

สูตรของจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ในรูป $(a + ai)^n$ และ $(a - ai)^n$

ภาณุรุจ จันทอร¹, พรหมพิริยา ตาลประดิษฐ์¹, อลิสา ชัยอุโคตร¹

ประยงค์ ศรีโทมี²

¹นักเรียนโรงเรียนอนุกุลนารี, E-mail: std48723@anukoolnaree.ac.th

²โรงเรียนอนุกุลนารี

บทคัดย่อ

โครงงานคณิตศาสตร์ เรื่อง สูตรของจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ในรูป $(a + ai)^n$ และ $(a - ai)^n$ มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างสูตรในการหาค่าของจำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ในรูป $(a + ai)^n$ และ $(a - ai)^n$ โดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน มาประยุกต์ใช้ในการทำโครงงาน

โดยมีขั้นตอนการพิจารณาหาสูตร $(a + ai)^n$ คือ 1) พิจารณาการหาค่าจำนวนเชิงซ้อน $(1 + i)^2, (2 + 2i)^2, (3 + 3i)^2, \dots$ 2) พิจารณาการหาค่าจำนวนเชิงซ้อน $(1 + i)^2, (1 + i)^3, (1 + i)^4, \dots$ 3) สังเกตและพิจารณาหาสูตร $(a + ai)^n$ และ 4) พิสูจน์สูตรโดยใช้หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ได้ผลสรุป ดังนี้
ให้ $a + ai$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ a เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$(a + ai)^n = \begin{cases} (2a^2i)^{\frac{n}{2}} & ; n \in \{2,4,6,\dots\} \\ (2a^2i)^{\frac{n-1}{2}}(a + ai) & ; n \in \{3,5,7,\dots\} \end{cases}$$

และมีขั้นตอนการพิจารณาหาสูตร $(a - ai)^n$ คือ 1) พิจารณาการหาค่าจำนวนเชิงซ้อน $(1 - i)^2, (2 - 2i)^2, (3 - 3i)^2, \dots$ 2) พิจารณาการหาค่าจำนวนเชิงซ้อน $(1 - i)^2, (1 - i)^3, (1 - i)^4, \dots$ 3) สังเกตและพิจารณาหาสูตร $(a - ai)^n$ และ 4) พิสูจน์สูตรโดยใช้หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ได้ผลสรุป ดังนี้
ให้ $a - ai$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ a เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$(a - ai)^n = \begin{cases} (-2a^2i)^{\frac{n}{2}} & ; n \in \{2,4,6,\dots\} \\ (-2a^2i)^{\frac{n-1}{2}}(a - ai) & ; n \in \{3,5,7,\dots\} \end{cases}$$

คำสำคัญ : จำนวนเชิงซ้อน