Récapitulatif binaire

Mr Tortillard

November 2024

1 Binaire naturel

1.1 Passer de la base 10 à la base 2

1.1.1 La méthode

On à un nombre écrit en décimal qu'on souhaite écrire en binaire. Pour cela on utilise la méthode des **divisions successives par 2**

On effectue une division euclidienne entre le nombre écrit en décimale et **2**.
On obtient deux résultat : Le quotient et le reste .

Le reste correspond à **un bit de notre représentation en binaire.**
Le quotient est le **prochain nombre sur lequel on va effectuer la division successive.**
On arrête de diviser lorsque le quotient est égal à 0.
On obtient l'écriture binaire en recopiant les restes à **partir du dernier calculé.**

1.1.2 Exemple

Le nombre 37 est écrit en base 10, donner sa représentaiton en binaire

$37 \div 2$ à pour quotient 18 et pour reste 1

$18 \div 2$ à pour quotient 9 et pour reste 0

$9 \div 2$ à pour quotient 4 et pour reste 1

$4 \div 2$ à pour quotient 2 et pour reste 0

$2 \div 2$ à pour quotient 1 et pour reste 0

$1 \div 2$ à pour quotient 0 et pour reste 1

Voici la représentation de 37 en binaire : 100101

1.2 Passer de la base 2 à la base 10

1.2.1 La méthode

On a un nombre écrit en binaire qu'on souhaite écrire en décimale. Chaque chiffre qui constitue ce nombre correspond à une puisance de **2** selon sa position dans l'écriture.

Le chiffre situé à la position 0 est celui qui se trouve le plus à **droite** il correspond à 2^0.
Pour lire un nombre écrit en binaire il suffit de **multiplier chaque bit par $2^{\text{position du bit}}$ et additionner le tout**.

1.2.2 Exemple

Le nombre 100101 est écrit en base 2, donner sa représentation en décimale

bit de l'écriture	1	0	0	1	0	1
position du bit	5	4	3	2	1	0
bit $\times 2^{position\ du\ bit}$	32	0	0	4	0	1

Il suffit d'additionner les nombres de la dernière ligne pour savoir à quoi correspond le nombre représenté. Cela donne $32 + 4 + 1 =$37

1.3 Exercices d'entrainement

1.3.1 Les nombres suivants sont écrit en binaire donnez leur représentation en décimale

- 1001
- 10010
- 100100
- 1111
- 10000
- 10001
- 10010

1.3.2 Les nombres suivants sont écrit en décimale donnez leur représentation en binaire

- 5
- 10
- 11
- 12
- 24
- 31
- 32
- 145

2 Conversion d'un nombre dans une base quelconque

2.1 Passer de la base 10 à la base b

2.1.1 La méthode

Pour représenter un nombre dans une base **b** quelconcque, où **b** désigne un nombre entier strictement supérieur à 0.
On applique la même méthode que pour le binaire c'est à dire les division successives. Néamoins il y à 2 différences.

- **Première diférence** : la division euclidienne se fait par **b**
- **Deuxieme diférence** : Si on souhaite représenter un nombre dans une base supérieur à 10, les restes obtenus dans la division euclidienne vont être supérieur ou égal à 10.
  Dans ce cas la on utilise les lettres de l'alphabet pour les représenter. 10 = A, 11 = B, 12 = C, etc...

2.1.2 Exemple

Le nombre 29 est écrit en décimale, donner sa représentation en base 8(octale)

$29 \div 8$ à pour quotient 3 et pour reste 5

$3 \div 8$ à pour quotient 0 et pour reste 3

Voici la représentation de 29 en base 8 : 35

Le nombre 27 est écrit en base décimale, donner sa représentation en base 16 hexadécimale

$27 \div 16$ à pour quotient 1 et pour reste 11

$1 \div 16$ à pour quotient 0 et pour reste 1

ATTENTION ! La représentation de 27 en base 16 n'est pas : 111. Le reste 11 est supérieur à 10 il faut donc l'associer à la lettre qui correspond dans l'alphabet c'est à dire B

La bonne représentation de 27 en base 16 est la suivante : 1B

2.2 Passer de la base b à la base 10

2.2.1 La méthode

Pour passer de la base b à la base 10, on effectue les mêmes opérations que pour passer de la bae 2 à la base 10. On à un nombre écrit en base b et chaque chiffre de ce nombre correspond à une puissance de **b** selon sa position dans l'écriture.

Le chiffre situé à la position 0 est celui qui se trouve le plus à **droite** il correspond à $\mathbf{b}^{0}$.

Pour lire un nombre écrit en base **b** il suffit de **multiplier chaque chiffre par** $b^{\textbf{position du chiffre}}$

2.2.2 Exemple

Le nombre 37 est écrit en base 8, donner sa représentation en décimale

chiffre de l'écriture	3	7
position du chiffre	1	0
chiffre $\times\, b^{\text{position du chiffre}}$	$3 \times 8^1 = 24$	$7 \times 8^0 = 7$

On additionne les nombres de la dernière ligne. Cela donne $24 + 7 =$31.

Le nombre 37 écrit en base 8 vaut 31 en base 10.

Le nombre B1F est écrit en base 16, donner sa représentation en décimale

chiffre de l'écriture	B (qui correspond à 11)	1	(F qui correspond à 15)
position du chiffre	2	1	0
chiffre $\times\, b^{\text{position du chiffre}}$	$11 \times 16^2 = 2816$	$1 \times 16^1 = 16$	$15 \times 16^0 = 15$

On additionne les nombres de la dernière ligne. Cela donne $2816 + 16 + 15 =$2847.
Le nombre $B1F$ écrit en base 16 vaut 2847 en base 10.

2.3 Exercices d'entrainement

2.3.1 Donnez la représentation des nombres dans la base correspondante

Cette notation $11_2 = 3_{10}$ se lit *11 en base 2 correspond à 3 en base 10*

- $121_8 = ..._{10}$
- $47_{16} = ..._{10}$
- $..._8 = 57_{10}$
- $..._{16} = 157_{10}$

3 Représentation des nombres entiers relatifs(positif et négatif)

3.1 Lire un nombre en représentation avec bit de signe

3.1.1 La méthode

La représentation en bit de signe dédie le bit le plus à gauche au signe du nombre représenté. Si ce bit est à **1** le nombre représenté est négatif, s'il est à **0** alors ce nombre est positif. Le reste de la représentation est dédié à la valeur du nombr réprésenté.

3.1.2 Exemple

Le nombre 10110 est écrit en binaire avec une représentation en bit de signe, donnez sa représentation en base 10

- Le bit le plus à gauche est à 1, il s'agit donc d'un nombre négatif
- Le reste de la représentation, 0110 correspond à la valeur 6.

Le nombre **10110** écrit avec une représentation en bit de signe correspond au nombre **-6** en décimale.

3.2 écrire un nombre en représentation avec bit de signe

3.2.1 La méthode

Pour écrire un nombre décimale en représentation avec un bit de signe. Il suffit d'écrire le nombre sans s'occuper du signe en binaire. Ensuite on rajoute tout à gauche cette écriture le bit **1** si le nombre est négatif ou le bit **0** si ce nombre est positif.
ATTENTION ! la consigne peut stipuler de représenter les nombres sur un certain nombre de bit. Si c'est le cas il faut d'abord compléter notre écriture par des 0 superflux avant d'ajouter le bit de signe

3.2.2 Exemple

Le nombre -43 est écrit en décimale, donnez une représentation en binaire avec un bit de signe de ce nombre sur 1 octet
On commence par écrire ce nombre en binaire sans s'occuper du signe. Voici l'écriture en binaire de 43 : 101011.
La consigne stipule que la représentation doit être sur 8 bits, comme 43 s'écrit sur 6 bits on complète avec un 0 tout à gauche.
Ce qui donne : 0101011
Enfin on ajoute tout à gauche, le bit de signe associé au nombre négatif c'est à dire 1 pour obtenir une représentation sur 8 bits.
Ce qui donne : 10101011

3.3 Exercices d'entrainement

3.3.1 Les nombres suivants sont écrit en binaire avec une représentation en bit de signe. Donnnez leur valeur en décimale

- 100101
- 0100101
- 11111
- 011
- 1000010111011

3.3.2 Les nombres suivants sont écrit en décimale, donnez leur écriture en binaire avec une représentatione en bit de signe sur le nombre de bit précisé. Si le nombre de bit n'est pas précisé vous donnerez la représentation sur le nombre de bit minimal pour représenter ce nombre.

- -12 sur 5 bits
- -12 sur 1 octet
- 29
- 47 sur 9 bits
- -64 sur 10 bits

3.4 écrire un nombre en complément à 2

3.4.1 La méthode

Voici les étapes à suivre pour représenter un nombre écrit écrit en décimale en complément à 2.

Les étapes à suivre sont différentes selon le signe du nombre.

- Si le nombre est positif, il suffit de l'écrire en binaire naturellement, il ne faut pas oublier d'ajouter un bit à 0 tout à gauche de l'écriture pour préciser qu'il s'agit d'un nombre positif
- Si le nombre est négatif il faut suivre les étapes suivantes.
  - On écrit le nombre en binaire(éventuellement sur le nombre de bit précisé) sans s'occuper du signe.
  - On inverse chaque bit de cette écriture.
  - Puis on additionne 1. Le résultat obtenu correspond à l'écriture en complément à 2.

3.4.2 Exemple

Donnez la représentation en complément à 2 du nombre -38 sur 9 bits

- Comme le nombre est négatif on commence d'abord par représenter 38 en binaire en ajoutant des 0 à gauche pour correspondre au nombre de bit dans la consigne. Ce qui donne 000100110.
- On inverse ensuite chaque bit ce qui donne 111011001.
- Enfin on additionne 1 à ce nombre. 111011001 + 1 = 111011010

Voici la représentation du nombre -38 sur 9 bits en complément à 2 : 111011010

3.5 Lire un nombre représenté en complément à 2

3.5.1 La méthode

Voici la méthode pour lire un nombre en complément à 2.
Le bit tout à gauche à de l'écriture d'un nombre en complément à 2 à pour particularité de représenter le signe du nombre. Si ce bit est à 1 c'est un nombre négatif, sinon il est positif.

- Si ce bit est à 0. Ce nombre est positif, il suffit de le traduire en décimale naturellement.
- Si ce bit est à 1. Ce nombre est négatif et il faut suivre les étapes suivantes pour représenter ce nombre en décimale.
  - On inverse les bits de cette écriture.
  - On additionne 1 au résultat.
  - On écrit le nombre en décimale. Le nombre obtenu est l'opposé du nombre écrit en complément à 2 initialement. Il faut donc ajouter le symbole - devant ce nombre pour obtenir la représentation en décimale.

3.5.2 Exemple

Le nombre 101110 est écrit en complément à 2. Donnez sa représentation en décimale.

- Le bit tout à gauche est à 1. Cela signifie que le nombre représenté est négatif. On effectue les étapes suivantes pour connaître à quoi ce nombre correspond.
  - On inverse les bits de cette écriture ce qui donne 010001
  - On additionne 1 à ce nombre ce qui donne 010010
  - On représente ce nombre en décimal ce qui donne 18. Donc le nombre 101110 correspond à -18.

3.6 Exercices d'entrainement

3.6.1 Les nombres suivants sont écrit en décimale, donnez leur écriture en binaire avec une représentation en complément à 2 sur le nombre de bit précisé. Si le nombre de bit n'est pas précisé vous donnerez la représentation sur le nombre de bit minimal pour représenter ce nombre.

•-12 sur 5 bits •-12 sur 1 octet •29 •47 sur 9 bits •-64 sur 10 bits

3.6.2 Les nombres suivants sont écrit en complément à 2, donnez leur écriture en décimale

•01000 •11000 •1001101 •01111111 •10000001 •10000000