

定理 1.13 集合 A, B について, 次の各事項は等しい。

(1) $A \subseteq B$

(2) $\sim B \subseteq \sim A$

(3) $A \cup (B - A) = B$

【証明】

(1) (2): $A \subseteq B$ より, $A \cup B = B$ 。よって, $\sim A \cap \sim B = \sim B$ 。

ゆえに, $\sim B \subseteq \sim A$ 。

(2) (3): $\sim B \subseteq \sim A$ より, $\sim B = \sim A \cap \sim B = \sim (A \cup B)$ 。よって, $B = A \cup B$ 。

よって, $A \cup (B - A) = A \cup (B \cap \sim A)$

$$= (A \cup B) \cap (A \cup \sim A)$$

$$= A \cup B$$

$$= B$$

(3) (1): $B = A \cup (B - A)$ より,

$$B = A \cup (B \cap \sim A) = (A \cup B) \cap (A \cup \sim A) = A \cup B。$$

ゆえに, $A \subseteq B$