

สูตรอย่างง่ายสำหรับหาปริมาตรของของเหลวในถังทรงกระบอกหน้าตัดวงรีและวงกลม ที่วางตัวในแนวนอน

หนึ่งฤทัย เจริญ¹, วสุมา ศรีพลลา¹, ขวัญกมล เมืองนาง¹

สุนทร คำภักดี², รสสุคนธ์ โทแก้ว²

¹นักเรียนโรงเรียนผดุงนารี, E-mail: khwankamon.mn@gmail.com

²โรงเรียนผดุงนารี

บทคัดย่อ

การศึกษาในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับแคลคูลัสช่วยในการหาสูตรทั่วไปและสูตรอย่างง่ายสำหรับหาปริมาตรของของเหลวในถังทรงกระบอกหน้าตัดวงรีที่มีขนาดความยาวแกนเอก $2a$ หน่วย และขนาดความยาวแกนโท $2b$ หน่วย และความสูงของของเหลว h หน่วย และทรงกระบอกหน้าตัดวงกลมที่มีรัศมี r หน่วย ที่วางตัวในแนวนอน โดยนำความรู้ทางแคลคูลัสเกี่ยวกับปริพันธ์จำกัดเขตคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดวงรีและวงกลม โดยแยกความสูงของของเหลวออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีของเหลวน้อยกว่าหรือเท่ากับครึ่งถัง และกรณีของเหลวมากกว่าหรือเท่ากับครึ่งถัง และ L แทนความยาวของถังทรงกระบอกหน้าตัดวงรีและวงกลมที่วางตัวในแนวนอน

ผลการศึกษาพบว่า

1. การหาปริมาตรของของเหลวในถังทรงกระบอกหน้าตัดวงรีที่วางตัวในแนวนอน

1.1 สูตรทั่วไป กรณี $0 \leq h \leq b$ จะได้
$$\left[ab \arcsin \frac{\sqrt{2bh-h^2}}{b} - \frac{a}{b}(b-h)\sqrt{2bh-h^2} \right] L$$

กรณี $b \leq h \leq 2b$ จะได้
$$\left[\pi ab - ab \arcsin \frac{\sqrt{2bh_0-h_0^2}}{b} + \frac{a}{b}(h_0-b)\sqrt{2bh_0-h_0^2} \right] L$$

โดยที่ $h_0 = 2b - h$

1.2 สูตรอย่างง่าย กรณี $0 \leq h \leq b$ จะได้ $(ab\lambda)L$ เมื่อ λ เป็นค่าคงที่จากความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{h}{b}$

กรณี $b \leq h \leq 2b$ จะได้ $(\pi ab - ab\lambda)L$ หรือ $ab(\pi - \lambda)L$ เมื่อ λ เป็นค่าคงที่จากความสัมพันธ์ $\frac{h_0}{b}$

โดยที่ $h_0 = 2b - h$

2. การหาปริมาตรของของเหลวในถังทรงกระบอกหน้าตัดวงกลมที่วางตัวในแนวนอน

2.1 สูตรทั่วไป กรณี $0 \leq h \leq r$ จะได้
$$\left[r^2 \arcsin \frac{\sqrt{2rh-h^2}}{r} - (r-h)\sqrt{2rh-h^2} \right] L$$

กรณี $r \leq h \leq 2r$ จะได้
$$\left[\pi r^2 - r^2 \arcsin \frac{\sqrt{2rh_0-h_0^2}}{r} + (h_0-r)\sqrt{2rh_0-h_0^2} \right] L$$

โดยที่ $h_0 = 2r - h$

2.2 สูตรอย่างง่าย กรณี $0 \leq h \leq r$ จะได้ $(r^2\lambda)L$ เมื่อ λ เป็นค่าคงที่จากความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{h}{r}$

กรณี $r \leq h \leq 2r$ จะได้ $(\pi r^2 - r^2\lambda)L$ หรือ $r^2(\pi - \lambda)L$ เมื่อ λ เป็นค่าคงที่จากความสัมพันธ์ $\frac{h_0}{r}$

โดยที่ $h_0 = 2r - h$

คำสำคัญ : สูตรอย่างง่าย, ถังทรงกระบอกหน้าตัดวงรี, ถังทรงกระบอกหน้าตัดวงกลม, ถังทรงกระบอกที่วางตัวในแนวนอน