

補題 2.4 $\langle A, \leq \rangle$ をブール束とする。 A の任意の原子 a と任意の要素 b に対して、 $a \leq b$ と $a \leq \bar{b}$ は、どちらか一方だけが成り立つ。

【証明】

$a \leq b$ と $a \leq \bar{b}$ が同時に成り立つならば、定理 2.29 により、 $a \leq b \wedge \bar{b} = 0$ であり、 a が原子であることに矛盾する。すなわち、 $a \leq b$ と $a \leq \bar{b}$ は同時に成り立つことができない。定理 2.27 により、 $a \wedge b \leq a$ である。 a は原子であるから、 $a \wedge b = a$ または $a \wedge b = 0$ である。 $a \wedge b = a$ のとき、定理 2.34 により、 $a \leq b$ となる。 $a \wedge b = 0$ のとき、補題 2.1 により、 $a \leq \bar{b}$ となる。