Sisteme cu eșantionare. Sisteme de control numerice

Paula Raica
Departmentul de Automatică
Str. Dorobantilor 71-73, sala C21, tel: 0264 - 401267
Str. Baritiu 26-28, sala C14, tel: 0264 - 202368
email: Paula.Raica@aut.utcluj.ro

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca

Regulatoare numerice

Forma generală a unei funcții de transfer în z de la intrarea $X(z)$ la ieșirea $Y(z)$ este:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n}}$$

unde a_i și b_i sunt coeficienți reali. Se obține:

$$Y(z)(1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n}) = X(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m})$$

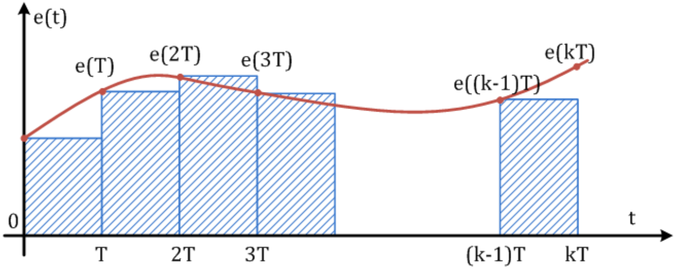
Din relația de mai sus rezultă ecuația recurentă cu diferențe (unde $kT \to k$):

$$y(k) = a_1 y(k-1) + \cdots + a_n y(k-n) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \cdots + b_m x(k-m)$$

PID numeric din domeniul timp

Se consideră un regulator PID în domeniul timp, unde $u(t)$ este semnalul de comandă iar $e(t)$ semnalul de eroare:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$



- Se aproximează termenii integrator și derivator

PID numeric din domeniul timp

- Perioada de eșantionare este T:

$$\frac{de(t)}{dt}\Big|_{t=kT} \approx \frac{e(kT) - e((k-1)T)}{T}$$

$$\int_0^t e(\tau)d\tau\Big|_{t=kT} \approx \sum_{n=0}^{k-1} T \cdot e(nT)$$

Algoritm PID pozițional

$$u(k) = K_P e(k) + K_I T \sum_{n=0}^{k-1} e(n) + K_D \frac{e(k) - e(k-1)}{T}$$

PID numeric din domeniul s

Algoritmul PID ideal în domeniul s:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

Se aplică transformări $s \to z$ pentru a obține un regulator PID discret echivalent. Dacă, de exemplu, transformarea este:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

atunci funcția de transfer în z a regulatorului PID este:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_I T}{1 - z^{-1}} + K_D \frac{1 - z^{-1}}{T}$$

PID numeric din domeniul s

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P(1 - z^{-1}) + K_I T + \frac{K_D}{T}(1 - z^{-1})^2$$

$$(1 - z^{-1})U(z) = K_P(1 - z^{-1})E(z) + K_I TE(z) + \frac{K_D}{T}(1 - z^{-1})^2 E(z)$$

Algoritm PID numeric

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + K_P(e(k) - e(k-1)) + K_I Te(k) + \\ &+ \frac{K_D}{T}(e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \end{aligned}$$

Exerciții

Funcția de transfer in z și stabilitatea sistemului Se consideră un sistem de ordinul 1 cu funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{1}{s+4}$$

Calculați funcția de transfer în z utilizând transformarea $s \to (1 - z^{-1})/T$ și metoda transformatei z (ZOH). Analizați stabilitatea sistemului.

Funcția de transfer in z și stabilitatea Se consideră un sistem la limita de stabilitate cu funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

Sistemul are doi poli pe axa imaginară, $s_{1,2} = \pm j$, astfel este la limita de stabilitate. Determinați funcția de transfer $G(z)$ cu transformarea $s \rightarrow (1 - z^{-1})/T$ și metoda transformatei z (ZOH) și analizați stabilitatea sistemului discret.

Exerciții

Funcția de transfer in z dintr-o ecuație cu diferențe Se consideră un sistem cu intrarea u și ieșirea y a cărui comportament este descris de ecuația cu diferențe:

$$y(k) + 2y(k-1) + \frac{3}{4}y(k-2) = u(k-1)$$

1. Determinați funcția de transfer in z pentru acest sistem
2. Sistemul este stabil? Justificați răspunsul.