

定理 3.9 任意の論理式 A に対して,

- (1) A の完全積和標準形は, 真理値表の中で A の真理値が T となる解釈に対応するすべての極小項の和である。
- (2) A の完全積標準形は, 真理値表の中で A の真理値が F となる解釈に対応するすべての極大項の積である。

【証明】

- (1): A の真理値が T となる解釈に対応するすべての極小項の和 B を考える。任意の解釈 I に対して, A の真理値が T となるならば, B の中に I に対応する極小項があるので, B の真理値も T となる。また逆に I に対して, A の真理値が F となるならば, B の中に I に対応する極小項がないので, B の真理値も F となる。ゆえに, $A \Leftrightarrow B$ である。
- (2): A の真理値が F となる解釈に対応するすべての極大項の積 C を考える。任意の解釈 I に対して, A の真理値が T となるならば, C の中に I に対応する極大項がないので, C の真理値も T となる。また逆に I に対して, A の真理値が F となるならば, C の中に I に対応する極大項があるので, C の真理値も F となる。ゆえに, $A \Leftrightarrow C$ である。