定理 4.27 n 個の頂点を持つ連結グラフ $G(V,E)$ に対して，次の Kruskal のアルゴリズムで求めた全域木は G の最小全域木である。

[ステップ１]：最小重みの辺 e_1 を選択する。$i=1$ とする。

[ステップ２]：$i=n-1$ であれば，終わりである。
そうでなければ，[ステップ３]に行く。

[ステップ３]：選択した i 個の辺 $\{e_1,e_2,...,e_i\}$ を集合 S とする。$E-S$ から e_{i+1} を選択する。ここで e_{i+1} は辺誘導部分グラフ $(S\cup\{e_{i+1}\})_G$ に閉路がないことを満たす最小重みの辺である。

[ステップ４]：$i=i+1$ とする。[ステップ２]に行く。

【証明】

$T_0(V_0,E_0)$ を上記のアルゴリズムで求めた G の部分グラフとする。ここで，$V_0=V$ (すなわち G の n 個の頂点)，$E_0=\{e_1,e_2,...,e_{n-1}\}$ とし，アルゴリズムの動作より T_0 には閉路がない。定理 4.23 より，T_0 は木であり，G の全域木である。$T_1(V,E_1)$ を G の最小全域木とする。$E_0=E_1$ のとき，T_0 は G の最小全域木である。$E_0\neq E_1$ のとき，$e_i\notin E_1$ となるもっとも小さい i を j とすると，ある e_j が存在し，T_1 は木であるので，T_1+e_j は閉路 r を持つ。閉路 r の中には $f\in E_1$，$f\notin E_0$ であるような辺 f が存在する。よって，$T=(T_1+e_j)-f$ も G の全域木となる。ここで $C(T)=C(T_1)+C(e_j)-C(f)$ である。T_1 は G の最小全域木であるので，$C(T)\geq C(T_1)$ である。よって，$C(e_j)\geq C(f)$ である。$C(e_j)>C(f)$ であるならば，$j\geq 2$ であり (なぜならば e_1 は最小重みの辺だからである)，$\{e_1,e_2,...,e_{j-1},f\}\subseteq E_1$ であるので，辺誘導部分グラフ $(\{e_1,e_2,...,e_{j-1},f\})_G$ にも閉路がないので，上記のアルゴリズムの動作に従うなら e_j よりも先に f を選ぶことになり $f\in E_0$ となり矛盾する。従って，$C(e_j)=C(f)$ である。よって，$C(T)=C(T_1)$，すなわち，T も G の最小全域木であり，T_0 と T はともに辺 $\{e_1,e_2,...,e_j\}$ を持つ。T を T_1 として，上記の議論を繰り返すと，T_0 と G の最小全域木 T はともに辺 $\{e_1,e_2,...,e_{n-1}\}$ を持つことが言える。すなわち，T_0 は G の最小全域木である。