定理 2. 32 二つの2項演算の代数系$< A, \vee, \wedge >$に対して，演算$\vee$と$\wedge$がともに交換律と結合律と吸収律を満たすとき，A上に半順序関係$\leqslant$があり，$< A, \leqslant >$は束となる。

【証明】

A上の２項関係$\leqslant$を，Aの要素aとbに対して$a \leqslant b$となるのは，$a \wedge b = a$であるときかつこのときに限ると定める。

(1)　２項関係$\leqslant$はA上の半順序関係であることを証明する。

①反射性　：Aの任意の要素aに対して，定理 2. 31 により，$a \wedge a = a$である。すなわち，$a \leqslant a$である。

②反対称性：$a \leqslant b$かつ$b \leqslant a$のとき，$a \wedge b = a$かつ$b \wedge a = b$である。演算$\wedge$は交換律を満たすから，$a = b$である。

③推移性　：$a \leqslant b$かつ$b \leqslant c$のとき，$a \wedge b = a$かつ$b \wedge c = b$である。よって，
$a \wedge c = (a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c) = a \wedge b = a$である。

ゆえに，２項関係$\leqslant$はA上の半順序関係である。

(2)　$a \wedge b$がaとbの下限(すなわち，最大下界)であることを証明する。

$(a \wedge b) \wedge a = (a \wedge b)$と$(a \wedge b) \wedge b = (a \wedge b)$から，$a \wedge b \leqslant a$と$a \wedge b \leqslant b$である。すなわち，$a \wedge b$は$a$と$b$の下界である。$c$を$a$と$b$の任意の下界とすると，$c \leqslant a$と$c \leqslant b$である。すなわち，$c \wedge a = c$と$c \wedge b = c$である。よって，$c \wedge (a \wedge b) = (c \wedge a) \wedge b = c \wedge b = c$である。すなわち，$c \leqslant a \wedge b$である。よって，$a \wedge b$は$a$と$b$の最大下界である。

(3)　$a \vee b$がaとbの上限(すなわち，最小上界)であることを証明する。

吸収律と交換律により，$a \wedge (a \vee b) = a$と$b \wedge (a \vee b) = b$である。よって，$a \leqslant a \vee b$と$b \leqslant a \vee b$である。すなわち，$a \vee b$はaとbの上界である。cをaとbの任意の上界とすると，$a \leqslant c$と$b \leqslant c$である。すなわち，$c \wedge a = a$と$b \wedge c = b$である。吸収律により，$a \vee c = (a \wedge c) \vee c = c$と$b \vee c = (b \wedge c) \vee c = c$である。べき等律(吸収律と定理 2. 31)と交換律と結合律により，

$c = c \vee c = (a \vee c) \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$である。吸収律により，

$(a \vee b) \wedge c = (a \vee b) \wedge ((a \vee b) \vee c) = (a \vee b)$である。よって，$a \vee b \leqslant c$である。すなわち，$a \vee b$は$a$と$b$の最小上界である。

(1)と(2)と(3)により，$< A, \leqslant >$は束となる。