

**定理 2.2**  $*$  を集合  $A$  上の 2 項演算とする。 $q_l, q_r$  がそれぞれ演算  $*$  に関して左零元, および右零元であれば,  $q_l = q_r$  が成り立つ。かつ, 零元は存在してもただか一つである。

【証明】

$q_l$  は左零元であるから,  $q_l * q_r = q_l$  である。 $q_r$  は右零元であるから,  $q_l * q_r = q_r$  である。ゆえに,  $q_l = q_r$  となる。 $q$  と  $q'$  が  $A$  の演算  $*$  に関して零元だとすると, 零元の定義により,  $q = q * q' = q'$  である。すなわち, 零元は存在してもただか一つである。