

# 統計力学レポート

田中寿弥

2021 年 10 月 17 日

## 問題

$N \gg 1$  とする .

1.  $N!$  を  $\log$  を使わず , 近似的に表わせ .
2.  $\log N!$  と  $N(\log N - 1)$  をプロットせよ .

## 解答

1. Stirling の公式より ,

$$N! \simeq \sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e}\right)^N . \quad (1)$$

2. 下図のようになる . i. ii.

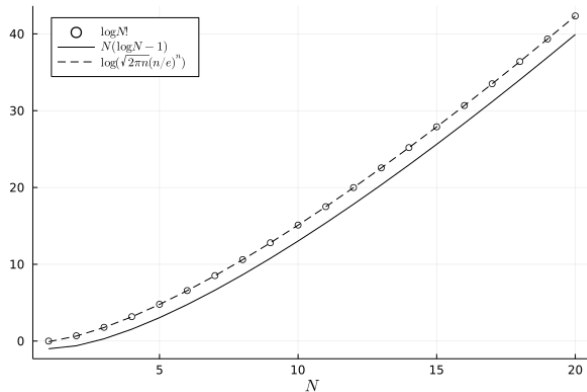


図 1  $N = 20$  くらいまでだと , 若干違うがふるまいとして一致しているように見える .  $\sqrt{2\pi N}$  のファクターをつけたものは  $N$  が小さい領域でもよくあっている .

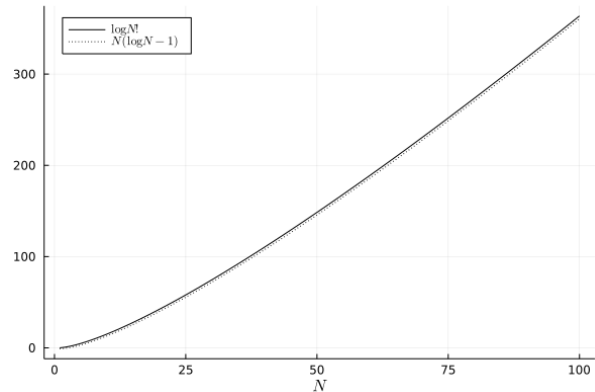


図 2  $N = 100$  くらいまでみると , このスケールでは気にならないほどの違いになっている .

## 参考文献

[犬井 62] 犬井鉄郎 特殊函数 岩波全書

i. Julia の Plots.jl で計算および描画をした .

ii. 図 1 において若干違うのは , stirling の公式を統計力学でよく使う形として  $N! \sim (n/e)^n$  とか ,  $\log n! = n(\log n - 1)$  とかがあがあるが , Gamma 関数の漸近展開の第一項としては  $n! \simeq \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$  というファクターがつく [犬井 62] . この違いがズレとして現れていると思うが , 図 2 にあるような  $n = 100$  程度のスケールで十分な精度で近似できているようにおもえるので , この近似は十分であると言える .