定理 2.17 $<G, *>$**を群とする。**$<G, *>$**が可換群である必要十分条件は任意の要素**$a, b \in G$ **に対して，** $(a*b)*(a*b)=(a*a)*(b*b)$ **が成り立つことである。**

【証明】

"$\Rightarrow$"**:** $<G, *>$**は可換群であるとする。**G **の任意の要素**a **と**b **に対して，**

$a*b=b*a$ **から，**

$$
\begin{aligned}
(a*b)*(a*b) &= a*(b*a)*b \\
&= a*(a*b)*b \\
&= (a*a)*(b*b)
\end{aligned}
$$

が成り立つ。

"$\Leftarrow$"**:** G **の任意の要素**a **と**b **に対して，** $(a*b)*(a*b)=(a*a)*(b*b)$ **より，**

$$
\begin{aligned}
a*b &= (a^{-1}*a)*(a*b)*(b*b^{-1}) \\
&= a^{-1}*((a*a)*(b*b))*b^{-1} \\
&= a^{-1}*((a*b)*(a*b))*b^{-1} \\
&= (a^{-1}*a)*(b*a)*(b*b^{-1}) \\
&= b*a
\end{aligned}
$$

すなわち， $*$ **は可換演算である。ゆえに，** $<G, *>$**が可換群である。**