

定理 1.35 集合 A が可算集合である必要十分条件は A のすべての要素を1列に並べることができる (すなわち, A を $\{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$ で表現できる) ことである。

【証明】

“ \Rightarrow ”: 集合 A が可算集合であるので, 全単射関数 $f: A \rightarrow N$ (自然数集合) が存在する。よって, A を $\{f^{-1}(0), f^{-1}(1), \dots, f^{-1}(n), \dots\}$ で表現できる。

“ \Leftarrow ”: A を $\{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$ で表現できれば, $A \rightarrow N$ (自然数集合) の全単射関数 $f(a_{i+1}) = i$ ($i \in N$) が存在する。よって, A が可算集合である。