

定理 1.38 任意の無限集合はそれ自身のある真部分集合と対等である。

【証明】

無限集合 M に対して、定理 1.37 より、 M の可算部分集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$ がある。 $B = M - A$ 、 $A' = A - \{a_1\}$ 、 $M' = M - \{a_1\}$ とすると、 M' は M の真部分集合である。以下のような M から M' への全単射関数 f が存在するので M と M' は対等である。 $f: M \rightarrow M'$ 、 $x = a_i \in A$ のとき、 $f(x) = a_{i+1}$ で、 $x = b \in B = M - A$ のとき、 $f(x) = b$ 。