定理 2.16 ＜G ,$*$＞を群とする。S が G の空でない部分集合であるとき，任意の要素 $a,b \in S$ に対して，$a*b^{-1} \in S$ が成り立つならば，＜S ,$*$＞は＜G ,$*$＞の部分群である。

【証明】

(1) $*$ の結合性は S 上でも保有される。

(2) e を＜G ,$*$＞の単位元とする。S の任意の要素 a に対して，$e = a*a^{-1} \in S$，かつ $a*e = e*a = a$，すなわち，e も＜S ,$*$＞の単位元である。

(3) S の任意の要素 a に対して，$e*a^{-1} \in S$，すなわち，a の逆元 $a^{-1} \in S$ 。

(4) S の任意の要素 a と b に対して，(3)により，$b^{-1} \in S$ 。よって，$a*b = a*(b^{-1})^{-1} \in S$ 。すなわち，$*$ は S 上の閉じた演算である。

ゆえに，＜S ,$*$＞は群で，＜G ,$*$＞の部分群である。