

امیرحسین رحیمی - تدریس سری ششم هوش مصنوعی - ۹۸۱۳۰۱۳

① الف)

$$P(C, A, E, R) = P(C|A) P(A|E, R) P(E) P(R)$$

$$P(C=t, A=t, E=t, R=t) = P(C=t|A=t) \rightarrow 0.7$$

$$\times P(A=t|E=t \wedge R=t) \rightarrow 1$$

$$\times P(E=t) \rightarrow 0.1$$

$$\times P(R=t) \rightarrow 0.25$$

$$= 0.7 \times 1 \times 0.1 \times 0.25 = 0.0175$$

وقت کسیر به دلیل وطنی بودن Alarm ، CPT آن به صورت زیر فرض شود

$$P(A=t|E=t \wedge R=t)$$

E	R	A	
		t	f
t	t	1	0
t	f	1	0
f	f	0	1
f	t	1	0

$$P(C=f, A=t, E=f, R=t) = P(C=f|A=t) \rightarrow 0.3$$

$$\times P(A=t|E=f, R=t) \rightarrow 1$$

$$\times P(E=f) \rightarrow 0.9$$

$$\times P(R=t) \rightarrow 0.25$$

$$= 0.9 \times 0.3 \times 1 \times 0.25 = 0.0675$$

We apply marginalization

ب)

$$P(C, A, R) = \sum_e P(C, A, R, e)$$

$$= P(R) P(C|A) \sum_e P(A|e, R) P(e)$$

$$P(C=T, A=T, R=T) = P(R=T) \times P(C=T|A=T)$$

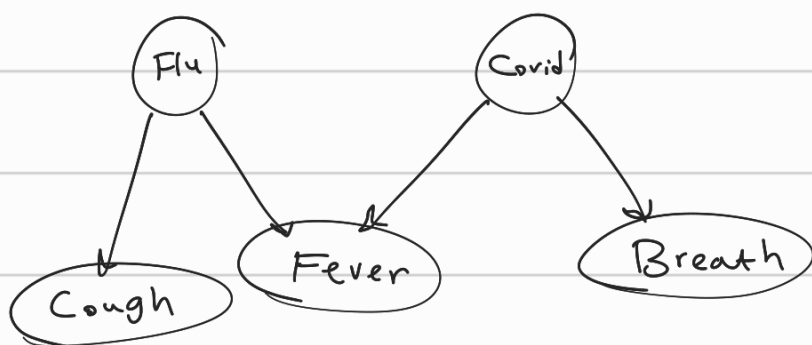
$$\times \left[P(A=T|E=T, R=T) P(E=T) + P(A=T|E=F, R=T) P(E=F) \right]$$

$$= 0.25 \times 0.7 \times (1 \times 0.1 + 1 \times 0.9)$$

$$= 0.175$$

۲) متغیرهای تصادفی وابسته ی Flu, Covid, Fever, Cough, Breath

در نظر بگیرید. گراف زیر را دارید:



$$P(\text{Cough, Fever, Flu, Breath, Covid})$$

$$= P(\text{Flu}) P(\text{Covid}) P(\text{Breath} | \text{Covid}) P(\text{Cough} | \text{Flu}) \\ \times P(\text{Fever} | \text{Covid, Flu})$$

۳) اگر متغیر بین این دو متغیر $D \leftarrow C \rightarrow E$ است. متغیر triple

از نوع common cause دارد و چون این triple فعال است پس D و E را

نی توان تضمین کرد که مستقل به شرط A هستند. $E \not\perp\!\!\!\perp D | A$

با به درجانی حذف غریب کند $P(C|A, D) = P(C|D)$

$$P(C|A, D) \stackrel{\text{Bayes Thm}}{=} \frac{P(A, D|C) P(C)}{P(A, D)} \stackrel{A \perp\!\!\!\perp D | C}{=} \frac{P(A|C) P(D|C) P(C)}{P(A, D)}$$

$$P(C|D) = \frac{P(D|C) P(C)}{P(D)}$$

از طوی

پس $P(A|C) = P(A|D)$ که دوباره به عبارتی!

ج) تنها مسیر $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow H$ پس A, H به که شامل \rightarrow triple
 به و $A \rightarrow C \rightarrow E$ غیرفعال است. (به دلیل رخداد C) پس مسیر غیرفعال است
 و A و H به شرط C مستند.

(۴) برای مدل سازی از Multinomial Document Model استفاده می کنیم.
 اگر $x = \langle x_1, \dots, x_v \rangle$ بردار feature های D باشد داریم:

$$P(C|x) \propto P(x|C) P(C)$$

که C متغیر تصادفی کلاس است. از طوی به دلیل توزیع Multinomial بردار x
 به شرط C خواص دارد:

$$P(x|C) = \frac{(\sum x_i)!}{x_1! \dots x_v!} \prod_{i=1}^v P(w_i|C)^{x_i} \propto \prod_{i=1}^v P(w_i|C)^{x_i}$$

که $P(w_i|C)$ احتمال رخداد کلمه w_i در کلاس C باشد. پس

$$P(C|x) \propto P(C) \prod_{i=1}^v P(w_i|C)^{x_i}$$

به روش Laplace Smoothing مقادیر $P(w_i|C)$ را تخمین می زنیم

$$\hat{P}(w_i|C_k) = \frac{n_k(w_i) + 1}{\sum_{s=1}^v n_k(w_s) + V}$$

که V اندازه vocabulary و $n_k(w_i)$ برابر تعداد تکرار w_i در کلاس k است.

W_i	C_{spam}	C_{ham}
میلارد	$\frac{1+1}{1+10} = \frac{1}{9}$	$\frac{0+1}{7+10} = \frac{1}{17}$
فوری	$\frac{3+1}{1+10} = \frac{2}{9}$	$\frac{0+1}{7+10} = \frac{1}{17}$
فرست	$\frac{1+1}{1+10} = \frac{1}{9}$	$\frac{0+1}{7+10} = \frac{1}{17}$
برنده	$\frac{2+1}{1+10} = \frac{1}{9}$	$\frac{0+1}{7+10} = \frac{1}{17}$
تصفیه	$\frac{1+1}{1+10} = \frac{1}{9}$	$\frac{0+1}{7+10} = \frac{1}{17}$
جلسه	$\frac{0+1}{1+10} = \frac{1}{11}$	$\frac{2+1}{7+10} = \frac{3}{17}$
تنظیم	$\frac{0+1}{1+10} = \frac{1}{11}$	$\frac{1+1}{7+10} = \frac{2}{17}$
فردا	$\frac{0+1}{1+10} = \frac{1}{11}$	$\frac{2+1}{7+10} = \frac{3}{17}$
حذر	$\frac{0+1}{1+10} = \frac{1}{11}$	$\frac{1+1}{7+10} = \frac{2}{17}$
آموزش	$\frac{0+1}{1+10} = \frac{1}{11}$	$\frac{0+1}{7+10} = \frac{1}{17}$

$$P(spam) = P(ham) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(spam | X)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{18} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{9}$$

\swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow
 $P(spam)$ میلارد آموزش برنده تصفیه

$$P(ham | X)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17}$$

\swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow
 $P(ham)$ جلسه آموزش برنده تصفیه

نتیجه

$$P(ham | X) \ll P(spam | X)$$

spam class داده است.