

**定理 4.9** 有向グラフ  $G(V, E)$  の任意の頂点  $v$  は,  $G$  のただ一つの強連結成分に属する。

【証明】

有向グラフ  $G(V, E)$  の任意の頂点  $v$  に対して, 明らかに,  $v$  を含む  $G$  の強連結成分が存在する。

背理法で,  $v$  が  $G$  のただ一つだけの強連結成分に属することを証明する。 $v$  が二つの強連結成分  $(V_1)_G$  と  $(V_2)_G$  に属するとすると,  $v$  は  $V_1$  および  $V_2$  の任意の頂点と互いに到達可能である。よって,  $V_1$  の任意の頂点と  $V_2$  の任意の頂点は ( $v$  を介して) 互いに到達可能である。すなわち,  $(V_1)_G$  と  $(V_2)_G$  は独立した強連結成分ではないので矛盾する。ゆえに,  $G$  の任意の頂点  $v$  は  $G$  のただ一つだけの強連結成分に属する。