

定理 1.10 集合 A, B について, 次のド・モルガンの法則が成り立つ。

$$(1) \sim (A \cup B) = \sim A \cap \sim B \quad (2) \sim (A \cap B) = \sim A \cup \sim B。$$

【証明】

$$(1): \sim (A \cup B) = \{x \mid x \notin (A \cup B)\}$$

$$= \{x \mid x \notin A \text{ かつ } x \notin B\}$$

$$= \{x \mid x \in \sim A \text{ かつ } x \in \sim B\}$$

$$= \sim A \cap \sim B。$$

$$(2): (1) \text{より}, \sim (\sim A \cup \sim B) = \sim \sim A \cap \sim \sim B,$$

$$\text{すなわち}, \sim (\sim A \cup \sim B) = A \cap B。$$

$$\text{よって}, \sim A \cup \sim B = \sim (A \cap B)。$$