補題 2.3 $< A, \vee, \wedge, \bar{} >$を有限ブール代数とする。$b$を$0$でない$A$の要素とし，$a_1, a_2, ..., a_k$ を$a_i \leqslant b$であるようなAのすべての原子とする。このとき，$b = a_1 \vee a_2 \vee ... \vee a_k$ は原子の結びによるbの一意な表現である。

【証明】

bに対して別の表現$b = a_1' \vee a_2' \vee ... \vee a_j'$ （ここで，$a_1', a_2', ..., a_j'$ はAの原子である）が存在するとき，明らかに，bは$a_1', a_2', ..., a_j'$ の上限であるから，$a_1' \leqslant b$，$a_2' \leqslant b$，…，$a_j' \leqslant b$である。$a_1, a_2, ..., a_k$ は$a_i \leqslant b$であるようなAのすべての原子であるから, 集合$M' = \{a_1', a_2', ..., a_j'\}$ は集合$M = \{a_1, a_2, ..., a_k\}$ の部分集合である。よって，$j \leq k$ である。$j < k$ と仮定すると，あるM の要素$a_i \notin M'$ である。よって，$0 = (a_i \wedge a_1') \vee (a_i \wedge a_2') \vee ... \vee (a_i \wedge a_j')$

$$
\begin{aligned}
&= a_i \wedge (a_1' \vee a_2' \vee ... \vee a_j') \\
&= a_i \wedge b \\
&= a_i \wedge (a_1 \vee a_2 \vee ... \vee a_k) \\
&= a_i
\end{aligned}
$$

となり，a_i が原子であることに矛盾する。ゆえに，$j = k$ でなければならない。すなわち，$b = a_1 \vee a_2 \vee ... \vee a_k$ は原子の結びによるbの一意な表現である。