

# مبانی نظریه محاسبه

کارگاه سوم

مبحث: تعریف اتوماتای متناهی؛ پذیرش اجتماع، اشتراک و تفاضل دو زبان؛ تمییز<sup>۱</sup> دو رشته از هم

۱. درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. در صورت درستی، اثبات و در غیر این صورت مثال نقض ارائه کنید. ( $\Sigma = \{a, b\}$ )

(آ) اگر  $L_1$  توسط FAی پذیرفته شود اما  $L_2$  توسط هیچ FAی پذیرفته نشود، آنگاه  $L_1 \cup L_2$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

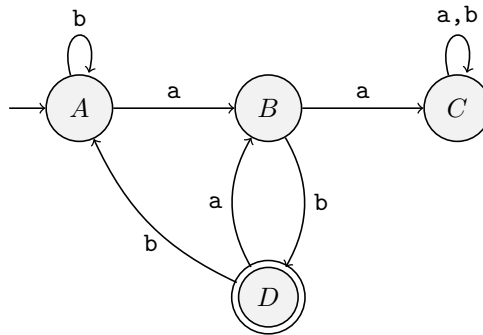
(ب) اگر  $L_1$  و  $L_2$  توسط FAهایی پذیرفته شوند اما  $L_2$  توسط هیچ FAی پذیرفته نشود، آنگاه  $L_1 \cup L_2$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

(ج) اگر  $L_1$  توسط FAی پذیرفته شود اما  $L_2$  و  $L_1 \cap L_2$  توسط هیچ FAی پذیرفته نشوند، آنگاه  $L_1 \cup L_2$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

(د) اگر هر کدام از زبان‌های  $L_1, L_2, \dots$  توسط FAی پذیرفته شوند،  $\bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$  نیز توسط FAی پذیرفته می‌شود.

(ه) اگر زبان‌های  $L_1, L_2, \dots$  که برای هر  $i$  داریم  $L_i \subseteq L_{i+1}$ ، توسط هیچ FAی پذیرفته نشوند،  $\bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

۲. برای اتوماتای متناهی  $M_1$  در شکل ۱ نشان دهید هیچ اتوماتای متناهی مثل  $M_2$  وجود ندارد که  $L(M_1) = L(M_2)$  و  $|Q(M_2)| < |Q(M_1)|$ .



شکل ۱:  $M_1$

۳.  $n$  را یک عدد صحیح مثبت در نظر بگیرید. زبان  $L$  این گونه تعریف می‌شود:

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x| = n \wedge n_a(x) = n_b(x)\}$$

کمترین تعداد حالت‌ها<sup>۲</sup> در اتوماتای متناهی پذیرنده زبان  $L$  چیست؟ برای جواب خود دلیل ارائه دهید.

<sup>1</sup>distinguishing

<sup>2</sup>states

۴. برای هر یک از زبان‌های  $L \subseteq \{a, b\}^*$  نشان دهید اعضای مجموعه  $\{a^n \mid n \geq 0\}$  نسبت به  $L$  دو به دو تمیزپذیر<sup>۳</sup> هستند و نتیجه بگیرید اتوماتای متناهی<sup>۴</sup> برای آنها وجود ندارد.

- a)  $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- b)  $L = \{a^i b^j a^k \mid k > i + j\}$
- c)  $L = \{a^n b a^{2n} \mid n \geq 0\}$
- d)  $L = \{a^i b^j \mid j = i \text{ or } j = 2i\}$
- e)  $L = \{a^i b^j \mid j \text{ is multiple of } i\}$
- f)  $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_a(x) < 2n_b(x)\}$
- g)  $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \text{no prefix of } x \text{ has more } b\text{'s than } a\text{'s}\}$
- h)  $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 1\}$

۵. زبان  $L$  روی الفبای  $\Sigma$  را «خوب» گوئیم اگر عدد صحیح  $n$  و  $S \subseteq \Sigma^n$  وجود داشته باشند که برای هر  $x \in L$  که  $|x| \geq n$ ،  $z \in S$  وجود داشته باشد که  $x = yz$ . (هر رشته در زبان  $L$  به یکی از اعضای  $S$  ختم شود.)

آ) نشان دهید هر زبان خوب توسط FAی پذیرفته می‌شود.

ب) نشان دهید هر زبان متناهی خوب است.

ج) مثالی از زبان نامتناهی‌ای ارائه دهید که توسط FAی پذیرفته می‌شود اما خوب نباشد.

<sup>3</sup>pairwise  $L$ -distinguishable

<sup>4</sup>FA