

**定理 1.34** 集合  $A, B, C$  に関してつぎが成り立つ。

- (1)  $A \approx A$
- (2)  $A \approx B$  ならば  $B \approx A$
- (3)  $A \approx B$  かつ  $B \approx C$  ならば  $A \approx C$

【証明】

- (1)  $I_A$  は  $A \rightarrow A$  の全単射関数であるので,  $A \approx A$  である。
- (2)  $A \approx B$  ならば,  $A \rightarrow B$  の全単射関数  $f$  が存在する。よって,  $f^c$  が  $B \rightarrow A$  の全単射関数である。ゆえに,  $B \approx A$  である。
- (3)  $A \approx B$  かつ  $B \approx C$  ならば,  $A \rightarrow B$  の全単射関数  $f$  と  $B \rightarrow C$  の全単射関数  $g$  が存在する。よって, 合成関数  $g \circ f$  が  $A \rightarrow C$  の全単射関数である。ゆえに,  $A \approx C$  である。