



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE
COMPUTADORES

SISTEMAS INTEGRADOS ANALÓGICOS
Projecto de Alto Nível de um ADC e DAC

Maria Margarida Dias dos Reis	n.º 73099
Nuno Miguel Rodrigues Machado	n.º 74236

Lisboa, 16 de Março de 2015

Índice

1	Introdução	1
2	Introdução Teórica	1
2.1	Conversores A/D e Conversores D/A	1
2.2	SINAD, SNR, SFDR e ENOB	2
2.3	Janela Rectangular, Janela de Hamming e Janela de Blackman-Harris	3
3	Demonstração de Resultados	4
3.1	Análise de uma onda sinusoidal com frequência de amostragem de 1 MHz	4
3.2	Análise de uma onda sinusoidal com frequência de amostragem de 1,1 MHz	6
4	Conclusões	8

1 Introdução

Com este trabalho laboratorial pretende-se introduzir o *software* Cadence, projectando um conversor AD/DA de alto nível. Analisando os conversores analógico-digitais (ADC) pode-se melhor compreender o conceito de *Fast Fourier Transform* (FFT), e a maneira como pode ser aplicada para medir parâmetros dos ADC, como a SINAD e o ENOB. Pretende-se também estudar o efeito de aplicar diversas janelas sobre a FFT.

2 Introdução Teórica

2.1 Conversores A/D e Conversores D/A

Começando por analisar os conversores analógico-digitais, as arquitecturas que os permitem implementar podem ser divididas em três categorias: baixa-a-média velocidade, média velocidade e alta velocidade. O ADC utilizado neste trabalho é de aproximações sucessivas (SAR), sendo de média velocidade e exactidão.

Os conversores deste tipo estão entre os mais populares para realizar ADCs devido à sua versatilidade - conseguem efectuar conversões rápidas ou podem ser utilizados para que haja uma maior exactidão, operando a baixa potência nos dois casos. Este conjunto de características deriva de, no caso mais simples, o conversor necessitar apenas de um só comparador, um banco de condensadores com interruptores e pouca lógica de controlo digital. Na figura abaixo está esquematizado o circuito referido.

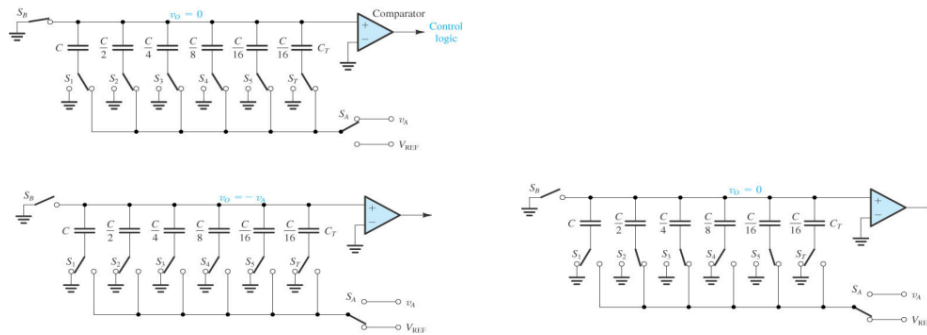


Figura 1: ADC construído com uma arquitectura de aproximações sucessivas.

O diagrama de blocos de um ADC unipolar de aproximações sucessivas que utiliza também um DAC é apresentado de seguida.

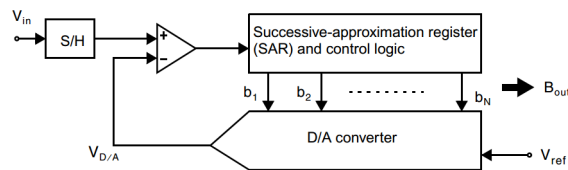


Figura 2: Diagrama de blocos de um ADC de aproximações sucessivas.

OS ADCs de aproximações sucessivas têm por base o algoritmo de procura conhecido como “procura binária”, onde os dados podem ser calculados em N passos, para um conjunto de dados organizados de tamanho 2^N .

Existe um circuito *sample-and-hold* que permite adquirir a tensão de entrada. De seguida um comparador analógico de tensão compara a tensão de entrada com a saída do DAC e coloca o resultado da comparação no registo de aproximações sucessivas (SAR). O SAR é inicializado de maneira a que o *bit* mais significativo seja 1. Este código é dado ao DAC, que fornece então ao comparador uma tensão analógica equivalente à do código digital. O circuito comparador é assim capaz de efectuar a comparação entre a tensão de entrada amostrada e a tensão de referência. Se a tensão de referência for superior à tensão de entrada então é feito *reset* ao *bit*, passa a 0, caso contrário permanece a 1.

De seguida, o próximo *bit* é colocado a 1 e é feito o mesmo teste, continuando esta “procura binária” até que todos os *bits* tenham sido testados no SAR. Assim, o conversor aplica o algoritmo para determinar a palavra digital mais próxima que corresponde à tensão de entrada amostrada.

2.2 SINAD, SNR, SFDR e ENOB

O *signal-to-noise and distortion* (SINAD) é uma medida da *performance* dinâmica geral de um ADC. É o rácio entre a amplitude do sinal em *root-mean-square* (valor eficaz) e o valor médio da *root-sum-square* das restantes componentes espectrais, incluindo harmónicas, mas excluindo a componente DC. O cálculo do SINAD em *dB* é feito de acordo com a expressão

$$\text{SINAD} = 10 \times \log_{10} \left(\frac{A_{\text{bin}(f_{in})}^2}{\sum_{n=2}^{\text{size}/2} (A_n^2 - A_{\text{bin}(f_{in})}^2)} \right). \quad (2.1)$$

O *signal-to-noise ratio* (SNR) é calculado a partir dos dados da FFT, tal como a SINAD, mas as harmónicas do sinal são excluídas dos cálculos, deixando apenas os termos de ruído. De uma maneira mais abstracta pode ser descrito como a comparação entre o nível de sinal desejado ao nível de ruído. O cálculo do SNR, em *dB*, para um número N de *bits* é feito de acordo com a expressão

$$\text{SNR} = 6,02N + 1,76. \quad (2.2)$$

A *spurious free dynamic range* (SFDR) é o rácio entre a amplitude máxima do sinal a amplitude máxima seguinte, ou seja, é a diferença entre as duas amplitudes máximas. À semelhança da SINAD não inclui a componente DC. O cálculo da SFDR em *dB* é feito de acordo com a expressão

$$\text{SFDR} = 10 \times \log_{10} \left(\frac{A_{\text{bin}(f_{in})}^2}{A_{\text{bin}_{\text{max}}(\neq f_{in})}^2} \right). \quad (2.3)$$

O *effective number of bits* (ENOB) é uma medida da resolução de um ADC. De facto, a resolução de um ADC é dada pelo número de *bits* que são utilizados para representar um valor analógico porém, todos os ADCs reais introduzem ruído e distorção. Assim, o ENOB especifica o número

efectivo de *bits* que se tem na realidade, quando se considera a existência de ruído. O cálculo do ENOB é feito de acordo com a expressão

$$\text{ENOB} = \frac{\text{SINAD} - 1,76}{6,02}. \quad (2.4)$$

No caso do trabalho laboratorial o ENOB é de 4 *bits*.

De notar, que tratando-se de um ADC ideal que se está a estudar, os conceitos de SINAD e de SNR “confundem-se” pois não existe distorção.

2.3 Janela Rectangular, Janela de Hamming e Janela de Blackman-Harris

A FFT é um algoritmo que permite obter a *Discrete Fourier Transform* (DFT), sendo então uma análise que permite converter tempo para frequência. Quando se calcula a DFT a entrada é um sinal digital e a saída é a análise digital espectral desse sinal. Inerentes à DFT estão erros e, para mitigar esses erros, recorre-se a um processo denominado de *windowing*.

A análise espectral da DFT depende de uma determinada frequência de amostragem, f_s , e, consequentemente, toda essa análise estará entre 0 e metade de f_s . Assim, a largura de banda da DFT é proporcional ao ritmo de amostragem. Este período de amostragem é dado por

$$\Delta t = \frac{1}{f_s}, \quad (2.5)$$

sendo que no domínio da frequência existem os chamados *bins*. A frequência de um determinado *bin* k relaciona-se com a frequência do sinal de entrada de acordo com

$$f_k = \frac{k}{N_s \Delta t}, \quad (2.6)$$

onde k corresponde ao número do *bin*, que é sempre um inteiro, e N_s ao número de amostras. Através de (2.6) pode-se deduzir qual é a máxima frequência que pode ser representada por um dado número de amostras,

$$k = \frac{N_s f_k}{f_s}. \quad (2.7)$$

Analise-se agora o caso do trabalho laboratorial, em que a onda de entrada tem uma frequência de 13,671875 kHz, a frequência de amostragem é de 1 MHz e são utilizadas 512 amostras. Espera-se que o máximo da amplitude ocorra em $k = 7$.

Ainda para o mesmo sinal de entrada, quando a frequência de amostragem passa para 1,1 MHz, espera-se que o máximo de amplitude ocorra em $k = 6,36364$. Este valor não é inteiro e cada *bin* corresponde a uma frequência e não a um intervalo de frequências. Assim sendo, a DFT não consegue representar energia em $k = 6,36364$ pelo que a energia tem uma *leak* entre os *bins* $k = 6$ e $k = 7$, fenómeno conhecido como *spectral leakage*.

Para procurar resolver este problema de *spectral leakage* existe *windowing*. Com esse processo é possível concentrar a energia nos *bins* que têm maior amplitude (os que estão próximos do *bin* de amplitude máxima) e atenuar a energia dos *bins* circundantes.

O *windowing* é implementado multiplicando o sinal de entrada por uma função de janela. Existem diversas funções de janelas, considerando-se aqui a janela rectangular, a janela de Hamming e a janela de Blackman-Harris.

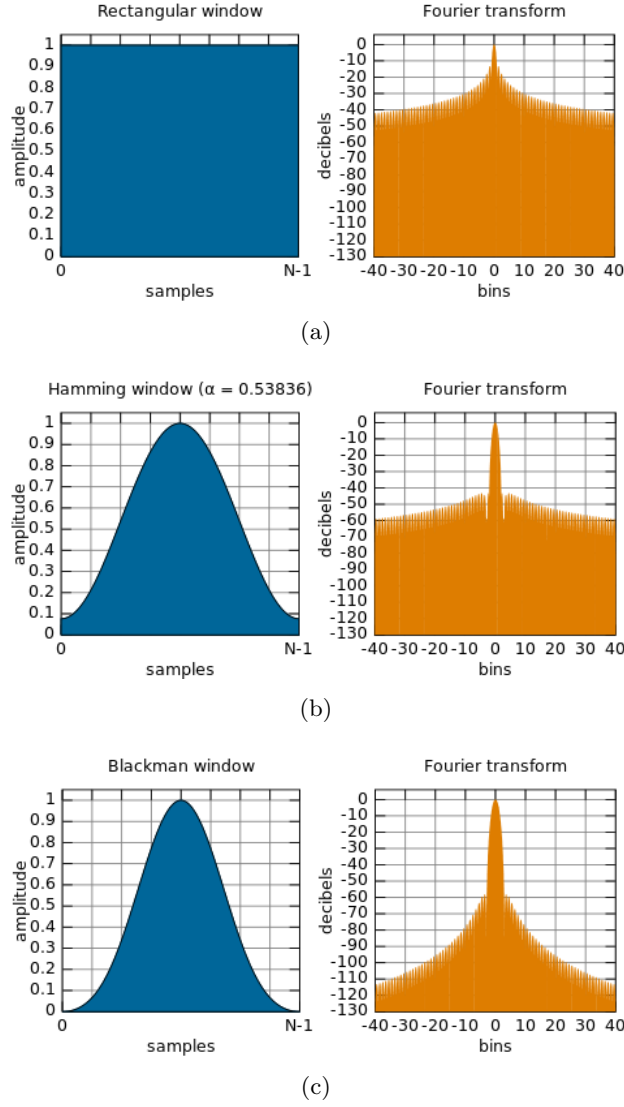


Figura 3: Magnitude (azul) e representação gráfica da DFT (laranja) da janela rectangular (a), magnitude (azul) e representação gráfica da DFT (laranja) da janela de Hamming (b) e magnitude (azul) e representação gráfica da DFT (laranja) da janela de Blackman-Harris (c).

3 Demonstração de Resultados

3.1 Análise de uma onda sinusoidal com frequência de amostragem de 1 MHz

Sabendo que se tem uma frequência de amostragem, f_s , de 1 MHz e que a frequência do sinal de entrada, f_{in} , é de 13,671875 kHz, pode-se recorrer a (2.7) para determinar qual é a máxima frequência que pode ser representada por um dado número de amostras, que neste caso é 512. Assim, verifica-se que k é 7, tal como visto anteriormente, e nesse ponto espera-se um máximo de amplitude.

Uma vez que k é um número inteiro, verifica-se coerência entre a frequência do sinal de entrada e a frequência de amostragem, pelo que pode-se dispensar o uso do processo de *windowing* na FFT implementada.

Para que a FFT consiga reproduzir o sinal correctamente e sem distorção a partir das amostras obtidas é necessário que k seja um número inteiro, e que a frequência de amostragem da FFT seja igual à frequência de amostragem do ADC. Como se utilizam $N_s = 512$ amostras e, sabendo que a frequência de amostragem do ADC é de 1 MHz, para que a FFT tenha a mesma frequência de amostragem, aplica-se a fórmula

$$t_{\text{janela}} = \frac{N_s}{f_s}, \quad (3.1)$$

que permite obter uma janela temporal, $t_{\text{janela}} = 512 \mu\text{s}$.

Com estes valores definidos é então possível simular o circuito com o Cadence.

Tabela 1: Valores obtidos para o ENOB, SINAD, SNR e SFDR com a janela rectangular.

	Janela Rectangular
ENOB	3,985
SINAD [dB]	25,75
SNR [dB]	26,16
SFDR [dB]	35,56

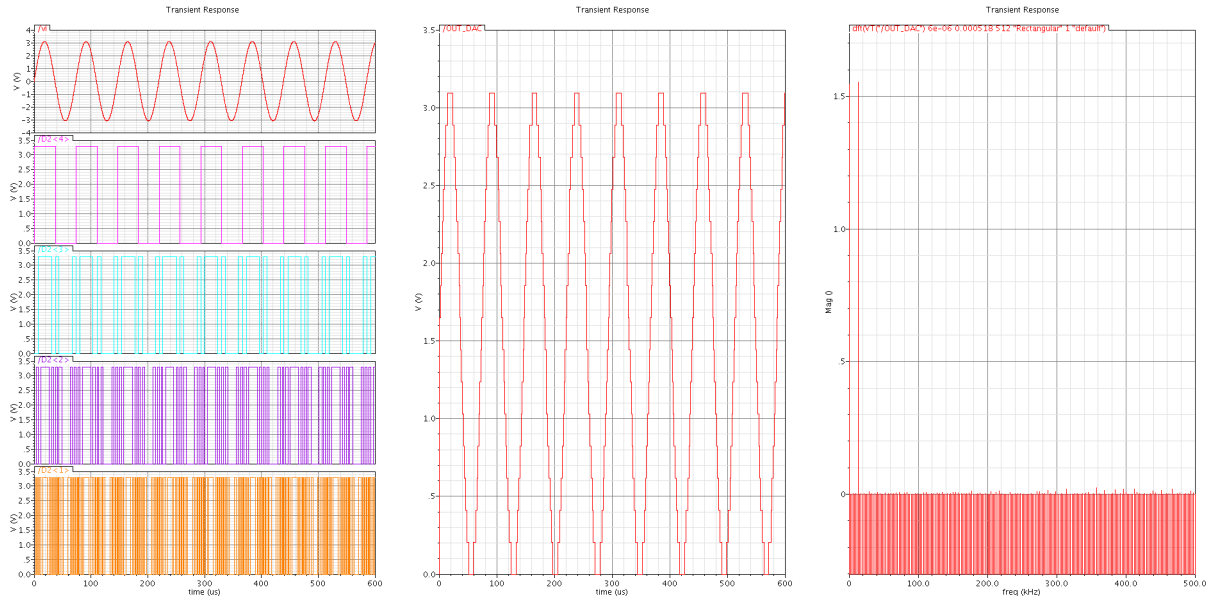


Figura 4: Simulação obtida no Cadence para o ADC para um valor de f_s de 1 MHz.

Pode-se observar na Tabela 1 os resultados do ENOB, SINAD, SNR e SFDR calculados a partir da ferramenta de cálculo do Cadence. De notar que se obteve um valor de 3,985 *bits* para o ENOB, valor que está muito próximo do pretendido, uma vez que se está a utilizar um ADC ideal de 4 *bits*.

O valor do SNR teórico pode ser calculado a partir de (2.2) e, sabendo que $N = 4$ *bits*, dá um resultado de 25,84 dB. Para este caso o valor obtido foi de 25,75 dB, um resultado coerente com o

número de *bits* obtido para o conversor.

Na Figura 4, estão representados seis sinais no domínio temporal e um sinal no domínio da frequência. Pode-se visualizar o sinal sinusoidal de entrada, sinal à esquerda em cima, e os restantes quatro sinais representam a saída do ADC. No centro tem-se o sinal de saída do DAC. Por último, o sinal à direita, representa o espectro em frequência da FFT do sinal de saída do DAC.

No espectro de frequência pode-se visualizar graficamente as conclusões anteriormente referidas. Como o sinal de entrada é composto por uma frequência fundamental e existe coerência entre a frequência de amostragem e a de entrada, ocorre só um *bin* na frequência do sinal de entrada, com amplitude correspondente a metade da amplitude do sinal de entrada, ou seja, 1,55 V. Ocorre também um *bin* amostrado em DC. Mais ainda, verifica-se que não há distorção.

3.2 Análise de uma onda sinusoidal com frequência de amostragem de 1,1 MHz

Mantendo agora a mesma frequência para o sinal de entrada, 13,671875 kHz, o mesmo número de amostras, $N_s = 512$, e alterando a frequência de amostragem para 1.1 MHz, é refeita a análise relativamente ao ponto onde se espera que haja um máximo de amplitude da FFT. Recorrendo a (2.7) obtém-se um valor de $k = 6,36364$, um valor que não é inteiro. Sabendo que este valor não é inteiro, sabe-se também que ocorre *spectral leakage*, ou seja, a energia estará dispersa entre $k = 6$ e $k = 7$.

Para que a FFT consiga representar correctamente o sinal pretendido, é necessário definir um tamanho da janela correcto. Como já foi referido, a frequência de amostragem da FFT tem que ser igual à frequência de amostragem do sinal de entrada, ou seja de 1,1 MHz com um número de amostras igual a 512. Assim, recorrendo a (3.1), obtém-se uma janela temporal, $t_{\text{janela}} = 465,455 \mu\text{s}$.

De notar que primeiramente foi feita uma simulação com a mesma janela temporal utilizada anteriormente, ou seja, com $t_{\text{janela}} = 512 \mu\text{s}$. Porém, com esta janela a FFT apresentava um *bin* em $k = 7$, o que não correspondeu ao esperado de *spectral leakage* e dispersão de energia. Desta maneira, alterou-se a janela e efectuaram-se novas simulações.

Com estes valores definidos é então possível simular o circuito com o Cadence.

Tabela 2: Valores obtidos para o ENOB, SINAD, SNR e SFDR com a janela rectangular, janela de Hamming e janela de Blackman-Harris.

	Janela Rectangular	Janela Hamming	Janela Blackman
ENOB	0,7218	3,305	3,416
SINAD [dB]	6,105	21,65	22,33
SNR [dB]	6,148	22,24	23,85
SFDR [dB]	9,525	28,05	36,63

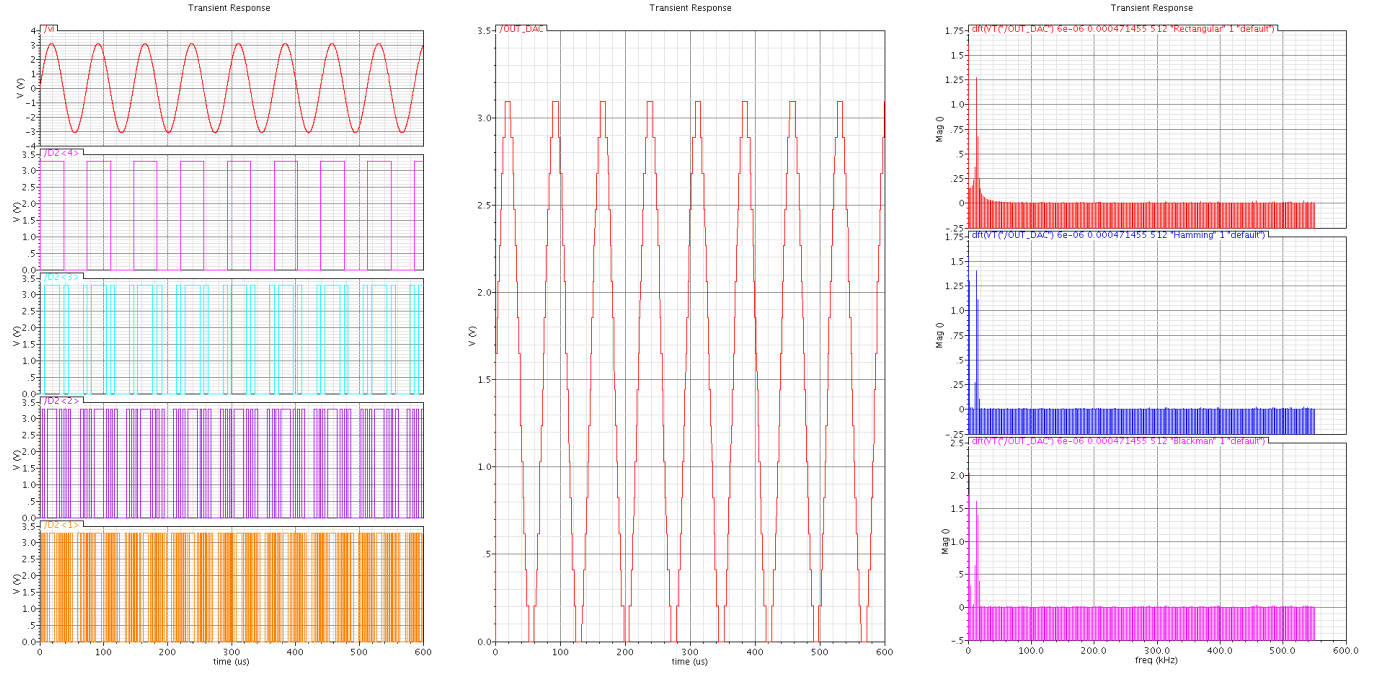


Figura 5: Simulação obtida no Cadence para o ADC para um valor de f_s de 1,1 MHz.



Figura 6: Simulação obtida no Cadence para a FFT, sobrepondo a janela rectangular com a de Hamming e de Blackman-Harris.

Pode-se observar na Tabela 2 os resultados do ENOB, SINAD, SNR e SFDR calculados a partir da ferramenta de cálculo do Cadence, para o caso de aplicar sobre a FFT uma janela rectangular, a janela de Hamming e a janela de Blackman-Harris. Para o caso da janela rectangular, o número de *bits* obtido foi de 0,7218, ou seja, um valor afastado do teórico de 4 *bits*. Isto ocorre porque há *spectral leakage*.

Na Figura 5, à direita, observa-se o resultado da FFT com a aplicação de diversas janelas. Em

cima, a vermelho, está o resultado com a janela rectangular, a azul, está o resultado com a janela de Hamming e a rosa, o resultado com a janela de Blackman-Harris. Analisando primeiramente a janela rectangular verifica-se que existe dispersão de energia, sendo o máximo de amplitude menor, passando de 1,55 V para 1,25 V. A janela rectangular tem o problema de todas as riscas espectrais terem a mesma ponderação, pelo que não consegue resolver o problema de *spectral leakage*, sendo necessário aplicar outras janelas.

A ideia de aplicar outras janelas é tentar concentrar a energia em torno do *bin* correspondente ao da frequência fundamental, ou seja, em torno do lóbulo principal da resposta em frequência da janela. Ao mesmo tempo, consegue-se atenuar a energia em torno dos *bins* circundantes.

Primeiramente aplicou-se a janela de Hamming, e verifica-se na Tabela 2 que o ENOB passou para 3,305 *bits*, um valor muito mais próximo do ideal. Comparativamente à janela rectangular, a resposta em frequência da janela de Hamming é mais concentrada no lóbulo principal, como se pode ver na Figura 3. Também nessa figura pode-se verificar que a janela de Blackman-Harris é ainda mais concentrada no lóbulo principal e atenua mais nos lóbulos secundários, ou seja, é mais selectiva. Isto pode ser comprovado pelo ENOB obtido para a janela de Blackman-Harris, que foi de 3,416 *bits*, o mais próximo que se chegou dos 4 *bits* ideais.

Relativamente à amplitude do *bin* em torno de $k = 7$, esta aumenta da janela rectangular, com valor de 1,25 V, para a janela de Hamming, com valor superior a 1,25 V e mais próximo de 1,5 V. Quando se passa para a janela de Blackman-Harris, a amplitude já está a 1,5 V, tal como pretendido. Isto ocorre por causa da centralização de energia que o *windowing* implica.

A melhoria introduzida pelo *windowing* pode melhor ser observada na Figura 6. Em cima está a sobreposição entre a FFT obtida com janela rectangular, a vermelho, e com a janela de Hamming, a verde. Em baixo está a sobreposição entre a FFT obtida com janela rectangular, a vermelho, e com a janela de Blackman-Harris, a verde.

4 Conclusões

Relativamente ao ADC utilizado neste trabalho pode-se concluir que é ideal para uma frequência de amostragem igual à frequência para o qual foi projectado, 1 MHz. Verifica-se também que alterar a frequência de amostragem, mantendo a mesma frequência à entrada, diminui a resolução do ADC, podendo isto ser corrigido através de *windowing*. Entre as várias janelas utilizadas, a de Blackman-Harris é a mais selectiva e, como tal, a que coloca o ENOB num valor mais próximo do ideal.