

定理 4.31 定理 4.30 の条件を満たす重み $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_t$ を持つ最適木を T とする。重み w_1 と w_2 を持つ葉とその親からなる T の部分木 T_s を葉 v で置き換え, v に重み $w_1 + w_2$ をつけ, これを T' とすると, T' は重み $w_1 + w_2, w_3, \dots, w_t$ を持つ最適木である。

【証明】

T と T' に対して, $W(T) = W(T') + w_1 + w_2$ である。 T' が重み $w_1 + w_2, w_3, \dots, w_t$ を持つ最適木でないならば, 重み $w_1 + w_2, w_3, \dots, w_t$ を持つ最適木 T'' の重み $w_1 + w_2$ を持つ葉を T の部分木 T_s で置き換え, 重み $w_1 \leq w_2 \leq \dots \leq w_t$ を持つ木 T^0 を得ることができ, $W(T'') < W(T')$ かつ $W(T^0) = W(T'') + w_1 + w_2$ である。よって, $W(T^0) < W(T)$ である。これは, T が最適木であることに矛盾する。ゆえに, T' は重み $w_1 + w_2, w_3, \dots, w_t$ を持つ最適木である。