

定理 2.3 $*$ を集合 A 上の 2 項演算とする。 $|A| \geq 1$ かつ代数系 $\langle A, * \rangle$ の単位元 e と零元 q がともに存在するならば、 $e \neq q$ が成り立つ。

【証明】

背理法を利用する。 $e = q$ が成り立つならば、 A の任意の要素 a に対して、 $a = e * a = q * a = q = e$ である。よって、 A のすべての要素は同じである。すなわち、 $|A| = 1$ となり $|A| \geq 1$ と矛盾する。ゆえに、 $e \neq q$ が成り立つ。