

定理 4.8 有向グラフ $G(V, E)$ が強連結である必要十分条件は G がすべての頂点を含む閉路を持つことである。

【証明】

$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ とする。

“ \Rightarrow ”: 有向グラフ G が強連結であるとき, G の任意の2頂点に対して, 互いに一方から他方へ到達可能である。よって, v_1 から v_2 への道, v_2 から v_3 への道, \dots , v_{n-1} から v_n への道, v_n から v_1 への道がある。ゆえに, G はすべての頂点を含む閉路を持つ。

“ \Leftarrow ”: G がすべての頂点を含む閉路を持つとき, G の任意の2頂点に対して, 互いに一方から他方へ到達可能である。よって, G は強連結である。