

Dacă $z_i, i=0, \dots, m$ sunt puncte distincte, f este o funcție holomorfă în interiorul curbei \mathcal{C} , închisă, parcursă în sens direct și z_i aparțin interiorului acestei curbe.

Atunci

$$[z_0^{(1)}, z_1^{(1)}, \dots, z_m^{(1)}; f] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{l^2(z)} dz$$

unde $l(z) = \prod_{k=0}^m (z - z_k)$

Rezolvare:

Vom folosi următoarea proprietate a diferenței divizate cu moduri duble

$$[z_0^{(1)}, z_1^{(1)}, \dots, z_m^{(1)}; f] = \lim_{h \rightarrow 0} [z_0, z_0+h, z_1, z_1+h, \dots, z_m, z_m+h; f]$$

și

$$[z_0, z_1, \dots, z_m; f] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{(z-z_0) \dots (z-z_m)} dz$$

$$\Rightarrow [z_0^{(2)}, z_1^{(2)}, \dots, z_m^{(2)}; f] = \lim_{h \rightarrow 0} [z_0, z_0+h, z_1, z_1+h, \dots, z_m, z_m+h; f]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{(z-z_0)(z-z_0-h) \dots (z-z_m)(z-z_m-h)} dz =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(z)}{(z-z_0)(z-z_0-h) \dots (z-z_m)(z-z_m-h)} dz =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{(z-z_0)^2 (z-z_1)^2 \dots (z-z_m)^2} dz = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{f(z)}{l^2(z)} dz$$