

定理 2.40 束 $\langle A, \leq \rangle$ に対して、 A が有限集合であるならば、束 $\langle A, \leq \rangle$ の最小元と最大元が必ず存在する。

【証明】

束 $\langle A, \leq \rangle$ に対して、 A は有限集合であるならば、 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ とし、 $\langle A, \vee, \wedge \rangle$ を束 $\langle A, \leq \rangle$ によって定義される代数系とする。 \vee と \wedge は A 上の閉じた演算であるから、 $a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n$ と $a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_n$ は A の二つの要素である。 A の任意の要素 a_j ($1 \leq j \leq n$) に対して、 $a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n \leq a_j$ と $a_j \leq a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_n$ が成り立つ。よって、 $a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n$ と $a_1 \vee a_2 \vee \dots \vee a_n$ はそれぞれ束 $\langle A, \leq \rangle$ の最小元と最大元である。