

مبانی نظریه محاسبه

۱۹ فروردین ۱۴۰۱

بخش اول مسابقه

مهلت پاسخگویی: ۲۵ دقیقه

۱. فرض کنید L زبانی دلخواه روی الفبای Σ باشد.

(آ) تابع یک به یک $f : L \rightarrow \{a, b\}^*$ ارائه دهید. (۲ نمره)

(ب) تابع دوسویی $g : L \rightarrow \{a, b\}^*$ ارائه دهید. (۲ نمره)

۲. برای زبان‌های زیر تعریف بازگشتی ارائه دهید:

(آ) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ شامل } k \text{ حرف متوالی } a \text{ نیست.}\}$ (۳ نمره)

(ب) $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ حداقل دو حرف دیگر قرار دارد.}\}$ (۴ نمره)

(ج) $L_3 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ حداقل یک حرف } a \text{ وجود دارد.}\}$ (۴ نمره)

مبانی نظریه محاسبه

۱۹ فروردین ۱۴۰۱

بخش دوم مسابقه

مهلت پاسخگویی: ۳۵ دقیقه

۱. فرض کنید L زبان اعداد باینری باشد که بر ۶ بخش پذیرند. DFAی برای زبان L طراحی کنید. (۲ نمره)
۲. ثابت کنید حداکثر $2^k k^{2k+1}$ زبان روی الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ وجود دارد که توسط DFAی با k حالت^۱ پذیرفته می‌شود. (۱ نمره)

۳. یک FA سه نواره شامل یک واحد کنترل و سه هد است که روی راست‌ترین سمبل هر سه نوار قرار دارند و می‌توانند همزمان به چپ حرکت کنند. ورودی این اتوماتا را می‌توان به صورت سه تایی (x, y, z) نمایش داد که به ترتیب از چپ به راست روی نوار اول، دوم و سوم قرار دارند. طول ورودی‌ها با هم برابر است. (۴ نمره)

آ) تعریف رسمی (ریاضی) برای این FA ارائه دهید.

- ب) یک FA سه نواره ارائه دهید تا زبان $L = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \{0, 1\}^* \wedge 2x + y = z\}$ را پذیرش کند. (x, y, z) اعداد باینری هستند و عملیات جمع، جمع باینری است.

۴. برای دو زبان L_1 و L_2 روی الفبای Σ ، زبان خارج قسمت L_1 و L_2 را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$L_1/L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in L_2 (xy \in L_1)\}.$$

- نشان دهید اگر L_1 توسط یک FA پذیرفته شود و L_2 زبانی دلخواه باشد، L_1/L_2 نیز توسط یک FA پذیرفته می‌شود. (۳ نمره)

¹state

مبانی نظریه محاسبه

۱۹ فروردین ۱۴۰۱

بخش سوم مسابقه

مهلت پاسخگویی: ۳۵ دقیقه

۱. با استفاده از لم پامپینگ نشان دهید زبان زیر توسط FA پذیرفته نمی‌شود. (۱ نمره)

$$L = \{a^{n^3} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$$

۲. فرض کنید L_1 و L_2 دو زبان دلخواه باشند به طوریکه $L_1 L_2$ توسط FA پذیرفته می‌شود. آیا لزوماً $L_2 L_1$ نیز توسط FA پذیرفته می‌شود؟ (۳ نمره)

۳. ثابت کنید اگر L زبانی دلخواه روی الفبای $\Sigma = \{a\}$ باشد، L^* توسط یک FA پذیرفته می‌شود. (۶ نمره)

مبانی نظریه محاسبه

۱۹ فروردین ۱۴۰۱

بخش چهارم مسابقه

مهلت پاسخگویی: ۳۰ دقیقه

۱. فرض کنید $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid \exists q \in \mathbb{Z} (n_b(x) = qn_a(x))\}$. کلاس هم ارزی تحت رابطه I_L را مشخص کنید. (مشخص کردن کلاس‌های هم ارزی ۱ نمره و اثبات آن ۳ نمره دارد.)

۲. زبان $L \subseteq \{0, 1\}^*$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$\Lambda \in L; \forall x \in L (001x, x11 \in L)$$

آ) یک اتوماتا مینیمال برای زبان L طراحی کنید و ثابت کنید این اتوماتا مینیمال است. (۳ نمره)
ب) کوچک ترین k را پیدا کنید به طوری که $L^k = L^*$.