

定理 2.1 $*$ を集合 A 上の 2 項演算とする。 e_l, e_r がそれぞれ演算 $*$ に関して左単位元, および右単位元であれば, $e_l = e_r$ が成り立つ。かつ, 単位元は存在してもたかだか一つである。

【証明】

e_l は左単位元であるから, $e_l * e_r = e_r$ である。 e_r は右単位元であるから, $e_l * e_r = e_l$ である。ゆえに, $e_l = e_r$ となる。 e と e' が A の演算 $*$ に関して単位元だとすると, 単位元の定義により, $e = e * e' = e'$ である。すなわち, 単位元は存在してもたかだか一つである。