定理 2.8 ＜S , $*$ ＞をモノイドとする。S の任意の要素 a,b に対して，a の逆元と b の逆元がともにあるとき,

(1) $(a^{-1})^{-1} = a$ 。 (2) $a * b$ の逆元も存在し，$(a*b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$ である。

【証明】

(1)： a^{-1} は a の逆元であるから，$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ である。よって，$(a^{-1})^{-1} = a$ 。

(2)： $(a*b)*(b^{-1}*a^{-1}) = a*(b*b^{-1})*a^{-1} = a*e*a^{-1} = a*a^{-1} = e$ ，かつ

$(b^{-1}*a^{-1})*(a*b) = b^{-1}*(a^{-1}*a)*b = b^{-1}*e*b = b^{-1}*b = e$ であるから，

$(a*b)^{-1} = b^{-1}*a^{-1}$ である。