MATEMATICI SPECIALE: **Probleme de pregătire pentru examen** 2

Probabilități

Fiecare întrebare are un singur răspuns corect.

1 Fie A, B, C trei evenimente aleatorii. Evenimentul D ce constă în realizarea a cel mult unuia dintre evenimentele A, B, C este:
A $\left(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\right) \cup \left(A\,\overline{B}\,\overline{C}\right) \cup \left(\overline{A}\,B\,\overline{C}\right) \cup \left(\overline{A}\,\overline{B}\,C\right)$ B $(A\,B\,C) \cup \left(\overline{A}\,B\,C\right) \cup \left(A\,\overline{B}\,C\right) \cup \left(A\,B\,\overline{C}\right)$
C $(A \cup B \cup C)\ \left(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}\right)$ D $\left(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\right) \cup \left(\overline{A}\,B\,C\right) \cup \left(A\,\overline{B}\,C\right) \cup \left(A\,B\,\overline{C}\right)$ E $(A\,B\,C) \cup \left(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\right)$

2 Presupunem că probabilitățile ca un nou-născut să fie fată, respectiv să fie băiat sunt egale. Atunci probabilitatea ca într-o familie cu 4 copii să existe cel puțin o fată este: A $\frac{3}{8}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{15}{16}$ E $\frac{1}{16}$

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de *două* ori.

3 Probabilitatea de a obține aceeași valoare în ambele aruncări este:
A $\frac{1}{21}$ B $\frac{5}{36}$ C $\frac{2}{7}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{36}$

4 Probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este:
A $\frac{5}{18}$ B $\frac{5}{72}$ C $\frac{5}{12}$ D $\frac{5}{6}$ E $\frac{5}{36}$

5 Dacă știm că valoarea de la a doua aruncare a fost mai mare decât cea de la prima aruncare, atunci probabilitatea ca prima valoare să fi fost 3 este: A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{5}$ E $\frac{1}{12}$

6 Probabilitatea ca suma celor două valori să fie 8 este: A $\frac{1}{7}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{1}{6}$

7 Dacă știm că suma celor două valori este 8, atunci probabilitatea ca valoarea de la a doua aruncare să fie mai mare decât cea de la prima aruncare este: A $\frac{3}{8}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{5}$ D $\frac{2}{3}$ E $\frac{1}{2}$

8 Dacă X este variabila aleatorie ce reprezintă diferența dintre valoarea de la a doua aruncare și cea de la prima aruncare, atunci $\mathbf{E}(X)$ este: A 7 B $\frac{7}{2}$ C 0 D $\frac{1}{6}$ E 1

Se consideră un zar obișnuit (un cub cu fețele numerotate de la 1 la 6) cu care se aruncă de n ori ($n \geq 2$). Care este probabilitatea ca, în cele n aruncări, să se repete cel puțin un număr, dacă:

9 $n = 2$? A $\frac{17}{32}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{2}{7}$

10 $n = 3$? A $1 - \frac{\binom{6}{3}}{3^6}$ B $\frac{4}{9}$ C $\frac{5}{12}$ D $1 - \frac{\binom{6}{3}}{6^3}$ E $\frac{202}{3^5}$

11 $n = 6$? A 0 B $1 - \frac{\binom{6}{2}}{6^6}$ C $\frac{6!}{6^6}$ D $1 - \frac{5!}{6^5}$ E $\frac{\binom{6}{2}}{6^6}$

12 $n = 7$? A $1 - \frac{\binom{7}{6}}{6^7}$ B $\frac{1}{7}$ C $\frac{6}{7}$ D $1 - \frac{7!}{6^7}$ E 1

Într-o cutie se află 3 bile albe, 2 bile negre și 5 bile roșii. Din cutie se extrag pe rând la întâmplare 4 bile, fără a le reintroduce înapoi în cutie. Care e probabilitatea ca:

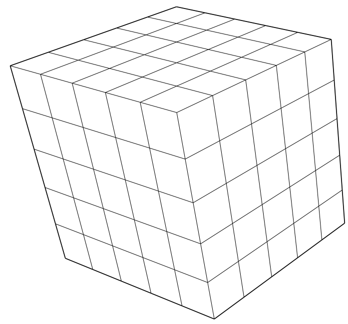
13 prima bilă să fie albă, a doua să fie neagră iar ultimele două să fie roșii?

A $\frac{1}{42}$ B $\frac{3}{10}$ C $\frac{1}{15}$ D $\frac{1}{72}$ E $\frac{2}{15}$

14 a doua bilă să fie roșie? A $\frac{4}{9}$ B nu se poate preciza C $\frac{5}{9}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{1}{3}$

15 prima bilă să fi fost albă dacă se știe că a doua bilă a fost roșie? A $\frac{3}{10}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{5}{9}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{4}{9}$

Fețele unui cub de lemn de dimensiune $9 \times 9 \times 9$ se colorează cu roșu, apoi cubul se taie (prin secționări echidistante, paralele cu fețele) în n^3 cuburi de dimensiune $1 \times 1 \times 1$ pe care le vom numi în continuare zaruri. Spre exemplu, în figură apare un astfel de cub (necolorat) de dimensiune $5 \times 5 \times 5$, unde s-au marcat pe fețele vizibile direcțiile după care se va tăia cubul.



Numărul zarurilor care au:

16 exact o față colorată este: A 296 B 216 C 294 D 386 E 384

17 cel puțin o față colorată este: A 384 B 296 C 488 D 386 E 294

18 exact două fețe colorate este: A 72 B 80 C 84 D 92 E 96

....

Se alege un zar la întâmplare, apoi acesta se rostogolește.

19 Probabilitatea ca fața superioară arătată de zar să fie necolorată este:

A $\frac{9}{10}$ B $\frac{8}{9}$ C $\frac{1}{8}$ D $\frac{1}{9}$ E $\frac{7}{8}$

20 Dacă fața superioară arătată de zar este colorată, atunci probabilitatea ca zarul să mai aibă cel puțin încă o față colorată este: A $\frac{58}{301}$ B $\frac{46}{193}$ C $\frac{9}{37}$ D $\frac{13}{61}$ E $\frac{10}{37}$

Într-o cutie se află 2 bile albe, 3 bile negre și 5 bile roșii. Din cutie se fac 5 extrageri, extrăgând de fiecare dată câte o bilă aleasă aleatoriu. Care este probabilitatea ca în total să extragem 1 bilă albă, 2 bile negre și 2 bile roșii dacă ...

21 punem după fiecare extragere bila înapoi în cutie? A $\frac{9}{100}$ B $\frac{96}{625}$ C $\frac{27}{200}$ D $\frac{3}{25}$ E $\frac{81}{625}$

22 bilele extrase nu se repun înapoi în cutie? A $\frac{5}{14}$ B $\frac{3}{14}$ C $\frac{5}{21}$ D $\frac{5}{42}$ E $\frac{2}{7}$

Într-o cutie se află 6 bile albe, 2 bile negre și 4 bile roșii. Din cutie se extrag la întâmplare 4 bile, pe rând, fără a le introduce înapoi în cutie.

23 Probabilitatea ca prima bilă extrasă să fie albă, a doua să fie neagră iar ultimele două să fie roșii este:

A $\frac{3}{265}$ B $\frac{1}{33}$ C $\frac{1}{99}$ D $\frac{2}{99}$ E $\frac{2}{165}$

24 Probabilitatea ca exact 2 bile dintre cele extrase să fie albe este:

A $\frac{12}{55}$ B $\frac{14}{33}$ C $\frac{5}{11}$ D $\frac{56}{165}$ E $\frac{7}{22}$

25 Numărul de bile albe care se așteaptă, în medie, să se extragă este: A $\frac{5}{3}$ B $\frac{4}{3}$ C 2 D 1 E $\frac{2}{3}$

Dintr-o cutie ce conține 5 bile albe și 6 bile negre se aleg la întâmplare 8 bile care se elimină din cutie. Care este probabilitatea ca din bilele rămase în cutie ...

26 toate să fie albe? A $\frac{4}{33}$ B $\frac{7}{44}$ C $\frac{1}{22}$ D $\frac{2}{33}$ E $\frac{5}{44}$

27 toate să fie albe, dacă știm că cel puțin una este albă? A $\frac{3}{31}$ B $\frac{4}{31}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{2}{37}$ E $\frac{2}{29}$

Se consideră trei cutii cu bile: prima cutie conține 3 bile albe și 4 bile negre, a doua cutie conține 2 bile albe și 6 bile negre iar a treia cutie conține 4 bile albe și 4 bile negre. Din fiecare cutie se extrage la întamplare câte o bilă.

28 Care este probabilitatea ca dintre bilele extrase una singură să fie neagră?

A $\frac{2}{7}$ B $\frac{3}{7}$ C $\frac{7}{18}$ D $\frac{1}{3}$ E $\frac{3}{10}$

29 Știind că dintre bilele extrase una singură a fost neagră, care este probabilitatea ca bila neagră să fi provenit din prima cutie?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{3}{11}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{7}$ E $\frac{2}{9}$

30 Știind că dintre bilele extrase una singură a fost neagră, care este probabilitatea ca, extrăgând o nouă bilă din prima cutie, aceasta să fie neagră?

A $\frac{43}{81}$ B $\frac{4}{9}$ C $\frac{5}{14}$ D $\frac{5}{8}$ E $\frac{13}{22}$

Se consideră trei cutii cu bile: prima cutie conține 2 bile albe și 3 bile negre, a doua cutie conține 2 bile albe și 4 bile negre iar a treia cutie conține 3 bile albe și 4 bile negre. Din fiecare cutie se extrage la întamplare câte o bilă.

31 Care este probabilitatea ca dintre bilele extrase una singură să fie neagră?

A $\frac{41}{105}$ B $\frac{34}{105}$ C $\frac{29}{105}$ D $\frac{44}{105}$ E $\frac{46}{105}$

32 Știind că dintre bilele extrase una singură a fost neagră, care este probabilitatea ca bila neagră să fi provenit din prima cutie?

A $\frac{9}{29}$ B $\frac{6}{11}$ C $\frac{8}{17}$ D $\frac{8}{23}$ E $\frac{3}{17}$

33 Știind că dintre bilele extrase una singură a fost neagră, care este probabilitatea ca, extrăgând o nouă bilă din prima cutie, aceasta să fie neagră?

A $\frac{27}{44}$ B $\frac{19}{46}$ C $\frac{8}{17}$ D $\frac{39}{58}$ E $\frac{3}{17}$

Într-o cutie se află 3 bile albe, 3 bile negre și 4 bile roșii. Din cutie se extrag pe rând 5 bile. Care este probabilitatea ca din bilele extrase:

34 primele două bile să fie albe, a treia bilă să fie neagră iar ultimele două să fie roșii?

A $\frac{1}{105}$ B $\frac{1}{315}$ C $\frac{1}{140}$ D $\frac{1}{126}$ E $\frac{1}{125}$

35 două bile să fie albe, una să fie neagră iar două să fie roșii?

A $\frac{2}{21}$ B $\frac{3}{14}$ C $\frac{6}{35}$ D $\frac{4}{21}$ E $\frac{2}{7}$

36 să nu fie nicio bilă albă?

A $\frac{1}{21}$ B $\frac{1}{10}$ C $\frac{1}{42}$ D $\frac{1}{126}$ E $\frac{1}{12}$

37 două bile să fie albe, una să fie neagră iar două să fie roșii, știind că una dintre bilele extrase este albă?

A $\frac{1}{10}$ B $\frac{5}{21}$ C $\frac{36}{125}$ D $\frac{18}{77}$ E $\frac{9}{41}$

38 Într-un grup de 27 de studenți sunt 21 de fete și 6 băieți. Pe una dintre fete o cheamă Ana, iar pe unul dintre băieți îl cheamă Bogdan. Grupul de studenți se împarte în mod aleatoriu în 3 echipe astfel încât fiecare echipă să aibă în componența sa 7 fete și 2 băieți (toate configurațiile ce pot rezulta se presupun echiprobabile). Care este probabilitatea ca Ana și Bogdan să fie coechipieri?

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{2}{27}$

Un grup de 12 studenți format din 8 fete și 4 băieți merg la cinematograf pentru a viziona un film. Aranjați într-o ordine aleatorie, ei ocupă un rând complet cu 12 scaune. Pe una dintre fete o cheamă Ana, iar pe unul dintre băieți îl cheamă Bogdan. Care este probabilitatea ca ...

39 fetele să se afle toate la dreapta lui Bogdan, sau toate la stânga lui?

A $\frac{2}{9}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{11}$ D $\frac{1}{5}$ E $\frac{2}{11}$

40 niciun băiat să nu stea lângă alt băiat?

A $\frac{7}{33}$ B $\frac{3}{11}$ C $\frac{14}{55}$ D $\frac{2}{5}$ E $\frac{30}{91}$

După vizionarea filmului, cei 12 studenți merg să ia masa împreună. Ei ocupă toate cele 12 locuri de la o masă circulară și se așază în mod aleatoriu. Care este probabilitatea ca ...

41 Ana să stea la masă lângă Bogdan?

A $\frac{2}{11!}$ B $\frac{11}{12!}$ C $\frac{1}{12!}$ D $\frac{1}{11!}$ E $\frac{2}{12!}$

42 niciun băiat să nu stea la masă lângă alt băiat?

A $\frac{14}{55}$ B $\frac{30}{91}$ C $\frac{3}{11}$ D $\frac{7}{33}$ E $\frac{2}{5}$

43 Dacă două evenimente aleatorii A și B sunt independente, atunci întotdeauna ...

A $P(AB) = P(A)P(B)$ B $P(A \mid B) = P(B \mid A)$ C $AB = \emptyset$ D $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ E $P(A \mid B) = P(B)$

44 Conform unei statistici pentru o anumită populație, s-a constatat că probabilitatea ca un bărbat să trăiască cel puțin 70 de ani este 70%, respectiv ca un bărbat să trăiască cel puțin 80 de ani este 28%. Care este probabilitatea ca un bărbat care a împlinit vârsta de 70 de ani să trăiască cel puțin 80 de ani?

A $\frac{3}{5}$ B $\frac{5}{7}$ C $\frac{4}{7}$ D $\frac{3}{7}$ E $\frac{2}{5}$

45 Andreea nu-și găsește telefonul. Ea este 30% sigură că l-a lăsat acasă și 25% sigură că e totuși undeva în geantă unde nu a căutat cu atenție (restul de 45% îl atribuie altor posibilități). După o căutare amănunțită, constată că telefonul nu se află în geantă. Care este probabilitatea ca telefonul să fi rămas acasă?

A $\frac{6}{17}$ B $\frac{2}{5}$ C $\frac{7}{15}$ D $\frac{7}{16}$ E $\frac{3}{8}$

46 O familie are doi copii. Știm despre unul dintre copii că este băiat și că s-a născut într-o zi de joi sau de vineri. Care este probabilitatea ca amândoi copiii să fie băieți?

A $\frac{11}{25}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{9}{23}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{6}{13}$

Se consideră o monedă ce are trecut pe o față cifra 0 iar pe cealaltă față cifra 1. Se aruncă cu moneda până când fie apare 0 în două aruncări consecutive, fie apare 1 urmat la aruncarea următoare de 0. Astfel, șirul aruncărilor se termină cu secvența 00 sau cu secvența 10.

47 Care este probabilitatea ca șirul aruncărilor să se termine cu apariția a doi de 0 consecutivi?

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{3}$

48 Într-o cutie se află 4 bile albe și 8 bile negre. Extragem din cutie două bile la întâmplare și le aruncăm, fără a le observa culoarea. Care este probabilitatea ca extrăgând apoi o bilă din cutie, ea să fie albă?

A $\frac{3}{10}$ B nu se poate preciza C $\frac{1}{3}$ D $\frac{2}{5}$ E $\frac{1}{5}$

Ana și Bogdan joacă următorul joc:

Ana scoate la întâmplare o bilă dintr-o cutie cu 5 bile numerotate de la 1 la 5. Bogdan scoate la întâmplare o bilă dintr-o altă cutie cu 8 bile numerotate de la 1 la 8. Câștigă cel cu numărul extras cel mai mare. Dacă numerele sunt egale, se consideră egalitate.

49 Care este probabilitatea ca Ana să câștige jocul? A $\frac{3}{10}$ B $\frac{5}{13}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{2}{9}$ E $\frac{1}{4}$

50 Care este probabilitatea ca cei doi să fie la egalitate? A $\frac{1}{9}$ B $\frac{2}{9}$ C $\frac{1}{8}$ D $\frac{1}{5}$ E $\frac{1}{10}$

51 Suplimentar, se decide ca în caz de egalitate, bilele extrase să fie reintroduse înapoi în cutii iar jocul să se reia. Astfel, jocul se repetă de câte ori este necesar până când există un învingător. Care este acum probabilitatea ca Ana să câștige jocul? A $\frac{2}{7}$ B $\frac{5}{18}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{5}{16}$ E $\frac{1}{4}$

Într-o cutie se află 3 bile albastre și 4 bile roșii. Din cutie extragem la întâmplare două bile pe care le ascundem (fără a le observa culoarea), apoi extragem o a treia bilă. Care este probabilitatea ca ...

52 bilele pe care le-am ascuns să fie de aceeași culoare? A $\frac{5}{11}$ B $\frac{3}{5}$ C $\frac{3}{7}$ D $\frac{4}{9}$ E $\frac{2}{5}$

53 a treia bilă să aibă aceeași culoare cu bilele ascunse, dacă bilele ascunse ar fi de aceeași culoare? A $\frac{1}{4}$ B nu se poate preciza C $\frac{1}{2}$ D $\frac{2}{5}$ E $\frac{1}{3}$

54 a treia bilă extrasă să fie roșie? A $\frac{3}{5}$ B nu se poate preciza C $\frac{2}{5}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{4}{7}$

Se consideră trei cutii. Într-o cutie se află 2 bile albe, în altă cutie se află 2 bile negre iar în ultima cutie se află 1 bilă albă și 1 bilă neagră. Se alege la întâmplare o cutie din care se extrage la întâmplare o bilă.

55 Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este: A $\frac{3}{4}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{2}{3}$ E $\frac{1}{2}$

56 Dacă bila extrasă este albă, atunci probabilitatea ca bila rămasă în cutie să fie tot albă este: A $\frac{2}{3}$ B $\frac{3}{4}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{3}$ E $\frac{1}{2}$

Într-o cutie se află 3 monede, în aparență, identice, însă 2 monede sunt obișnuite (la aruncare produc aversul și reversul cu probabilități egale) și 1 monedă este neobișnuită (la aruncare produce aversul cu probabilitatea $\frac{3}{4}$). Din cutie se alege la întâmplare o monedă.

57 Dacă aruncăm cu moneda de 2 ori, care este probabilitatea să obținem aversul în toate aruncările? A $\frac{9}{17}$ B $\frac{3}{8}$ C $\frac{21}{64}$ D $\frac{17}{48}$ E $\frac{11}{24}$

58 Dacă aruncăm cu moneda de 2 ori și obținem aversul în toate aruncările, care este probabilitatea ca moneda să fie neobișnuită? A $\frac{9}{17}$ B $\frac{3}{5}$ C $\frac{3}{7}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{8}$

59 Dacă aruncăm cu moneda până obținem aversul, care este numărul mediu de aruncări pe care ne așteptăm, în medie, să îl facem? A $2+\frac{1}{9}$ B $2+\frac{3}{4}$ C $1+\frac{7}{9}$ D $1+\frac{5}{6}$ E $1+\frac{11}{15}$

Într-o cutie se află două monede obișnuite (la aruncare, produc aversul și reversul cu probabilități egale) și o monedă *neobișnuită* care la aruncare produce doar aversul.
Din cutie se alege la întâmplare o monedă cu care se aruncă de 4 ori. Care este probabilitatea ca ...

60 în toate aruncările să apară aversul? A $\frac{2}{9}$ B $\frac{3}{8}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{2}$

61 moneda să fie neobișnuită, dacă în toate aruncările a apărut aversul? A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{2}$ C $\frac{4}{5}$ D $\frac{8}{9}$ E $\frac{5}{6}$

Într-o cutie se află două monede echilibrate (la aruncare, produc aversul și reversul cu probabilități egale) și o monedă neechilibrată care produce aversul cu probabilitatea $\frac{3}{4}$.
Din cutie se extrage la întâmplare o monedă cu care se aruncă de 3 ori. Care este...

62 probabilitatea ca la prima aruncare să se obțină aversul? A $\frac{7}{12}$ B $\frac{8}{15}$ C $\frac{7}{16}$ D $\frac{13}{28}$ E $\frac{5}{8}$

63 probabilitatea ca în toate aruncările să apară aversul? A $\frac{17}{36}$ B $\frac{16}{145}$ C $\frac{7}{64}$ D $\frac{43}{270}$ E $\frac{43}{192}$

64 probabilitatea ca moneda să fie neechilibrată, dacă în toate aruncările a apărut aversul? A $\frac{5}{13}$ B $\frac{13}{28}$ C $\frac{27}{43}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{5}{12}$

65 numărul total de apariții ale aversului pe care ne așteptăm, în medie, să le obținem? A $\frac{8}{5}$ B $\frac{39}{28}$ C $\frac{39}{17}$ D $\frac{17}{12}$ E $\frac{7}{4}$

Andrei și Bogdan formează o echipă ce participă la o probă de tir. Cei doi trag simultan asupra unei ținte, iar dacă ținta este nimerită (de cel puțin unul dintre ei), echipa lor câștigă un premiu în bani. Din experiența anterioară, știm că Andrei nimerește în $\frac{3}{5}$ dintre cazuri, iar Bogdan în $\frac{2}{3}$ dintre cazuri.

66 Care este șansa ca ei să câștige? A $\frac{9}{10}$ B $\frac{7}{10}$ C $\frac{11}{15}$ D $\frac{23}{25}$ E $\frac{13}{15}$

67 Ce parte din premiu i se cuvine lui Andrei (bineînțeles, dacă echipa lor câștigă, fără a avea însă alte informații suplimentare)? A $\frac{5}{12}$ B $\frac{6}{13}$ C $\frac{9}{19}$ D $\frac{3}{7}$ E $\frac{9}{23}$

68 Ce parte din premiu i se cuvine lui Andrei dacă se constată că doar unul dintre ei a nimerit ținta (fără a putea preciza care dintre ei)? A $\frac{9}{19}$ B $\frac{3}{7}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{4}{9}$ E $\frac{5}{12}$

Ana aruncă cu o monedă corectă de 4 ori, iar Bogdan aruncă cu o monedă corectă de 5 ori. Fețele unei monede se numesc *avers* și *revers*. Probabilitatea ca:

69 Ana să obțină *aversul* de exact două ori este: A $\frac{5}{32}$ B $\frac{3}{8}$ C $\frac{3}{32}$ D $\frac{15}{64}$ E $\frac{5}{16}$

70 Bogdan să obțină *aversul* de mai multe ori decât Ana este: A $\frac{3}{5}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{4}{5}$

Ana și Bogdan joacă un joc în care au loc aruncări succesive cu un zar echilibrat cu 6 fețe, numerotate de la 0 la 5. Dacă la o aruncare zarul arată $\boxed{1}$, atunci Ana obține un punct; dacă zarul arată $\boxed{2}$, atunci Ana obține două puncte; dacă zarul arată $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ sau $\boxed{5}$, atunci Bogdan obține un punct; dacă zarul arată $\boxed{0}$, atunci niciunul nu obține niciun punct.
La începutul jocului, fiecare jucător are 0 puncte. Pentru ca Ana să câștige jocul, ea trebuie să aibă mai multe puncte decât Bogdan, în schimb Bogdan are nevoie de cel puțin două puncte în plus față de Ana pentru a fi câștigător. Aruncarea cu zarul se repetă până se decide câștigătorul, după care jocul se termină.
Care este probabilitatea ca Bogdan să câștige jocul, dacă ...

71 cei doi sunt la egalitate de puncte? A $\frac{15}{41}$ B $\frac{4}{21}$ C $\frac{16}{41}$ D $\frac{9}{22}$ E $\frac{9}{40}$

72 el are un avans de un punct față de Ana? A $\frac{10}{21}$ B $\frac{28}{41}$ C $\frac{15}{22}$ D $\frac{21}{40}$ E $\frac{30}{41}$

Ana și Bogdan joacă un joc în care au loc aruncări succesive ale un zar echilibrat cu 6 fețe, numerotate de la 1 la 6. Dacă la o aruncare zarul arată $\boxed{1}$ sau $\boxed{2}$, atunci Ana obține un punct; dacă zarul arată $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ sau $\boxed{5}$, atunci Bogdan obține un punct; dacă zarul arată $\boxed{6}$, atunci Bogdan obține două puncte.
La începutul jocului, fiecare jucător are 0 puncte. Pentru ca Ana să câștige jocul, ea trebuie să aibă mai multe puncte decât Bogdan, în schimb Bogdan are nevoie de cel puțin două puncte în plus față de Ana pentru a fi câștigător. Aruncarea cu zarul se repetă până apare un câștigător, după care jocul se încheie.
Care este probabilitatea ca ...

73 Bogdan să câștige jocul? A $\frac{3}{5}$ B $\frac{7}{12}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{9}{19}$ E $\frac{7}{13}$

74 Bogdan să câștige jocul, dacă are un avans de un punct față de Ana? A $\frac{89}{114}$ B $\frac{31}{39}$ C $\frac{43}{52}$ D $\frac{13}{15}$ E $\frac{4}{5}$

75 jocul să se termine în maxim 3 aruncări ale zarului? A $\frac{29}{32}$ B $\frac{9}{10}$ C $\frac{11}{12}$ D $\frac{7}{9}$ E $\frac{43}{48}$

Fie X o variabilă aleatorie ce urmează distribuția geometrică de parametru $p = \frac{1}{5}$.

76 $E(X+1)$ este: A 3 B 5 C 4 D 2 E 6

77 $P(X \leqslant 3)$ este: A $\frac{61}{125}$ B $\frac{98}{125}$ C $\frac{1}{125}$ D $\frac{64}{125}$ E $\frac{117}{125}$

Fie X o variabilă aleatorie care urmează distribuția de probabilitate: $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ p & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$.

78 $P(X^2 = -X)$ este: A nu se poate preciza pentru că nu se știe p B $\frac{7}{9}$ C $\frac{8}{9}$ D $\frac{2}{3}$ E $\frac{5}{9}$

79 Media lui X^2 este: A $\frac{2}{3}$ B $\frac{5}{9}$ C $\frac{7}{9}$ D nu se poate preciza pentru că nu se știe p E $\frac{8}{9}$

Se consideră o cutie cu 5 bile albe și 2 bile negre. Din cutie se scot pe rând bile (fără a le pune înapoi în cutie) până când apare o bilă albă, după care experimentul aleatoriu se oprește. Fie X numărul de bile negre extrase.

80 $P(X = 2)$ este: A $\frac{1}{56}$ B $\frac{1}{28}$ C 1 D $\frac{1}{21}$ E $\frac{1}{84}$

81 Media lui X este: A $\frac{1}{3}$ B $\frac{3}{7}$ C $\frac{1}{2}$ D 1 E $\frac{2}{7}$

Se consideră o monedă echilibrată (care la aruncare produce aversul și reversul cu șanse egale). Aruncăm cu moneda până când apar ambele fețe, având la dispoziție un număr nelimitat de aruncări. Fie X numărul de aruncări efectuate.

82 $P(X = 5)$ este: A $\frac{1}{25}$ B $\frac{31}{32}$ C $\frac{1}{8}$ D $\frac{1}{32}$ E $\frac{1}{16}$

83 media lui X este: A $\frac{11}{4}$ B $\frac{15}{4}$ C $\frac{23}{8}$ D 4 E 3

Într-o cutie se află 10 bile, dintre care 2 sunt roșii, 3 sunt verzi, iar restul sunt negre. Din cutie extragem la întâmplare o bilă, îi notăm culoarea, apoi reintroducem bila în cutie și repetăm procedura. Ne oprim imediat după ce am reușit să extragem din cutie atât bile roșii, cât și bile verzi (cel puțin câte una din fiecare fel). Notăm cu X numărul extragerilor efectuate.

84 $P(X = 2)$ este: A $\frac{2}{15}$ B $\frac{3}{25}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{8}{45}$ E $\frac{4}{25}$

85 $E(X)$ este: A $6 + \frac{1}{3}$ B 7 C $5 + \frac{5}{6}$ D $6 + \frac{1}{2}$ E $4 + \frac{2}{3}$

Într-o cutie se află 2 bile roșii și 4 bile verzi. Considerăm următorul experiment aleatoriu: din cutie se extrage la întâmplare o bilă, i se notează culoarea, apoi bila se reintroduce în cutie. Experimentul se repetă până când din fiecare culoare a apărut o bilă.
Notăm cu X numărul extragerilor efectuate iar cu Y notăm de câte ori am scos o bilă roșie.

86 $P(X=2)$ este: A $\frac{8}{25}$ B $\frac{3}{8}$ C $\frac{5}{18}$ D $\frac{4}{9}$ E $\frac{12}{25}$

87 $P(Y=1)$ este: A $\frac{8}{9}$ B $\frac{24}{25}$ C $\frac{15}{16}$ D $\frac{21}{25}$ E $\frac{9}{10}$

88 $E(X)$ este: A $4+\frac{1}{3}$ B $5+\frac{1}{4}$ C $3+\frac{1}{2}$ D $3+\frac{1}{6}$ E $4+\frac{1}{6}$

Se consideră două zaruri obișnuite (cu fețele numerotate de la 1 la 6) echilibrate. Se aruncă cu cele două zaruri până când cele două numere obținute sunt diferite. Se notează cu X valoarea cea mai mare dintre cele două obținute la ultima aruncare, iar cu U numărul de aruncări.

89 $P(X=3)$ este: A $\frac{1}{10}$ B $\frac{2}{15}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{4}{15}$

90 Media lui X se află în intervalul: A $\left[5, 5\frac{1}{2}\right)$ B $\left[4, 4\frac{1}{2}\right)$ C $\left[3\frac{1}{2}, 4\right)$ D $\left[5\frac{1}{2}, 6\right)$ E $\left[4\frac{1}{2}, 5\right)$

91 $P(U=2)$ este: A $\frac{35}{36}$ B $\frac{7}{36}$ C $\frac{1}{36}$ D $\frac{5}{36}$ E $\frac{25}{36}$

92 Media lui U este: A $\frac{6}{5}$ B 1 C $\frac{1}{6}$ D 6 E $\frac{5}{6}$

Utilizând un zar echilibrat cu 6 fețe, numerotate de la 1 la 6, se efectuează două aruncări. Fie X valoarea maximă arătată de zar în cele două aruncări.

93 $P(X \leq 4)$ este: A $\frac{13}{36}$ B $\frac{17}{36}$ C $\frac{4}{9}$ D $\frac{27}{64}$ E $\frac{9}{16}$

94 $E(X)$ este: A $4+\frac{23}{24}$ B 4 C $4+\frac{2}{3}$ D $3+\frac{1}{2}$ E $4+\frac{17}{36}$

Într-o cutie sunt inițial 3 bile albe și 2 bile negre. Se extrage la întâmplare o bilă din cutie. Dacă bila extrasă este albă, atunci experimentul aleatoriu se oprește. Dacă bila extrasă este neagră, atunci în locul bilei negre extrase se introduce o nouă bilă albă, iar experimentul aleatoriu se reia după aceleași reguli. Experimentul se va opri, astfel, la apariția primei bile albe, după maxim 3 extrageri.
Fie X numărul bilelor negre extrase din cutie.

95 $P(X=1)$ este: A $\frac{2}{5}$ B $\frac{6}{25}$ C $\frac{8}{25}$ D $\frac{3}{5}$ E $\frac{3}{10}$

96 $E(X)$ este: A $\frac{6}{5}$ B 1 C 2 D $\frac{21}{25}$ E $\frac{12}{25}$