RGB → XYZ 変換行列の求め方

ガンマ補正なしの RGB 成分を (R, G, B)， この点の XYZ 空間での座標を (X, Y, Z) として，RGB から XYZ への変換行列 M

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

を求めよう。

行列を決める条件として，白色点と3つの原色点のXYZ 空間における座標

白色点 (X_n, Y_n, Z_n)
R点 (x_r, y_r, z_r)
G点 (x_g, y_g, z_g)
B点 (x_b, y_b, z_b)

が与えられているものとする (sRGB，Adobe RGB でのこれらの値は，規格で定義されている)。ただし， (x_r, y_r, z_r) はR点すなわち $(R, G, B) = (1, 0, 0)$ の点の XYZ 空間での座標 (X_r, Y_r, Z_r) を割合で表したものである。すなわち

$$x_r = X_r / (X_r+Y_r+Z_r),\ \ y_r = Y_r / (X_r+Y_r+Z_r),\ \ z_r = Z_r / (X_r+Y_r+Z_r) = 1 - x_r - y_r \tag{1}$$

G点，B点についても同様とする。

さて，R点 $(R, G, B) = (1, 0, 0)$ を M で変換すると (X_r, Y_r, Z_r) になることから，つぎの関係が成り立つ。

$$\begin{pmatrix} X_r \\ Y_r \\ Z_r \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

G点，B点についても同様であることから，変換行列 M はつぎのように表せることがわかる。

$$M = \begin{pmatrix} X_\mathrm{r} & X_\mathrm{g} & X_\mathrm{b} \\ Y_\mathrm{r} & Y_\mathrm{g} & Y_\mathrm{b} \\ Z_\mathrm{r} & Z_\mathrm{g} & Z_\mathrm{b} \end{pmatrix}$$

ところで，(1) 式より $(X_\mathrm{r}, Y_\mathrm{r}, Z_\mathrm{r})$ は $(x_\mathrm{r}, y_\mathrm{r}, z_\mathrm{r})$ に $X_\mathrm{r}+Y_\mathrm{r}+Z_\mathrm{r}$ をかけたものである。そこで，$X_\mathrm{r}+Y_\mathrm{r}+Z_\mathrm{r} = T_\mathrm{r}$ とおくと

$$(X_\mathrm{r}, Y_\mathrm{r}, Z_\mathrm{r}) = (T_\mathrm{r}x_\mathrm{r}, T_\mathrm{r}y_\mathrm{r}, T_\mathrm{r}z_\mathrm{r})$$

と表せる。同様にして $X_\mathrm{g}+Y_\mathrm{g}+Z_\mathrm{g} = T_\mathrm{g}$， $X_\mathrm{b}+Y_\mathrm{b}+Z_\mathrm{b} = T_\mathrm{b}$ とおくと

$$(X_\mathrm{g}, Y_\mathrm{g}, Z_\mathrm{g}) = (T_\mathrm{g}x_\mathrm{g}, T_\mathrm{g}y_\mathrm{g}, T_\mathrm{g}z_\mathrm{g})$$

$$(X_\mathrm{b}, Y_\mathrm{b}, Z_\mathrm{b}) = (T_\mathrm{b}x_\mathrm{b}, T_\mathrm{b}y_\mathrm{b}, T_\mathrm{b}z_\mathrm{b})$$

と表せるので，けっきょく変換行列 M はつぎのように書けることがわかる。

$$M = \begin{pmatrix} T_\mathrm{r}x_\mathrm{r} & T_\mathrm{g}x_\mathrm{g} & T_\mathrm{b}x_\mathrm{b} \\ T_\mathrm{r}y_\mathrm{r} & T_\mathrm{g}y_\mathrm{g} & T_\mathrm{b}y_\mathrm{b} \\ T_\mathrm{r}x_\mathrm{r} & T_\mathrm{g}x_\mathrm{g} & T_\mathrm{b}x_\mathrm{b} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

あるいは，2つの行列に分けて書くと

$$M = \begin{pmatrix} x_\mathrm{r} & x_\mathrm{g} & x_\mathrm{b} \\ y_\mathrm{r} & y_\mathrm{g} & y_\mathrm{b} \\ z_\mathrm{r} & z_\mathrm{g} & z_\mathrm{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_\mathrm{r} & 0 & 0 \\ 0 & T_\mathrm{g} & 0 \\ 0 & 0 & T_\mathrm{b} \end{pmatrix}$$

あとは $T_\mathrm{r}, T_\mathrm{g}, T_\mathrm{b}$ であるが，これは 白色点 $(R, G, B) = (1, 1, 1)$ が $(X_\mathrm{n}, Y_\mathrm{n}, Z_\mathrm{n})$ に変換されることから求めることができる。すなわち，

$$\begin{pmatrix} X_\mathrm{n} \\ Y_\mathrm{n} \\ Z_\mathrm{n} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\mathrm{r} & x_\mathrm{g} & x_\mathrm{b} \\ y_\mathrm{r} & y_\mathrm{g} & y_\mathrm{b} \\ z_\mathrm{r} & z_\mathrm{g} & z_\mathrm{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_\mathrm{r} & 0 & 0 \\ 0 & T_\mathrm{g} & 0 \\ 0 & 0 & T_\mathrm{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_\mathrm{r} & x_\mathrm{g} & x_\mathrm{b} \\ y_\mathrm{r} & y_\mathrm{g} & y_\mathrm{b} \\ z_\mathrm{r} & z_\mathrm{g} & z_\mathrm{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_\mathrm{r} \\ T_\mathrm{g} \\ T_\mathrm{b} \end{pmatrix}$$

これを $T_\mathrm{r}, T_\mathrm{g}, T_\mathrm{b}$ について解くと

$$\begin{pmatrix} T_r \\ T_g \\ T_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_r & x_g & x_b \\ y_r & y_g & y_b \\ z_r & z_g & z_b \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix}$$

こうして T_r, T_g, T_b が得られたら，変換行列 M は (2) 式よりただちに計算できる。

戻る

T. Fujiwara, 2011/12