

RC-krets

Introduksjon

Jeg skal med denne lille rapporten prøve å finne ut av hvordan spenningen over en kondensator oppfører seg. Hvordan lades kondensatoren opp når den er koblet i serie med en spenningskilde og en motstand? Den teoretiske modellen er tydelig på hva som burde skje, men hvordan kan jeg vite om den stemmer uten å ha prøvd? Jeg har lyst å få bruk for multimeteret mitt på et eller annet tidspunkt, dette føltes passende.

Formålet med eksperimentet er så enkelt som å koble sammen en RC-krets og måle spenningen over en kondensator som lades opp. Så sammenliknes dette med den matematiske modellen for spenningen som er gitt ved en differensiallikning. Hvis jeg plotter det sammen og ser at det stemmer ganske godt, må nok modellen også stemme ganske godt.

Teori

Vi¹ har komponentene våre

- et batteri som fungerer som spenningskilde med spenning V
- en motstand med motstand R
- en kondensator med kapasitansen C
- brødbrett og ledninger til å koble alt sammen

der

- $V = 9V$
- $R = 100k\Omega$
- $C = 100\mu F$

Vi bruker også t , for tid, i sekunder.

¹ Jeg skriver kanskje 'vi', men det er nå bare meg.

Matematisk modell

Siden batteriet er koblet i serie med motstanden og kondensatoren, vil den totale spenningen

$$V = v_R + v(t)$$

Der v_R er spenningen over batteriet, og $v(t)$ er spenningen over kondensatoren.

Videre fra Ohms lov har vi

$$v_R = R * i(t)$$

og uttrykket for strømmen gjennom kretsen $i(t)$ som følge av kondensatoren

$$i(t) = C * \frac{d}{dt}v(t)$$

Vi kan kombinere dette

$$V = v_R + v(t)$$

$$V = R * i(t) + v(t)$$

$$V = R * C * \frac{d}{dt}v(t) + v(t)$$

$$\frac{d}{dt}v(t) + \frac{1}{RC}v(t) = \frac{V}{RC}$$

Dette er en differensiallikning som vi kan løse. Utrykket for $v(t)$ blir

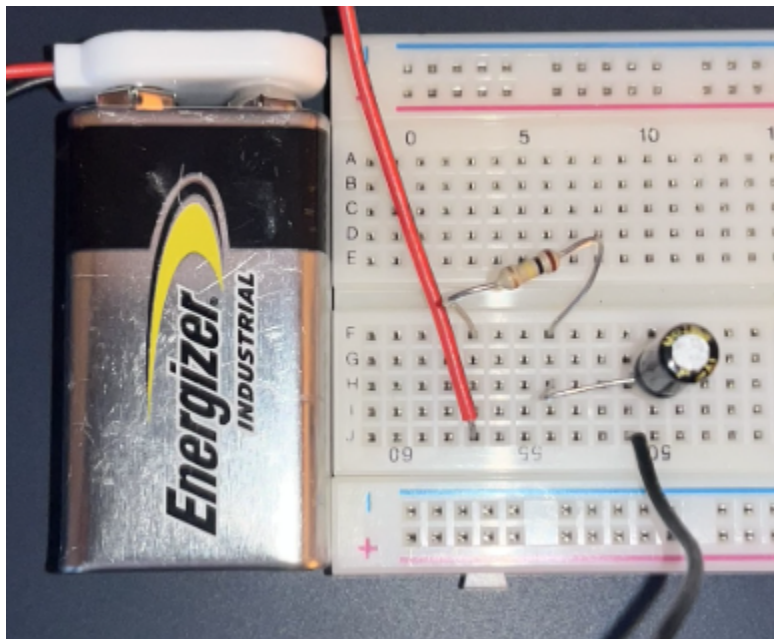
$$v(t) = V + c_1 * e^{-\frac{1}{RC}t}$$

Med initialverdien $v(0) = 0$ får vi

$$v(t) = V * (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

Altså er spenningen over kondensatoren et uttrykk med de kjente verdiene for spenningskilden, motstand og kapasitans, som vi kan plote over tiden t .

Fysisk krets og målinger



Jeg kobler komponentene i serie slik som i bildet, og måler spenningen over kondensatoren med et multimeter. Batteriet kobles til i $t = 0$. Jeg filmer skjermen på multimeteret, og leser av verdiene fra videoene hvert sekund. Dette gir denne tabellen.

t [s]	v [V]	t [s]	v [V]	t [s]	v [V]
0	0	10	6.20	20	8.27
1	1.12	11	6.36	21	8.35
2	2.37	12	6.60	22	8.41
3	3.17	13	6.82	23	8.50
4	3.68	14	7.02	24	8.56
5	4.13	15	7.31	25	8.65
6	4.69	16	7.57	26	8.79
7	5.07	17	7.80	27	8.80
8	5.52	18	7.99	28	8.82
9	5.83	19	8.16	29	8.86

Resultater

Vi ønsker å sammenlikne vårt teoretiske uttrykk for $v(t)$ gitt tiden med målingene vi har gjort. Vi kan legge inn alle målte verdier for v i en liste, og lage en liste fra $t = 0$ til $t = 29$ på denne måten.

```
t_målinger = [n for n in range(30)]
v_målinger = [0, 1.12, 2.37, 3.17, 3.68, 4.13,
```

Det teoretiske uttrykket for $v(t) = V * (1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ kan vi enkelt regne ut ved de to linjene

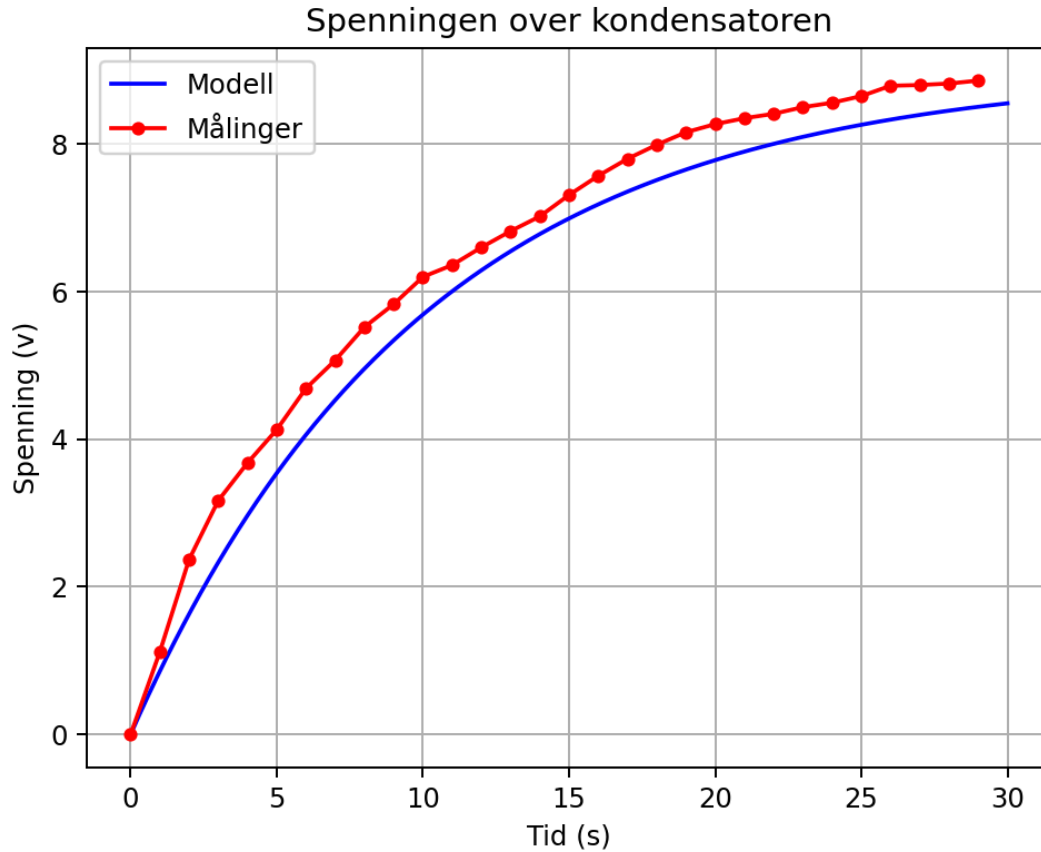
```
t_teori = np.linspace(0, 30, 1000) # Tid i sekunder
v_teori = V * (1 - np.e**(-t_teori / (R*C)))
```

gitt at numpy er importert.

Med matplotlib kan vi plotte disse to sammen slik.

```
plt.plot(t_teori, v_teori, color='blue', label="Modell")
plt.plot(t_målinger, v_målinger, marker='o', markersize=4, color='red', label="Målinger")
```

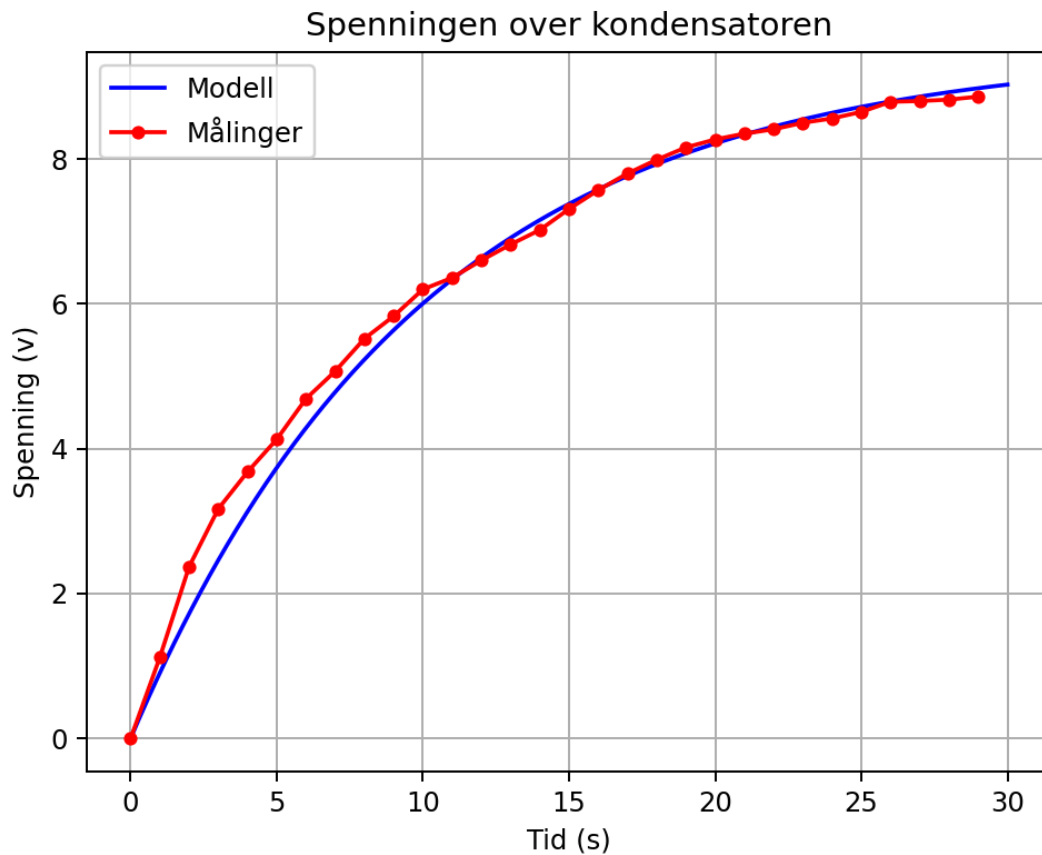
Noe som gir



Sammenlikner vi de to kurvene ser vi at de stemmer ganske godt overens. De fysiske målingene følger en eksponensiell kurve av noe slag. Likevel er det en forskjell mellom de to, det ser ut til at kurven for målingene øker mot en verdi høyere enn 9V. Av nysgjerrighet målte jeg spenningen over batteriet, og fant at den var nærmere 9.5V.

Plotter vi kurven for modellen $v(t) = V * (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ med denne verdien $V = 9.5V$ i stedet, ser vi at de ligner enda litt mer. Dette ble alle sammen² fornøyd med.

² Nei da, fortsatt bare meg.



Konklusjon

Likheten i plottene sier noe om at modellen stemte ganske godt. Man kan fortsatt se at verdiene på målingene går litt over og under modellen innimellom, dette kan være flere grunner til, blant annet usikkerhet i måleverktøyet. Men mest sannsynlig kommer det av de faktiske målingene som ble tatt. Dette er tydelig spesielt for de lavere verdiene av t , hvor spenningen øker mye raskere, og kravet for å få tidsnøyaktige målinger er viktigere.

Å filme et multimeter å lese av verdier avhengig av hvor lang tid video hadde avspilt var nok ikke den beste løsningen. Det gjorde at tidsforskjellen mellom målingene ikke alltid ble akkurat 1s, selv om gjennomsnittsforskjellen ble det. Kanskje burde jeg heller tatt et bilde automatisk hvert sekund, slik at det hadde blitt mer konsistent.

Likevel synes jeg resultatet ble som jeg forventet. Det ser ut som at det jeg trodde om spenningen over en kondensator stemte ganske godt. Dette sier kanskje mest om at det norske systemet for høyere utdanning har fungert ganske greit til nå. Jeg har jo egentlig ikke funnet ut av så mye selv. Nå går jeg tilbake til å lære om Taylorrekker.