
^^I等价符号: $A \iff B$ \\
^^I逻辑与: $A \AND B$ \\
^^I逻辑或: $A \OR B$ \\
^^I不推出符号: $A \notimplies B$ \\
^^I矩阵: $\mat{A}$ \\
^^I向量: $\vecb{v}$ \\
^^I矩阵的秩: $\rank{\mat{A}}$ \\
^^I矩阵的迹: $\trace{\mat{A}}$ \\
^^I角度符号: $90\degree$ \\
^^I极限符号: $\limit{x}{\infty} f(x)$ \\
^^I最大值点: $\argmax_x f(x)$ \\
^^I最小值点: $\argmin_x f(x)$ \\
```

实数集: $\mathbb{R}$ 或 $\mathbb{R}$
自然数集: $\mathbb{N}$ 或 $\mathbb{N}$
整数集: $\mathbb{Z}$ 或 $\mathbb{Z}$
有理数集: $\mathbb{Q}$ 或 $\mathbb{Q}$
复数集: $\mathbb{C}$ 或 $\mathbb{C}$
一般域: $\mathbb{F}$ 或 $\mathbb{F}$
一般数域: $\mathbb{K}$ 或 $\mathbb{K}$
数学期望: $\mathbb{E}[X]$ 或 $\mathbb{E}$[X]
概率测度: $\P(A)$ 或 ¶(A)
绝对值: $|-5|$
范数: $\|\vec{v}\|$
内积: $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$
集合: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$
圆括号: $\left(\frac{a}{b}\right)$
微分符号: $\mathrm{d}x$
偏导数: $\frac{\partial f}{\partial x}$
定积分: $\int_0^1 x^2 \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}0$
推出符号: $A \implies B$
等价符号: $A \iff B$
逻辑与: $A \wedge B$
逻辑或: $A \vee B$
不推出符号: $A \not\Rightarrow B$
矩阵: $\mathbf{A}$
向量: $\mathbf{v}$
矩阵的秩: $\mathrm{rank}(\mathbf{A})$
矩阵的迹: $\mathrm{tr}(\mathbf{A})$
角度符号: 90°
极限符号: $\lim_{x\to\infty} f(x)$
最大值点: $\arg\max_x f(x)$
最小值点: $\arg\min_x f(x)$

0.1.1 文本格式化命令

强调红色文本: 这是红色文本
强调加粗文本: **这是加粗文本**
待办事项标记: **[TODO: 完成这个任务]**

```
^^I生成一个分段函数：
^^I\[
^^If(x) = \eqgroup{
^^I^^Ix^2, & x \geq 0 \\
^^I^^I-x, & x < 0
^^I}
^^I\]
```

生成一个分段函数：

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

```
^^I生成一个带圆括号的矩阵：
^^I\[
^^I\pmat{
^^I^^Ia & b & c \\
^^I^^Id & e &   % 添加占位符
^^I}
^^I\]
```

生成一个带圆括号的矩阵：

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & \end{pmatrix}$$

```
^^I生成一个带方括号的矩阵：
^^I\[
^^I\bmat{
^^I^^I1 & 2 & 3 \\
^^I^^I4 & 5 & 6 \\
^^I^^I7 & 8 & 9
^^I}
^^I\]
^^I
```

生成一个带方括号的矩阵：

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

```
^^I生成一个增广矩阵：
^^I\[
^^I\augmat{
^^I^^I1 & 2 & 3 \\  % 第一行三列
^^I^^I4 & 5 & 6     % 第二行三列
^^I}
^^I\]
```

生成一个增广矩阵：

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{array}\right]$$

```
^^I\[
^^I\pmat{
^^I^^Ia & b & c \\ % 正确
^^I^^Id & e        % 错误：缺少一个 &
^^I}
^^I\]
```

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & \end{pmatrix}$$

```
^^I修复后:
^^I\[
^^I\pmat{
^^I^^Ia & b & c \\
^^I^^Id & e &   % 添加占位符
^^I}
^^I\]
^^I
```

修复后:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & \end{pmatrix}$$

```
^^I
^^I指数函数: $\expf{2}{x}$, 自然指数: $\expe{x}$, 带括号形式: $\expp{e}{x+y}$。
^^I
^^I欧拉函数的值为: $\euler{10} = 4$。
^^I
^^I欧拉公式: $\eulerformula{\theta}$。
^^I
^^I对数函数: $\logbase{2}{x}$, 自然对数: $\lnx{x}$。
^^I
^^I复数形式: $\complexexp{\pi}$, 三角函数: $\trig{\sin}{x}{\text{odd}}$。
```

指数函数：2^x，自然指数：e^x，带括号形式：$e^{(x+y)}$。
欧拉函数的值为：$\phi(10) = 4$。
欧拉公式：$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} = \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$。
对数函数：$\log_2(x)$，自然对数：$\ln(x)$。
复数形式：$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi}$，三角函数：$\sin(x) = \text{odd}$。

```
^^IGamma函数定义: $\GammaFunc{x} = \GammaDef$
^^I
^^I递推公式: $\GammaRec{n} \quad (n \in \mathbb{N})$
^^I
^^I特殊值: $\GammaFunc{1} = 1,\; \GammaFunc{\frac{1}{2}} = \sqrt{\pi}$
^^I
^^IBeta函数定义: $\BetaFunc{a}{b} = \BetaDef$
^^I
^^I与Gamma函数关系: $\BetaFunc{a}{b} = \BetaGammaRel{a}{b}$
^^I
^^I对称性: $\BetaFunc{a}{b} = \BetaFunc{b}{a}$
```

Gamma 函数定义：$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}dt$
递推公式：$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) \quad (n \in \mathbb{N})$
特殊值：$\Gamma(1) = 1,\; \Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$
Beta 函数定义：$\mathrm{B}(a,b) = \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{b-1}dt$
与 Gamma 函数关系：$\mathrm{B}(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$
对称性：$\mathrm{B}(a,b) = \mathrm{B}(b,a)$

```
^^I测度的定义：$\measure{A} \geq 0$，Lebesgue 测度：$\lebmeasure^n$。
^^I
^^I空集的性质：$\eset \subseteq A$ 对任意集合 $A$ 成立。
^^I
^^I集合关系：$A \subseteqq B$，$B \supsetneq C$。
^^I
^^I% 集合包含
^^I$A \subsetneq B$，$B \supseteqq A$
^^I
^^I% 全序关系
^^I$a \torder b$（$a \leq b$），$x \tordereq y$（$x \preceq y$）
^^I
^^I% 偏序关系
^^I$u \porder v$（$u \preceq v$），$s \pordereq t$（$s \preccurlyeq t$）
^^I
^^I全序关系：$a \torder b$，偏序关系：$x \porder y$。
^^I
^^I有界线性算子：$\op{T}{X}{Y} \in \bounded(X,Y)$。
```

测度的定义：$\mu(A) \geq 0$，Lebesgue 测度：$\mathcal{L}^n$。

空集的性质：$\emptyset \subseteq A$ 对任意集合 A 成立。

集合关系：$A \subseteqq B$，$B \supsetneq C$。

$A \subsetneq B$，$B \supseteqq A$

$a \leq b$（$a \leq b$），$x \preceq y$（$x \preceq y$）

$u \preceq v$（$u \preceq v$），$s \preccurlyeq t$（$s \preccurlyeq t$）

全序关系：$a \leq b$，偏序关系：$x \preceq y$。

有界线性算子：$T : X \to Y \in \mathcal{B}(X,Y)$。

```
^^I\begin{align*}
^^I^^I\BetaFunc{3}{4} &= \BetaGammaRel{3}{4}
^^I^^I= \frac{\GammaFunc{3}\GammaFunc{4}}{\GammaFunc{7}}
^^I^^I= \frac{2! \cdot 3!}{6!}
^^I^^I= \frac{12}{720}
^^I^^I= \frac{1}{60} \quad [[1]][[10]]
^^I\end{align*}
```

$$\mathrm{B}(3,4) = \frac{\Gamma(3)\Gamma(4)}{\Gamma(3+4)} = \frac{\Gamma(3)\Gamma(4)}{\Gamma(7)} = \frac{2! \cdot 3!}{6!} = \frac{12}{720} = \frac{1}{60} \quad [[1]][[10]]$$

```
^^I% 示例
^^I\begin{align*}
^^I^^I\text{拉普拉斯变换: } &\quad \LT{f(t)}{s} = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad
    [[1]][[4]] \\
^^I^^I\text{拉普拉斯反变换: } &\quad \ILT{F(s)}{t} = \frac{1}{2\pi
    i}\lim_{T\to\infty}\int_{\gamma - iT}^{\gamma + iT} F(s)e^{st}ds \quad [[1]][[9]] \\
^^I^^I\text{应用示例: } &\quad \LT{\sin(\omega t)}{s} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad
    [[4]][[5]]
^^I\end{align*}
```

$$\begin{aligned}
\text{拉普拉斯变换：} &\quad \mathcal{L}\left\{f(t)\right\}(s) = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad [[1]][[4]] \\
\text{拉普拉斯反变换：} &\quad \mathcal{L}^{-1}\left\{F(s)\right\}(t) = \frac{1}{2\pi i}\lim_{T\to\infty}\int_{\gamma - iT}^{\gamma + iT} F(s)e^{st}ds \quad [[1]][[9]] \\
\text{应用示例：} &\quad \mathcal{L}\left\{\sin(\omega t)\right\}(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad [[4]][[5]]
\end{aligned}$$

```
^^I% 示例
^^I\begin{align*}
^^I^^I\text{傅里叶变换: } &\quad \FT{f(t)}{\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega
    t}dt \quad  \\
^^I^^I\text{傅里叶反变换: } &\quad \IFT{F(\omega)}{t} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}
    F(\omega)e^{i\omega t}d\omega   \quad \\
^^I^^I\text{应用示例: } &\quad \FT{e^{-at}u(t)}{\omega} = \frac{1}{a + i\omega} \quad (a > 0)
^^I\end{align*}
```

$$\begin{aligned}
\text{傅里叶变换：} &\quad \mathcal{F}\left\{f(t)\right\}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt \\
\text{傅里叶反变换：} &\quad \mathcal{F}^{-1}\left\{F(\omega)\right\}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t}d\omega \\
\text{应用示例：} &\quad \mathcal{F}\left\{e^{-at}u(t)\right\}(\omega) = \frac{1}{a + i\omega} \quad (a > 0)
\end{aligned}$$

```
^^I% 使用拉普拉斯变换求解微分方程 y'' + 3y' + 2y = u(t)
^^I\begin{align*}
^^I^^I\LT{y'' + 3y' + 2y}{s} &= \LT{u(t)}{s} \\
^^I^^I\Rightarrow s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) + 3sY(s) - 3y(0) + 2Y(s) &= \frac{1}{s} \quad
    [[1]][[5]]
^^I\end{align*}
```

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\left\{y'' + 3y' + 2y\right\}(s) &= \mathcal{L}\left\{u(t)\right\}(s) \\
\Rightarrow s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) + 3sY(s) - 3y(0) + 2Y(s) &= \frac{1}{s} \quad [[1]][[5]]
\end{aligned}$$

```
^^I几何级数公式:
^^I\[
^^I\Sum{k=0}{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}
    \quad (|x| < 1)
^^I\]
```

几何级数公式:

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x} \quad (|x| < 1)$$

```
^^I二重积分:
^^I\[
^^I\Dint{\Omega}{x^2 + y^2}
^^I\]
```

二重积分:

$$\iint_{\Omega} x^2 + y^2 \, dxdy$$

```
^^I三重积分:
^^I\[
^^I\Tint{V}{xyz}
^^I\]
```

三重积分:

$$\iiint_{V} xyz \, dxdydz$$

```
^^I环路积分示例:
^^I\[
^^I\oint_{C} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}
^^I\]
```

环路积分示例:

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

```
^^I格林公式应用:
^^I\[
^^I\greens{P}{Q}
^^I\]
^^I
^^I% 花体符号
^^I\[
^^I\mathcal{F}\{f(t)\} =
    \int_{-\infty}^{\infty} f(t)
    e^{-i\omega t} dt  % 傅里叶变换
^^I\]
^^I
^^I% 希腊字母
^^I\[
^^I\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta
    y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}  % 导数定义
^^I\]
^^I
^^I% 变体符号
^^I\[
^^I\text{角度: } \theta = \varphi =
    45^\circ, \quad \text{误差: } \epsilon
    \ll \varepsilon
^^I\]
```

格林公式应用:

$$\oint_{\partial D} (P\,dx + Q\,dy) = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy$$

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

$$\text{角度: } \theta = \varphi = 45^\circ, \quad \text{误差: } \epsilon \ll \varepsilon$$

(1) First item in parentheses.1111

(2) Second item in parentheses.

① First change.

② Second change.

1 First change in a box.

2 Second change in a box.

① First change.

② Second change.

① First change.

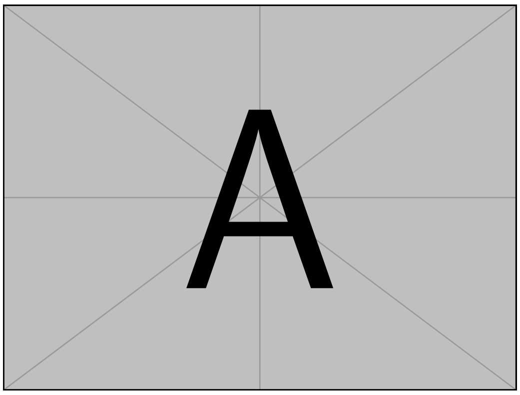
② Second change.

这是一个标题

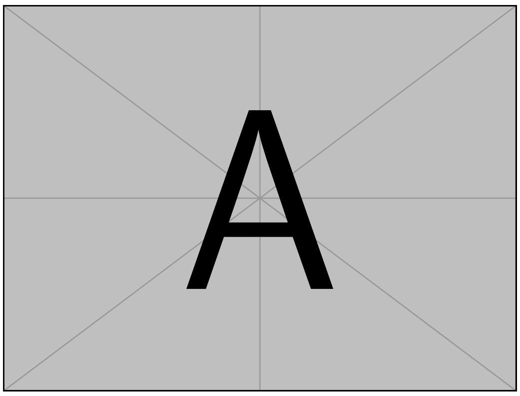
这是默认样式的盒子内容，支持自动换行和数学公式：$E = mc^2$。

蓝色主题盒子

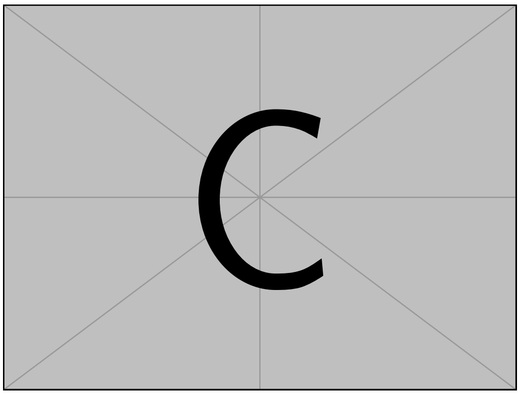
内容区域背景色为浅蓝，边框为深蓝色。



This is the description for the left image.



示例图片 A 这是图片 A 的说明文字。



示例图片 **c:** 图 c

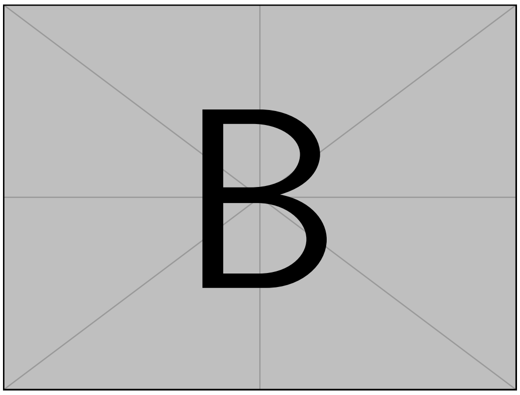


图 **1:** 示例图片 B
这是图片 B 的说明文字，并带有标题和标签。

Input: x, y
Output: z
Input: x, y
Output: z
$z \leftarrow x + y$;
return z

Input: x, y
Output: z
$z \leftarrow x + y$ **return** z

1 第一个条目。

2 第二个条目。

3 第三个条目。

(1) 这是第一个条目。

(2) 这是第二个条目。

(3) 这是第三个条目。

This is my title

证明 This is the proof.

$$\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r \quad \Rightarrow \quad \frac{GMm}{r^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r \quad \Rightarrow \quad r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$A \implies B$ 表示 A 推出 B。
- $A \iff B$ 表示 A 等价于 B。
- $A \Leftarrow B$ 表示 B 推出 A（左推出）。
在 1 公式环境中：

$$P \implies Q, \quad P \iff Q, \quad P \Leftarrow Q$$

在 2 公式环境中：

$$P \Rightarrow Q, \quad P \Leftrightarrow Q, \quad P \Leftarrow Q$$

在正文中也可以直接使用：
如果 A $\Rightarrow$ B，那么 B $\Leftarrow$ A。等价关系可以写为 A $\Leftrightarrow$ B。
这是一个数学推导的示例：

$$\because \text{ 上确界和下确界}$$

$$\therefore \text{ 结论成立}$$

在正文中也可以使用：$\because$ 上确界和下确界，$\therefore$ 结论成立。

水平空格测试

列表缩进

- - 短缩进项目 (0.5em)
- - 长缩进项目 (1.0em)

公式对齐测试：

$$\begin{aligned} x &= 1 \quad + 2 \quad - 3 \\ y &= \quad 5 \times 4 \end{aligned}$$

垂直间距测试

段落前间距

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris.
强制换行测试：
这是紧接上一行的内容
公式间距测试：

$$E = mc^2 \tag{1}$$

数学符号测试

导数示例：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v, \quad \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = a$$

箭头演示：

$$A \Rightarrow B \quad \Rightarrow \quad C$$

特殊符号：

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \sigma_i$$

微分运算：

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$$

单位系统测试

速度：10 m s^{-1}，加速度：5 m s^{-2}
温度变化：25°C→ 30°C
电容值：100 μF，150 pF
电场强度：200 V m^{-1}或 2 V cm^{-1}
特殊单位组合：比热容 4184 J kg^{-1} K^{-1}

结束符号测试

行末结束符

这是证明过程 □

公式结束符

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \qquad \square$$

精确对齐结束符

证明结论 □

箭头符号测试

趋势演示：价格走势 ↗ 成交量 ↘
数学公式环境：

$$f(x) \nearrow g(x) \quad 当 \quad x \swarrow y$$

混合模式：

- 短期趋势：价格 ↗
- 长期趋势：交易量 ↘

基本使用（全默认参数）

A ➚ B 效果: ➚➘

➚➚

➚

↖

↘

A ↔ B

⇒

[preaction=draw, white, line width=1.5pt, opacity=0.9]

[opacity=0.3] [opacity=0.5] [opacity=0.7] [opacity=1.0]

+23% -15%

A B

特殊格式测试

半衰期符号

净力符号

牛顿定律：$F_{\text{net}} = m \cdot a$

静电常量

库仑定律：$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$

空命令测试

此处应该没有额外空格，此处同样无效果

模板概述

模板参考使用说明

本模板主要参考了以下几个模板，在 ElegantLaTeX 系列模板的模板上，参考使用了 The Legrand Orange Book 模板众的章节设计, 最后参考使用了 A-Level-Physics 及 Beautybook 模板当中很多 tcolorbox 环境.

ElegantLaTeX 系列模板[核心版本]

ElegantLATEX 项目组致力于打造一系列美观、优雅、简便的模板方便用户使用。目前由 ElegantNote，ElegantBook，ElegantPaper 组成，分别用于排版笔记，书籍和工作论文。

- 官网：https://elegantlatex.org/
- GitHub 网址：https://github.com/ElegantLaTeX/

The Legrand Orange Book

这本书模板具有优雅的布局，带有漂亮的标题页和部分/章节标题。该模板最初由 Mathias Legrand 创作，灵感来自此处和此处的材料。

- 模板地址：http://www.latextemplates.com/template/the-legrand-orange-book
- latexstudio 网站下载网址：https://www.latexstudio.net/index/details/index/mid/264
- 本文主要参考了该模板的章节图设计以及目录设计属于, 比较遗憾的是章节部分的小目录未实现

A-Level-Physics

本书原来模板源于原作者 **colin-young** `colin-young@live.com`，因计划用于教师教材用书，故在其中设置了诸多的 tcolorbox 环境，并整理于：`https://marukunalufd0123.hatenablog.com/entry/2019/03/15/071717`. 模板设置了大量的 tcolorbox 环境，适用于课前知识预习、知识点标题、段文关键词、练习，习题，解答、思考，知识回顾，延伸与探究等诸多环境。

- 模板下载地址：https://www.latexstudio.net/index/details/index/mid/1269
- 本文参考了其中大部分的 tcolorbox 环境设计

Beautybook 模板

该模板由 latexstudio 网站 ID 名为“烟华幻梦”用户制作, 模板章节样式设计, 以及颜色设计费用丰富, 书中的各种数学环境设计很漂亮!22 年 4 月 26 日作者发布第一个版本, 最新版本为 V4.0!

- 模板下载地址：https://www.latexstudio.net/index/details/index/mid/2718
- 本文参考了其中部分数学环境设计, 以及章目录设计! 特别感谢作者, 让我完成了心心念念的部目录设计!!

在此特别感谢 legantLaTeX 系列模板,The Legrand Orange Book 模板,A-Level-Physics 模板,Beautybook 模板的各位作者

Azurekite & 雨霓同学 & 1210
2023/05/20 15:59:16

kuohao 环境示例（显示 (1), (2)）

(1) 第一项

(2) 第二项

(3) 第三项

kuohaotwo 环境示例（显示 1), 2)）

1) 第一项

2) 第二项

3) 第三项

1. kuohao 环境：(1), (2)

(1) 第一项

(2) 第二项

(3) 第三项

2. kuohaotwo 环境：1), 2)

1) 第一项

2) 第二项

3) 第三项

3. changecicred 环境：右对齐圆圈数字

① 第一项

② 第二项

③ 第三项

4. changecircredtwo 环境：带框圆圈数字

① 第一项
② 第二项
③ 第三项

5. colorenum 环境：蓝色加粗编号

1) 第一项
2) 第二项
3) 第三项

6. iconenum 环境：图标 + 编号

- 完成的任务
- 警告事项
- 提示信息

6. iconenum 环境：图标 + 编号

- 完成的任务

- 警告事项
- 提示信息
- 用户说明
- 系统设置
- 删除操作
- 新建文件
- 打开文件夹
- 下载文件
- 上传文件
- 推荐内容

6. iconenum 环境：图标 + 编号

- 完成的任务
- 警告事项
- 提示信息
- 用户说明
- 系统设置
- 创意建议
- 删除操作
- 编辑操作
- 新建文件
- 打开文件夹
- 下载文件
- 上传文件
- 时间限制
- 日程安排
- 推荐内容

7. boxedenum 环境：带框列表

列表标题

1) 第一个要点
2) 第二个要点
3) 第三个要点

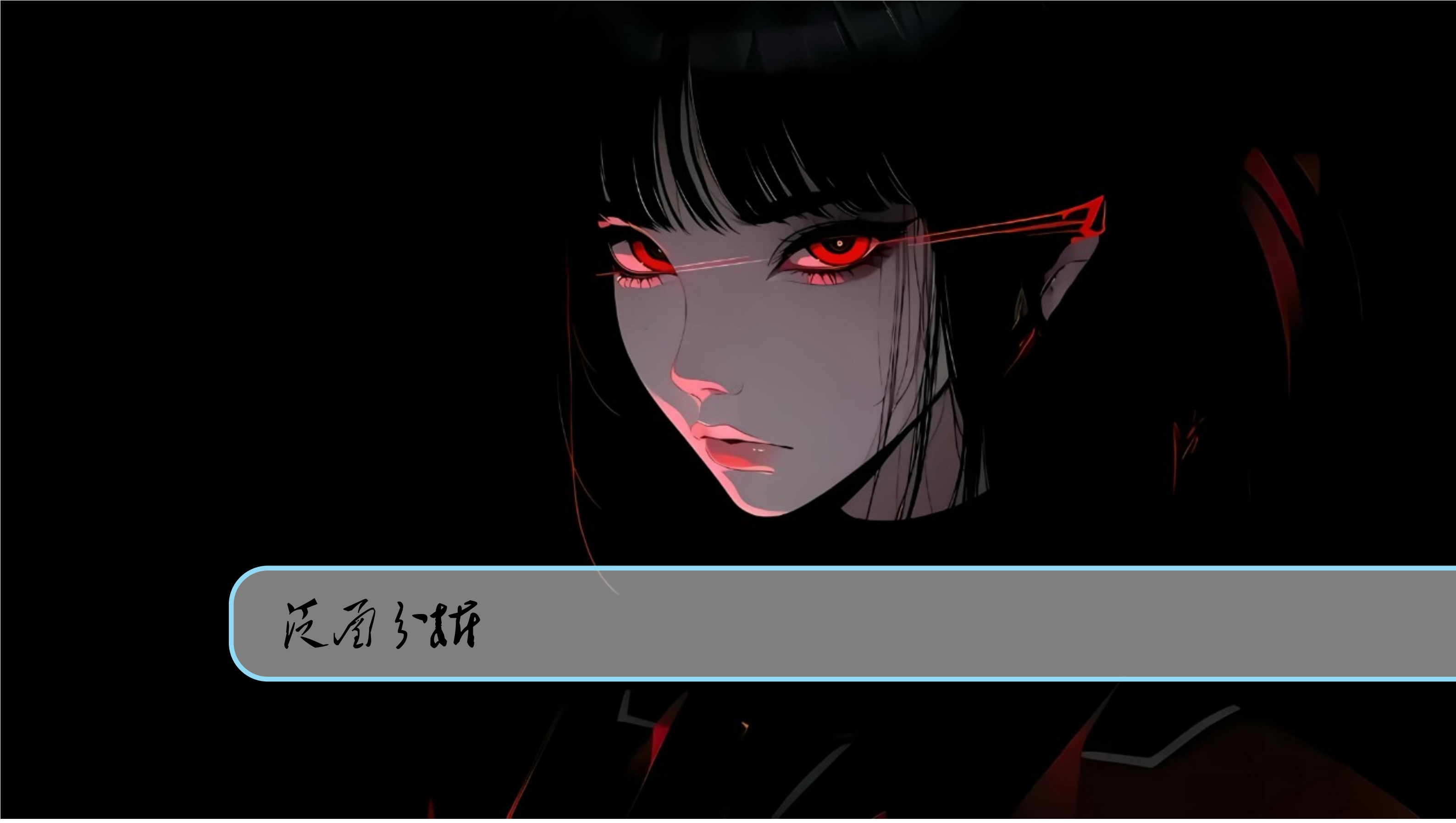
8. tikzenum 环境：TikZ 自定义编号

1 第一个条目 → sjhjk
2 第二个条目
3 第三个条目

第一部分

分析学

第 1 部分目录



❤在学习中要敢于做减法，减去前人已经解决的部分，看看还有那些问题没有解决，需要我们去探索解决。❤

—华罗庚

0.2 距离空间

0.2.1 距离空间的基本概念

只需要在集合 X 上能定义衡量接近的程度计算方式，就可以基于这个方式来定义极限，从而有完备、紧性、微分，积分，级数......

0.2.1.1 基本概念

定义 (距离空间)

设 X 是任一非空集合，$\forall x,y\in X, \exists d(x,y)\in R$ 并且满足

1) 非负性：$d(x,y)\geq 0, \Leftrightarrow x=y\rightarrow d(x,y)=0$

2) 对称性：$\forall x,y\in X, d(x,y)=d(y,x)$

3) 三角不等性（可由 1,2 推出）：$\forall x,y,z\in X, d(x,y)\leq d(x,z)+d(z,y)$

称 $d(x,y)$ 为 X 定义的一个距离，定义了距离 d 的这样一个集合记作 (X,d)，也叫距离空间，不要求是线性空间。

总结 一些常见的距离空间

要想证明一个集合是距离空间，只需要证明定义的 d 符合上述三个性质：**非负正定、正齐次性、三角不等式**

(1) **C[a,b]**, 其中$d(x,y)=\max_{a\leq t\leq b}|x(t)-y(t)|, \forall x(t),y(t)()$

(2) **空间** s : 实数列 ξ_k 的全体。设 $x=\{\xi_k\}y=\{\eta_k\}$ 是两个实数列，定义 $d(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2^k}\cdot\frac{|\xi_k-\eta_k|}{1+|\xi_k-\eta_k|}$. 上

式右边的 $\frac{1}{2^k}$ 是一个收敛因子，保证级数收敛

(3) 空间 S : $E \subset R$ 是一个 Lebesgue 可测集，$0 < m(E) < \infty$，E上几乎处处有穷的可测函数全体，其中凡几乎处处相等的函数看成是同一元，$d(x,y) = \int_E \frac{|x(t)-y(t)|}{1+|x(t)-y(t)|}dt$.

(4) 离散空间 D : $d(x,y) = \begin{cases} 0 & x = y \\ 1 & x \neq y \end{cases}$

收敛的性质和一般的数分定义一致，极限若存在，必唯一，且所有子列都收敛于同一个极限。

定理 0.2.1

(X,d) 为距离空间，则有 $|d(x,y) - d(x_1,y_1)| \leq |d(x,x_1)| + |d(y,y_1)|$ $x,y,x_1,y_1 \in X$

说明一点：当$x_n \to x_0$ and $y_n \to y_o$，必有$d(x_n,y_n) \to d(x_0,y_0)$

♡

$C[a,b]$ 的收敛是函数列在 $[a,b]$ 上的**一致收敛**

空间 S 的收敛等价于函数列依测度收敛

离散空间中，$x_n \to x_0 \Leftrightarrow x_n == x_0$ $n > n_0$

定义 0.2.1 (连续映射，等距)

1) $(X,d),(X_1,d_1)$，$fX \to X_1$;$x_0 \in X, \forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, d(x,x_0) \leq \delta \Leftarrow \forall x \in X, d_1(f(x),f(x_0)) < \epsilon$ 称 f 在 x_0 连续，若 f 在 X 上任意一点都连续，则称 f 在 X 上连续

2) 等距映射 $\forall x,y \in X$ $d_1(f(x),f(y)) = d(x,y)$ 一个等距映射一定是一个连续映射并且是一一映上的，但不一定是映上的

要称俩空间等距，需要俩空间的距离的函数之间存在有一个映上的等距映射

♣

0.2.1.2 点集

定义 (点的定义)

skdj

♣

0.2.1.3 完备化—距离空间

0.2.2 开集、闭集及连续映射

0.2.3 稠密与可分

0.2.4 完备性，barie 纲定理

0.2.5 列紧与紧

0.2.6 Banach 压缩映射原理

0.3 赋范线性空间和 Banach 空间

证明 L^p 空间完备可分.

0.3.1 赋范线性空间的基本概念

0.3.2 有限维赋范线性空间的同构

0.3.3 Banach 空间的几何性质

0.4 内积空间和 Hilbert 空间

Hilbert 空间的性质，内积的定义和性质

0.4.1 内积空间的基本概念

0.4.2 正交与正交分解

0.4.3 标准正交基

0.5 有界线性算子

这个涉及到的是最基础的算子理论

0.5.1 有界线性算子的基本概念

0.5.2 开映射定理

0.5.3 闭图像定理

0.5.4 一致有界原理

0.6 共轭空间和共轭算子

0.6.1 Hahn-Banach 延拓定理

0.6.2 共轭空间-自反空间

0.6.3 共轭算子

0.6.4 弱收敛

0.6.5 弱 * 收敛

0.7 谱理论与算子代数

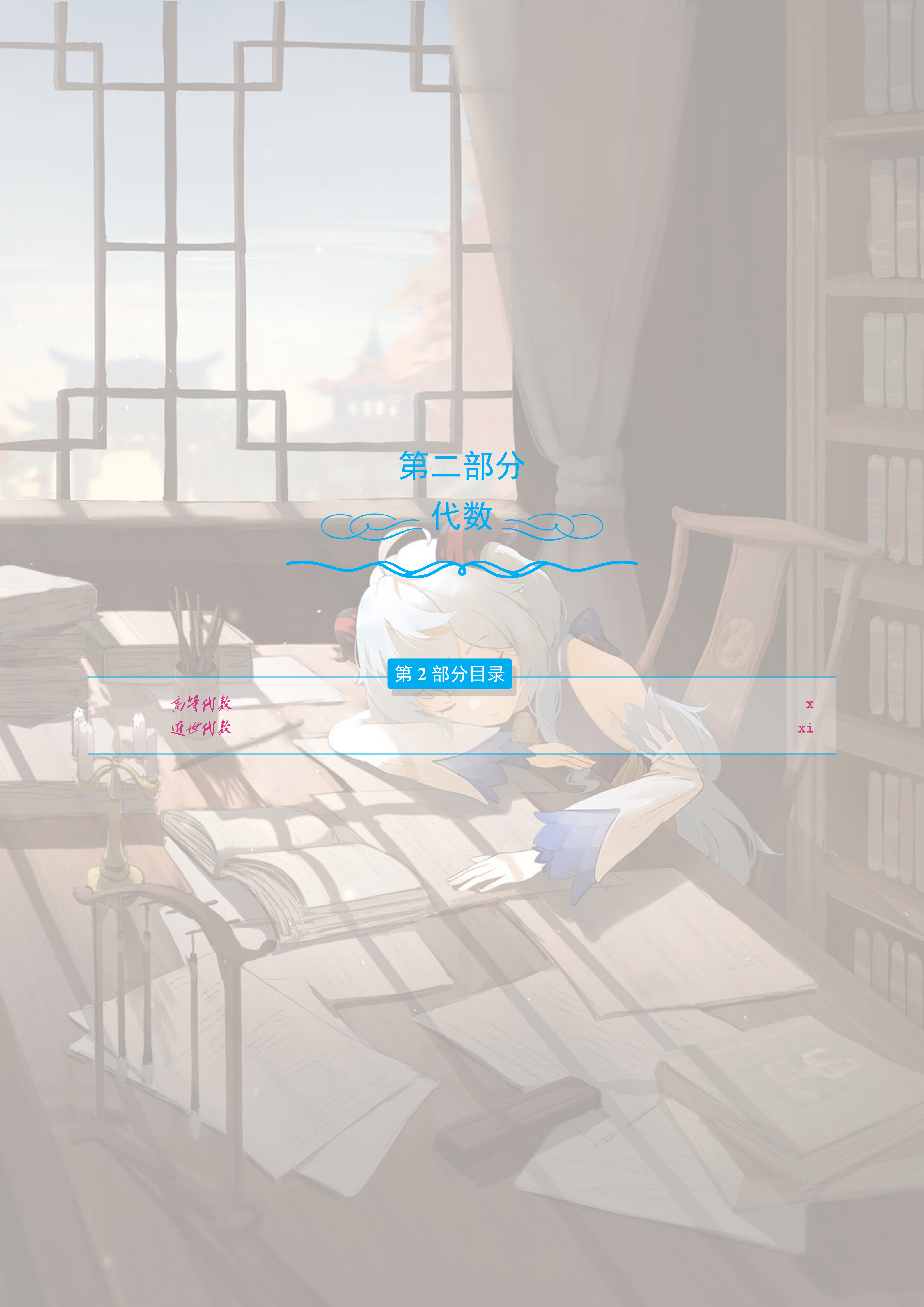
这个不知道怎么开始

0.7.1 线性算子的谱理论

0.7.2 有界共轭线性算子的谱

0.7.3 紧算子与紧算子的谱

0.7.4 Banach 代数



第二部分

代数

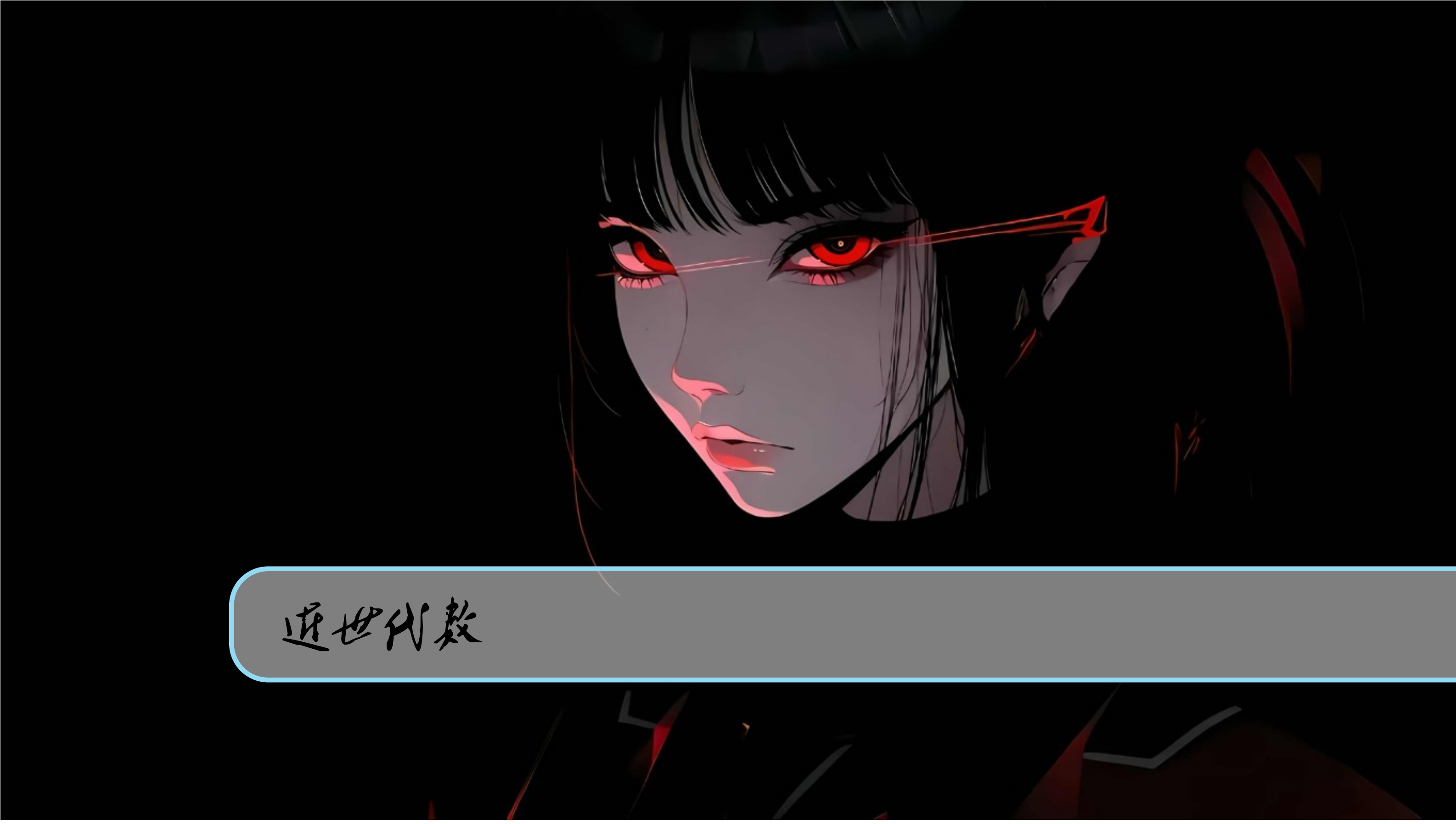
第 2 部分目录

代数类笔记项目

这个是介绍代数这一块的内容笔记

—陈锦湘, 2025.05.09

在学习中要敢于做减法，减去前人已经解决的部分，看看还有那些问题没有解决，需要我们去探索解决。



近世代数

♥在学习中要敢于做减法，减去前人已经解决的部分，看看还有那些问题没有解决，需要我们去探索解决。♥