定理 4.34 ネットワーク$N(V,E)$の流れをF，切断を$(P,\overline{P})$とするならば，$F_N \leq C(P,\overline{P})$が成立する。

【証明】

定義より，次の式が成り立つ。

(1) $F_N = \sum_{j\in V} F(a,j)$

(2) $\sum_{j\in V} F(j,a) = 0$

(3) $i \in P$ **かつ** $i \neq a$ **であるような** i **に対して，** $\sum_{j\in V} F(i,j) - \sum_{j\in V} F(j,i) = 0$

(4) $\sum_{i\in P, j\in P} F(i,j) = \sum_{i\in P, j\in P} F(j,i)$

よって，

$$
\begin{aligned}
F_N &= \sum_{j\in V} F(a,j) \\
&= [\sum_{j\in V} F(a,j) - \sum_{j\in V} F(j,a)] + \sum_{i\in P, i\neq a}[\sum_{j\in V} F(i,j) - \sum_{j\in V} F(j,i)] \\
&= \sum_{i\in P, j\in V} F(i,j) - \sum_{i\in P, j\in V} F(j,i) \\
&= \sum_{i\in P, j\in P} F(i,j) + \sum_{i\in P, j\in \overline{P}} F(i,j) - [\sum_{i\in P, j\in P} F(j,i) + \sum_{i\in P, j\in \overline{P}} F(j,i)] \\
&= \sum_{i\in P, j\in \overline{P}} F(i,j) - \sum_{i\in P, j\in \overline{P}} F(j,i) \\
&\leq \sum_{i\in P, j\in \overline{P}} F(i,j) \\
&\leq \sum_{i\in P, j\in \overline{P}} C(i,j) \\
&= C(P,\overline{P})
\end{aligned}
$$

が成立する。