

定理 1.28 要素の個数が等しい二つの有限集合 X と Y に対して (すなわち, $|X| = |Y|$) , 関数 $f: X \rightarrow Y$ が単射である必要十分条件は f が全射であることである。

【証明】

“ \Rightarrow ”: f が単射であれば, $|X| = |f(X)|$ 。 $|X| = |Y|$ より, $|f(X)| = |Y|$ 。ゆえに, f が全射である。

“ \Leftarrow ”: f が全射であれば, $f(X) = Y$ 。よって, $|f(X)| = |Y|$ 。 $|X| = |Y|$ より, $|X| = |f(X)|$ 。ゆえに, f が単射である。