

**定理 1.39** 自然数集合  $N$  に対して,  $N \times N$  は可算集合である。

【証明】

$N \times N$  の要素と自然数の 1 対 1 対応は下表のように表される。

0	1	3	6	10	
$\langle 0, 0 \rangle$	$\langle 0, 1 \rangle$	$\langle 0, 2 \rangle$	$\langle 0, 3 \rangle$	$\langle 0, 4 \rangle$	...
<b>2</b>	✓ <b>4</b>	✓ <b>7</b>	✓ <b>11</b>	✓	
$\langle 1, 0 \rangle$	$\langle 1, 1 \rangle$	$\langle 1, 2 \rangle$	$\langle 1, 3 \rangle$	$\langle 1, 4 \rangle$	...
<b>5</b>	✓ <b>8</b>	✓ <b>12</b>	✓		
$\langle 2, 0 \rangle$	$\langle 2, 1 \rangle$	$\langle 2, 2 \rangle$	$\langle 2, 3 \rangle$	$\langle 2, 4 \rangle$	...
<b>9</b>	✓ <b>13</b>	✓			
$\langle 3, 0 \rangle$	$\langle 3, 1 \rangle$	$\langle 3, 2 \rangle$	$\langle 3, 3 \rangle$	$\langle 3, 4 \rangle$	...
<b>14</b>	✓				
$\langle 4, 0 \rangle$	$\langle 4, 1 \rangle$	$\langle 4, 2 \rangle$	$\langle 4, 3 \rangle$	$\langle 4, 4 \rangle$	...
...					

この全単射関数は  $f: N \times N \rightarrow N$ ,  $f(m, n) = (m + n)(m + n + 1)/2 + m$  である。すなわち,  $N \times N$  は可算集合である。