

## חשבון אינפיניטסימלי 11 תשע"ה סמסטר ב' – משפטים למבחן

1. גבול פונקציה  $f(x)$  כאשר  $x \rightarrow x_0$  הוא יחיד. (חוברת עמוד 125)

2. משפט עזר (Lemma):

$$\text{א. אם } |x - a| < \frac{\epsilon}{2}; |y - b| < \frac{\epsilon}{2} \text{ אזי } |(x + y) - (a + b)| < \epsilon$$

$$\text{ב. אם } |x - a| < \min\left\{1, \frac{\epsilon}{2|b|}\right\}; |y - b| < \frac{\epsilon}{2(|a|+1)}$$

$$\text{אזי } |xy - ab| < \epsilon$$

$$\text{ג. אם } |y - b| < \min\left\{\frac{|b|}{2}, \frac{\epsilon b^2}{2}\right\}; b \neq 0, y \neq 0$$

$$\left|\frac{1}{y} - \frac{1}{b}\right| < \epsilon$$

(קובץ הוכחת כללי הגבולות במקרים הסופיים ב-MOODLE)

3. כללי הגבולות במקרים הסופיים

$$\text{אם: } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L; \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$$

אזי:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = L + M$$

$$\text{ב. } \lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = L \cdot M$$

$$\text{ג. כמו כן, אם } M \neq 0, \text{ אזי: } \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{1}{g}\right)(x) = \frac{1}{M}$$

4. אם  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  ו-  $L > 0$ , אזי קיימת סביבה נקובה של  $a$ ,  $N_\delta^*(a)$ , כך שלכל

$$x \in N_\delta^*(a), f(x) > 0 \text{ מתקיים (חוברת עמוד 151)}$$

5. אם  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$  ואם  $g(x)$  פונקציה חסומה ב-  $N_{\delta_1}^*(a)$ , סביבה נקובה של  $x = a$ ,

$$\text{אזי } \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = 0 \text{ (חוברת עמודים 152-153)}$$

6. אם  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \exists$  עבור  $L$  ממשי, אזי קיימת סביבה נקובה של  $x = a$ ,  $N_\delta^*(a)$ ,

עבור  $\delta > 0$ , וקיים  $M > 0$  קבוע ממשי כך שלכל  $x$  ב-  $N_\delta^*(a)$  מתקיים  $|g(x)| \leq M$ .  
(חוברת עמוד 153)

7. משפט הסנדוויץ: אם בקטע פתוח שמכיל את  $x = a$  מתקיים

$$f(x) \leq h(x) \leq g(x)$$

לכל  $x$  פרט אולי ב-  $x = a$  עצמה ואם

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$$

$$\text{אזי } \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

(חוברת עמוד 155)

$$8. \exists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

(חוברת עמוד 238)

////////