

**定理 2.13** 群  $\langle G, * \rangle$  に対して, 単位元  $e$  だけがべき等元である。

【証明】

$e * e = e$  であるから, 単位元  $e$  はべき等元である。  $a \neq e$  , かつ  $a * a = a$  である  $a \in G$  を考えると,  $a = e * a = (a^{-1} * a) * a = a^{-1} * (a * a) = a^{-1} * a = e$  となり,  $a \neq e$  と矛盾する。ゆえに, 群  $\langle G, * \rangle$  に対して, 単位元  $e$  だけがべき等元である。