定理 2.19 $<G, *>$を生成元aを持つ有限巡回群とする。$|G| = n$であるとき，単位元$e = a^n$，かつ，$G = \{a, a^2, a^3, ..., a^n = e\}$である。

【証明】

(1) $e = a^m$かつ$1 \le m < n$と仮定する。$<G, *>$が巡回群であるから，Gの任意の要素をa^kと書ける，ここで，kは正整数，$k = mq + r$，qは非負整数，$0 \le r < m$である。すなわち，$a^k = a^{mq+r} = (a^m)^q * a^r = a^r$である。よって，$G$の任意の要素$a^k$を$a^r$ $(0 \le r < m)$と書ける。ゆえに，Gの要素の個数(すなわち,位数)は多くともmであることになり，$|G| = n$と矛盾する。ゆえに，$e = a^n$である。

(2) $a, a^2, ..., a^n$はすべて異なる要素であることを示す。
$1 \le i < j \le n$かつ$a^i = a^j$と仮定すると，$a^{j-i} = e$かつ$1 \le j - i < n$が成り立ち，(1)に矛盾する。よって，$a, a^2, ..., a^n$はすべて異なる要素である。

ゆえに，$G = \{a, a^2, a^3, ..., a^n = e\}$である。