

定理 1.2 任意の集合 A と B について , $A=B$ の必要十分条件は $A \subseteq B$ かつ $B \subseteq A$ である。

【証明】

“ \Rightarrow ” : $A=B$ であれば , 定理 1.1(2) から , $A \subseteq B$ かつ $B \subseteq A$ である。

“ \Leftarrow ” : 背理法を用いる。 $A \subseteq B$ かつ $B \subseteq A$ であれば , $A \neq B$ と仮定すると ,
 $x \in A$ かつ $x \notin B$, または , $x \notin A$ かつ $x \in B$ となる x が存在する。
 $x \in A$ かつ $x \notin B$ は $A \subseteq B$ に矛盾し , $x \notin A$ かつ $x \in B$ は $B \subseteq A$ に矛盾する。ゆえに , $A=B$ 。