

定理 1.18 集合 A, B, C, D について, $A \times B \subseteq C \times D$ の必要十分条件は $A \subseteq C$ かつ $B \subseteq D$ である。

【証明】

“ \Rightarrow ”: 任意の $x \in A$ と任意の $y \in B$ に対して, $\langle x, y \rangle \in A \times B \subseteq C \times D$ 。すなわち, $x \in C$ かつ $y \in D$ ゆえに, $A \subseteq C$ かつ $B \subseteq D$ である。

“ \Leftarrow ”: $\langle x, y \rangle \in A \times B$ とすると, $x \in A$ かつ $y \in B$ 。 $A \subseteq C$ かつ $B \subseteq D$ より, $x \in C$ かつ $y \in D$ 。すなわち, $\langle x, y \rangle \in C \times D$ 。ゆえに, $A \times B \subseteq C \times D$ である。