

# مبانی نظریه محاسبه

کارگاه سوم

مبحث: تعریف اتوماتای متناهی؛ پذیرش اجتماع، اشتراک و تفاضل دو زبان؛ تمییز<sup>۱</sup> دو رشته از هم

۱. درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید. در صورت درستی، اثبات و در غیر این صورت مثال نقض ارائه کنید. ( $\Sigma = \{a, b\}$ )

(آ) اگر  $L_1$  توسط FAی پذیرفته شود اما  $L_2$  توسط هیچ FAی پذیرفته نشود، آنگاه  $L_1 \cup L_2$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

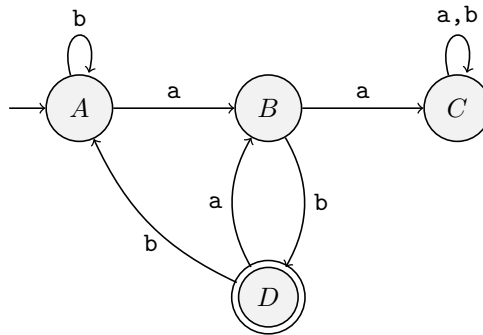
(ب) اگر  $L_1$  و  $L_2$  توسط FAهایی پذیرفته شوند اما  $L_2$  توسط هیچ FAی پذیرفته نشود، آنگاه  $L_1 \cup L_2$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

(ج) اگر  $L_1$  توسط FAی پذیرفته شود اما  $L_2$  و  $L_1 \cap L_2$  توسط هیچ FAی پذیرفته نشوند، آنگاه  $L_1 \cup L_2$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

(د) اگر هر کدام از زبان‌های  $L_1, L_2, \dots$  توسط FAی پذیرفته شوند،  $\bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$  نیز توسط FAی پذیرفته می‌شود.

(ه) اگر زبان‌های  $L_1, L_2, \dots$  که برای هر  $i$  داریم  $L_i \subseteq L_{i+1}$ ، توسط هیچ FAی پذیرفته نشوند،  $\bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$  نیز توسط هیچ FAی پذیرفته نمی‌شود.

۲. برای اتوماتای متناهی  $M_1$  در شکل ۱ نشان دهید هیچ اتوماتای متناهی مثل  $M_2$  وجود ندارد که  $L(M_1) = L(M_2)$  و  $|Q(M_2)| < |Q(M_1)|$ .



شکل ۱:  $M_1$

۳.  $n$  را یک عدد صحیح مثبت در نظر بگیرید. زبان  $L$  این گونه تعریف می‌شود:

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \mid |x| = n \wedge n_a(x) = n_b(x)\}$$

کمترین تعداد حالت‌ها<sup>۲</sup> در اتوماتای متناهی پذیرنده زبان  $L$  چیست؟ برای جواب خود دلیل ارائه دهید.

<sup>1</sup>distinguishability

<sup>2</sup>states

۴. برای هر یک از زبان‌های  $L \subseteq \{a, b\}^*$  نشان دهید اعضای مجموعه  $\{a^n \mid n \geq 0\}$  نسبت به  $L$  دو به دو تمیزپذیر<sup>۳</sup> هستند و نتیجه بگیرید اتوماتای متناهی<sup>۴</sup> برای آنها وجود ندارد.

a)  $L = \{a^n b a^{2n} \mid n \geq 0\}$

b)  $L = \{a^i b^j a^k \mid k > i + j\}$

c)  $L = \{a^i b^j \mid j = i \text{ or } j = 2i\}$

d)  $L = \{a^i b^j \mid j \text{ is multiple of } i\}$

e)  $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_a(x) < 2n_b(x)\}$

f)  $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \text{no prefix of } x \text{ has more } b\text{'s than } a\text{'s}\}$

g)  $L = \{a^{n^3} \mid n \geq 1\}$

h)  $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

---

<sup>3</sup>pairwise  $L$ -distinguishable

<sup>4</sup>FA