

مبانی نظریه محاسبه

کارگاه نهم

مبحث: PDA

۱. درست یا غلط بودن جملات زیر را بررسی کنید.

(آ) اگر L توسط یک PDA پذیرفته شود، نامنظم است.

(ب) به ازای هر CFL که بتوان یک PDA غیر قطعی ارائه داد، می‌توان یک معادل قطعی هم ارائه نمود.

(ج) می‌توان هر PDA با چند حرف استک را به یک PDA با دو حرف استک (غیر از Z_0) تبدیل کرد.

(د) اگر به ازای یک k ثابت، هیچگاه بیش از k سمبل داخل استک یک PDA قرار نگیرد، زبان پذیرش شده توسط آن PDA منظم است.

۲. زبان زیر را در نظر بگیرید:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) = n_b(w) + 1\}$$

(آ) برای این زبان یک PDA ارائه دهید.

(ب) با استفاده از PDA ارائه شده در قسمت قبل، یک گرامر برای این زبان ارائه دهید.

(ج) برای این زبان، یک PDA با دو state ارائه دهید.

۳. فرض کنید $L = \{ab(ab)^nb(ba)^n \mid n \geq 0\}$. یک PDA برای زبان L^* رسم کنید.

۴. برای زبان‌های زیر PDA طراحی کنید.

$$L_1 = \{a^n b^{n+m} c^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \forall n_a(w) \leq n_b(w) \leq 3n_a(w), \Sigma = \{a, b, c\}\}$$

$$L_3 = \{a^n x \mid n \geq 0, x \in \{a, b\}^*, |x| \leq n\}$$

۵. برای زبان تمام رشته‌های غیر پالیندروم ($L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^R\}$)، یک PDA ارائه دهید.

۶. برای زبان $L = \{a^n cb^{2n} \mid n \geq 1\}$ یک PDA قطعی ارائه دهید.

۷. زبان پذیرش شده توسط PDA زیر چیست؟

$$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{a, b, Z_0\}, q_0, Z_0, \{q_2\}, \delta)$$

$$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_1, a), (q_2, \Lambda)\}$$

$$\delta(q_1, b, a) = \{(q_1, b)\}$$

$$\delta(q_1, b, b) = \{(q_1, b)\}$$

$$\delta(q_1, a, b) = \{(q_2, \Lambda)\}$$

۸. نشان دهید که یک زبان منظم می‌تواند توسط یک DPDA مانند M با تنها دو state پذیرفته شود به طوری که M انتقال Λ نداشته باشد و هیچ گاه سمبلی از استک آن حذف نشود.

۹. برای رشته ورودی $x \in \{a, b\}^*$ که $|x| = n$ چند حالت برای اجرا روی PDA زیر وجود دارد؟

Move Number	State	Input	Stack Symbol	Move(s)
1	q_0	a	Z_0	$(q_0, aZ_0), (q_1, Z_0)$
2	q_0	a	a	$(q_0, aa), (q_1, a)$
3	q_0	a	b	$(q_0, ab), (q_1, b)$
4	q_0	b	Z_0	$(q_0, bZ_0), (q_1, Z_0)$
5	q_0	b	a	$(q_0, ba), (q_1, a)$
6	q_0	b	b	$(q_0, bb), (q_1, b)$
7	q_0	Λ	Z_0	(q_1, Z_0)
8	q_0	Λ	a	(q_1, a)
9	q_0	Λ	b	(q_1, b)
10	q_1	a	a	(q_1, Λ)
11	q_1	b	b	(q_1, Λ)
12	q_1	Λ	Z_0	(q_2, Z_0)
(all other combinations)				none

۱۰. ابتدا برای زبان زیر یک گرامر ارائه دهید و سپس به دو روش Top Down و Bottom Up گرامر را به PDA تبدیل کنید.

$$L_1 = \{a^n b^{n+m} c^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$$

۱۱. برای زبان $SimplePal$ که به صورت زیر تعریف میشود، یک PDA با دو استیت ارائه دهید.

$$L = \{xx^r \mid x \in \{a, b\}^*\}$$

۱۲. نشان دهید اگر L توسط یک PDA پذیرش شود که هرگز سمبلی از پشت‌اش خارج نمی‌شود، L منظم است.

۱۳. یک DPDA برای زبان $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid n_a(x) = f(n_b(x))\}$ ارائه دهید به طوری که تابع f به صورت زیر تعریف شده باشد.

$$f(n) = \begin{cases} 4n + 7, & n \text{ is even} \\ 4n + 13, & n \text{ is odd} \end{cases}$$

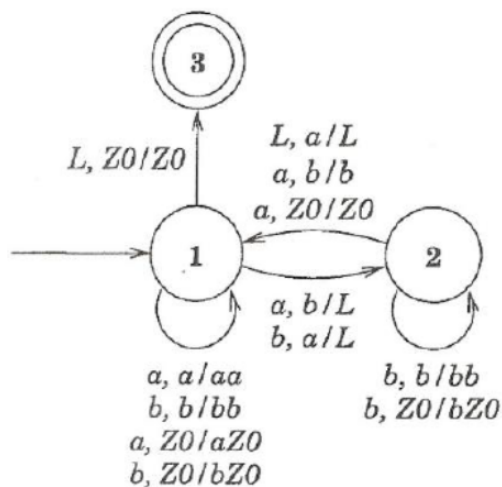
۱۴. برای زبان $L = \{a^n b^i \mid i = n \vee i = 2n\}$ یک PDA با یک state ارائه دهید. (فرض کنید PDA زمانی پذیرش می‌کند که استک خالی باشد).

۱۵. برای زبان‌های زیر گرامر مستثل از متن و PDA ارائه دهید. مشخص کنید گرامری که ارائه دادید مبهم است یا خیر. مشخص کنید اتوماتایی که ارائه دادید قطعی است یا غیر قطعی. (بیان کاربرد متغیرها و توضیحات استیت‌ها را فراموش کنید).

آ $L_1 = \{x_1 \# x_2 \# \dots \# x_n \mid x_i \in \{a, b\}^* \text{ for all } i \text{ and for some } j, x_j \text{ is palindrome}\}$

ب $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid n_a(w) > n_b(w)\}$

۱۶. به روش الگوریتمی برای ماشین زیر، گرامر طراحی کنید.



۱۷. آیا اضافه کردن شرط دو تا هد خواندنی بر روی مدل های PDA قدرت مدل را بیشتر می کند؟ توضیح دهید.

۱۸. به نظر شما قدرت PDA با دو استک در مقایسه با PDA معمولی بیشتر است یا نه؟ (کلاس زبان بزرگتری رو پذیرش می کند یا خیر؟) درباره PDA با حداقل ۳ استک چه می توان گفت؟

۱۹. همچنین قدرت PDA با صف FIFO (نه استک یا LIFO) را با PDA معمولی مقایسه کنید.

۲۰. نشان دهید زبان $\{a^n b^m \mid n \leq m \leq 2n\}$ یک DCFL نیست.