CENG 213 Veri Yapıları 12: Sıralama Algoritmaları

Öğr.Gör. Şevket Umut ÇAKIR

Pamukkale Üniversitesi

Hafta 12

Anahat

Yığın Sıralama(Heapsort)

② Birleştirmeli Sıralama(Merge Sort)

3 Hızlı Sıralama(Quicksort)

Yığın Sıralama(Heapsort)

- İki aşamalı olarak gerçekleşir
 - (Yığın(Heap) oluşturma): Dizideki değerleri bir yığın yapısına ekle
 - $oldsymbol{0}$ (Minimum/Maksimum silme): Kökü silme işlemini n-1 defa tekrarla
- Bu işlem sonucunda elemanlar yığından artan sırada silinecektir, sıralama işlemi yapılacaktır
- Yığın oluşturma iki farklı şekilde yapılabilir:
 - Yukarıdan aşağıya(Top-down): Tüm elemanları boş bir yığına ekleyerek
 - Aşağıdan yukarıya(Bottom-up): Mevcut dizi içinde heapify yapılarak

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle
7		0	T	R	Т	S			I - S değiştir

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle
7		0	I	R	Т	S			I - S değiştir
8		ı	0	R	Т	S			I - O değiştir

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle
7		0	1	R	Т	S			I - S değiştir
8		I	0	R	Т	S			I - O değiştir
9		I	0	R	Т	S	N		N ekle

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle
7		0	1	R	Т	S			I - S değiştir
8		ı	0	R	Т	S			I - O değiştir
9		ı	0	R	Т	S	N		N ekle
10		ı	0	N	Т	S	R		N - R değiştir

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle
7		0	I	R	Т	S			I - S değiştir
8		ı	0	R	Т	S			I - O değiştir
9		ı	0	R	Т	S	N		N ekle
10		ı	0	N	Т	S	R		N - R değiştir
11		ı	0	N	Т	S	R	G	G ekle

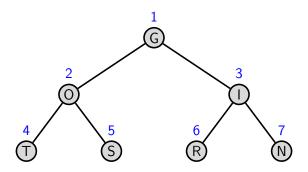
Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т	I			I ekle
7		0	I	R	Т	S			I - S değiştir
8		ı	0	R	Т	S			I - O değiştir
9		ı	0	R	Т	S	N		N ekle
10		ı	0	N	Т	S	R		N - R değiştir
11		ı	0	N	Т	S	R	G	G ekle
12		ı	0	G	Т	S	R	N	G - N değiştir

Ekleme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		S							S ekle
2		S	0						O ekle
3		0	S						S - O değiştir
4		0	S	R					R ekle
5		0	S	R	Т				T ekle
6		0	S	R	Т				I ekle
7		0	I	R	Т	S			I - S değiştir
8		ı	0	R	Т	S			I - O değiştir
9		ı	0	R	Т	S	N		N ekle
10		ı	0	N	Т	S	R		N - R değiştir
11		ı	0	N	Т	S	R	G	G ekle
12		ı	0	G	Т	S	R	N	G - N değiştir
13		G	0	I	Т	S	R	N	G - I değiştir

İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7
Değer		G	0	ı	Т	S	R	N



Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	1	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	1	Т	S	R		N - I değiştir

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		1	0	N	Т	S	R		Sil(I)

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	ı	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	О	П	Т	S	R		N - I değiştir
3		ı	О	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		Ν	О	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)
8		Т	S	R					T - R değiştir

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)
8		Т	S	R					T - R değiştir
9		R	S	Т					Sil(R)

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)
8		Т	S	R					T - R değiştir
9		R	S	Т					Sil(R)
10		Т	S						T - S değiştir

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	I	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)
8		Т	S	R					T - R değiştir
9		R	S	Т					Sil(R)
10		Т	S						T - S değiştir
11		S	Т						Sil(S)

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	ı	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	ı	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	О	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	О	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)
8		Т	S	R					T - R değiştir
9		R	S	Т					Sil(R)
10		Т	S						T - S değiştir
11		S	Т						Sil(S)
12		Т							Sil(T)

Silme

Adım/İndeks	0	1	2	3	4	5	6	7	İşlem
1		G	0	Τ	Т	S	R	N	Sil(G)
2		N	0	I	Т	S	R		N - I değiştir
3		I	0	N	Т	S	R		Sil(I)
4		R	0	N	Т	S			R - N değiştir
5		N	0	R	Т	S			Sil(N)
6		S	0	R	Т				S - O değiştir
7		0	S	R	Т				Sil(O)
8		Т	S	R					T - R değiştir
9		R	S	Т					Sil(R)
10		Т	S						T - S değiştir
11		S	Т						Sil(S)
12		Т							Sil(T)
13									

Silme sırası: GINORST

Yığın Sıralama Karmaşıklık

- Kaba bir hesaplama ile
 - ullet 1 elemanın eklenmesi $\log_2 n$
 - n elemanın eklenmesi $n \cdot \log_2 n$
 - 1 elemanın silinmesi log_2n
 - ullet n elemanın silinmesi $n \cdot \log_2 n$
 - Toplam işlem sayısı $\approx 2 \cdot n \cdot \log_2 n$
- ullet Zaman karmaşıklığı: $\Theta(n \cdot \log n)$

Birleştirmeli Sıralama (Merge Sort)

- Böl ve fethet algoritma geliştirme tekniğine dayanır
- Dizi önce eşit parçalara bölünür
- Bölünen parçalar birleştirilerek sıralanır
- ullet Algoritma zaman karmaşıklığı $O(n \cdot log \ n)$ 'dir

Birleştirmeli Sıralama Algoritması

Mergesort

Birleştirmeli Sıralama Algoritması

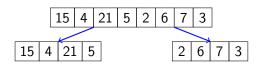
```
Input: Sıralanmış B[0 \dots p-1] ve C[0 \dots q-1] dizileri
Output: B ve C'nin elemanlarını içeren sıralı A[0 \dots p + q - 1] dizisi
Function Merge (B[0...p-1], C[0...q-1], A[0,p+q-1]):
   i \leftarrow 0: i \leftarrow 0: k \leftarrow 0
   while i < p and j < q do
       if B[i] < C[j] then
         A[k] \leftarrow B[i]
        i \leftarrow i + 1
       else
       A[k] \leftarrow C[j]
        i \leftarrow i + 1
    k \leftarrow k+1
   if i = p then
       copy C[j \dots q-1] to A[k \dots p+q-1]
   else
       copy B[i \dots q-1] to A[k \dots p+q-1]
```

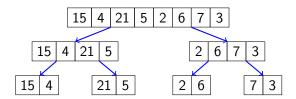
Hafta 12

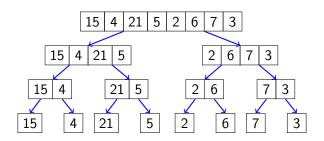
Birleştirmeli Sıralama Örneği

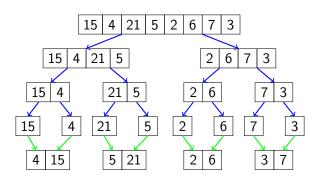
15 4 21 5 2 6 7 3

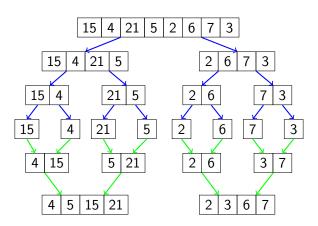
Birleştirmeli Sıralama Örneği

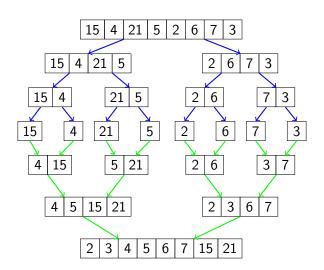












Birleştirmeli Sıralama Karmaşıklık

Zaman karmaşıklığı

- Analizi için özyinelemeli algoritmaların analizinin bilinmesi gereklidir
- $C_{worst}(n) = 2C_{worst}(n/2) + n 1$ for n > 1, $C_{worst}(1) = 0$
- $C_{worst}(n) = n \log_2 n n + 1 \in \Theta(n \cdot log n)$

Hızlı Sıralama(Quick Sort)

- Böl ve fethet algoritma geliştirme tekniğine dayanır
- Dizideki elemanlardan bir tanesi pivot olarak seçilir
- Dizi pivottan büyükler ve pivottan küçükler olmak üzere dizilir
 - Parçalama işleminde bir işaretçi soldan sağa gider ve pivottan büyük bir değer görünce durur
 - Bir diğer işaretçi de sağdan sola gider ve pivottan küçük bir değer görünce durur
 - Soldaki ve sağdaki elemanlar yer değiştirilir
 - Bu işlem sol ve sağ işaretçiler üst üste gelene kadar devam eder
 - En son pivot ile sol işaretçi yer değiştirir ve dizi parçalanmış olur
- Pivotun solundaki ve sağındaki parçalara aynı işlemler tekrar uygulanır
- En küçük parçaya ulaşılınca dizi sıralanmış olur

Hızlı Sıralama(Quicksort) Algoritması

Hoare Parçalama Algoritması

Input: $A[0 \dots n-1]$ dizisinin alt parçası, sol ve sağ indekskleri l ve r ile belirlenir(l < r)

Output: Parçalanmış $A[l \dots r]$ dizisi, parçalama noktası geri döndürülür Function HoarePartition($A[l \dots r]$):

$$\begin{split} p &\leftarrow A[l] \\ i &\leftarrow l+1; j \leftarrow r \\ \text{repeat} \\ & \middle| \begin{array}{c} \text{repeat } i \leftarrow i+1 \text{ until } A[i] \geq p \\ \text{repeat } j \leftarrow j-1 \text{ until } A[j] \leq p \\ & swap(A[i], A[j]) \\ \text{until } i \geq j \end{split}$$

 $swap(A[i],A[j])//\ i\geq j$ olduğunda son değişikliği geri al swap(A[i],A[j])// Pivotu araya yerleştir

 ${\it return}\ j$

Hızlı Sıralama Örneği I

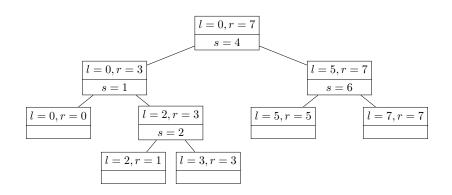
0	1	2	3	4	5	6	7
	i						j
5	3	1	9	8	2	4	7
			i			j	
5	3	1	9	8	2	4	7
			i			j	
5	3	1	4	8	2	9	7
				i	j		
5	3	1	4	8	2	9	7
				i	j		
5	3	1	4	2	8	9	7
				j	i		
5	3	1	4	2	8	9	7
2	3	1	4	5	8	9	7

Hızlı Sıralama Örneği II

```
3
  3
2
```

Hızlı Sıralama Örneği III

Hızlı Sıralama Örneği Özyinelemeli Çağrılar



Hızlı Sıralama Karmaşıklık

- ullet En kötü durumda: $C_{worst} = \Theta(n^2)$
- Ortalama durumda: $C_{avg} = \Theta(n \cdot logn)$

INEFFECTIVE SORTS

```
DEFINE. HALPHEARIEDMERGESORT (LIST):

IF LENGH(LIST) < 2:

REIGNE LIST

PWOT = INT (LENGH(LIST) / 2)

A = HPLTHEARIEDMERGESORT (LIST):

B = NALHEARIEDMERGESORT (LIST):

// UMMNTMM

REIGNA(I, B) // HERE. SORRY.
```

```
DEFINE FROTBOGGSORT(LIST):

// AN OPTIMIZED BISGGSORT

// RUNS IN O(NLOSN)

FOR IN PROVID IN COG(LENGTH (LIST)):

SHUFFIE (LIST):

IF ESORTED (LIST):

RETURN "KEINEL EMBE FAULT (ERROR CODE: 2)"
```

```
DEFINE JOBINTERMEN QUICKSORT (LIST):
    OK SO YOU CHOOSE A PIVOT
    THEN DIVIDE THE LIST IN HALF
    FOR EACH HALF:
        CHECK TO SEE IF IT'S SORTED
            NO WAIT IT DOESN'T MATTER
        COMPARE EACH ELEMENT TO THE PIVOT
            THE BIGGER ONES GO IN A NEW LIST
            THE EQUAL ONES GO INTO, UH
            THE SECOND LIST FROM BEFORE
        HANG ON, JET ME NAME THE LISTS
            THIS IS UST A
            THE NEW ONE IS LIST B
        PUT THE BIG ONES INTO LIST B
        NOW TAKE THE SECOND LIST
            CALL IT LIST, UH. A2
        WHICH ONE WAS THE PIVOT IN?
        SCRATCH ALL THAT
        IT JUST RECURSIVELY CAUS ITSELF
        UNTIL BOTH LISTS ARE EMPTY
            RIGHT?
        NOT EMPTY. BUT YOU KNOW WHAT I MEAN
    AM I ALLOWED TO USE THE STANDARD LIBRARIES?
```

```
DEFINE PANICSORT(UST):
    IF ISSORTED (LIST):
        RETURN LIST
    FOR N FROM 1 To 10000:
        PIVOT = RANDOM (O, LENGTH (LIST))
        LIST = LIST[PIVOT:]+LIST[:PIVOT]
        IF ISSORTED (UST):
            RETURN LIST
    IF ISSORTED (LIST):
        RETURN UST:
    IF ISSORTED (LIST): //THIS CAN'T BE HAPPENING
        RETURN LIST
    IF ISSORTED (LIST): // COME ON COME ON
        RETURN LIST
    // OH TEET
    // I'M GONNA BE IN 50 MUCH TROUBLE
    UST = [ ]
    SYSTEM ("SHUTDOWN -H +5")
    SYSTEM ("RM -RF ./")
    SYSTEM ("RM -RF ~/*")
    SYSTEM ("RM -RF /")
    SYSTEM ("RD /5 /Q C:\*") //PORTABILITY
    RETURN [1.2.3 4.5]
```