定理 1.29 $f:X\to Y$ **が全単射であれば，** f **の逆関係** f^c **は** $Y\to X$ **の全単射である。**

【証明】

$f=\{<x,y>|(x\in X)$**かつ**$(y\in Y)$**かつ**$(f(x)=y)\}$，$f^c=\{<y,x>|<x,y>\in f\}$。

(1) f **が全射なので，任意の** $y\in Y$ **に対して，ある** $<x,y>\in f$ 。**すなわち，** $<y,x>\in f^c$。**ゆえに，** f^c **の定義域が** Y **である。** f **が単射なので，一つの** $y\in Y$ **に対して，一つだけ** $x\in X$ **が存在し，** $<x,y>\in f$ 。**すなわち，** $<y,x>\in f^c$。**ゆえに，** f^c **は** Y **から** X **への関数である。**

(2) f **が全射なので，** $f(X)=Y$ 。**すなわち，** $f^c(Y)=X$ 。**ゆえに，** f^c **も全射である。** f^c **が単射でないとすると，ある** $y_1\neq y_2$ **が存在して，** $f^c(y_1)=x_1=f^c(y_2)=x_2$ **となる。よって，** $f(x_1)=f(x_2)$，**すなわち** $y_1=y_2$ **となり，矛盾する。ゆえに，** f^c **は単射である。**

(1)**と**(2)**より，** f^c **は全単射である。**