定理 2.22 q を環 $< A , + , \times >$ の加法 $+$ の単位元とし，任意の要素 $a \in A$ に対して，$-a$ を a の加法 $+$ の逆元とし，$a+(-b)$ を $a-b$ と書く。任意の要素 $a,b,c \in A$ に対して，次の式が成り立つ。

(1) $a \times q = q \times a = q$

(2) $a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$

(3) $(-a) \times (-b) = a \times b$

(4) $a \times (b-c) = (a \times b) - (a \times c)$

(5) $(b-c) \times a = (b \times a) - (c \times a)$

【証明】

(1)： $a \times q = a \times (q+q) = (a \times q) + (a \times q)$ であるから，加法群の消去律により，$q = a \times q$ である。$q = q \times a$ であることは，同様に証明される。

(2)： $(a \times b) + (a \times (-b)) = a \times (b + (-b)) = a \times q = q$ であるから，$a \times (-b) = -(a \times b)$ である。$(-a) \times b = -(a \times b)$ であることは，同様に証明される。

(3)： $(a \times (-b)) + ((-a) \times (-b)) = (a + (-a)) \times (-b) = q \times (-b) = q$ かつ
$(a \times (-b)) + (a \times b) = a \times ((-b) + b) = a \times q = q$ であるから,
$(-a) \times (-b) = a \times b$ である。

(4)： $a \times (b-c) = a \times (b + (-c)) = (a \times b) + (a \times (-c)) = (a \times b) - (a \times c)$ である。

(5)： $(b-c) \times a = (b + (-c)) \times a = (b \times a) + ((-c) \times a) = (b \times a) - (c \times a)$ である。