

**定理 2.12** 群  $\langle G, * \rangle$  の演算表に対して、任意の行または任意の列は  $G$  の置換である。

【証明】

群  $\langle G, * \rangle$  の演算表の任意の行  $a$  に対して、 $G$  の任意の要素  $b$  が行  $a$  に存在する。その理由は、 $a^{-1} * b \in G$  かつ  $a * (a^{-1} * b) \in G$  である。すなわち、 $b$  が  $a$  行  $(a^{-1} * b)$  列の要素である。もし行  $a$  に、 $b$  が列  $x$  と列  $y$  で出現するならば、 $a * x = a * y = b$  となり、定理 2.11 により、 $x = y$ 。よって、演算表の任意の行  $a$  には、 $G$  の任意の要素  $b$  が一回だけ出現する。ゆえに、群  $\langle G, * \rangle$  の演算表に対して、任意の行は  $G$  の置換である。同様な理由で、群  $\langle G, * \rangle$  の演算表に対して、任意の列は  $G$  の置換である。