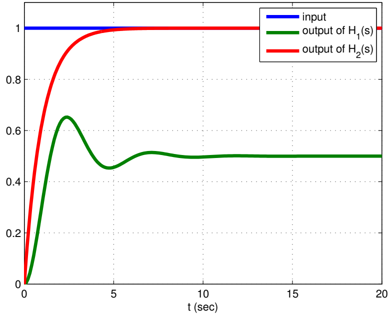
Analiza sistemelor liniare și continue

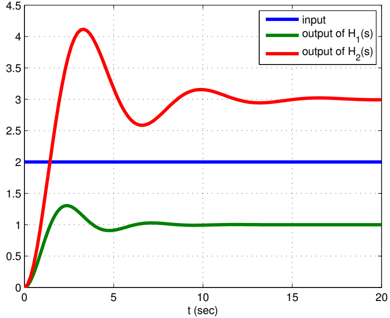
Paula Raica
Departmentul de Automatică
Str. Dorobantilor 71-73, sala C21, tel: 0264 - 401267
Str. Baritiu 26-28, sala C14, tel: 0264 - 202368
email: Paula.Raica@aut.utcluj.ro

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca

Factorul static de amplificare al unui sistem stabil

Factorul static de amplificare (*DC gain*), K_{DC}, al unui sistem este raportul între valoarea ieșirii sistemului în regim staționar și valoarea intrării în regim staționar.

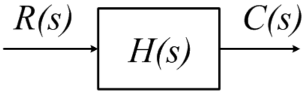




- $H_1(s)$: $K_{DC} = 0.5/1 = 0.5$
- $H_2(s)$: $K_{DC} = 1/1 = 1$

- $H_1(s)$: $K_{DC} = 1/2 = 0.5$
- $H_2(s)$: $K_{DC} = 3/2 = 1.5$

Factorul static de amplificare al unui sistem stabil



- Pentru orice intrare treaptă $r(t) = A$, ieșirea este:

$$C(s) = H(s)\frac{A}{s}$$

- Valoarea ieșirii în regim staționar este:

$$c(\infty) = \lim_{t\to\infty} c(t) = \lim_{s\to 0} sC(s) = \lim_{s\to 0} sH(s)\frac{A}{s} = A\lim_{s\to 0} H(s)$$

- Factorul static de amplificare:

$$K_{DC} = \frac{c(\infty)}{A} = \lim_{s\to 0} H(s)$$

Factorul static de amplificare. Exemplu

Se consideră un sistem cu funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{s+10}{(s+2)(s+4)(s^2+s+5)}$$

- Factorul static de amplificare este:

$$K_{DC} = \lim_{s\to 0} \frac{s+10}{(s+2)(s+4)(s^2+s+5)} = \frac{10}{2\cdot 4\cdot 5} = \frac{1}{4} = 0.25$$

- Dacă intrarea este o treaptă unitară $r(t) = 1$, valoarea ieșirii în regim staționar va fi:

$$c(\infty) = K_{DC} = 0.25$$

- Dacă intrarea este un semnal constant $r(t) = 5$, valoarea ieșirii în regim staționar este:

$$c(\infty) = 0.25 \cdot 5 = 1.25$$

Adăugarea unui zero

Se consideră un sistem cu funcția de transfer $H(s)$.

- Răspunsul la treaptă al sistemului este: $c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(s)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{H(s)}{s}\right]$
- Se adaugă un zero la $-a$ și se împarte funcția de transfer cu a (K_{DC} a noului sistem este nemodificat):

$$H_z(s) = \frac{s+a}{a}H(s) = \frac{s}{a}H(s) + H(s)$$

- Răspunsul la treaptă al sistemului $H_z(s)$ este:

$$c_z(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\left(\frac{s}{a}H(s) + H(s)\right)\right]$$

$$c_z(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{a}sC(s) + C(s)\right] = \frac{1}{a}\dot{c}(t) + c(t)$$

- Dacă a este mic $\Rightarrow 1/a$ este mare $\Rightarrow$ răspunsul la treaptă a lui $H_z(s)$ va crește cu cantitatea $1/a \cdot \dot{c}(t)$.
- Adăugarea unui zero $\Rightarrow$ creșterea suprareglajului.

Adăugarea unui zero. Exemplu

Se consideră un sistem cu funcția de transfer:

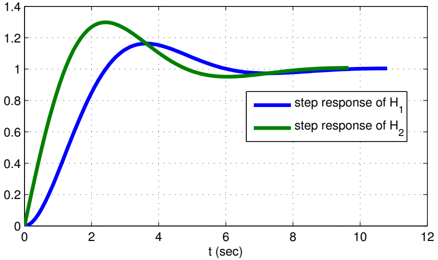
$$\text{Sistem 1:} \quad H_1(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Adăugam un zero la -1 și obținem:

$$\text{Sistem 2:} \quad H_2(s) = \frac{s+1}{s^2 + s + 1}$$

Comparație:

- Sistemul 1: fără zerouri (albastru)
- Sistemul 2: un zero la -1 (verde)



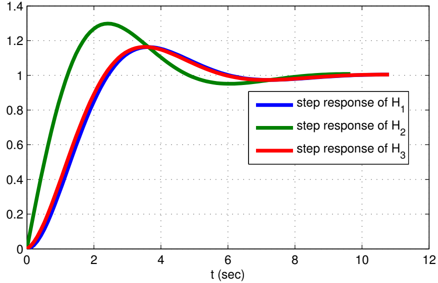
Adăugarea unui zero. Exemplu

Adăugam un zero la -10 (și împărțim funcția de transfer cu 10 pentru a menține $K_D C$)

$$\text{Sistem 3:} \quad H_3(s) = \frac{0.1(s+10)}{s^2+s+1}$$

Comparație:

- Sistemul 1: fără zerouri (albastru)
- Sistemul 2: un zero la -1 (verde)
- Sistemul 3: un zero la -10 (roșu)



Sisteme de ordin mai mare

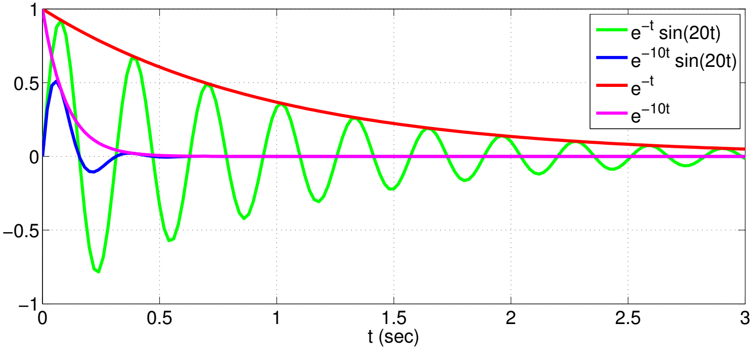
Se consideră un sistem $H(s)$, cu o intrare treaptă unitară $R(s) = 1/s$ și ieșirea $C(s)$.

$$XC(s) = H(s)R(s) = \frac{H(s)}{s} = \frac{K\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{s\prod_{j=1}^{q}(s+p_j)\prod_{k=1}^{r}(s^2+2\zeta_k\omega_k s+\omega_k^2)}$$

$$c(t) = a + \sum_{j=1}^{q} a_j e^{-p_j t} + \sum_{k=1}^{r} b_k e^{-\zeta_k\omega_k t}\sin(\omega_k\sqrt{1-\zeta_k^2}\,t+\varphi)$$

- Polii localizați departe de axa imaginară $j\omega$ au părți reale negative cu valoare absolută mare. Termenii exponențiali corespunzători acestor poli descresc rapid spre zero.
- Polii localizați aproape de axa imaginară $j\omega$ corespund termenilor exponențiali care descresc încet spre zero: **poli dominanți**

Sisteme de ordin mai mare



Exemplu

- e^{-t} și $e^{-t}\sin 20t$ descresc încet
- e^{-10t} și $e^{-10t}\sin 20t$ descresc rapid

Aproximarea sistemelor utilizând conceptul de poli dominanți

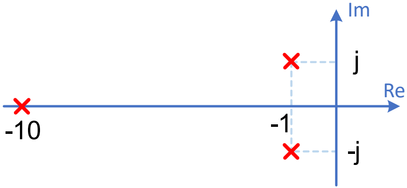
- Se consideră un sistem cu funcția de transfer:

$$H(s) = \frac{k(s+z)}{(\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\zeta}{\omega_n}s + 1)(s+p)}$$

- polii: $p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$, $p_3 = -p$.
- Dacă polul real este localizat mai departe de axa imaginară decât cei complecși $\Rightarrow$ polii complecși sunt dominanți.
- Ordinul sistemului se poate reduce *neglijând polul real*.
- !!! Funcția de transfer trebuie înmulțită cu $1/p$ ($\Rightarrow$ același K_{DC}).

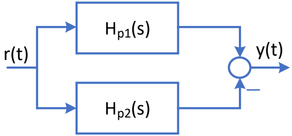
Poli dominanți. Exemplul 1

$$H_1(s) = \frac{s+2}{(s^2+2s+2)(s+10)}$$



- Poli: $-1 \pm j$ and -10
- Descompunerea în fracții simple:

$$H_1(s) = \underbrace{\frac{1}{41} \cdot \frac{4s+9}{s^2+2s+2}}_{H_{p1}(s)} - \underbrace{\frac{1}{41} \cdot \frac{4}{s+10}}_{H_{p2}(s)}$$



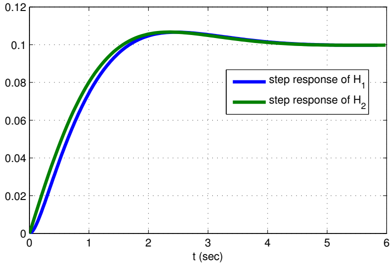
$$H_{p1}(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \underbrace{Ae^{-t}\sin(t+\varphi_1)}_{\text{scade încet spre 0}} \qquad H_{p2}(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \underbrace{Be^{-10t}}_{\text{scade rapid spre 0}}$$

Poli dominanți. Exemplul 1

$$H_1(s) = \frac{s+2}{(s^2+2s+2)(s+10)}$$

- $p_{1,2} = -1 \pm j$: dominanți
- $p_3 = -10$: se poate neglija.
- Aproximarea:

$$\begin{aligned} H_1(s) &= \frac{s+2}{10(s^2+2s+2)(\frac{1}{10}s+1)} \\ &\approx \frac{0.1(s+2)}{s^2+2s+2} = H_2(s) \end{aligned}$$

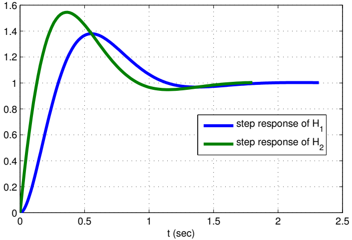


Poli dominanți. Exemplul 2

$$H_1(s) = \frac{62.5(s+2.5)}{(s^2+6s+25)(s+6.25)}$$

- $p_1, 2 = -3 \pm 4 \cdot j$, $p_3 = -6.25$. Se neglijează polul real si rezultă:

$$H_2(s) = \frac{10(s+2.5)}{s^2+6s+25}$$



- ⇒ Răspunsuri diferite !!! (polii sunt prea apropiați)

Stabilitatea sistemelor liniare

Stabilitate. Introducere

- Stabilitatea este o proprietate a sistemului și nu depinde de semnalul de intrare.
- **Un sistem este BIBO stabil dacă are o ieșire mărginită pentru orice intrare mărginită.**
- Treapta, sin: mărginite. Rampa, impuls: ne-mărginite

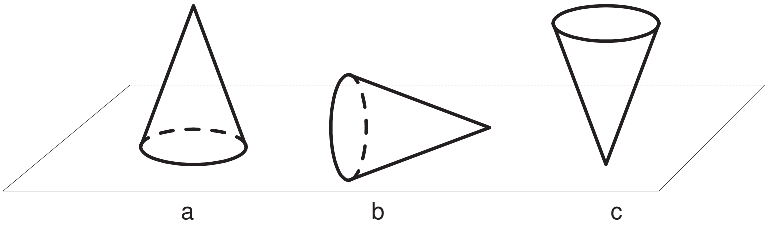
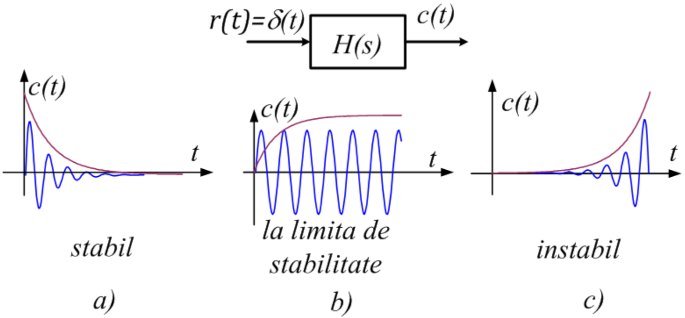


Figure: a. Stabil, b. La limita de stabilitate. c. Instabil

Stabilitatea sistemelor

- **Răspunsul la impuls** poate fi utilizate pentru analiza stabilității.
- **Un sistem liniar este stabil dacă și numai dacă valoare absolută a răspunsului la impuls, integrată de la 0 la ∞ este finită**.
- Consecință: răspunsul la impuls al unui sistem stabil este zero în regim staționar ($t \to \infty$).



Funcția de transfer a unui sistem:

$$H(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{s^n\prod_{j=1}^{q}(s+\sigma_j)\prod_{k=1}^{r}(s^2+2\alpha_k s+(\alpha_k^2+\omega_k^2))}$$

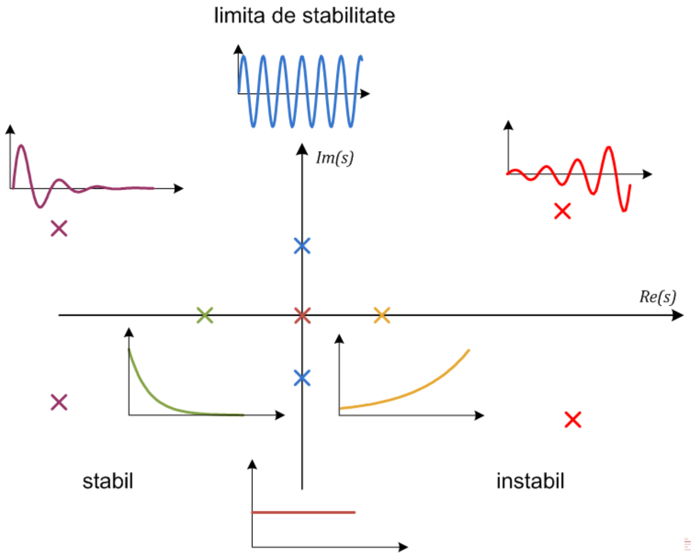
Polii pot fi:

- reali: $p_j = -\sigma_j$,
- complex conjugați $p_{k1,2} = \alpha_k \pm j\omega_k$,
- pur imaginari cu ordin de multiplicitate n.

Răspunsul la impuls este:

$$c(t) = \sum_{j=1}^{q} A_j e^{p_j t} + \sum_{k=1}^{r} B_k(\frac{1}{\omega_k})e^{\alpha_k t} sin\omega_k t$$

Stabilitatea sistemelor-Răspunsul la impuls



Stabilitatea sistemelor. Criteriul în planul s

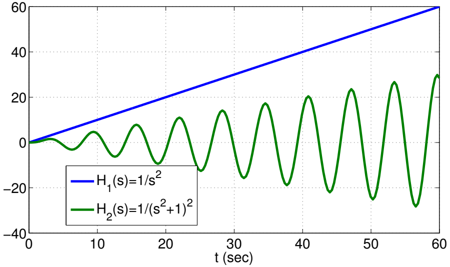
Tipul de poli și contribuția lor în răspunsul sistemului

- Poli reali pozitivi (p_j) și poli complecși cu partea reală pozitivă (α_k) $\Rightarrow e^{p_j t}$ sau $e^{\alpha_k t} sin\omega_k t$ care cresc spre ∞
- Poli reali negativi (p_j) și poli complecși cu partea reală negativă (α_k) $\Rightarrow e^{p_j t}$ or $e^{\alpha_k t} sin\omega_k t$ tind spre 0 când $t \to \infty$.
- Poli pur imaginari ($\pm j\omega_k$) $\Rightarrow$ termen sinusoidal neamortizat
- Un pol în origine ($p_j = 0$) $\Rightarrow$ un termen constant
- Poli în origine multipli de ordin mai mare decât 1 $n > 1 \Rightarrow At^{n-1}$ care crește spre ∞
- Poli pur imaginari multipli de ordin mai mare decât 1 $\Rightarrow At^n cos(\omega t + \phi)$ care tind spre infinit când $t \to \infty$.

Exemple de sisteme cu poli pe axa imaginară cu ordin de multiplicitate mai mare decât1.

$$H_1(s) = \frac{1}{s^2}, \qquad H_2(s) = \frac{1}{(s^2+1)^2}$$

- H_1 are un pol dublu în origine și H_2 are două perechi de poli complecși pur imaginari la $\pm j$
- Răspunsul la impuls:



Stabilitatea sistemelor. Criteriul în planul s

O condiția necesară și suficientă pentru ca un sistem să fie **stabil** este ca **toți** polii funcției de transfer să aibă partea reală negativă.

- Un sistem nu este stabil dacă *nu* toți polii sunt localizați în semiplanul stâng al planului s.
- Un sistem este *la limita de stabilitate* dacă are poli pe axa imaginară și toți ceilalți poli sunt în semiplanul stâng al planului s.
- Un sistem este *instabil* dacă are cel puțin un pol în semiplanul drept sau poli multipli pe axa imaginară sau în origine.

Criteriul în planul s. Exemple

- Sistem stabil:
$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$
toți polii sunt negativi: $p_1 = -1$ and $p_2 = -2$.
- Sistem stabil:
$$H_2(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+2)}$$
toți polii sunt în semiplanul stâng al planului s: $p_1 = -1$, $p_{2,3} = -1 \pm j$
- Sistem la limita de stabilitate:
$$H_3(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$
un pol în origine $p_1 = 0$ și un pol negativ $p_2 = -1$.

Criteriul în planul s. Exemple

- Sistem la limita de stabilitate:
$$H_3(s) = \frac{1}{s^2 + 4}$$
o pereche de *poli pe axa imaginară* $p_{1,2} = \pm 2j$.
- Sistem instabil:
$$H_4(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s-1)}$$
un pol pozitiv $p_1 = 1$ și doi poli negativi $p_2 = -1$, $p_3 = -2$.
- Sistem instabil:
$$H_5(s) = \frac{1}{s^3(s+1)}$$
pol triplu în origine $p_{1,2,3} = 0$ și un pol negativ $p_4 = -1$.

Criteriul în planul s. Exemple

- Sistem la limita de stabilitate:

$$H_6(s) = \frac{1}{(s^2+4)(s^2+1)}$$

două perechi *diferite* de poli complex conjugați pe axa imaginară $p_{1,2} = \pm 2j$, $p_{3,4} = \pm j$.

- Sistem instabil:

$$H_7(s) = \frac{1}{(s^2+4)^2}$$

poli multipli pe axa imaginară $p_{1,2} = \pm 2j$, $p_{3,4} = \pm 2j$ (aceeași locație)

Criteriul Routh-Hurwitz

- Criteriul Routh-Hurwitz stabilește dacă un sistem este stabil sau nu utilizând **ecuația caracteristică** a sistemului.
- Se scrie ecuația caracteristică în forma:

$$q(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0 = 0$$

- *Condiții necesare*
  - Toți coeficienții trebuie să aibă același semn
  - Toți coeficienții sunt diferiți de zero.

  Sistemul nu este stabil dacă acestea nu sunt îndeplinite.
  Exemple:

$$H_1(s) = \frac{1}{s^2+1}, \quad H_2(s) = \frac{s+2}{s^2-1}, \quad H_3(s) = \frac{s+3}{s^3-s^2+s+1}$$

Criteriul Routh-Hurwitz

- *Condiția suficientă.* Dacă condițiile necesare sunt satisfăcute, se aranjează coeficienții lui $q(s)$ în **tabelul Routh**

$$q(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0$$

Tabelul Routh:

$$\begin{array}{cccccccc}
s^n & : & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & . & . \\
s^{n-1} & : & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & . & . \\
s^{n-2} & : & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & . & . \\
s^{n-3} & : & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & . & . \\
. & : & . & . & . & . & . & . \\
. & : & . & . & . & . & . & . \\
s^2 & : & e_1 & e_2 & & & & \\
s^1 & : & f_1 & & & & & \\
s^0 & : & g_1 & & & & &
\end{array}$$

Criteriul Routh-Hurwitz

Coeficienții b_1, b_2, ... se calculează din cele două linii anterioare.

s^n	:	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	...
s^{n-1}	:	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	...
s^{n-2}	:	b_1	b_2	b_3	...	
s^{n-3}	:	c_1	c_2	c_3	...	
...						
s^1	:	f_1	...			
s^0	:	g_1				

$$b_1 = \frac{-\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

Coeficienții b_1, b_2, ... se calculează din cele două linii anterioare.

$$
\begin{array}{lllll}
s^n : & \boxed{a_n} & a_{n-2} & \boxed{a_{n-4}} & a_{n-6} & \ldots \\
s^{n-1} : & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \ldots \\
s^{n-2} : & b_1 & b_2 & b_3 & \ldots & \\
s^{n-3} : & c_1 & c_2 & c_3 & \ldots & \\
\ldots & & & & & \\
s^1 : & f_1 & \ldots & & & \\
s^0 : & g_1 & & & &
\end{array}
$$

$$b_2 = \frac{-\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

Criteriul Routh-Hurwitz

Coeficienții b_1, b_2, ... se calculează din cele două linii anterioare.

$$
\begin{array}{lllllll}
s^n & : & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \ldots \\
s^{n-1} & : & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \ldots \\
s^{n-2} & : & b_1 & b_2 & b_3 & \ldots & \\
s^{n-3} & : & c_1 & c_2 & c_3 & \ldots & \\
\ldots & & & & & & \\
s^1 & : & f_1 & \ldots & & & \\
s^0 & : & g_1 & & & &
\end{array}
$$

$$
b_3 = \frac{-\begin{vmatrix} a_n & a_{n-6} \\ a_{n-1} & a_{n-7} \end{vmatrix}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}
$$

Criteriul Routh-Hurwitz

Același model pentru evaluarea coeficienților c, ..e, f, g, utilizând cele două linii anterioare:

$$
\begin{array}{llllll}
s^n : & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots \\
s^{n-1} : & \boxed{a_{n-1}} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots \\
s^{n-2} : & \boxed{b_1} & b_2 & b_3 & \dots & \\
s^{n-3} : & c_1 & c_2 & c_3 & \dots & \\
\dots & & & & & \\
s^1 : & f_1 & \dots & & & \\
s^0 : & g_1 & & & &
\end{array}
$$

$$c_1 = \frac{-\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}$$

Criteriul Routh-Hurwitz

Același model pentru evaluarea coeficienților c, ..e, f, g, utilizând cele două linii anterioare:

s^n	:	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	...
s^{n-1}	:	$\boxed{a_{n-1}}$	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	...
s^{n-2}	:	b_1	b_2	b_3	...	
s^{n-3}	:	c_1	c_2	c_3	...	
...						
s^1	:	f_1	...			
s^0	:	g_1				

$$c_2 = \frac{-\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1} = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}$$

Criteriul Routh-Hurwitz

Criteriul de stabilitate Routh:

Numărul rădăcinilor polinomului caracteristic $q(s)$ cu partea reală pozitivă este egal cu numărul de schimbări de semn din prima coloană a tabelului Routh.

$$
\begin{array}{cc|c|cccccc}
s^n & : & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & . & . \\
s^{n-1} & : & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & . & . \\
s^{n-2} & : & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & . & . \\
. & : & . & . & . & . & . & . \\
. & : & . & . & . & . & . & . \\
s^2 & : & e_1 & e_2 & & & & \\
s^1 & : & f_1 & & & & & \\
s^0 & : & g_1 & & & & &
\end{array}
$$

Toți polii în semiplanul stâng $\Leftrightarrow$ toate elementele din prima coloană au același semn.

Exemplu

Se consideră polinomul:

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

Se verifică condițiile necesare (toți coeficienții au același semn și sunt diferiți de 0). Se întocmește Tabelul Routh:

$$\begin{array}{lcccc}
s^4 & : & 1 & 3 & 5 \\
s^3 & : & 2 & 4 & 0 \\
s^2 & : & \frac{2\cdot 3 - 1\cdot 4}{2} = 1 & \frac{2\cdot 5 - 1\cdot 0}{2} = 5 & \\
s^1 & : & \frac{1\cdot 4 - 2\cdot 5}{1} = -6 & & \\
s^0 & : & \frac{-6\cdot 5 - 1\cdot 0}{-6} = 5 & &
\end{array}$$

$\Rightarrow$ Două schimbări de semn $\Rightarrow$ două rădăcini cu partea reală pozitivă. Roots: $p_1 = 0.2 + 1.4i$, $p_2 = 0.2 - 1.4i$, $p_3 = -1.2 + 0.8i$, $p_4 = -1.2 - 0.8i$.

Exemplu. Caz special

Un element egal cu 0 rezultat în tabel se înlocuiește cu un număr pozitiv mic ϵ și se evaluează restul tabelului.

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

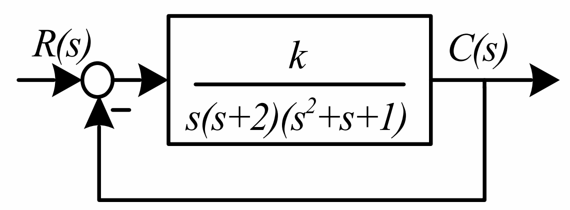
Condițiile necesare sunt îndeplinite (toți coeficienții au același semn și sunt diferiți de 0). Tabelul Routh este:

$$\begin{array}{ccll} s^3 & : & 1 & 1 \\ s^2 & : & 2 & 2 \\ s^1 & : & 0 \approx \epsilon & \\ s^0 & : & 2 & \end{array}$$

$\Rightarrow$ o pereche de rădăcini pur imaginare.
Dacă semnul elementului de deasupra lui zero este diferit de cel al elementului de sub 0, aceasta indică o schimbare de semn.

Exemplu. Sistem în buclă închisă

Determinați valorile lui k pentru ca sistemul închis să fie stabil.



- Funcția de transfer a sistemului închis este:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{k}{s(s+2)(s^2+s+1)}}{1 + \frac{k}{s(s+2)(s^2+s+1)}} = \frac{k}{s(s+2)(s^2+s+1)+k}$$

- Ecuația caracteristică:

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$$

Exemplu. Sistem în buclă închisă

- *Condiția necesară*: $k > 0$. Restul coeficienților sunt pozitivi și diferiți de zero.
- Tabelul Routh:

$$
\begin{array}{lcccc}
s^4 & : & 1 & 3 & k \\
s^3 & : & 3 & 2 & 0 \\
s^2 & : & 7/3 & k & \\
s^1 & : & 2 - 9k/7 & & \\
s^0 & : & k & &
\end{array}
$$

- Pentru stabilitate: toți coeficienții din prima coloană trebuie să fie pozitivi:

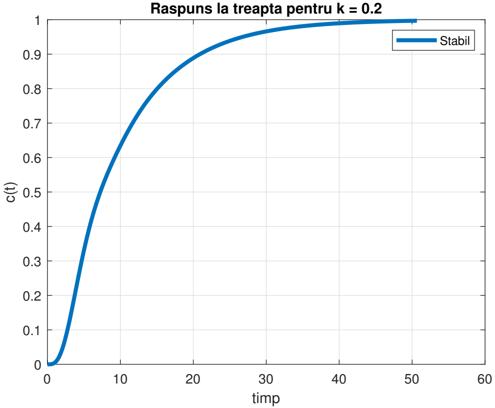
$$k > 0, \quad \text{and} \quad 2 - \frac{9 \cdot k}{7} > 0, \quad \Rightarrow 0 < k < \frac{14}{9}$$

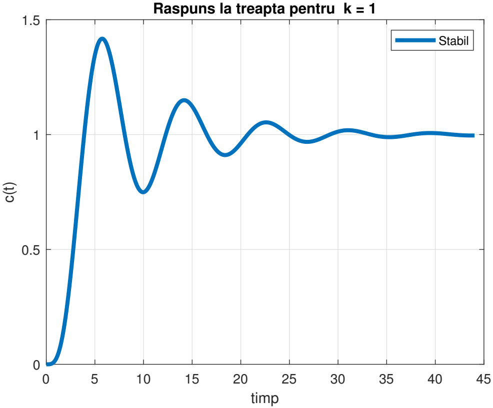
- Pentru $k = 14/9$, sistemul este la limita de stabilitate și răspunsul este oscilant întreținut (neamortizat).

Exemplu. Sistem în buclă închisă

Răspunsul la treaptă al sistemului închis.

- $k = 0.2$: sistemul închis este stabil (stânga)
- $k = 1$: sistemul închis este stabil (dreapta)





Exemplu. Sistem în buclă închisă

Răspunsul la treaptă al sistemului închis.

- $k = \frac{14}{9}$: sistemul închis este la limita de stabilitate (stânga)
- $k = 3$: sistemul închis este instabil (dreaptă)