تمرین پنجم هوش مصنوعی

امیرحسین رجبی (۹۸۱۳۰۱۳)

۶ خرداد ۱۴۰۱

سوال اول

در روش model-checking همه مدل‌ها بررسی می‌شوند و آنهایی که KB در آنها برقرار است پاسخ مسئله است. اگر نمادهای P_r، P_b و P_g به ترتیب به معنی وجود راه آزادی پشت در مربوطه باشند، ۸ مقدار دهی ممکن وجود دارد که از این میان تنها ۳ مقدار دهی که در آنها فقط یک نماد درست است ممکن است. (به دلیل وجود گزاره $(P_r \wedge \neg P_b \wedge \neg P_g) \vee (\neg P_r \wedge P_b \wedge \neg P_g) \vee (\neg P_r \wedge \neg P_b \wedge P_g)$ در پایگاه دانش) اکنون سه حالت را بررسی می‌کنیم.

آ) $P_r \equiv True$: این حالت ممکن نیست زیرا دستور هر سه در درست خواهند بود.

ب) $P_g \equiv True$: این حالت ممکن است چرا که دستور در سبز و آبی درست بوده و دستور در قرمز نادرست است.

ج) $P_b \equiv True$ این حالت ممکن نیست چرا که دستور هر سه در نادرست خواهند بود.

پس راه آزادی پشت در سبز است. (دقت کنید دستور درها را به منطق گزاره‌ای ترجمه نکردیم ولی مانند شرط اول انجام می‌شود.)

سوال دوم

ابتدا همه جملات KB را به فرم نرمال عطفی [1] تبدیل می‌کنیم. خواهیم داشت:

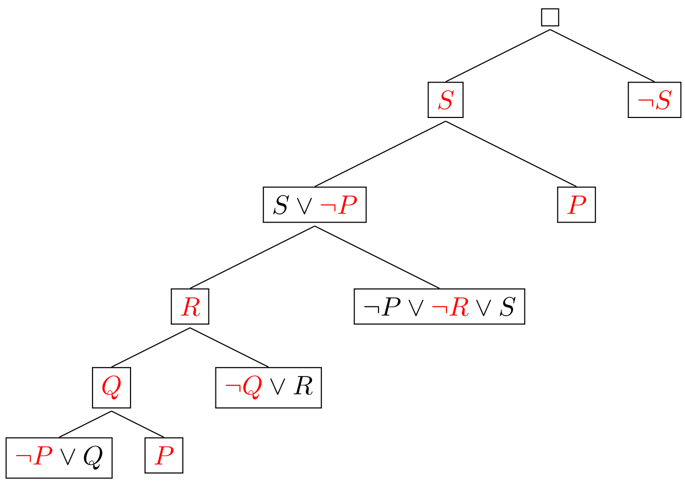
$$V \Rightarrow W \equiv \neg V \vee W$$
$$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$
$$S \Rightarrow (U \vee T) \equiv \neg S \vee U \vee T$$
$$(P \wedge R) \Rightarrow S \equiv \neg P \vee \neg R \vee S$$

اکنون سعی می‌کنیم به کمک قواعد resolution نشان دهیم $KB \models S$ یا معادلا با فرض $KB \wedge \neg S$ به تناقض برسیم. پس جملات زیر را داریم:

$$\boxed{P}\ \boxed{V \vee T}\ \boxed{\neg P \vee U}\ \boxed{R \vee \neg Q}\ \boxed{\neg V \vee W}\ \boxed{\neg P \vee Q}\ \boxed{\neg S \vee U \vee T}\ \boxed{\neg P \vee \neg R \vee S}\ \boxed{\neg S}$$

درخت زیر نحوه استدلال از جملات بالا را از برگ‌ها به سمت ریشه درخت نشان می‌دهد. با توجه به درخت به جمله تهی رسیده‌ایم و در نتیجه فرض خلف باطل بوده و S با فرض برقراری KB درست است پس $KB \models S$.

[1] Conjunctive Normal Form (CNF)



سوال سوم

ابتدا همه جملات KB را به فرم نرمال عطفی تبدیل می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$A \iff (B \vee E) \equiv \Big(A \implies (B \vee E)\Big) \wedge \Big(A \impliedby (B \vee E)\Big) \equiv (\neg A \vee \overset{S_1^1}{B} \vee E) \wedge (A \overset{S_1^2}{\vee} \neg B) \wedge (A \overset{S_1^3}{\vee} \neg E) \qquad (S_1)$$

$$E \implies D \equiv \neg E \vee D \qquad (S_2)$$

$$C \wedge F \implies \neg B \equiv \neg C \vee \neg F \vee \neg B \qquad (S_3)$$

$$E \implies B \equiv \neg E \vee B \qquad (S_4)$$

$$B \implies F \equiv \neg B \vee F \qquad (S_5)$$

$$B \implies C \equiv \neg B \vee C \qquad (S_6)$$

در هر فراخوانی تابع $DPLL$ ابتدا نمادهای pure در صورت وجود حذف می‌شوند. اگر چنین نمادهایی وجود نداشته باشند جملات واحد یا unit clause حذف می‌شوند. در غیر این صورت برای مقدار دهی‌های مختلف یک نماد حالت بندی می‌شود و تابع دوباره صدا زده می‌شود. تابع در ابتدا به صورت زیر فراخوانی می‌شود:

$$DPLL(clauses = \{S_1^1, S_1^2, S_1^3, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}, symbols = \{A, B, C, D, E, F\}, model = \{\})$$

در ادامه تنها محتویات $symbols$ و $model$ را نشان می‌دهیم. در این فراخوانی نماد D خالص است زیرا فقط با همین علامت در جملات دیده می‌شود و تابع به صورت $DPLL(clauses, \{A, B, C, E, F\}, \{D = true\})$ فراخوانی می‌شود. (دقت کنید جمله S_2 دیگر نادیده گرفته می‌شود.) در فراخوانی جدید نماد خالص یا جمله واحد نداریم و در نتیجه دو فراخوانی $DPLL(clauses, \{A, C, E, F\}, \{D = true, B = true\})$ و $DPLL(clauses, \{A, C, E, F\}, \{D = true, B = false\})$ انجام می‌شود. در فراخوانی اول، جملات S_1^1 و S_4 نادیده گرفته می‌شوند. همچنین جملات S_1^2 به A ساده می‌شود؛ جمله S_3 به $\neg C \vee \neg F$ ساده می‌شود و جملات S_5 و S_6 به ترتیب به F و C ساده می‌شوند. سپس نماد A خالص خواهد بود چرا که فقط به صورت A و $A \vee \neg E$ ظاهر شده است. پس فراخوانی

$$DPLL(clauses, \{C, F\}, \{D = true, B = true, A = true\})$$

انجام می‌شود. جملات به صورت C، F و $\neg C \vee \neg F$ خواهند بود. نماد خالصی وجود ندارد اما جمله C واحد است. پس فراخوانی $DPLL(clauses, \{F\}, \{D = true, B = true, A = true, C = true\})$ انجام شده و هنگام اجرای آن جمله $\neg C \vee \neg F$ به

$\neg F$ ساده می‌شود. دوباره نماد خالصی وجود ندارد ولی جمله F واحد است و با فراخوانی زیر

$$DPLL(clauses, \{\}, \{D = true, B = true, A = true, C = true, F = true\})$$

جمله $\neg F$ نادرست خواهد بود و $false$ برگردانده می‌شود.

اکنون به فراخوانی $DPLL(clauses, \{A, C, E, F\}, \{D = true, B = false\})$ برمی‌گردیم. در این صورت جملات S_1^2، S_3، S_5 و S_6 نادیده گرفته می‌شوند و جمله S_4 به $\neg E$ ساده شده و جمله S_1^1 به $\neg A \vee E$ ساده می‌شود. نماد خالصی وجود ندارد ولی جمله $\neg E$ واحد است. پس فراخوانی

$$DPLL(clauses, \{A\}, \{D = true, B = false, E = false\})$$

انجام می‌شود. جملات $\neg E$ و $A \vee \neg E$ نادیده گرفته می‌شوند و جمله $\neg A \vee E$ به $\neg A$ ساده می‌شود. نماد A خالص است و فراخوانی

$$DPLL(clauses, \{\}, \{D = true, B = false, E = false, A = false\})$$

انجام می‌شود و همه جملات براساس مقدار دهی $model$ درست هستند پس $true$ برگردانده می‌شود و با انتشار به بالا اعلام می‌شود که جملات داده شده $satisfiable$ هستند.

سوال چهارم

الگوریتم $DPLL$ پس از آنکه جملات را از نظر وجود نمادهای خالص یا pure symbols ساده می‌کند سراغ جملات واحد یا unit clauses می‌رود. اگر پایگاه دانش فقط horn clause داشته باشد یعنی جملات به فرم $P_1 \wedge \cdots \wedge P_n \implies Q$ یا R که P_i، Q و R نماد هستند. در این صورت الگوریتم جملات به فرم R را جملات واحد در نظر می‌گیرد و به آنها مقدار $true$ می‌دهد. سپس سراغ جملات شرطی رفته و با ساده شدن عبارات مربوط به مقدم آنها بخش تالی تنها شده و از طریق جملات واحد $true$ مقدار دهی می‌شوند. پس $DPLL$ روی horn clause مانند forward chaining عمل می‌کند. به عنوان مثال روی پایگاه دانش زیر

$$A, B, A \wedge B \Rightarrow L, A \wedge P \Rightarrow L, B \wedge L \Rightarrow M, L \wedge M \Rightarrow P, P \Rightarrow Q$$

که برگرفته از شکل ۱۶.۷ کتاب است الگوریتم به A و B مقدار $true$ نسبت می‌دهد. سپس جمله $A \wedge B \Rightarrow L \equiv \neg A \vee \neg B \vee L$ به L ساده می‌شود و در یک فراخوانی دیگر به عنوان حمله واحد شناخته می‌شود و $true$ مقدار دهی می‌شود. سپس به صورت مشابه $B \wedge L \Rightarrow M$ به M ساده شده و $M = true$ و از طریق $L \wedge M \Rightarrow P$ به $P = true$ و در نهایت از $P \Rightarrow Q$ به $Q = true$ می‌رسیم.

سوال پنجم

آ) با جایگذاری اصل ۱ و ۲ و اصل ۷ خواهیم داشت $۹+۳ \geq ۷+۰$. سپس با جایگذاری ۷ در صور عمومی اصل ۴ خواهیم داشت $۷+۰ \geq ۷$. با جایگذاری ۰ و ۷ در صور عمومی اصل ۶ داریم $۷ + ۰ \geq ۰ + ۷$. با جایگذاری $۰ + ۷ \geq ۷$ و $۷ + ۰ \geq ۰ + ۷$ در اصل ۸ خواهیم داشت $۷ + ۰ \geq ۷$. در نهایت با جایگذاری $۷ + ۰ \geq ۷$ و $۹ + ۳ \geq ۷ + ۰$ در اصل ۸ خواهیم داشت $۹ + ۳ \geq ۷$.

سوال ششم

آ) رونیکا، درنیکا و آرنیکا را به ترتیب با نمادهای R، D و A نشان می‌دهیم. جملات اتمی زیر را داریم: ($Member$ گزاره‌ای به معنای عضو باشگاه البرز بودن است.)

$$Member(D), Member(R), Member(A)$$

از طرفی جملات مرکب زیر را نیز داریم: ($Hiker$ و $Skier$ گزاره‌هایی به معنای کوه نورد و اسکی باز بودن است.)

$$\forall x \quad Member(x) \implies (Hiker(x) \vee Skier(x))$$

و همچنین: ($Likes$ گزاره‌ای به معنای این است که ورودی اول، ورودی دوم را دوست دارد. در اینجا $Snow$ و $Rain$ مانند A و D ثابت هستند.)

$$\forall y \quad Skier(y) \implies Likes(y, Snow) \tag{۱}$$

$$\forall z \quad Hiker(z) \implies \neg Likes(z, Rain) \tag{۲}$$

$$\forall s \quad Likes(A, s) \implies \neg Likes(D, s) \tag{۳}$$

$$\forall t \quad \neg Likes(A, t) \implies Likes(D, t) \tag{۴}$$

د نهایت جمله زیر را داریم:

$$\neg Likes(A, Rain) \wedge \neg Likes(A, Snow)$$

سوال گفته شده نیز به دنبال مصداق گزاره زیر است:

$$\exists x \quad Member(x) \wedge Hiker(x) \wedge \neg Skier(x)$$

که از $\neg Likes(A, Rain) \wedge \neg Likes(A, Snow)$ متوجه می‌شویم $\neg Skier(A)$ پس خواهیم داشت $Hiker(A)$. در نتیجه مصداق صور وجودی آرنیکا است.