

定理 2.28 束 $\langle A, \leq \rangle$ の任意の要素 a, b, c, d に対して, $a \leq b$ かつ $c \leq d$ ならば, $a \vee c \leq b \vee d$ かつ $a \wedge c \leq b \wedge d$ である。

【証明】

$b \leq b \vee d$ と $d \leq b \vee d$ であるから, 推移律により, $a \leq b \vee d$ と $c \leq b \vee d$ である。すなわち, $b \vee d$ は a および c の上界である。ところで, $a \vee c$ は, a と c の上限(最小上界)であるから, $a \vee c \leq b \vee d$ を得る。

また, $a \wedge c \leq a$ と $a \wedge c \leq c$ であるから, 推移律により, $a \wedge c \leq b$ と $a \wedge c \leq d$ である。すなわち, $a \wedge c$ は b および d の下界である。ところで, $b \wedge d$ は, b と d の下限(最大下界)であるから, $a \wedge c \leq b \wedge d$ を得る。