

**定理 4.14** グラフ  $G(V, E)$  がハミルトングラフであるとき,  $V$  の任意の空でない部分集合  $S$  に対して,  $W(G-S) \leq |S|$  が成り立つ。ここで,  $W(G-S)$  は  $G-S$  の連結成分の個数である。

【証明】

$C$  を  $G$  の一つのハミルトン閉路とすると,  $C$  は  $G$  の全域部分グラフである。 $V$  の任意の空でない部分集合  $S$  に対して, 閉路  $C$  から  $S$  の頂点を除去すると, たかだか  $|S|$  個の道になる。すなわち,  $W(C-S) \leq |S|$  である。一方,  $C-S$  は  $G-S$  の全域部分グラフであるので,  $W(G-S) \leq W(C-S)$  が成り立つ。ゆえに,  $W(G-S) \leq |S|$  が成り立つ。