

計算物理学 IV レポート課題 1

時長隆乃介 202210807

課題 1

(1) ソースコード `src1.py` に基づいてプロットすると Figure 1 のようになる。

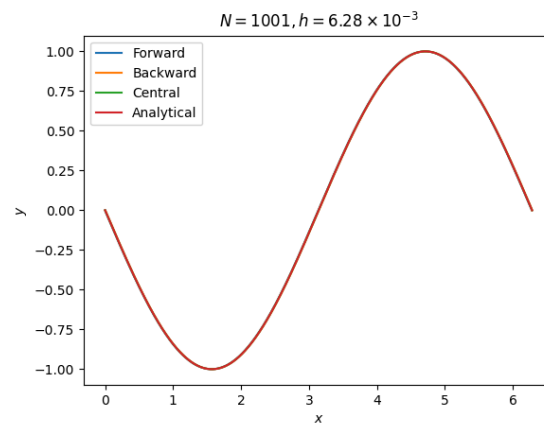


Figure 1: $\cos x$ の様々な有限差分法での微分比較

これらの誤差のみを比較すると、Figure 2 のようになる。

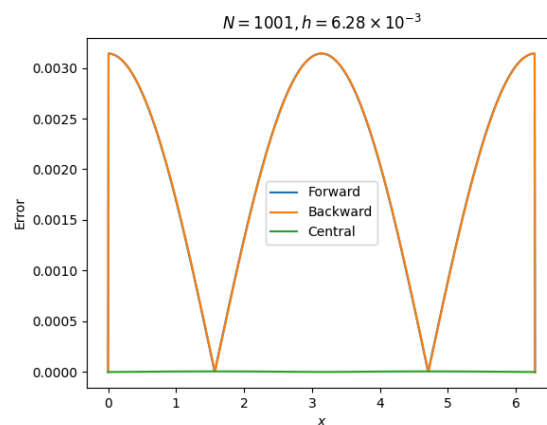


Figure 2: 誤差の比較

(2) 次に、ソースコード `src2.py` に基づいて厳密解と数値解の差をグリッド幅 h の関数としてプロットすると Figure 3 のようになる。

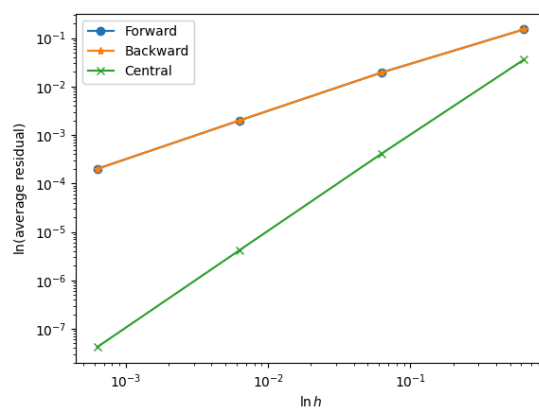


Figure 3: 厳密解と数値解の差

このプログラムを用いて、平均残差が 10^{-6} 以下になるときの Δx を見積もると Table 1 のようになる。

手法	Δx	$\log_{10}(\Delta x)$
前方差分	2.422×10^{-6}	-5.616
後方差分	2.422×10^{-6}	-5.616
中央差分	3.075×10^{-3}	-2.512

Table 1: 平均残差が 10^{-6} となる Δx の見積もり

課題 2

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial f'(x)}{\partial x}$$

$f'(x)$ に対する中央差分を用いて

$$\frac{\partial f'(x)}{\partial x} = \frac{f'(x+h) - f'(x-h)}{2h}$$

$f'(x+h)$ に対して前方差分、 $f'(x-h)$ に対して後方差分を用いると

$$\frac{f'(x+h) - f'(x-h)}{2h} = \frac{\{f(x+2h) - f(x)\}/2h - \{f(x) - f(x-2h)\}/2h}{2h}$$

$2h$ を h として置きなおすと

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

課題 3