方向統計学を用いた歩行者流の流率密度関係の モデリング

藤谷 慶一朗1・長崎 滉大2・瀬尾 亨3

¹学生非会員 東京工業大学 環境・社会理工学院(〒152-8552 東京都目黒区大岡山二丁目 12-1) E-mail: fujiya.k.ab@m.titech.ac.jp

2学生会員 東京工業大学 環境・社会理工学院(〒152-8552 東京都目黒区大岡山二丁目12-1)

E-mail: nagasaki.k.ab@m.titech.ac.jp

³正会員 東京工業大学 環境・社会理工学院 准教授(〒152-8552 東京都目黒区大岡山二丁目 12-1) E-mail: seo.t.aa@m.titech.ac.jp (Corresponding Author)

流率と密度の関係(Fundamental Diagram: FD)は,歩行者流の特性を説明する上で非常に重要な概念である.歩行者流の FD は通路の形状のような空間的な条件に加えて,進行方向が異なる歩行者同士が相互に影響を及ぼすことによっても変化する.一方で既往研究には,方向の影響を直接考慮した歩行者流のモデルは少なかった.そこで本研究では,このような影響を考慮した歩行者流の FD のモデルを,歩行者の進行方向の角度の統計量に着目し構築する.具体的には,角度を扱う統計学の分野である方向統計学に基づく統計量を説明変数とするモデルを定式化し,複数方向の歩行者流が交錯する場合には流率が低下するなどといった,流れの方向の影響を明示的に考慮する歩行者流の FD を提案した.

Key Words: Pedestrian flow, Fundamental diagram, Directional statistics, Angular variance

1. はじめに

広場や通路などの歩行者空間の適切な整備のためには、歩行者流の特性を把握する必要がある. 流率と密度の関係を表す Fundamental diagram (FD) は歩行者流の特性を理解する上で非常に有用な概念である.

今日に至るまで、多くの研究者が歩行者 FD の分析を行ってきた.レビュー論文では、流れのタイプが FD に影響を与えることが指摘されている¹⁾.ここで、流れのタイプとは図-1に示した単方向流、双方向流、十字路流のように歩行者が領域内でどのような方向に進んでいるかを意味する.歩行者流の観測から、双方向流の流率は単方向流の流率に比べて低くなることが示唆されている^{2),3)}.また、双方向流の流率低下を理論的に表現した歩行者 FD のモデルも開発されている⁴⁾.一方で、十字路流のように、歩行者流同士が角度をつけて交差する場合の FD についての研究は途上である⁵⁾.また、既存の歩行者 FD のモデルは特定の流れのタイプへの適用を想定して開発される場合が多く、様々な流れのタイプに包括的に適用できるモデルは著者らの知る限り存在しない.

図-1のヒストグラムは歩行軌跡データから得た、

歩行者の進行方向の分布を表したものである. なお,このデータはケーススタディで用いるデータからそれぞれの流れのタイプにつき 10 秒間分を切り取ったものである. このヒストグラムから,流れのタイプごとに進行方向の散らばり方が異なることが読み取れる. そのため,包括的な歩行者 FD のモデリングには,歩行者の進行方向の散らばりを角度データを用いて定量化する方法が有効と期待される. しかし,角度データは周期性を持つため数理的な扱いが難しい. この問題に対処するため,本研究では角度を扱う統計学の一分野である方向統計学がを日といるのの,近年,交通に関する研究には適用され始めている7)-9).

本研究の目的は、様々な流れのタイプに適用可能な歩行者 FD のモデルを開発することである。説明変数として方向統計学に基づく統計量を用い、流れのタイプが及ぼす影響をそのタイプを恣意的に分類・識別することなしに表現できるモデルを定式化する。そのために本研究独自の貢献として、p 次角度分散という新たな統計量を提案する。また、実際の歩行者の軌跡データを用いてモデルの妥当性を評価する。

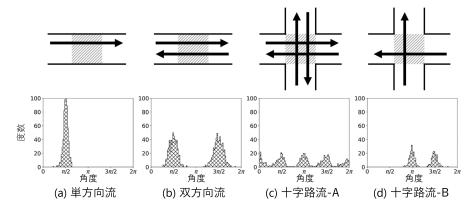


図-1 歩行者の流れのタイプ

2. モデル

(1) 歩行者流の特徴

一次元の道路を流れる自動車流と比較して,歩行者流は,歩行者が二次元の平面を様々な方向に移動する点で異なる.歩行者流が二次元的な現象であることに起因して,歩行者はしばしば他の方向に進む歩行者と交錯する.このような交錯が発生すると,歩行者はいったん歩みを止めたり,左右に迂回したりと回避行動を取るため,流率は低下すると考えられる.歩行者の流れがさまざまな角度で交差する流れのタイプでは,交錯が発生する確率が高まるため,単方向流の場合よりも流率が減少すると考えられる.

このような歩行者同士の交錯に加えて、歩行者 FD のモデリングのために注目すべき現象に Lane formation がある. Lane formation は、主に双方向流において発生する、同じ方向に進む歩行者同士が自発的に列を形成する現象である。複数の実験において Lane formation の発生が確認されている $^{10),11}$. また、Lane formation の発生によって通路の容量が向上することがシミュレーションを用いた研究により示唆されている 12 . したがって、Lane formation が起こりうる双方向流は、十字路のような角度をつけて複数の流れが交差する流れのタイプよりも効率的だと考えられる.

(2) 角度分散

角度分散は,方向統計学において,角度データの 散らばりの大きさを表現する統計量である.大きさ N の角度データ $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ の角度分散 ν_1 は式 (1) のように定義される.

$$v_1 = 1 - \bar{R}_1. \tag{1}$$

ただし,

$$\bar{R}_1 = \sqrt{\bar{C}_1^2 + \bar{S}_1^2},\tag{2}$$

$$\bar{C}_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \cos(\theta_j), \quad \bar{S}_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \sin(\theta_j).$$
 (3)

j 番目の角度データ θ_j に対して, $(\cos\theta_j,\sin\theta_j)^{\mathsf{T}}$ はその角度データの向きを持つ単位ベクトルを表す.よって, $(\bar{C}_1,\bar{S}_1)^{\mathsf{T}}$ は N 個の角度データの単位ベクトルを合成し,大きさを 1/N にして正規化したものである.ここで,ベクトル $(\bar{C}_1,\bar{S}_1)^{\mathsf{T}}$ の大きさである \bar{R}_1 は 0 から 1 までの値を取り,その値が大きいほど角度データの散らばりが小さいことを意味する.例えば,図-2 の例のように,近い向きの角度データが集まっている場合,単位ベクトルが同じ方向に合成されるため \bar{R}_1 は 1 に近い値をとる.一方で,図-3 の例のように,向かい合う方向に角度データが散らばっている場合,向かい合う向きの単位ベクトルが打ち消し合い \bar{R}_1 は 0 に近い値を取る.この \bar{R}_1 を 1 から



(a) 元の角度データ

(b) 合成し長さを1/Nした 合成ベクトル

図-2 角度分散 v_1 が小さい値を取る場合の例





(a) 元の角度データ

(b) 合成し長さを1/Nした 合成ベクトル

図-3 角度分散 v₁ が大きい値を取る場合の例

引くことで定義される角度分散 v_1 は,一般的な分散 と同様に値が大きいほど角度データの散らばりが大きいことを示す.

しかし、角度分散にはランダムな方向にデータが散らばっている場合と複数のピークにデータが集中している場合を区別できないという問題点がある。例えば、図-4 に示した、0 rad 方向と π rad 方向にピークが存在する場合、0 rad 方向、 $\pi/2$ rad 方向, π rad 方向および $3\pi/2$ rad 方向にピークが存在する場合、すべての方向に一様に角度データが散らばっている場合の例でそれぞれ角度分散を計算するとどの場合も値は 1 となってしまう.

そこで、これらのデータの区別をするため、新たな統計量としてp次角度分散 v_p を下式で定義する.

$$v_p = 1 - \bar{R}_p,\tag{4}$$

$$\bar{R}_p = \sqrt{\bar{C}_p^2 + \bar{S}_p^2},$$
 (5)

$$\bar{C}_p = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \cos(p\theta_j), \quad \bar{S}_p = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \sin(p\theta_j).$$
 (6)

ここで、p は分析者が与える任意の自然数である.

p 次角度分散は角度データの値を p 倍してから計算した角度分散に相当する.この操作により,p 次角度分散は角度データに $2\pi/p$ rad ごとにピークが存在する場合小さな値を取るという特性を持つ.例えば,図-5,図-6 に示したように,ピークが π rad ごとにあるデータでは 2 次角度分散が π 0 になる一方で,そうでないデータでは π 0 とならない.

p 次角度分散の計算例を表-1 に示す。用いたデータは図 1 に示した 4 種類の流れのタイプの歩行者の進行方向データである。双方向流の 2 次角度分散 ν_2 や十字路流-A の 4 次角度分散 ν_4 が小さな値を取っていることから,角度データに $2\pi/p$ rad ごとにピー

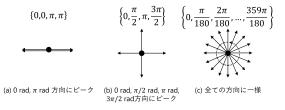


図-4 角度分散が1となる分布の例



図-5 2次角度分散 ν2 が小さい値を取る場合の例

クが存在する場合 p 次角度分散が小さな値を取ることが確認できる.

(3) FD の定式化

歩行者同士の交錯や Lane formation の影響などを 表現可能な歩行者流の FD を定式化する. 提案する モデルはシンプルな関数形の FD を, 角度分散や 2 次角度分散などを用いて拡張して定式化する.

a) ベースとする FD 関数

定式化のベースとする FD の関数形を式 (7) に示す.

$$J = \min(u\rho, C). \tag{7}$$

ただし, J は流率, u は自由流速度, ρ は密度, C は容量である.

式 (7) は $u\rho < C$ である自由流領域では流率は $J = u\rho$ に、 $u\rho > C$ である渋滞流領域では流率は容量 C に制約され J = C となることを意味する. なお、密度が高くなるにつれて流率が低下するような極端 な混雑領域はこのモデルの対象にしないものとする.

b) 角度等の影響の組み込み

まず、歩行者同士の交錯の影響をモデルに組み込む、歩行者の方向が単一ピークであれば、交錯はほとんど発生しない、一方、様々な進行方向の歩行者が存在している場合、交錯は発生しやすいと考えられる。2.2 節で述べたように、角度分散は角度データの散らばりを表す。したがって、歩行者の進行方向の角度分散が大きいほど交錯の影響が大きいと考えることができる。そこで、容量Cが角度分散 v_1 が大きいほど小さくなるものとしてモデリングする。なお、角度分散 v_1 は自由流速度uには影響を与えないものとする。これは、低密度時は歩行者同士の交錯は進行方向の散らばりの度合いに関わらず発生しにくいと考えられるためである。

表-1 図-1 の歩行者流に対する p 次角度分散の計算例

流れのタイプ	ν_1	ν_2	ν_3	ν_4
単方向流		0.052		
双方向流	0.958	0.166	0.975	0.514
十字路流-A	0.958	0.947	0.931	0.459
十字路流-B	0.303	0.944	0.407	0.245

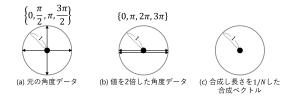


図-6 2次角度分散 v2 が大きい値を取る場合の例

次に、Lane formation の影響をモデリングする. Lane formation が発生する双方向流では、歩行者の移動方向は周期 π rad で2つのピークを持つため、2次角度分散は小さな値をとる.Lane formation が発生する場合、容量が増加すると考えられるため.したがって、裏を返せば、2次角度分散が大きい Lane formationが発生していない流れのタイプでは、Laneformationが発生している場合と比較して容量が低下すると考えられる.よって容量Cが2次角度分散 v_2 が大きいほど小さくなるものとしてモデリングする.

さらに、観測領域内の周囲の壁の影響をモデルに組み込む、壁の影響を定量化するために、wall ratio と呼ぶ指標 r を式 (8) のように定義する.

$$r = \frac{L - l}{L}. (8)$$

ここで、L は測定領域の周長を表し、I はそのうち歩行者が横断できる長さを表す.

図-7 のように、正方形の測定エリアを想定した場合、単なる直線的な通路では r=0.5、十字路では r=0となる。壁が多く存在すると、歩行者が自由に 歩けなくなり、通路の能力が低下すると考えられる ため、容量 C は wall ratio r が増加するにつれて減少すると予想される.

上記の議論に基づき、容量 C は、角度分散 v_1 、2 次角度分散 v_2 、および wall ratio r の増加にともなって低下すると予想される. これらの影響を考慮した容量 C を式 (9) のように記述する.

$$C = C_0(1 - \gamma_1 \nu_1 - \gamma_2 \nu_2)(1 - \gamma_{\text{wall}} r). \tag{9}$$

ただし、 C_0 は角度分散 ν_1 、2 次角度分散 ν_2 、および wall ratio r の影響がない場合の容量を表し、 γ_1 、 γ_2 、 γ_{wall} は各々のパラメータである.

式 (9) を式 (7) に代入することで角度等の影響を考慮した歩行者流の FD モデルが式 (10) のように得られる.

$$J = \min(u\rho, C_0(1 - \gamma_1 \nu_1 - \gamma_2 \nu_2)(1 - \gamma_{\text{wall}}r)). \tag{10}$$

c) 平滑化

式 (10) は minimum 関数を用いているため、微分不可能な点が存在する. パラメータ推定などでの取り扱いを簡単にするため、式 (11) で定義される log-sum-exp (LSE) 関数を用いて平滑化する.

LSE
$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \equiv \log \left(\sum_{j=1}^{i} \exp(x_i) \right)$$

$$\approx \max(x_1, x_2, \dots, x_n). \tag{11}$$

LSE 関数は maximum 関数のなめらかな近似であり,式 (12) のように符号を入れ替えれば minimum 関数を近似することもできる.

$$-LSE(-x_1, -x_2, \dots, -x_n) \approx -\max(-x_1, -x_2, \dots, -x_n)$$
$$= \min(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (12)$$

LSE 関数を符号を入れ替えた上で式 (10) に適用し 平滑化することで,式 (13) に示した本研究で提案する歩行者 FD モデルが完成する.

$$J(\rho, \nu_1, \nu_2, r) = -\log\{\exp(-u\rho)$$

$$+\exp(-C_0(1 - \gamma_1\nu_1 - \gamma_2\nu_2)(1 - \gamma_{\text{wall}}r))\}$$
(13)

図-8 に本節で説明したモデルの模式図を示す.

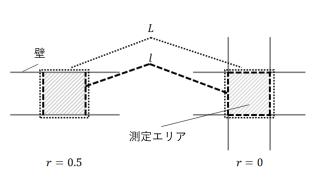


図-7 Wall ratio

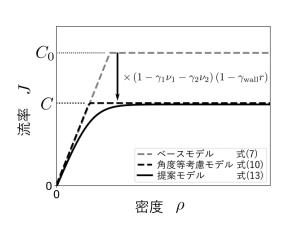


図-8 モデル模式図

3. ケーススタディ

(1) データ

ケーススタディでは、"Corridor, unidirectional flow " (DOI: 10.34735/ped.2013.6), "Corridor, bidirectional flow " (DOI: 10.34735/ped.2013.5) および"Crossing, 90 degree angle " (DOI: 10.34735/ped.2013.4) を使用した. これらのデータセットはドイツの研究機関である ユーリッヒ研究センター (Forschungszentrum Jülich) によって提供されている. データセットには、複数 の流れのタイプの歩行者の軌跡データが記録されて おり、本研究ではそのうち単方向流、双方向流、十字 路流-A, 十字路流-B に相当する軌跡データを用いた.

流率Jや密度 ρ は軌跡データから式(14),式(15)のように、Edie の定義¹³⁾ を適用して計算した.

$$J = \frac{\sum_{s} d_{s}}{A}$$

$$\rho = \frac{\sum_{s} t_{s}}{A}$$
(14)

$$\rho = \frac{\sum_{s} t_{s}}{A} \tag{15}$$

ここで A は流率や密度を測定する時空間領域、 d_s は 歩行者sが時空間領域A内を移動した総距離, t_s は 歩行者 s が時空間領域 A 内を移動した総時間である.

本研究では, 時空間領域 A は, 10 秒 × 通路中央の 正方形領域(図-1 斜線部分,単方向流では5 m 四方, それ以外の流れのタイプでは4m四方である)とし た. 図-9 に計算された流率 J と密度 ρ の散布図を示 した.

角度分散 ν₁ や 2 次角度分散 ν₂ は次の手順で軌跡 データから計算した. まず各歩行者の進行角度を 0.2 秒または 0.25 秒ごとに角度データとして記録した. 次に、10秒ごとにこれらのデータを集計した. そし て、集計したデータを用いて時々刻々の角度分散や 2 次角度分散を計算した. wall ratio r は式 (8) に示 した定義によって計算し、単方向流、双方向流では r = 0.5, 十字路流ではr = 0とした.

各流れのタイプごとに80個のランダムな時刻の データを取得し、そのうち 50 個を訓練データ、30 個 をテストデータとした.

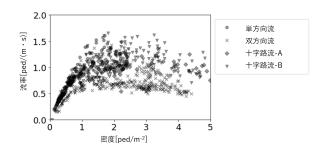


図-9 流率-密度散布図

表-2 推定結果

	推定值	<i>t</i> 値	p 值
<i>u</i> [m/s]	3.09	18.5	$< 10^{-10}$
$C_0[\text{ped/(m \cdot s)}]$	1.52	15.2	$< 10^{-10}$
γ_1	0.224	6.20	3×10^{-9}
γ_2	0.210	3.37	9×10^{-4}
$\gamma_{ m wall}$	0.435	4.74	4×10^{-6}

表-3 提案モデルの決定係数

	R^2	\bar{R}^2
訓練データ	0.654	0.646
テストデータ	0.615	0.599

表-4 角度分散 ν_1 , 2 次角度分散 ν_2 , wall ratio r の影響を 考慮しないモデルの決定係数

	R^2	\bar{R}^2
訓練データ	0.446	0.440
テストデータ	0.457	0.447

(2) パラメータ推定

式 (13) に示した歩行者 FD のモデルのパラメータ を,訓練データを用いて推定した.推定には最小二 乗法を用いた. また, テストデータを用いてモデル の性能を評価した.

表-2 にパラメータ推定結果を示す. $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_{wall}$ の 推定値の符号は正であった. これは, 角度分散 ν_1 , 2 次角度分散 ν_2 , wall ratio r が容量 C を減少させる という3章の予想と一致する. さらに, t値, p値か ら判断すると、すべてのパラメータが有意であった. また、表-3に訓練データとテストデータに対するモ デルの決定係数 R^2 と自由度調節済み決定係数 \bar{R}^2 の 値を示す. 決定係数は約0.6であり、また、テスト データを用いた場合に大幅に値が低下することもな かったため、モデルがある程度の性能を持っている ことが示された.

さらに、角度分散 v_1 、2 次角度分散 v_2 、wall ratio rのモデルの性能への寄与を確認するため、式(16)に 相当するこれらの変数が容量 C に与える影響を考慮 しないモデルの決定係数 R² と自由度調節済み決定 係数 \bar{R}^2 を計算した.

$$J = -\log\{\exp(-u\rho) + \exp(-C_0)\}.$$
 (16)

その計算結果を表-4に示した.表-3に示した提案 モデルの結果と比較して、決定係数 R² および自由度 調節済み決定係数 \bar{R}^2 の値は小さくなっており、角度 分散 ν_1 , 2 次角度分散 ν_2 , wall ratio r のモデルの性能 への寄与が示唆された.

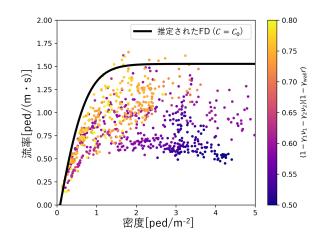


図-10 推定された FD

図-10 に,推定された FD とデータ点を流率-密度平面上に示した.ただし,FD は角度分散 v_1 ,2 次角度分散 v_2 ,wall ratio r がいずれも 0,つまり容量 C が C_0 に等しい場合を示している.また,データ点は 10 秒ごとに計算されたものであり,その時刻の容量 C の C_0 からの減衰の割合を表す $-C_0(1-\gamma_1v_1-\gamma_2v_2)(1-\gamma_{wall}r)$ によって色分けされている.流率の低い地点で, $-C_0(1-\gamma_1v_1-\gamma_2v_2)(1-\gamma_{wall}r)$ も低くなる傾向にあることが読み取れる.つまり,提案モデルが流れのタイプなどの特徴に応じて容量を変化させることができていたと考えられる.

4. 結論

本研究では、様々な種類の流れのタイプに適用可能な歩行者 FD のモデルを提案した.提案したモデルは、方向統計学により定義される統計量である角度分散や、独自に定義したp次角度分散を説明変数に用いた.これにより、十字路流では流率が低下するなどの、歩行者の進行方向が流率に与える影響を一つの FD で表現することが可能となった.また、実際の歩行者の軌跡データを用いて提案モデルのパラメータ推定、評価を行った.パラメータの推定値は、モデリングの予想と一致し、さらに、モデルが一定の性能を持つことも確認された.

本研究を通して、多方向性に起因する歩行者流の 複雑な特徴が、角度データから得られる統計量によっ て表現できる可能性が示唆された.一方で、本研究 のモデルは単純なものであり、方向統計学を歩行者 流に適用する初めての試みであるため、表現に限界 がある.例えば、歩行者の進行方向ごとの流率は説 明できない.このようなことを説明するために、本 研究において提案したモデルを拡張することが重要 である.

謝辞:本研究は JSPS 科研費 20H02267 の助成を受けたものである.この場を借りて厚く御礼申し上げる.

REFERENCES

- Vanumu, L.D., Ramachandra R.K. and Tiwari, G. Fundamental diagrams of pedestrian flow characteristics: A review. *European Transport Research Review*, 9, Article number: 49, 2017.
- Lam, William H.K., Lee, Jodie Y.S., Chan, K.S. and Goh, P.K. A generalised function for modeling bi-directional flow effects on indoor walkways in Hong Kong. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Volume 37, Issue 9, pp. 789-810, 2003
- 3) Zhang, J. and Seyfried A. Empirical Characteristics of Different Types of Pedestrian Streams, *Procedia Engineering*, 62, pp. 655-662, 2013.
- 4) Flötteröd, G. and Lämmel, G. Bidirectional pedestrian fundamental diagram. *Transportation Research Part B: Methodological*, Volume 71, pp. 194-212, 2015.
- Cao, S., Seyfried, A., Zhang, J., Holl, S., and Song, W. Fundamental diagrams for multidirectional pedestrian flows. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, Volume 2017, 033404, 2017.
- 6) Mardia, K.V., and Jupp, P.E. *Directional Statistics*. Wiley, New York, 1999.
- 7) Boeing, G. Urban spatial order: street network orientation, configuration, and entropy. *Applied Network Science*, 4, Article number: 67, 2019.
- 8) Nagasaki, K., Nakanishi, W., and Asakura, Y. Application of the rose diagram to road network analysis. *24th International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies, Hong Kong*, 2019.
- Nagasaki, K., Shogo K., Nakanishi, W., and Jones M.C. Traffic Count Data Analysis Using Mixtures of Kato–Jones Distributions on the Circle. *ArXiv*. /abs/2206.01355, 2022
- 10) Feliciani, C. and Nishinari, K. Empirical analysis of the lane formation process in bidirectional pedestrian flow. *Physical Review E*, 94, 032304, 2016.
- 11) Jin, C., Jiang, R., Wong, S.C., Xie, S., Li, D., Guo, N. and Wang, W. Observational characteristics of pedestrian flows under high-density conditions based on controlled experiments. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Volume 109, pp. 137-154, 2019.
- 12) Lee, J., Kim, T., Chung, JH. And Jinho K. Modeling lane formation in pedestrian counter flow and its effect on capacity. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20, pp. 1099-1108, 2016.
- 13) Edie, L.C. Discussion of traffic stream measurements and definitions. 2nd International Symposium on the Theory of Traffic Flow, London, pp. 139-154, 1963.

(Received ??? ?? 202?) (Accepted ??? ?? 202?)

MODELING PEDESTRIAN FUNDAMENTAL DIAGRAM BASED ON DIRECTIONAL STATISTICS

Keiichiro FUJIYA, Kota NAGASAKI and Toru SEO

Understanding pedestrian dynamics is crucial for appropriately designing pedestrian spaces, such as corridors and public squares. The pedestrian fundamental diagram (FD), which describes the relationship between pedestrian flow and density within a given space, is crucial for characterizing these dynamics. Pedestrian FDs are strongly influenced by the direction of pedestrian flow, such as uni-directional, bi-directional, or multidirectional. Many researchers have analyzed pedestrian FDs with individual models for these specific situations. In this study, we propose a novel model for pedestrian FDs that can consider more general distribution of flow direction by using directional statistics, which is the statistics that deals with angular data. First, an indicator describing the pedestrian flow situation is developed solely from pedestrian trajectory data using directional statistics. Second, by incorporating this indicator into a traditional pedestrian FD model, we propose a new FD model to represent various pedestrian flow situations. We applied the proposed model to actual pedestrian trajectory data and validated its performance. The results confirm that the model effectively represents the essential nature of the multidirectional pedestrian flow, such as the capacity reduction depending on direction distribution.