

مبانی نظریه محاسبه

کارگاه سوم

مبحث: تعریف اتوماتای متناهی؛ پذیرش اجتماع، اشتراک و تفاضل دو زبان؛ تمییز^۱ دو رشته از هم

۱. درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. در صورت درستی، اثبات و در غیر این صورت مثال نقض ارائه کنید. ($\Sigma = \{a, b\}$)

(آ) اگر L_1 توسط FAی پذیرفته شود اما L_2 توسط هیچ FAی پذیرفته نشود، آنگاه $L_1 \cup L_2$ نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

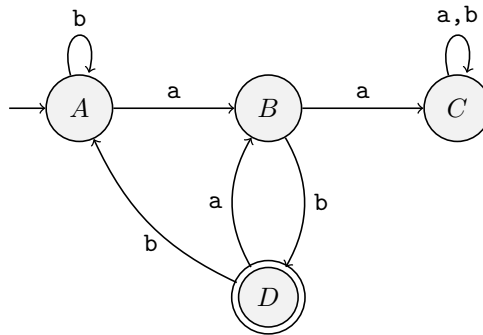
(ب) اگر L_1 و L_2 توسط FAهایی پذیرفته شوند اما L_2 توسط هیچ FAی پذیرفته نشود، آنگاه $L_1 \cup L_2$ نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

(ج) اگر L_1 توسط FAی پذیرفته شود اما L_2 و $L_1 \cap L_2$ توسط هیچ FAی پذیرفته نشوند، آنگاه $L_1 \cup L_2$ نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

(د) اگر هر کدام از زبان‌های L_1, L_2, \dots توسط FAی پذیرفته شوند، $\bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$ نیز توسط FAی پذیرفته می‌شود.

(ه) اگر زبان‌های L_1, L_2, \dots که برای هر i داریم $L_i \subseteq L_{i+1}$ ، توسط هیچ FAی پذیرفته نشوند، $\bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$ نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

۲. برای اتوماتای متناهی M_1 در شکل ۱ نشان دهید هیچ اتوماتای متناهی مثل M_2 وجود ندارد که $L(M_1) = L(M_2)$ و $|Q(M_2)| < |Q(M_1)|$.



شکل ۱: M_1

۳. n را یک عدد صحیح مثبت در نظر بگیرید. زبان L این گونه تعریف می‌شود:

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x| = n \wedge n_a(x) = n_b(x)\}$$

کمترین تعداد حالت‌ها^۲ در اتوماتای متناهی پذیرنده زبان L چیست؟ برای جواب خود دلیل ارائه دهید.

¹distinguishing

²states

۴. زبان L روی الفبای Σ را «خوب» گوییم هرگاه عدد صحیح n و $S \subseteq \Sigma^n$ وجود داشته باشند که برای هر $|x| \geq n$ ، $x \in L$ اگر و تنها اگر $z \in S$ وجود داشته باشد که $x = yz$. (هر رشته در زبان L به یکی از اعضای S ختم شود).

آ) نشان دهید هر زبان خوب توسط FA^۴ی پذیرفته می‌شود.

ب) نشان دهید هر زبان متناهی خوب است.

ج) مثالی از زبان نامتناهی‌ای ارائه دهید که توسط FA^۴ی پذیرفته می‌شود اما خوب نباشد.

۵. برای هر یک از زبان‌های $L \subseteq \{a, b\}^*$ نشان دهید اعضای مجموعه $\{a^n \mid n \geq 0\}$ نسبت به L دو به دو تمیزپذیر^۳ هستند و نتیجه بگیرید اتوماتای متناهی^۴ برای آنها وجود ندارد.

a) $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

b) $L = \{a^i b^j a^k \mid k > i + j\}$

c) $L = \{a^n b a^{2n} \mid n \geq 0\}$

d) $L = \{a^i b^j \mid j = i \text{ or } j = 2i\}$

e) $L = \{a^i b^j \mid j \text{ is multiple of } i\}$

f) $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_a(x) < 2n_b(x)\}$

g) $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \text{no prefix of } x \text{ has more } b\text{'s than } a\text{'s}\}$

h) $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 1\}$

³pairwise L -distinguishable

⁴FA