定理 2.15 ＜G , $*$ ＞を群とする。B が G の空でない有限部分集合であるとき，$*$ が B 上で閉じた演算であれば，＜B , $*$ ＞は＜G , $*$ ＞の部分群である。

【証明】

b を B の任意の要素とする。$*$ は B 上で閉じた演算であるから，$b^2 = b * b$ ，$b^3 = b^2 * b$,$\cdots$ はともに B の要素である。B は有限集合であるから, 正整数 i と j が存在して（$i < j$ と仮定する)，$b^i = b^j = b^i * b^{j-i}$ が成り立つ。消去律により，b^{j-i} が＜G , $*$ ＞の単位元で，かつ B の要素である。$j - i > 1$ のとき，$b^{j-i} = b^{j-i-1} * b$ である。よって，b^{j-i-1} が b の逆元である。$j - i = 1$ のとき，b 自身が単位元で，b の逆元は b 自身である。ゆえに，＜B , $*$ ＞は＜G , $*$ ＞の部分群である。