

CENG 213 Veri Yapıları 6: 2-3, B-Ağaçları

Öğr.Gör. Şevket Umut ÇAKIR

Pamukkale Üniversitesi

Hafta 6

1 2-3 Ağaçları

- Ekleme
- Silme

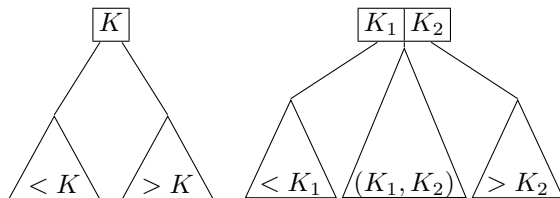
2 B-Ağaçları

- Ekleme
- Silme

2-3 Ağaçları Tanımı

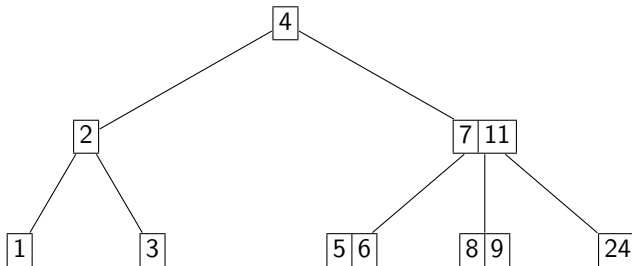
Tanım

Bütün yaprakları aynı seviyede olan, 2-düğümü veya 3-düğümleri barındıran arama ağacıdır. 2-düğümünün tek anahtar değeri(K) ve 2 tane çocuğu mevcuttur. 3-düğümünün iki anahtar değeri(K_1, K_2) ve 3 çocuğu mevcuttur($K_1 < K_2$).



Şekil: 2-düğümü ve 3-düğümü

2-3 Ağaçları Örnek



Şekil: 2-3 ağacı örneği

Arama İşlemi

Function Ara(*Aranan*, *Düğüm*)

if *Düğüm* boş **ise** **then**

 Bulunamadı

else if *Düğüm* 2-*Düğümü* **ise** **then**

if *Düğüm.değer* == *Aranan* **then**

 Bulundu

else if *Aranan* < *Düğüm.değer* **then**

 Ara(*Aranan*, *Düğüm.sol*)

else

 Ara(*Aranan*, *Düğüm.sağ*)

end

else // 3-*Düğümü*

if *Düğüm.Değer1* == *Aranan* veya *Düğüm.Değer2* == *Aranan* **then**

 Bulundu

else if *Aranan* < *Düğüm.Değer1* **then**

 Ara(*Aranan*, *Düğüm.sol*)

else if *Aranan* > *Düğüm.Değer1* ve *Aranan* < *Düğüm.Değer2* **then**

 Ara(*Aranan*, *Düğüm.orta*)

else // İki değerden de büyük

 Ara(*Aranan*, *Düğüm.sağ*)

end

end

end

Algorithm 1: 2-3 Ağacında Arama

- Ekleme her zaman yapraklara yapılır
- Eğer ekleme sırasında düğüm 4-düğümü olursa
 - Ortadaki değer bir üst seviyeye çıkarılır
 - Kalan değerler üst seviyeye çıkan değerın solu ve sağındaki çocukları olurlar
 - Bir üst seviyedeki düğüm de 4-düğümü olmuşsa aynı işlemler tekrarlanır

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.

3

Ekleme Örneği: 6

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.

3	6
---	---

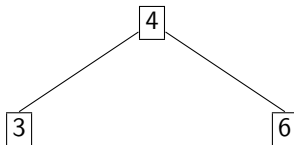
Ekleme Örneği: 4

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.

3	4	6
---	---	---

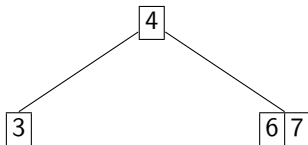
Ekleme Örneği: 4

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



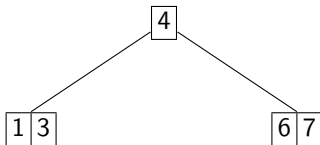
Ekleme Örneği: 7

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



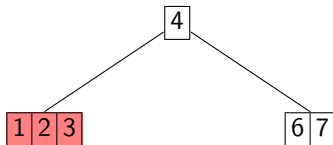
Ekleme Örneği: 1

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



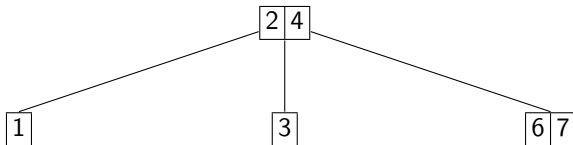
Ekleme Örneği: 2

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



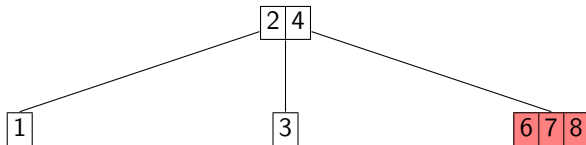
Ekleme Örneği: 2

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



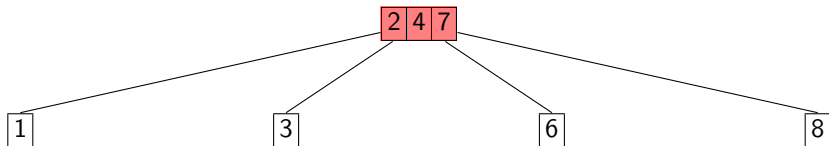
Ekleme Örneği: 8

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



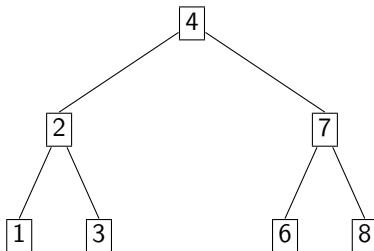
Ekleme Örneği: 8

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



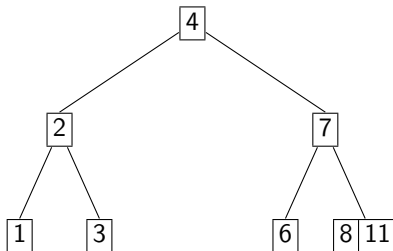
Ekleme Örneği: 8

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



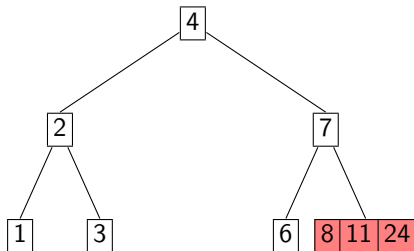
Ekleme Örneği: 11

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



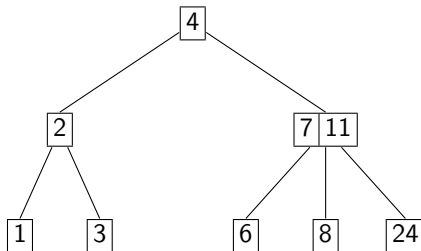
Ekleme Örneği: 24

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



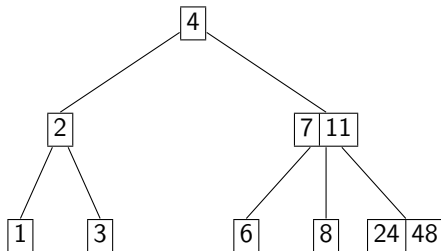
Ekleme Örneği: 24

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



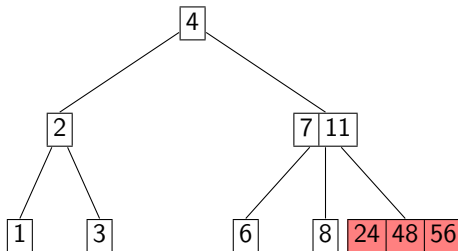
Ekleme Örneği: 48

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



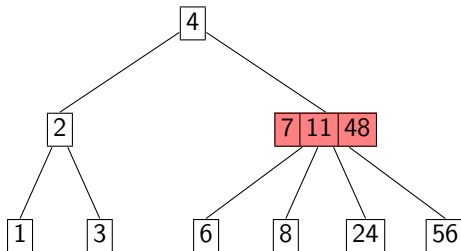
Ekleme Örneği: 56

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



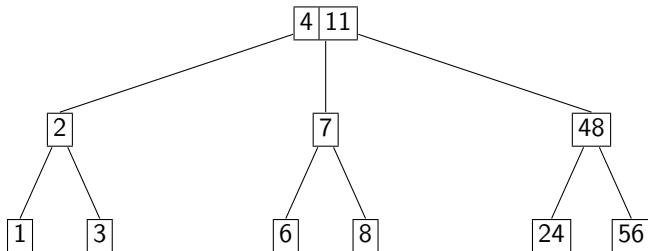
Ekleme Örneği: 56

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



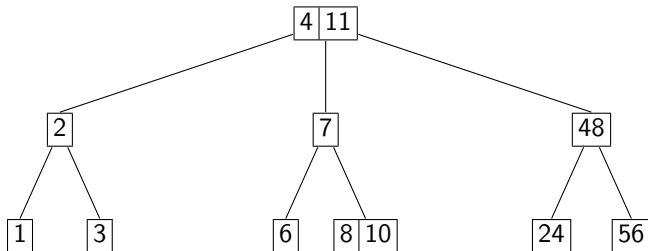
Ekleme Örneği: 56

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



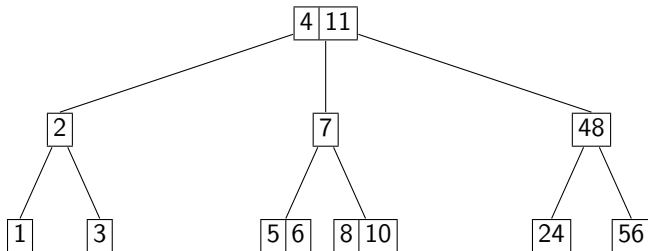
Ekleme Örneği: 10

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



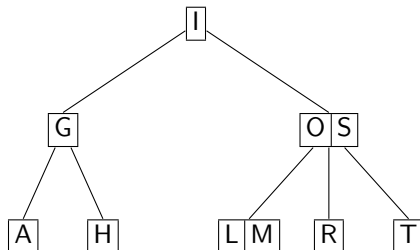
Ekleme Örneği: 5

3, 6, 4, 7, 1, 2, 8, 11, 24, 48, 56, 10, 5 değerlerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyelim.



A L G O R I T H M S kelimesinin harflerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyin.

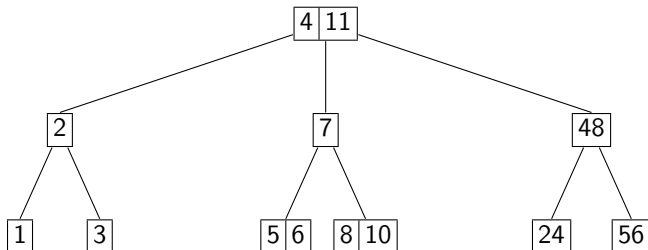
A L G O R I T H M S kelimesinin harflerini sırasıyla 2-3 ağacına ekleyin.



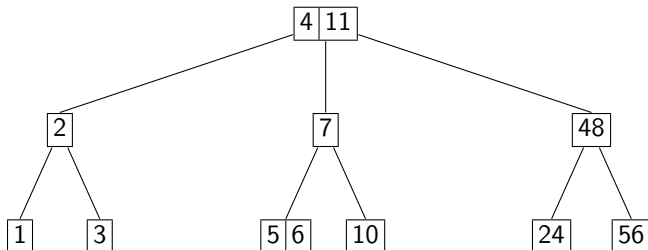
Silinecek değer yaprakta ise doğrudan silinir, aksi halde öncel(predecessor) veya ardıl(successor) elemanı ile yer değiştirip silinir. Silinen düğümlerde hiç eleman kalmaması durumunda iki farklı durum ortaya çıkar

- Eğer kardeş düğümden ödünç alınabilecek bir değer varsa döndürme yapılır. Kardeş düğüm ve ebeveyn bir üçlü oluşturur. Ortadaki değer ebeveyn olur, küçük olan sol, büyük olan sağ çocuğu oluşturur.
- Aksi halde(kardeşten ödünç alınamazsa) ebeveyn ve kardeş birleştirilip bir alt seviyeye indirilir. Bu işlem köke doğru iletilir.

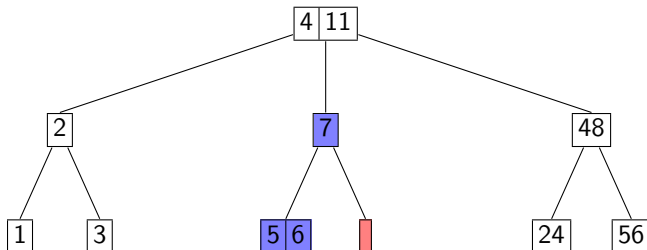
8 değerini silelim.



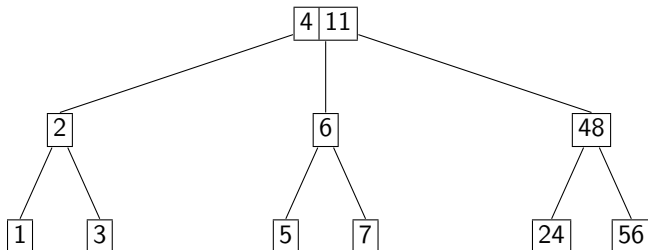
10 değerini silelim.



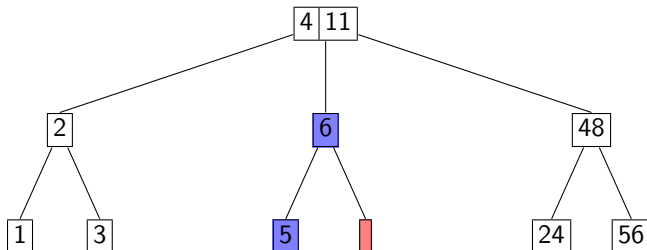
10 değerini silelim. Durum 1: kardeşten ödünç al ve döndür



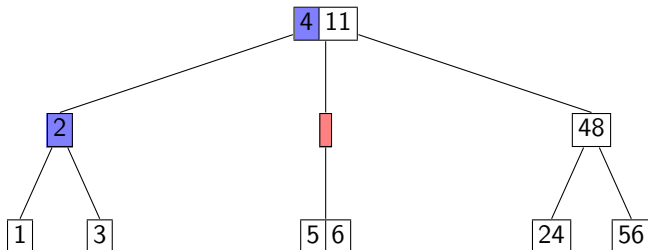
7 değerini silelim.



7 değerini silelim. Durum 2: ebeveyn aşağı inip birleşir

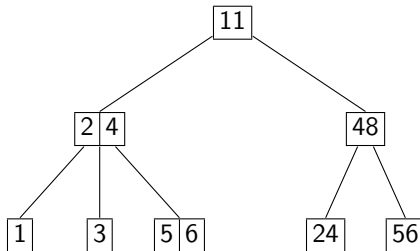


7 değerini silelim. Durum 2

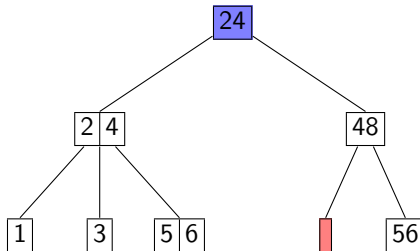


Silme: 11

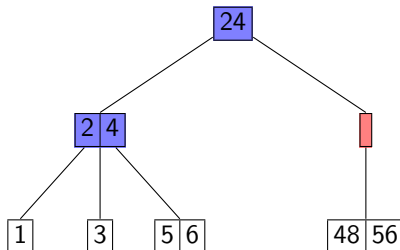
11 değerini silelim.



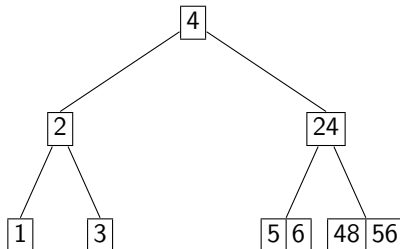
11 değerini silelim. Durum 2



11 değerini silelim. Durum 1



11 değerini silelim.



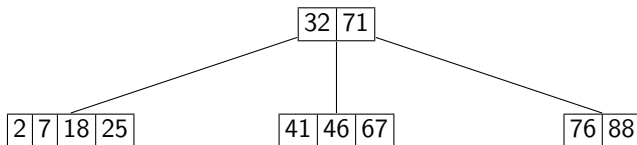
- 2-3 ağaçlarının genel halidir
- Dallanma faktörü(branching factor) değeri vardır(B)
- $B \leq \text{Çocuk sayısı} < 2B$
- $B-1 \leq \text{Düğümdeki eleman sayısı} < 2B-1$
- Düğümdeki elemanlar sıralıdır
- Tüm yapraklar aynı seviyededir
- 2-3 ağacı için B değeri 2'dir

$B=3$ değeri için

- Çocuk sayısı 3,4,5 olabilir(kök düğüm hariç)
- Eleman sayısı 2,3,4 olabilir(kök düğüm hariç)

B=3 değeri için

- Çocuk sayısı 3,4,5 olabilir(kök düğüm hariç)
- Eleman sayısı 2,3,4 olabilir(kök düğüm hariç)



Şekil: B=3 için örnek ağaç

- Ekleme işlemi 2-3 ağaçlarındakine benzer yapılır
- Eleman sayısı en büyük değeri geçerse orta değer bür üste çıkartılır

B-Ağaçları Ekleme: A

A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.

A

B-Ağaçları Ekleme: L

A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.

A	L
---	---

B-Ağaçları Ekleme: G

A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.

A	G	L
---	---	---

B-Ağaçları Ekleme: O

A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.

A	G	L	O
---	---	---	---

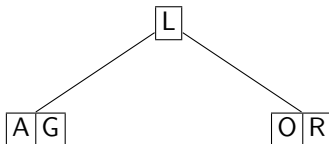
B-Ağaçları Ekleme: R

A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.

A	G	L	O	R
---	---	---	---	---

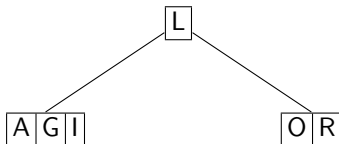
B-Ağaçları Ekleme: R

A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



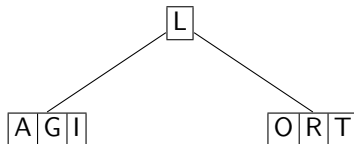
B-Ağaçları Ekleme: I

A, L, G, O, R, İ, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



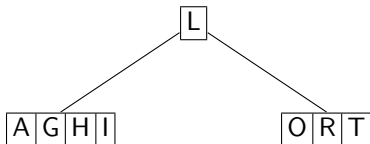
B-Ağaçları Ekleme: T

A, L, G, O, R, İ, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



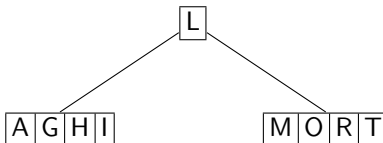
B-Ağaçları Ekleme: H

A, L, G, O, R, İ, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



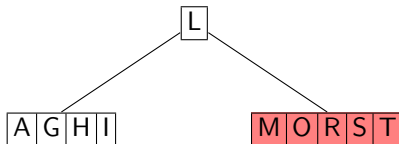
B-Ağaçları Ekleme: M

A, L, G, O, R, İ, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



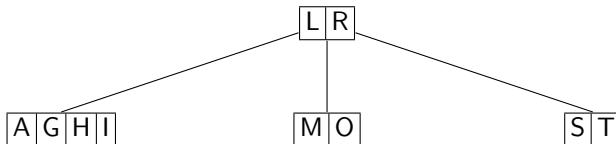
B-Ağaçları Ekleme: S

A, L, G, O, R, İ, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



B-Ağaçları Ekleme: S

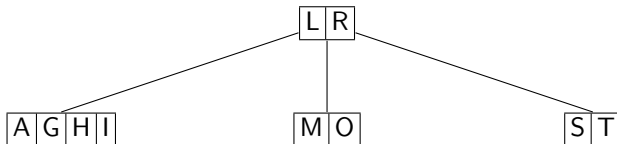
A, L, G, O, R, I, T, H, M, S değerlerini B-Ağacına ekleyelim.



- Silme işlemi 2-3 ağaçlarındaki gibidir
- Ağacı düzenleme(döndürme/birleştirme) en az düğüm sayısının altına düşülürse gerçekleşir

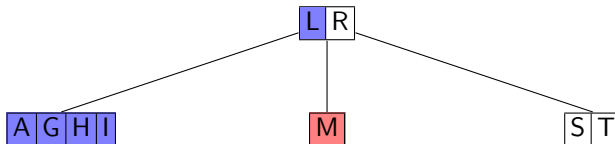
B-Ağaçları Silme: O

O değerini silelim.



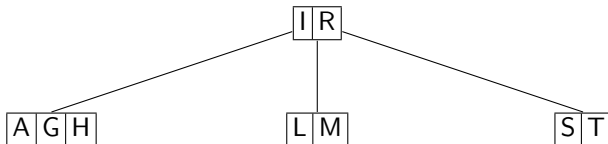
B-Ağaçları Silme: O

O değerini silelim. Durum 1



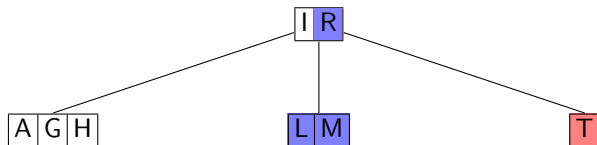
B-Ağaçları Silme: S

S değerini silelim.



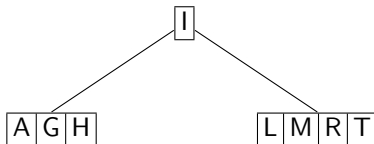
B-Ağaçları Silme: S

S değerini silelim. Durum 2



B-Ağaçları Silme: S

S değerini silelim.



Ağaç İşlemleri Zaman Karmaşıklıkları(En kötü durum)

Tablo: Temel işlemlerin zaman karmaşıklıkları

Data Structure	Search	Insert	Delete
BST	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
AVL	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
B-Tree	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
Heap	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$

- İkili Yığın(Binary Heap) için
<http://www.cs.usfca.edu/galles/visualization/Heap.html>
- 2-3 ağaçları ve B-ağaçları için
<http://www.cs.usfca.edu/galles/visualization/BTree.html>, B=2 için
Max. Degree 3, B=3 için Max. Degree 5 seçilmeli

LITTLE GEEKS

