定理 1.25 A 上の同値関係 R の商集合 A/R は A の一つの分割である。

【証明】

(1) **すべての** $[a]_R \in A/R$ **に対して,** $[a]_R \neq f$ 。

(2) $[a]_R, [b]_R \in A/R$ **とすると,** $[a]_R \neq [b]_R$ **の場合, もし** $[a]_R \cap [b]_R \neq$ **?とすると,** $c \in [a]_R \cap [b]_R$ **となる** c **が存在する。よって,** $< a, c > \in R$ **かつ** $< b, c > \in R$ 。**定理 1。7。1 より,** $[a]_R = [b]_R$ **となり,** $[a]_R \neq [b]_R$ **に矛盾する。ゆえに,** $[a]_R \cap [b]_R = f$ 。

(3) **商集合** A/R **のすべての同値類の和集合は** A **である。すなわち,** $A = \bigcup_{a \in A} [a]_R$ **である。**

ゆえに, 商集合 A/R **は** A **の一つの分割である。**