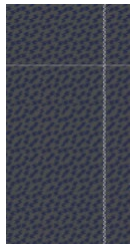


STĂRI

S.I. Ing. Vlad-Cristian Miclea

Universitatea Tehnica din Cluj-Napoca
Departamentul Calculatoare



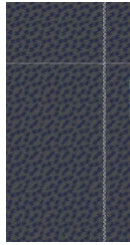
CUPRINS

- 1) Introducere
- 2) Stari – definitie, variabile de stare
- 3) Reducerea numarului de stari
 - Alg. Paull-Unger
 - Automate complet definite
 - Automate incomplete definite
- 4) Codificarea starilor
 - Metode aproximative de codificare
 - Codificare pe baza partitiei starilor
- 5) Concluzii



PLAN CURS

- Partea 1 – FPGA si VHDL
 1. FPGA
 2. Limbajul VHDL – 1
 3. Limbajul VHDL – 2
 4. Limbajul VHDL – 3
- Partea 2 – Implementarea sistemelor numerice
 5. Microprogramare
 6. Partea 1 - Unitate de comanda + executie – exemplu impartitor
 6. Partea 2 – Cod UC + UE impartitor
- Partea 3 – Automate
 7. Automate finite
 8. **Stari**
 9. Automate sincrone
 10. Automate asincrone
 11. Identificarea automatelor; Automate fara pierderi
 12. Automate liniare + probleme si discutii



CONTEXT

Cursurile trecute

- Proiectarea unui sistem numeric complex
 - Exemplu – cuptor simplu
- Automate finite
 - Definitii, informatii generale
 - Reprezentari
 - Clasificarea automatelor (Moore, Mealy)
- Saptamana aceasta – stari ale automatelor



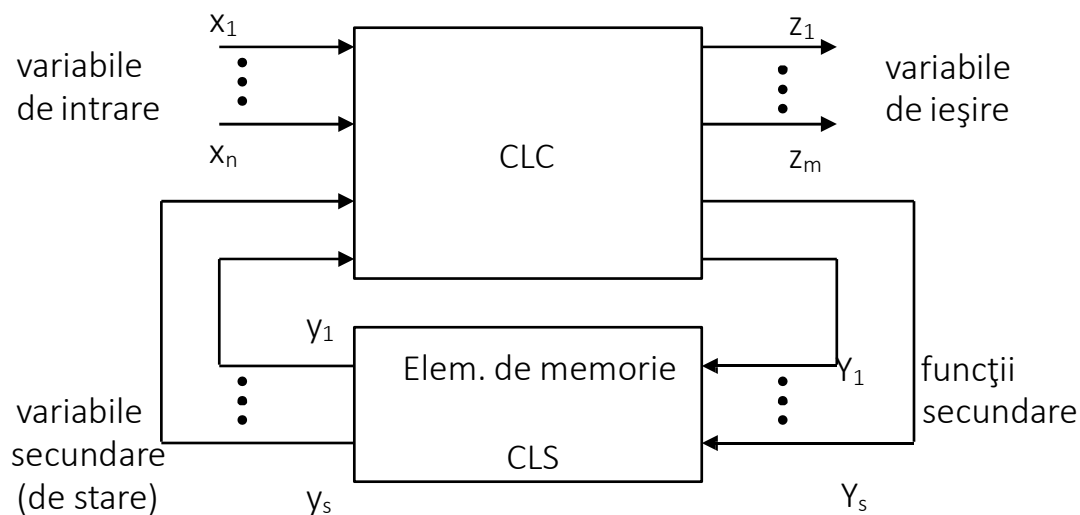
STĂRI ȘI VARIABILE DE STARE

- **Definiție:** **Starea** unui automat este cantitatea de informație necesară determinării evoluției automatului începând cu acel moment
- **Identificarea stării** unui automat se realizează cu ajutorul unui număr de variabile numite *variabile de stare* sau *variabile secundare*

STĂRI ȘI VARIABILE DE STARE

Automat finit

■ Reprezentarea:



- $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$

- $Z = (z_1, z_2, \dots, z_m)^T$

- $y = (y_1, y_2, \dots, y_s)^T$

- $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_s)^T$

vectorul variabilelor de intrare

vectorul variabilelor de ieșire

vectorul variabilelor de stare

starea actuală a automatului

vectorul funcțiilor secundare (de excitație)

starea următoare a automatului

STĂRI ȘI VARIABILE DE STARE

Evoluția automatului

- **Sistem de ecuații** - țin cont de variabilele de intrare și de stare pentru determinarea stării următoare Y și a ieșirii Z
- $Y_i(t) = f_i(x_1(t), \dots, x_n(t), y_1(t), \dots, y_s(t))$ $i = \overline{1, s}$
- $Z_j(t) = g_j(x_1(t), \dots, x_n(t), y_1(t), \dots, y_s(t))$ $j = \overline{1, m}$
- Relațiile dintre funcțiile secundare Y și variabilele de stare y determină configurația buclei de reacție



STĂRI ȘI VARIABILE DE STARE

Noțiuni

- **Comportare deterministă** - dacă pentru orice vector al stării interne există o singură tranziție posibilă
- **Stare stabilă** - dacă pentru o anumită configurație a intrărilor starea internă prezentă este identică cu starea următoare
- **Stare instabilă** - dacă pentru o anumită configurație a intrărilor starea prezentă diferă de starea următoare
- **Cursă** - un eveniment în care se modifică mai multe variabile de stare



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate complet definite

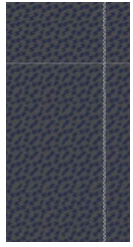
- Procesul de **reducere** a numărului de stări - determinarea acelor **stări care realizează aceeași funcție**, adică nu se poate face distincție între ieșirile rezultate în urma aplicării la intrările automatului, aflat în oricare dintre aceste stări, a aceleiași secvențe de intrare
- Stările determinate se numesc **stări echivalente** și pot fi înlocuite printr-o singură stare
- **Definiție:** 2 stări s_i și s_j ale aceluiași automat complet definit se numesc echivalente ($s_i = s_j$) dacă pentru orice secvență de intrare de lungime arbitrară aplicată automatului aflat în starea s_i , respectiv s_j , se obține aceeași secvență de ieșire



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate complet definite

- Două automate sunt echivalente dacă au toate stările echivalente
- Stările echivalente obținute în urma unui procedeu de reducere formează **clase de echivalență disjuncte**
- Stările dintr-o clasă de echivalență pot fi înlocuite printr-o singură stare
- Problema reducerii numărului de stări se reduce la determinarea claselor de echivalență
- Obținem un **automat echivalent** cu cel inițial, dar cu un număr minim de stări



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate complet definite

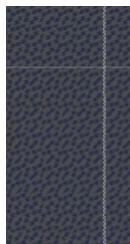
- Metoda de determinare a claselor de echivalență cu **tabelul implicațiilor - Algoritmul Paull-Unger**
- În tabelul implicațiilor se înscriu, pentru fiecare pereche de stări care ar putea fi echivalente, implicațiile echivalenței respective (adică se înscriu condițiile care ar trebui îndeplinite pentru ca două stări să fie echivalente)



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate complet definite

- **Reguli de completare a tabelului implicațiilor:**
 - Se pornește din colțul din stânga sus
 - Se bifează celulele în cazul stărilor evident echivalente
 - Celulele perechilor de stări evident neechivalente se barează cu un X
 - În celula unei perechi de stări care ar putea fi echivalente se trec implicațiile respective (condițiile de echivalență)
 - La a doua trecere se inspectează tabelul pornind din celula din dreapta jos și se urmărește efectul neechivalențelor sau incompatibilitatea stărilor
 - După o inspecție completă se face o nouă inspecție plecând din colțul din stânga sus și se caută alte incompatibilități care ar fi putut să se piardă la celelalte verificări
 - Scrierea stărilor echivalente obținute se face începând cu celula din dreapta jos

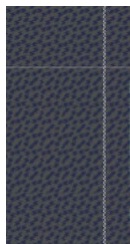


REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu

- Se dă automatul complet definit descris prin tabelul de tranziții:

| S \ X | 0 | 1 | 2 |
|-------|-----|-----|-----|
| 1 | 2/1 | 2/0 | 5/0 |
| 2 | 1/0 | 4/1 | 4/1 |
| 3 | 2/1 | 2/0 | 5/0 |
| 4 | 3/0 | 2/1 | 2/1 |
| 5 | 6/1 | 4/0 | 3/0 |
| 6 | 8/0 | 9/1 | 6/1 |
| 7 | 6/1 | 2/0 | 8/0 |
| 8 | 4/1 | 4/0 | 7/0 |
| 9 | 7/0 | 9/1 | 7/1 |



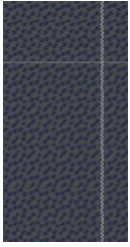
REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu

- Tabelul implicațiilor este:

| | | | | | | | | |
|---|--------------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|-------------|-------------|---|
| 2 | X | | | | | | | |
| 3 | V | X | | | | | | |
| 4 | X | 1,3 | X | | | | | |
| 5 | 2,6⊗ 2,4 3,5 | X | 2,6⊗ 2,4 | X | | | | |
| 6 | X | 1,8 4,9⊗ 4,6 | X | 3,8 2,9⊗ 2,6 | X | | | |
| 7 | 2,6⊗ 5,8 | X | 2,6⊗ 5,8 | X | 2,4 3,8 | X | | |
| 8 | 2,4 5,7 | X | 2,4 5,7 | X | 4,6⊗ 3,7 | X | 4,6⊗ 2,4 | |
| 9 | X | 1,7 4,9⊗ 4,7 | X | 3,7 2,9 2,7⊗ | X | 7,8 6,7⊗ | X | X |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

| S | X | 0 | 1 | 2 |
|---|---|-----|-----|-----|
| 1 | | 2/1 | 2/0 | 5/0 |
| 2 | | 1/0 | 4/1 | 4/1 |
| 3 | | 2/1 | 2/0 | 5/0 |
| 4 | | 3/0 | 2/1 | 2/1 |
| 5 | | 6/1 | 4/0 | 3/0 |
| 6 | | 8/0 | 9/1 | 6/1 |
| 7 | | 6/1 | 2/0 | 8/0 |
| 8 | | 4/1 | 4/0 | 7/0 |
| 9 | | 7/0 | 9/1 | 7/1 |



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu

- Se obțin stările echivalente:
 - $5=7; 3=8; 2=4; 1=8; 1=3$
 - Se ține cont de relația de tranzitivitate a relației de echivalență a stărilor și rezultă din $3=8; 1=8$ și $1=3$ echivalența $(1,3,8)$
 - Stările care nu apar în nici o clasă de echivalențe, 6 și 9, vor forma singure câte o clasă de echivalențe: (6) (9)
- Clasele de echivalențe disjuncte obținute vor fi:
 $(1,3,8), (2,4), (5,7), (6), (9)$
 - Notăm clasele de echivalențe: $(1,3,8) = a; (2,4) = b; (5,7) = c; (6) = d; (9) = e$



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu

- Automatul echivalent cu cel inițial (are aceeași funcționalitate) are 5 stări:

| S \ X | 0 | 1 | 2 |
|-------|-----|-----|-----|
| a | b/1 | b/0 | c/0 |
| b | a/0 | b/1 | b/1 |
| c | d/1 | b/0 | a/0 |
| d | a/0 | e/1 | d/1 |
| e | c/0 | e/1 | c/1 |



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate incomplet definite

- În multe situații practice evoluția automatului nu este descrisă complet
 - Există intrări pentru care nu se definește tranziția
 - Există tranziții pentru care nu se definește ieșirea
- În aceste situații 2 stări nu mai pot fi echivalente fiindcă pentru anumite intrări nu cunoaștem stările următoare sau ieșirile următoare → **automat incomplet definit**
- **Definiție:** 2 stări s_i și s_j ale aceluiași automat incomplet definit se numesc **stări compatibile** dacă și numai dacă pentru orice secvență de intrare de lungime arbitrară aplicată automatului aflat în starea s_i , respectiv s_j , se obțin secvențe de ieșiri compatibile (în care ieșirile corespondente sunt identice atunci când sunt specificate)



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate incomplet definite

- **Definiție:** O mulțime de stări ale unui automat incomplet definit formează o **clasă de compatibilități** dacă fiecare pereche de stări din mulțime are stări compatibile
- **Definiție:** O **compatibilitate maximă** este o clasă de compatibilități care, dacă se mai adaugă vreo stare care nu face parte din clasa respectivă, nu mai rămâne clasă de compatibilități
- **Observație:** o stare care nu este compatibilă cu nici o altă stare formează o compatibilitate maximă
- Metoda de determinare a perechilor de stări compatibile cu **tabelul implicațiilor** - **Algoritmul Paull-Unger**



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate incomplet definite

- Pentru a găsi un automat cu un număr minim de stări, dar cu comportare identică cu cel inițial, trebuie găsită o **mulțime de clase de compatibilități minimă și închisă**
- **Definiție:** O mulțime de **clase de compatibilități** se numește **închisă** dacă pentru oricare din clasele mulțimii toți succesorii stărilor (stările următoare) din clasa respectivă, pentru fiecare din intrări, fac parte dintr-o singură clasă de compatibilități



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate incomplet definite

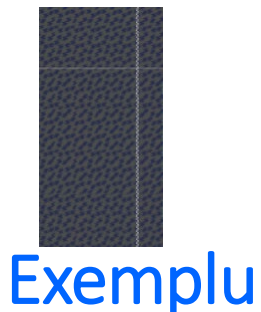
- Mulțimea de clase minimă și închisă trebuie să îndeplinească următoarele **condiții**:
 - Toate stările să fie prezente în aceste clase
 - Compatibilitatea a două stări oarecare ale unei clase nu trebuie să implice compatibilitatea a două stări care nu aparțin aceleiași clase
 - Numărul de clase de stări compatibile (compatibilități) trebuie să fie minim sau cel puțin egal cu cea mai mică putere posibilă a lui 2



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Automate incomplet definite

- Numărul claselor de compatibilități al mulțimii închise și minime este cuprins între **două limite**:
 - **Limita superioară**: dată de numărul de clase de compatibilități maxime
 - **Limita inferioară**: egală cu numărul de stări conținute în cea mai mare clasă de compatibilități maximă



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

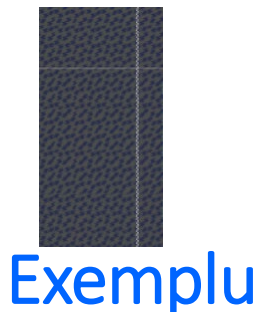
- Se dă automatul descris prin tabelul de tranziții:

| s \ x | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2/0 | -/- | 3/- | 2/0 |
| 2 | 3/0 | 5/1 | 2/0 | -/- |
| 3 | 3/0 | 4/1 | -/- | 5/0 |
| 4 | -/- | 1/1 | 2/- | -/- |
| 5 | -/- | -/- | 1/1 | -/- |

- Aplicând algoritmul Paul Unger se obține:

| | | | | |
|---|--------------|-------|-----|-----|
| 2 | 2,3 | | | |
| 3 | 2,3 2,5 ⊗ | 4,5 | | |
| 4 | 2,3 | 1,5 ⊗ | 1,4 | |
| 5 | 1,3 ⊗ | X | V | 1,2 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |

- Stările evident compatibile au aceleași intrări și aceleași ieșiri: 3 cu 5 sunt evident compatibile
- La pasul al doilea se urmărește efectul incompatibilităților (de exemplu, 2 cu 5 incompatibile)

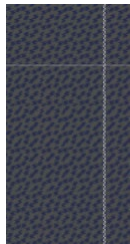


REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

- Pentru determinarea claselor de compatibilități se construiește un nou tabel, cu trei coloane
 - Pe prima coloană se trec stările de pe coloanele tabelului implicațiilor (în ordinea de la dreapta la stânga)
 - Pe coloana a doua se trec stările compatibile cu stările din prima coloană
 - În coloana a treia apar clasele de compatibilități
 - În ultima linie a tabelului se obțin clasele de compatibilități maxime: $\{1,2\}$, $\{1,4\}$, $\{2,3\}$, $\{3,4,5\}$

| | | |
|---|------|---|
| 4 | 5 | $\{4,5\}$ |
| 3 | 4, 5 | $\{4,5\}, \{3,4\}, \{3,5\} \Rightarrow \{3,4,5\}$ |
| 2 | 3 | $\{3,4,5\}, \{2,3\}$ |
| 1 | 2, 4 | $\{3,4,5\}, \{2,3\}, \{1,2\}, \{1,4\}$ |

- Anumite stări apar în mai multe clase de compatibilități, deci **clasele de compatibilități nu mai sunt disjuncte**



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu

- Considerăm ansamblul minimal format din trei clase de compatibilități: $\{1,2\}$, $\{1,4\}$, $\{3,4,5\}$
 - 1 cu 2 implică 2 cu 3 pentru a fi închisă, dar 2 cu 3 nu fac parte din aceeași clasă de compatibilități, deci mulțimea aleasă nu este soluție!
- Dacă alegem: $\{1,4\}$, $\{2,3\}$, $\{3,4,5\}$
 - 4 cu 5 implică 1 cu 2, care nu fac parte din aceeași clasă, deci mulțimea aleasă nu este soluție!
- Dacă alegem: $\{\underline{1},2\}$, $\{2,3\}$, $\{3,\underline{4},\underline{5}\}$
 - 3 cu 4 implică 1 cu 4, care nu fac parte din aceeași clasă, deci mulțimea nu este soluție!



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu

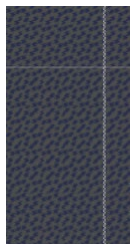
- Stările care apar o singură dată se numesc **stări esențiale** (de exemplu stările 1, 4, 5 din ultima încercare)
- **Observație:** Pentru obținerea mulțimii de clase de compatibilități cu număr minim de elemente:
 - Se pot înlătura unele dintre compatibilitățile maxime având însă grijă ca mulțimea obținută să rămână închisă sau
 - Se pot înlătura anumite stări care nu sunt esențiale, pentru a îndeplini condiția de mulțime închisă
- La $\{1,2\}$, $\{2,3\}$, $\{3,4,5\}$ putem elimina starea 3 din $\{3,4,5\}$ și vom obține $\{1,2\}$, $\{2,3\}$, $\{4,5\}$ care reprezintă o **compatibilitate minimă și închisă**



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

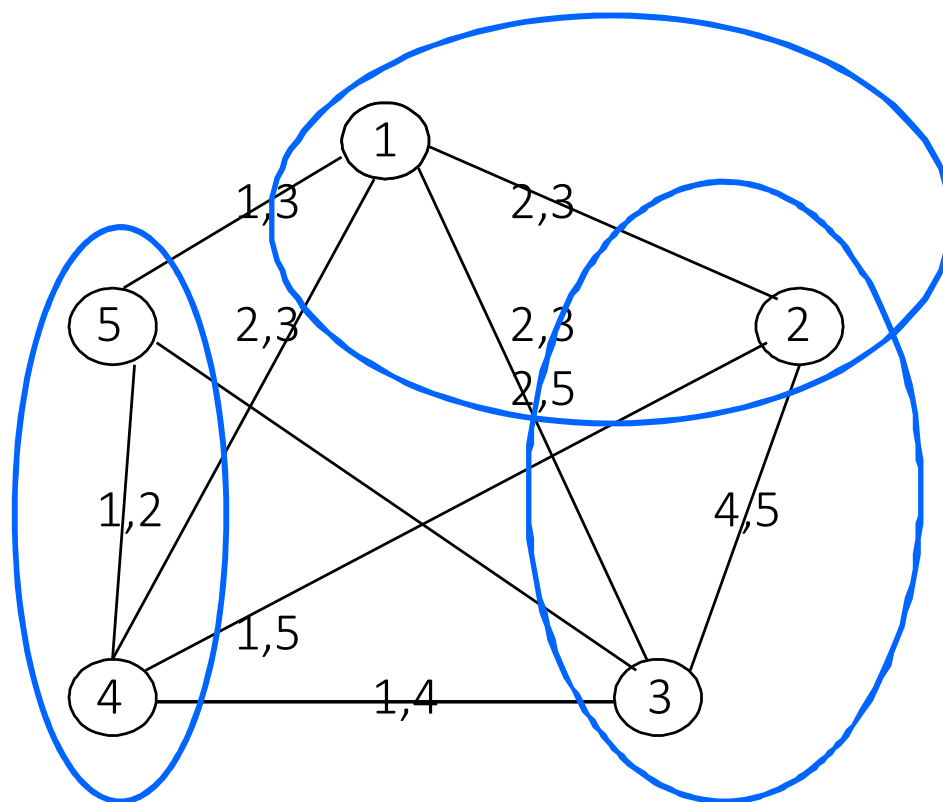
Automate incomplet definite

- **Graf al implicațiilor - metodă grafică** de determinare a mulțimii minime și închise
- Graful se construiește după regulile:
 - Numărul nodurilor este egal cu numărul de stări ale automatului
 - Pentru fiecare pereche de stări compatibile se trasează un arc între stările respective
 - Pentru perechile de stări a căror compatibilitate implică alte compatibilități se va trasa un arc întrerupt pe care se notează compatibilitatea implicată
- Se poate pleca direct de la graful de tranziție al automatului, nu este neapărată nevoie de tabelul implicațiilor



REDUCEREA NUMĂRULUI DE STĂRI

Exemplu



| S | X | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|-----|-----|-----|-----|
| 1 | | 2/0 | -/- | 3/- | 2/0 |
| 2 | | 3/0 | 5/1 | 2/0 | -/- |
| 3 | | 3/0 | 4/1 | -/- | 5/0 |
| 4 | | -/- | 1/1 | 2/- | -/- |
| 5 | | -/- | -/- | 1/1 | -/- |



CODIFICAREA STĂRILOR

- Fiecărei **stări** din tabelul tranzițiilor unui automat i se atribuie un **cod binar** format din “ n ” cifre binare
- Dacă m = numărul de stări, avem $2^{n-1} < m \leq 2^n$
 - n = numărul de variabile binare care codifică stările
- La automatele cu multe stări atribuirea e importantă
- Pentru alegerea **soluției optime de atribuire** (codificare) se folosesc:
 - metode simple, care nu duc la soluția optimă
 - metode mai complicate, care duc la o soluție optimă, dar necesită mai multe calcule

CODIFICAREA STĂRILOR

Metode aproximative de codificare

- Codificarea descrie ecuațiile stărilor următoare cu ajutorul unor variabile de stare explicitate prin **variabile binare**
- Considerăm automatul descris obișnuit prin tabelul de tranziții:

| S | X | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|-----|-----|-----|-----|
| | A | A/0 | B/0 | C/1 | B/0 |
| | B | B/0 | C/0 | A/0 | C/0 |
| | C | C/0 | A/1 | A/1 | A/0 |

- s, q = variabile binare; y_i este un bit care intră în codificarea unei stări

- Dacă:

- $A \rightarrow s_1q_1$ și, de exemplu: $\rightarrow 01$, adică: $s_1=0$ $q_1=1$
- $B \rightarrow s_2q_2$ și, de exemplu: $\rightarrow 10$, adică: $s_2=1$ $q_2=0$
- $C \rightarrow s_3q_3$ și, de exemplu: $\rightarrow 00$, adică: $s_3=0$ $q_3=0$

| S | X | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----|-----------|------------|------------|------------|------------|
| 01 | $s_1 q_1$ | $s_1q_1/0$ | $s_2q_2/0$ | $s_3q_3/1$ | $s_2q_2/0$ |
| 10 | $s_2 q_2$ | $s_2q_2/0$ | $s_3q_3/0$ | $s_1q_1/0$ | $s_3q_3/0$ |
| 00 | $s_3 q_3$ | $s_3q_3/0$ | $s_1q_1/1$ | $s_1q_1/1$ | $s_1q_1/0$ |

CODIFICAREA STĂRILOR

Metode aproximative de codificare

- Diagramele pentru Y_1Y_2/Z , în funcție de x_1x_2 și y_1y_2

| $S \backslash X$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|------------------|------|------|------|------|
| 01 | 01/0 | 10/0 | 00/1 | 10/0 |
| 10 | 10/0 | 00/0 | 01/0 | 00/0 |
| 00 | 00/0 | 01/1 | 01/1 | 01/0 |

| $S \backslash X$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|
| 01 | 0/0 | 1/0 | 0/1 | 1/0 |
| 10 | 1/0 | 0/0 | 0/0 | 0/0 |
| 00 | 0/0 | 0/1 | 0/1 | 0/0 |

| $S \backslash X$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|
| 01 | 1/0 | 0/0 | 0/1 | 0/0 |
| 10 | 0/0 | 0/0 | 1/0 | 0/0 |
| 00 | 0/0 | 1/1 | 1/1 | 1/0 |

- Ecuațiile stării următoare:

- $Y_1 = \overline{y_1}\overline{y_2}\overline{x_1}\overline{x_2} + \overline{y_1}\overline{y_2}\overline{x_1}x_2 + \overline{y_1}\overline{y_2}x_1\overline{x_2}$

- $Y_2 = \overline{y_1}\overline{y_2}\overline{x_1}\overline{x_2} + \overline{y_1}\overline{y_2}\overline{x_1}x_2 + \overline{y_1}\overline{y_2}x_1\overline{x_2} + \overline{y_1}\overline{y_2}x_1x_2 + \overline{y_1}y_2\overline{x_1}\overline{x_2} + \overline{y_1}y_2\overline{x_1}x_2$

CODIFICAREA STĂRILOR

Metode aproximative de codificare

- Prin minimizare se obține:

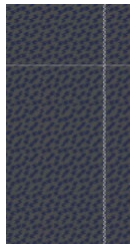
| | | X ₁ X ₂ | | | |
|-------------------------------|---|-------------------------------|----|----|----|
| S | X | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | | | | | |
| 01 | | | 1 | | 1 |
| 11 | x | x | | x | x |
| 10 | 1 | | | | |
| Y ₁ Y ₂ | | | | | |

| | | X ₁ X ₂ | | | |
|-------------------------------|---|-------------------------------|----|----|----|
| S | X | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | | | 1 | 1 | 1 |
| 01 | | 1 | | | |
| 11 | x | | x | x | x |
| 10 | | | | 1 | |
| Y ₁ Y ₂ | | | | | |

- $Y_1 = y_1 \overline{x_1} \overline{x_2} + y_2 (\overline{x_1} x_2 + x_1 \overline{x_2})$
- $Y_2 = y_2 \overline{x_1} x_2 + y_1 x_1 x_2 + \overline{y_1} y_2 (x_1 + x_2)$

Concluzie:

- Este avantajos ca un număr cât mai mare din coeficienții $s_i q_i$ să fie egali cu 0, pentru că astfel se anulează termenii respectivi din ecuația stării următoare
- Deoarece nu pot fi făcuți toți coeficienții 0, este important să se facă apoi minimizare pe baza principiului absorbției – termeni grupați!



CODIFICAREA STĂRILOR

Metode aproximative de codificare

- **Regula 1:** Stările care au aceiași succesori primesc coduri adiacente dacă succesorii lor sunt **codificați similar** pentru aceeași variabilă de intrare (grupare pe aceeași coloană)
- **Regula 2:** Succesorilor unei stări li se atribuie coduri adiacente (schimbări minime pe linie!)
 - Prima regulă este prioritară față de a doua
 - Dacă cele 2 reguli nu duc la aceeași codificare, se alege codificarea rezultată din prima regulă
- **IDEE: Construirea unui nou tabel cu stările anterioare și stările următoare**
 - Prima regulă impune adiacența stărilor din coloana “stării prezente” față de “starea anterioară”
 - A doua regulă impune adiacența stărilor din coloana “stării următoare” față de “starea curentă”

CODIFICAREA STĂRILOR

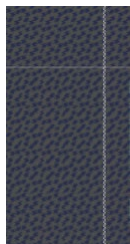
Exemplu

- Se dă automatul cu tabelul de tranziții:

| $\begin{smallmatrix} S & \backslash & X \\ & 0 & 1 \end{smallmatrix}$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| A. | D | B |
| B. | A | C |
| C | B | D |
| D | C | A |

| Stări precedente | Starea prezentă | Stări următoare |
|------------------|-----------------|-----------------|
| ■ B,D | A | B,D |
| ■ A,C | B | A,C |
| ■ B,D | C | B,D |
| ■ A,C | D | A,C |

- Pentru regula 1 ne uităm în coloana “prezentă” (fata de precedenta), iar pentru regula 2 ne uităm în coloana “următoare” (fata de urmatoarea)
 - A și C, respectiv B și D, trebuie să aibă coduri adiacente conform regulii 1
 - B și D, respectiv A și C, trebuie să aibă coduri adiacente conform regulii 2
 - Cele două reguli conduc la aceeași codificare



CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- Se poate alege:
 - $A = 00$, $C = 10$, $B = 01$, $D = 11$ și rezultă tabelul tranzițiilor:

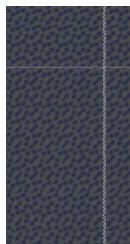
| y_1y_2 | Y_1Y_2 pentru X | |
|----------|---------------------|----|
| | 0 | 1 |
| 00 (A) | 11 | 01 |
| 01 (B) | 00 | 10 |
| 11 (D) | 10 | 00 |
| 10 (C) | 01 | 11 |



CODIFICAREA STĂRILOR

Metodă de codificare pe baza partiției stărilor

- O posibilitate de simplificare a ecuației stării următoare este **reducerea dependenței unei variabile de stare de alte variabile de stare**
- Ideal este ca o variabilă de stare să depindă numai de ea însăși și de variabilele de intrare
- Se încearcă împărțirea mulțimii stărilor în **partiții închise** astfel încât toți succesorii unei stări să facă parte dintr-o singură partiție (aceeași partiție)
 - Starile dintr-o grupare vor avea coduri adiacente, având o parte din variabilele de stare valori comune
 - Ex: partitia 1: {00, 01}; partitia 2: {10,11}
 - Prima variabila de stare indica diferența de partiție



CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- Se dă automatul cu tabelul de tranziții:

| S \ X | x ₁ | x ₂ |
|-------|----------------|----------------|
| | 0 | 1 |
| A | D | A |
| B | E | C |
| C | F | A |
| D | B | E |
| E | A | F |
| F | B | D |

- Mulțimea stărilor se poate împărți în două partiții
- Variabila de stare y_3 va define schimbarea de partitie
 - (A,B,C) (D,E,F)
 - y_3 $\overline{y_3}$

CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

| S \ X | X | |
|-------|-------|-------|
| | x_1 | x_2 |
| | 0 | 1 |
| A | D | A |
| B | E | C |
| C | F | A |
| D | B | E |
| E | A | F |
| F | B | D |

- f fiind funcția de tranziție
 - Succesorii pentru intrarea x_1 pentru prima partiție (ABC) sunt: $\{f(0,A), f(0,B), f(0,C)\} = \{D,E,F\}$ și pentru a doua partiție (DEF) sunt: $\{f(0,D), f(0,E), f(0,F)\} = \{A,B\}$
 - Succesorii pentru intrarea x_2 pentru prima partiție (ABC) sunt: $\{f(1,A), f(1,B), f(1,C)\} = \{A,C\}$ și pentru a doua partiție (DEF) sunt: $\{f(1,D), f(1,E), f(1,F)\} = \{D,E,F\}$
 - Cele două partiții determinate sunt partiții închise



CODIFICAREA STĂRILOR

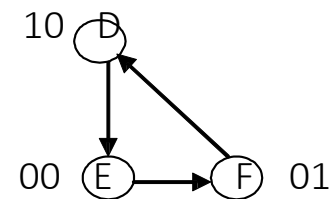
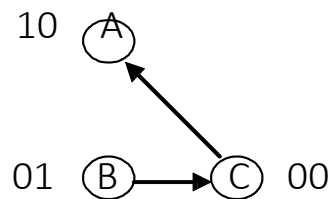
Exemplu

- Pentru 6 stări este nevoie de 3 variabile de stare $Y_3Y_2Y_1$
- Alegem variabila de stare y_3 pentru a deosebi între ele cele 2 partiții (ABC) și (DEF)
- Cu celelalte 2 variabile de stare $y_2 y_1$ vom distinge stările din interiorul fiecărei partiții (4 posibilități de atribuire)
- Pentru a vedea unde este necesară adiacența în cadrul fiecărui bloc se aplică și aici o codificare a stărilor (trebuie să se modifice un număr minim de variabile de stare la trecerea dintr-o stare în alta)

CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- Se construiesc **diagrame de tranziții** care vor avea în noduri stările
- Stările între care sunt posibile tranziții sunt legate prin arce orientate



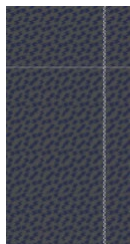
- Codificarea în partiția a doua nu este optima (F → D implica 2 schimbări) deci trebuie să se utilizeze o metodă pentru o codificare adiacentă!!!
- Dacă nu se poate respecta codificarea adiacentă pentru toate stările se va încerca asigurarea măcar a adiacenței între stările care au între ele tranziții duble (în ambele sensuri)



CODIFICAREA STĂRILOR

Metodă de codificare pe baza partiției stărilor

- Dificultatea acestei metode constă în determinarea rapidă a partițiilor închise
- **Determinarea sistematică a partițiilor închise**
 - Se pleacă de la o anumită pereche de stări
 - Pe baza tabelului de tranziții se găsesc succesorii stărilor pentru toate intrările posibile
- Mulțimea perechilor de stări care se obțin va fi închisă, în cazul în care cuprinde toate stările



CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- Se analizează automatul cu tabelul de tranziții:

| S \ X | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2/0 | 3/0 | 2/0 | 3/0 |
| 2 | 6/0 | 4/0 | 6/0 | 4/0 |
| 3 | 4/1 | 4/0 | 4/1 | 4/0 |
| 4 | 5/0 | 5/0 | 5/0 | 5/0 |
| 5 | 1/0 | 1/0 | 1/0 | 1/0 |
| 6 | 7/1 | 5/0 | 7/1 | 5/0 |
| 7 | 1/0 | 1/0 | 1/0 | 1/0 |

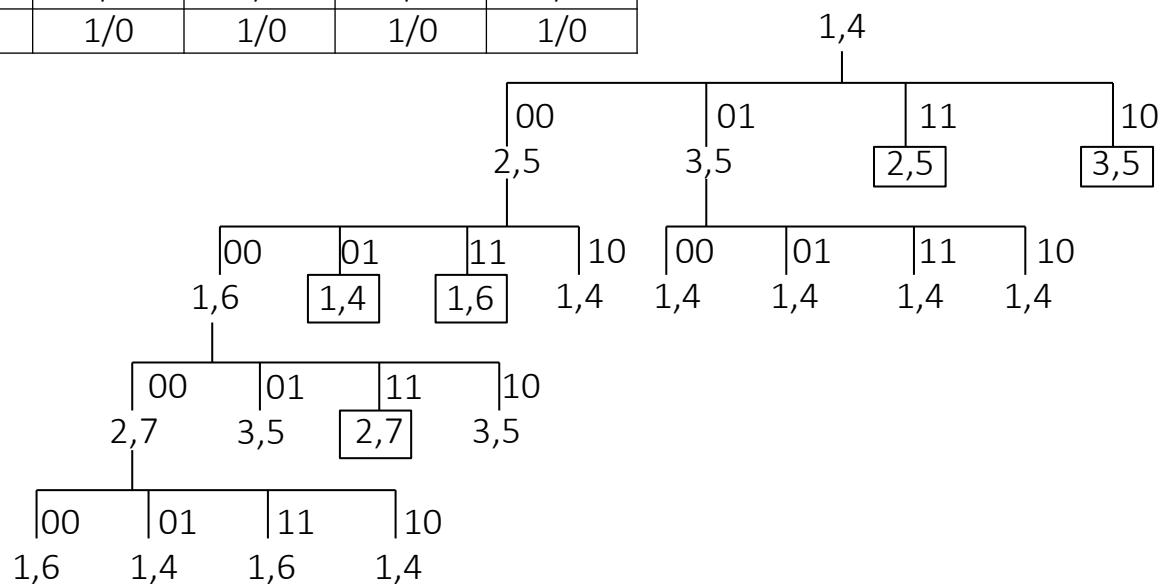
- Căutăm succesorii pentru toate combinațiile de intrare posibile, până avem perechi de succesori care se repetă și care se iau o singură dată
- Perechile pentru care s-a încheiat căutarea, pentru că au mai apărut o dată, se încadrează într-un dreptunghi
- Se continuă cu căutarea succesorilor pentru perechile neîncadrate
- Pentru a face o codificare corectă trebuie să se obțină toate stările automatului!

CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- Se analizează automatul cu tabelul de tranziții

| S \ X | 00 | 01 | 11 | 10 |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 2/0 | 3/0 | 2/0 | 3/0 |
| 2 | 6/0 | 4/0 | 6/0 | 4/0 |
| 3 | 4/1 | 4/0 | 4/1 | 4/0 |
| 4 | 5/0 | 5/0 | 5/0 | 5/0 |
| 5 | 1/0 | 1/0 | 1/0 | 1/0 |
| 6 | 7/1 | 5/0 | 7/1 | 5/0 |
| 7 | 1/0 | 1/0 | 1/0 | 1/0 |

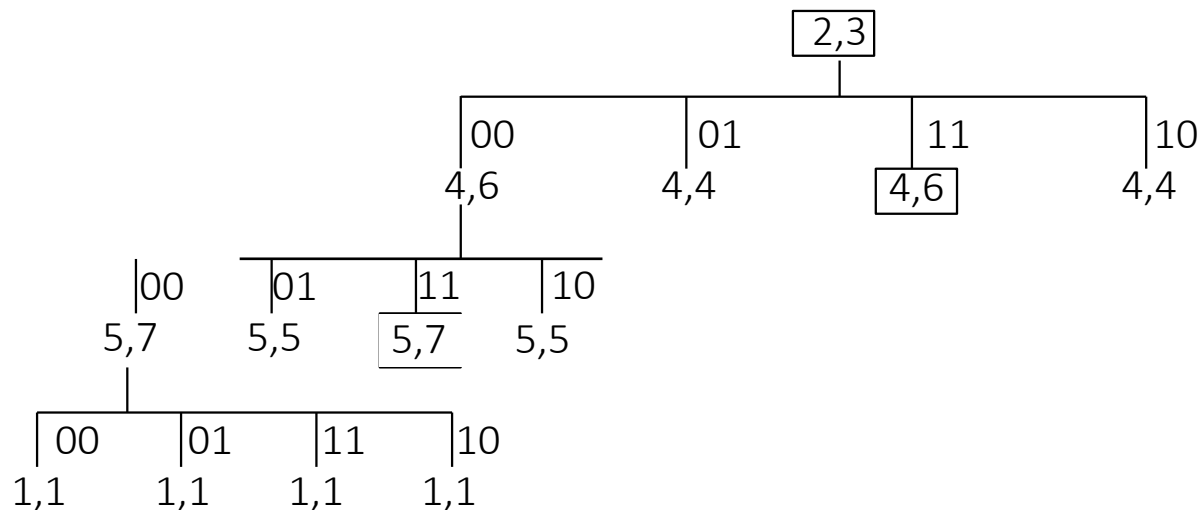


- Se obțin perechile de succesori: (1, 4), (1, 6), (2, 5), (2, 7), (3, 5)

CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- O altă variantă este dacă se pleacă de la perechea (2,3)



- Se ajunge la perechile de succesori (1), (2, 3), (4, 6), (5, 7)

Partiția închisă este: $P = \{1, (2, 3), (4, 6), (5, 7)\}$



CODIFICAREA STĂRILOR

Exemplu

- Acestea sunt singurele partiții închise care se pot găsi pentru automatul dat (exceptând partițiile banale în care toate stările formează un singur bloc sau fiecare stare formează un bloc)
- Dacă se alege pentru codificare cea de-a doua partiție închisă obținută, pentru a **distinge între 4 blocuri** e nevoie de 2 variabile de stare y_2y_1
- Putem codifica, de exemplu, blocurile astfel:

| | |
|----------|----|
| ■ (1) | 10 |
| ■ (2, 3) | 11 |
| ■ (4, 6) | 01 |
| ■ (5, 7) | 00 |

CODIFICAREA STĂRILOR

- Exemplu

- Pentru distingerea stărilor în cadrul fiecărui bloc se folosește a treia variabilă de stare y_3

- O codificare posibilă poate fi:

| Starea | $y_3y_2y_1$ |
|--------|-------------|
| 1 | 010 |
| 2 | 011 |
| 3 | 111 |
| 4 | 001 |
| 5 | 000 |
| 6 | 101 |
| 7 | 100 |

- Există **mai multe posibilități de codificare**, dacă se codifică altfel stările din interiorul blocurilor



Concluzii

- Stari – definitie, variabile de stare
- Reducerea numarului de stari
 - Alg. Paull-Unger
 - Automate complet definite
 - Automate incomplete definite
- Codificarea starilor
 - Metode aproximative de codificare
 - Codificare pe baza partitiei starilor
- Data viitoare – automate sincrone