

定理 4.33 ネットワーク $N(V, E)$ の流れ F に対して, $\sum_{i \in V} F(a, i) = \sum_{i \in V} F(i, z)$ が成り立つ。ここで, a と z はそれぞれ N の入口と出口である。

【証明】

$\sum_{e \in E} F(e) = \sum_{j \in V} (\sum_{i \in V} F(i, j)) = \sum_{j \in V} (\sum_{i \in V} F(j, i))$ であるので,
 $0 = \sum_{j \in V} (\sum_{i \in V} (F(i, j) - F(j, i)))$
 $= (\sum_{i \in V} (F(i, a) - F(a, i))) + ((\sum_{i \in V} (F(i, z) - F(z, i))) + \sum_{j \in V - \{a, z\}} (\sum_{i \in V} (F(i, j) - F(j, i)))$
 である。定義 4.36 と定義 4.37(2) より, 任意の i に対して, $F(i, a) = F(z, i) = 0$,
 かつ, 任意の $j \in V - \{a, z\}$ に対して, $\sum_{i \in V} F(i, j) = \sum_{i \in V} F(j, i)$ が成り立つので,
 $0 = -\sum_{i \in V} F(a, i) + \sum_{i \in V} F(i, z)$ となる。ゆえに, $\sum_{i \in V} F(a, i) = \sum_{i \in V} F(i, z)$ が成り立つ。