

定理 2.36 束において、結び演算が交わり演算に関して分配的ならば、交わり演算は結び演算に対しても分配的である。また逆も成り立つ。

【証明】

結び演算が交わり演算に関して分配的ならば、束の任意の要素 a, b, c に対して、

$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ である。これと吸収律により、

$$\begin{aligned} a \wedge (b \vee c) &= (a \wedge (a \vee c)) \wedge (b \vee c) \\ &= a \wedge ((a \vee c) \wedge (b \vee c)) \\ &= a \wedge ((a \wedge b) \vee c) \\ &= ((a \wedge b) \vee a) \wedge ((a \wedge b) \vee c) \\ &= (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \end{aligned}$$

である。よって交わり演算は結び演算に対しても分配的である。

双対性により、交わり演算が結び演算に関して分配的ならば、結び演算は交わり演算に対しても分配的である。