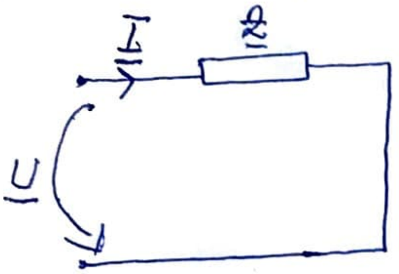
Curs 6

2.4. Caracterizarea circuitelor liniare în planul complex (The characterisation of the linear circuits in complex plane)

2.4.1. Impedanța complexă (The Complex Impedance)



$$\boxed{\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}}\cdot U\cdot \cancel{e^{j\omega t}}\cdot e^{j\gamma_u}}{\cancel{\sqrt{2}}\cdot I\cdot \cancel{e^{j\omega t}}\cdot e^{j\gamma_i}} = \frac{U}{I}\cdot e^{j(\gamma_u-\gamma_i)} =$$

$$= \frac{U}{I} e^{j\varphi} = \boxed{\underbrace{\frac{U}{I}\cdot\cos\varphi}_{R} + j\cdot\underbrace{\frac{U}{I}\sin\varphi}_{X}}$$

$$\boxed{\underline{Z} = Z\cdot e^{j\varphi}}$$

$$\boxed{\underline{Z} = R + j\cdot X}$$

$\underline{Z}$ – impedanța complexă

Z – valoarea efectivă a impedanței sau modulul (effective value or modulus)
↓R.M.S.

$Z = \frac{U}{I}$ – valorile curentului și ale tensiunii sunt valori efective (the voltage and current are R.M.S. values (quantities))

Faza impedanței reprezintă defazajul dintre tensiune și curent. (The phase of the complex impedance is the phase displacement between the voltage and the current):

$$\boxed{\varphi = \gamma_u - \gamma_i}$$

- $R = Z\cdot\cos\varphi$ – partea reală a impedanței complexe

și se mai numește componenta rezistivă
(resistive component)

- $X = Z \cdot \sin\varphi$ - partea imaginară a impedanței complexe, componenta reactivă
(reactive component)

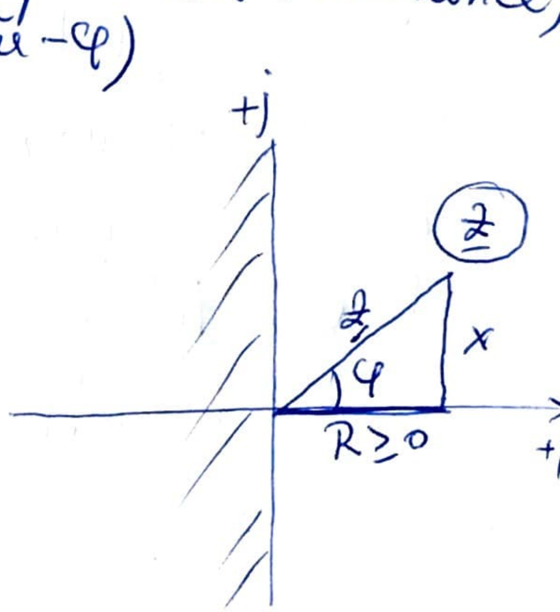
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad ; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}$$

Pentru un circuit RLC impedanța complexă este:
$$\underline{Z} = R + j \cdot X = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$
, unde componenta reactivă sau reactanța:
(the reactive component or reactance)
$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C$$

- X_L - reactanță inductivă (inductive reactance)
- X_C - reactanță capacitivă (capacitive reactance)

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \cdot e^{j\gamma_u}}{Z \cdot e^{j\varphi}} = \frac{U}{Z} e^{j(\gamma_u - \varphi)}$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,\frac{U}{Z} \sin(\omega t + \gamma_u - \varphi)$$



2.4.2. Admitanța complexă (The Complex Admittance)

$$\boxed{\underline{Y}} = \boxed{\frac{\underline{I}}{\underline{U}}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{I\cdot e^{j\gamma_i}}{U\cdot e^{j\gamma_u}} = \frac{I}{U}\cdot e^{-j(\gamma_u-\gamma_i)} = \frac{I}{U}\cdot e^{-j\varphi} = Y\cdot e^{-j\varphi} = G-jB$$

$$\underline{Y} = Y\cdot e^{-j\varphi} = Y\cos\varphi - jY\sin\varphi = \boxed{G-jB}$$

unde: • $G = Y\cdot\cos\varphi$ – partea reală a admitanței, conductanța (conductance)

• $B = Y\cdot\sin\varphi$ – partea imaginară a admitanței susceptanța (susceptance).

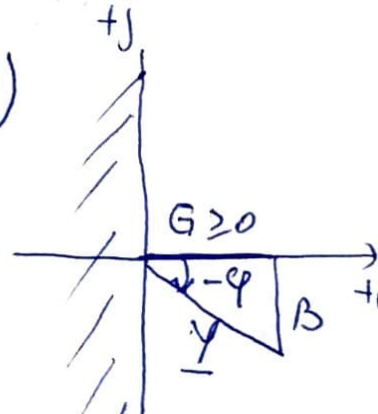
$$Y = \sqrt{G^2+B^2}\ ;\quad \varphi = \operatorname{arctg}\frac{B}{G}$$

Se poate remarca că (It should be noted that):

$$G = \frac{R}{Z^2}\ ;\quad B = \frac{X}{Z^2}.$$

$$\underline{I} = \underline{Y}\cdot\underline{U} = U\cdot e^{j\gamma_u}\cdot Y\cdot e^{-j\varphi} = U\cdot Y\cdot e^{j(\gamma_u-\varphi)}$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,U\cdot Y\cdot\sin(\omega t+\gamma_u-\varphi)$$



2.4.3. Puterea complexă (The Complex Power)

$$\boxed{\underline{S} = \underline{U}\cdot\underline{I}^*}\qquad \underline{S} = U\cdot e^{j\gamma_u}\cdot I\cdot e^{-j\gamma_i} = U\cdot I\cdot e^{j(\gamma_u-\gamma_i)} = \underbrace{U\cdot I}_{S}\,e^{j\varphi}$$

$$\underline{S} = S\cdot e^{j\varphi} = \underbrace{UI\cos\varphi}_{P} + j\,\underbrace{U\cdot I\sin\varphi}_{Q} = P+jQ$$

$\underline{I}^*$ – complex conjugat

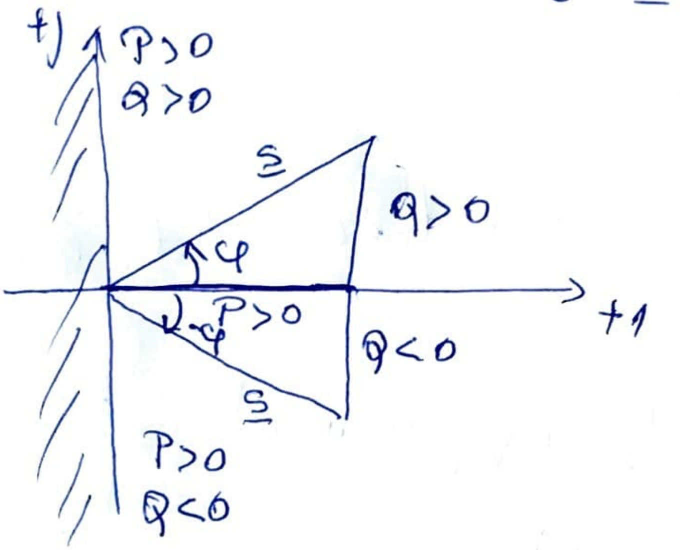
P – partea reală a puterii complexe, puterea activă (active power)

Q – partea imaginară a puterii complexe, puterea reactivă (reactive power)

S – modulul puterii complexe și reprezintă puterea aparentă (aparent power)

Valoarea complex conjugată a puterii complexe (The conjugate of the complex power):

$$\underline{S}^* = \underline{U}^* \cdot \underline{I} = U \cdot I \cdot e^{-j\varphi} = U \cdot I \cos\varphi - j U \cdot I \sin\varphi = P - jQ$$



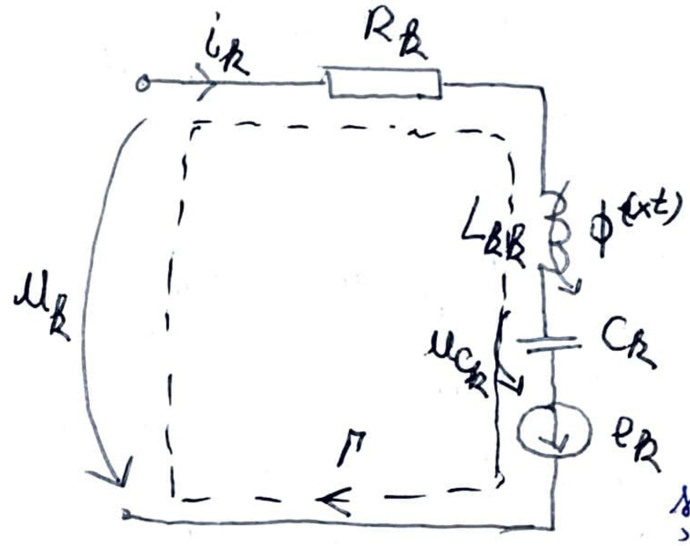
2.4.4. Teoreme sub formă complexă (The Complex Form of Some Theorems)

2.4.4.1. Legea lui Ohm în formă complexă (The Ohm's Law in Complex Notation).

Să considerăm o ramură activă de circuit (vezi figura 1). Bobina este cuplată magnetic cu alte bobine, din alte laturi ale circuitului. (Let's consider the active circuit branch shown in figure 1.

The coil is magnetically coupled to the other coils in the circuit).

Se aplică legea lui Faraday pe curba Γ:
(Applying the Faraday's law on Γ)



$$e_\Gamma = -\frac{d\phi_{tot}}{dt} + e_k$$

dar (but): $e_\Gamma = u_{R_k} + u_{C_k} - u_k =$

$$= R_k \cdot i_k + \frac{1}{C_k}\int i_k \cdot dt - u_k$$

și (and) $\frac{d\phi_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}(\phi_{kk} + \underbrace{\phi^{(ext)}}_{\phi_{kj}}) =$

$$= \frac{d\phi_{kk}}{dt} + \frac{d\phi^{(ext)}}{dt} = L_{kk}\cdot\frac{di_k}{dt} + \frac{d}{dt}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{L} L_{kj}\cdot i_j = L_{kk}\cdot\frac{di_k}{dt} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{L} L_{kj}\cdot\frac{di_j}{dt}$$

În final, se va obține (Finally, we obtain):

$$e_k + u_k = R_k \cdot i_k + L_{kk}\cdot\frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k}\int i_k\cdot dt + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{L} L_{kj}\cdot\frac{di_j}{dt}$$

Transformăm ecuația în complex:
(In complex notation)

$$\underline{E}_k + \underline{U}_k = \underline{I}_k\Big[\underbrace{R_k + j\left(\omega L_{kk} - \frac{1}{\omega C_k}\right)}_{\underline{Z}_{kk}}\Big] + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{L} \underbrace{j\omega L_{kj}}_{\underline{Z}_{kj}}\cdot\underline{I}_j$$

$$\boxed{\underline{E}_k + \underline{U}_k = \underline{Z}_{kk}\cdot\underline{I}_k + \sum_{\substack{j=1\\ k\neq j}}^{L} \underline{Z}_{kj}\cdot\underline{I}_j}$$

L - nr. de laturi din circuit

j - este o latură de circuit unde se află bobina L_j cuplată cu bobina L_k ($\underline{Z}_{kj}$ - conductivitatea mutuală) ~~dintre k și~~

unde • $\underline{Z}_{kk}$ – reprezintă impedanța proprie laturii k (self-impedance of the branch k)

• $\underline{Z}_{kj}$ – impedanța mutuală dintre laturile k și j (the mutual impedance between the branches k and j).

2.4.4.2. Teoremele lui Kirchhoff în formă complexă (Kirchhoff's theorems in complex form)

a) Prima teoremă a lui Kirchhoff (TKI) (Kirchhoff's Current Law (KCL))

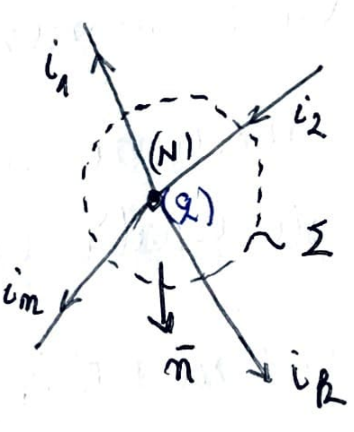
Pentru orice circuit electric, în orice moment și pentru oricare nod, suma algebrică a tuturor curenților din laturile circuitului care ies dintr-un nod este egală cu zero.

(For any lumped electric circuit, for any nodes and at any time, the algebraic sum of all branch currents leaving the node is zero).

În aplicarea TKI pt. un anume nod, se va stabili un sens de referință (o direcție) aleator pentru fiecare curent din laturile circuitului. În suma algebrică, prin convenție, se va alege semnul „+" pt. curenții care ies din nod și respectări se va alege semnul „−" pt. curenții care intră în nod.

(In applying KCL to a particular node, we first assign a reference direction to each branch current. In the algebraic sum, we assign plus sign to those branch currents whose reference direction points away from the node; similarly, we assign the minus sign to those branch currents whose reference direction points into the node).

Numărul de ecuații este dat de TKI: $\boxed{N-1 = nr. ec}$, unde N reprezintă nr. de noduri din circuit.



$i_1 - i_2 + \ldots + i_k + \ldots + i_n = 0$ - forma instantanee (instantaneous form)

$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 + \ldots + \underline{I}_k + \ldots + \underline{I}_n = 0$ - forma complexă (complex form)

$$\boxed{\sum_{k \in (N)} \underline{I}_k = 0}$$

! Nu este valabilă pt. module (valori efective)
It's not valid for modulus (effective quantities)

$$\boxed{\sum_{k \in (N)} I_k \neq 0}$$

Observații : • Teorema I a lui Kirchhoff este independentă
(Remarks) de natura elementelor de circuit (active, pasive, variabile sau constante în timp, etc.)

(KCL is independent of the nature of the elements (active, passive, time-varying or invariant, etc.)).

• TKI reprezintă legea conservării sarcinii electrice în fiecare nod. (KCL expresses the conservation of charge at every node).

(b) Teorema a doua a lui Kirchhoff (TK II)
(Kirchhoff's Voltage Law (KVL)).

Pentru orice circuit electric, în orice moment, suma algebrică a căderilor de tensiune de-a lungul oricărui ochi de circuit este egală cu suma algebrică a surselor de tensiune electromotoare (t.e.m) din acel ochi de circuit.

(For any lumped electric circuit, for any of its loops and at any time, the algebraic sum of the branch voltages around the loop is equal with the algebraic sum of the electromotive forces (e.m.f.) of the loop)

Pentru a putea aplica TKII, mai întâi se va alege un sens de referință aleator pt. ochiul (bucla) de circuit. În suma algebrică se vor lua cu semnul „+" acele căderi de tensiune al căror sens este același cu sensul de referință ales pt. ochiul de circuit și cu semnul „−" căderile de tensiune care au sens contrar. Analog și pt. t.e.m. din ochiul respectiv de circuit.

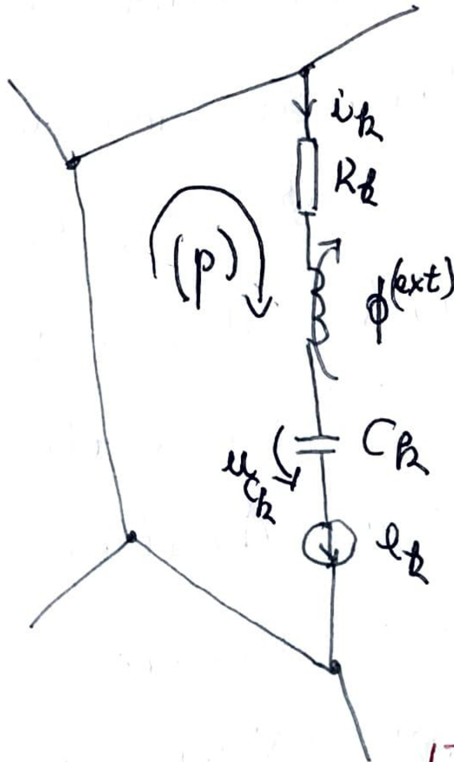
(In order to apply KVL we assign a reference direction to the loop. In the algebraic sum expressing KVL, we assign the plus sign to the branch voltages whose reference directions agree with that of the loop and we assign the minus sign to the branch voltages whose reference directions do not agree with that of the loop. The same assumptions for the electromotive forces (voltages) along the same loop.)

Numărul de ecuații este: $L-N+1$; L - nr. de laturi din circuit

N - nr. de noduri

$$\underline{E}_k + \underline{U}_k = \underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{L} \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{I}_j$$

$$\underline{E}_k + \underline{U}_k - j\omega \underline{\phi}^{(ext)} = \underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k$$



$$\underline{Z}_{kk} = R_k + j\left(\omega L_{kk} - \frac{1}{\omega C_k}\right)$$

$$\underline{\phi}^{(ext)} = \sum_{\substack{j=1 \\ k\neq j}}^{L} L_{kj} \cdot \underline{I}_j$$

$$\underline{E}_k + \underline{U}_k - j\omega \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{L} L_{kj} \cdot \underline{I}_j = \underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k$$

$$\sum_{k\in(p)} \left(\underline{E}_k + \underline{U}_k\right) = \sum_{k\in(p)} \left(\underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}} \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{I}_j\right)$$

$$\sum_{k\in(p)} \underline{U}_k = 0.$$

$$\boxed{\sum_{k\in(p)} \underline{E}_k = \sum_{k\in(p)} \left(\underline{Z}_{kk} \cdot \underline{I}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{L} \underline{Z}_{kj} \cdot \underline{I}_j\right)}$$

TKII este independentă de natura elementelor din circuit (liniare, ne-liniare, active, pasive, variabile sau constante în timp etc.)

(KVL is independent of the nature of the elements (linear, non-linear, active, passive, time-varying, time-invariant, etc.)).

2.5. Impedanțe echivalente pt. circuite pasive (Equivalent impedances for passive circuits)

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

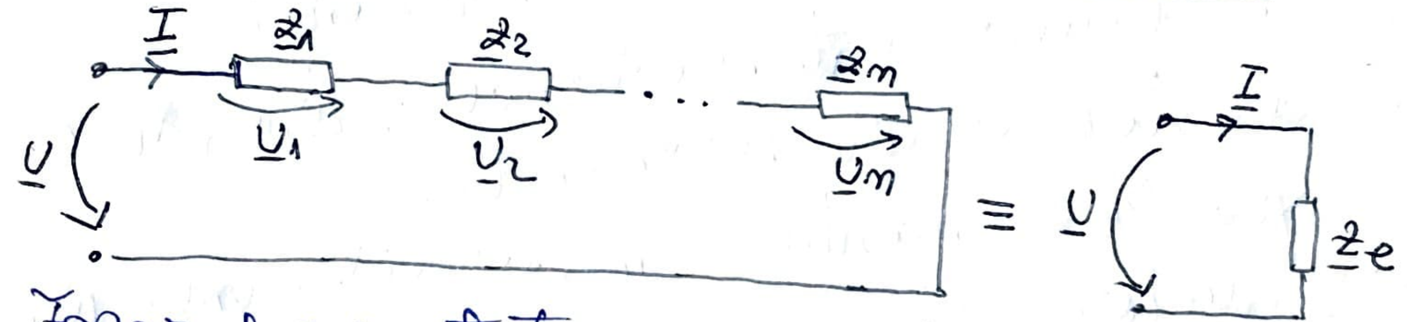
$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

2.5.1. Impedanțe echivalente pentru conexiuni fără cuplaj magnetic

(Equivalent impedances for circuits without mutual inductance or magnetic coupling)

ⓐ **Conexiunea serie (series connection)**



Fazorul curent trece prin fiecare impedanță, deci aplicând TKII obținem:

(The phasor current $\underline{I}$ flows through each impedance, so the KVL yields)

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \dots + \underline{U}_n = \sum_{k=1}^{n} \underline{U}_k$$

Din legea lui Ohm: $\underline{U}_k = \underline{Z}_k \cdot \underline{I}$

(According to Ohm's law)

unde: $\underline{Z}_k = R_k + j \cdot X_k = R_k + j\left(\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k}\right)$

$$\Rightarrow \quad \underline{U} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k$$

$\Rightarrow$ impedanța echivalentă la bornele circuitului

(the equivalent impedance at the terminals)

$$\boxed{\underline{Z}_e} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots + \underline{Z}_k + \dots + \underline{Z}_n = \boxed{\sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k} \quad (1)$$

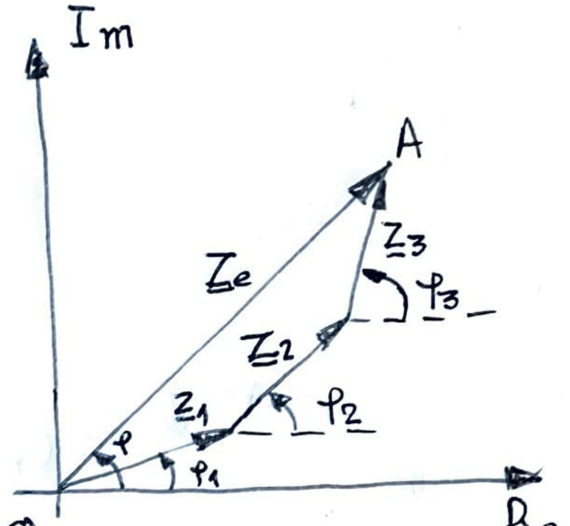
Dar $\underline{Z}_e = R_e + j \cdot X_e \Rightarrow \begin{cases} R_e = \sum_{k=1}^{n} R_k \ ; \ R_e > R_k \text{ doar termeni pozitivi} \\ X_e = \sum_{k=1}^{n} X_k \ ; \text{ pot fi termeni pozitivi, negativi sau zero} \end{cases}$

$\cancel{X}_e \geq \cancel{X}_k$

• Dacă reactanța echivalentă este zero, $X_e = 0 \Rightarrow$ circuitul este la rezonanță
(If the equivalent reactance is zero, $X_e = 0$, the circuit is at resonance).

* Despre rezonanță vom discuta într-un curs viitor. *

Relația (1) poate fi reprezentată în planul complex
(The relation (1) can be represented in the complex plane)



$|\underline{Z}_e| \leq \sum_{k=1}^{n} |\underline{Z}_k|$

<u>Observație</u>: Conexiunea serie poate fi utilizată ca și divizor de ~~curent~~ tensiune.

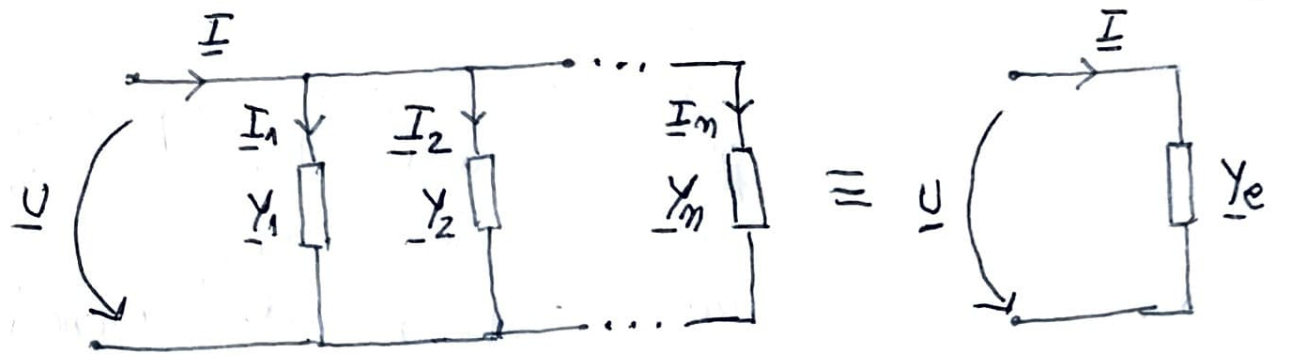
(<u>Important remark</u>: The series connection can be used as voltage divider).

$\boxed{\underline{U}_k = \underline{U} \cdot \frac{\underline{Z}_k}{\sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k}}$

$\underline{U}_k$ – căderea de tensiune pe $\underline{Z}_k$

$\boxed{\underline{U}_k = \underline{I} \cdot \underline{Z}_k}$

ⓑ Conexiunea paralel (parallel connection)



Aplicăm TKI: $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \dots + \underline{I}_n = \sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k$

dar $\underline{I}_k = \underline{Y}_k \cdot \underline{U}$; $\underline{I} = \underline{Y}_e \cdot \underline{U}$

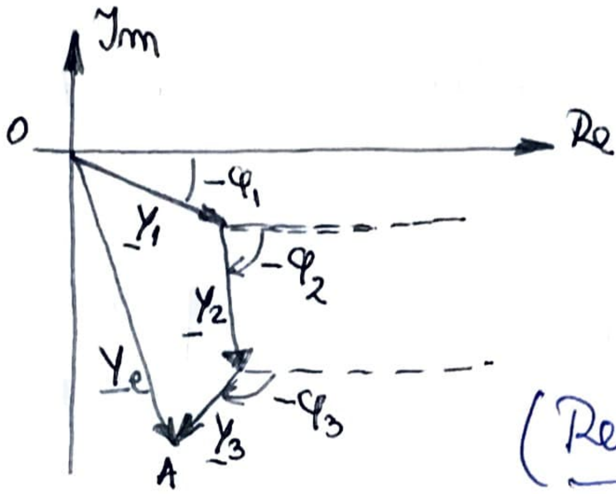
$$\underline{I} = \sum_{k=1}^{n} \underline{I}_k = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k \cdot \underline{U} = \underline{U} \cdot \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k = \underline{U} \cdot \underline{Y}_e$$

$$\boxed{\underline{Y}_e} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \dots + \underline{Y}_k + \dots + \underline{Y}_n = \boxed{\sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k}$$

$$\underline{Y}_e = G_e - jB_e \Rightarrow \begin{cases} G_e = \sum_{k=1}^{n} G_k \\ B_e = \sum_{k=1}^{n} B_k \end{cases}$$

Observații (Remarks)

- În suma $\sum_{k=1}^{n} G_k$ - există doar termeni pozitivi, astfel $G_e > G_k$; (in the sum $\sum_{k=1}^{n} G_k$ there are only positive terms, thus $G_e > G_k$)
- În suma $\sum_{k=1}^{n} B_k$ există termeni pozitivi, negativi și zero $\Rightarrow B_e \geq B_k$
- $B_e = 0$ înseamnă rezonanță paralel (means parallel resonance)

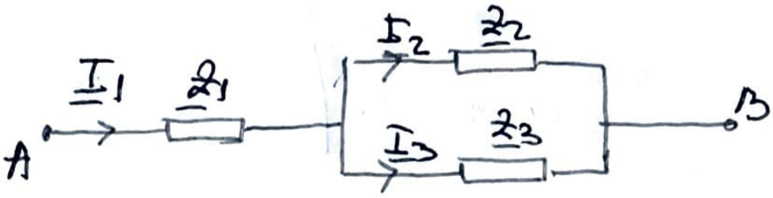


$$|\underline{Y}_e| \le \sum_{k=1}^{n} |\underline{Y}_k|$$

Observație: Conexiunea paralel poate fi utilizată ca și un divizor de curent.
(Remarks: The parallel connection can be used as current divider)

$$\boxed{\underline{I}_k = \underline{I} \cdot \frac{\underline{Y}_k}{\underline{Y}_e}}$$

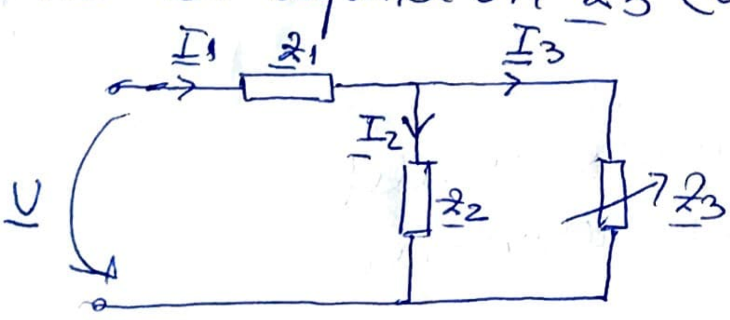
ⓒ Conexiunea serie-paralel
(Series-parallel connection)



$$\frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}$$

$$\boxed{\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}}$$

Aplicație Să se arate pentru ce valori ale impedanțelor $\underline{Z}_1$ și $\underline{Z}_2$, curentul $\underline{I}_3$ nu depinde de impedanța $\underline{Z}_3$ ($\underline{I}_3$ este constant).
(Find the values of $\underline{Z}_1$ and $\underline{Z}_2$, so that the current $\underline{I}_3$ does not depend on $\underline{Z}_3$ (is a constant current)).



Aplicăm divizorul de crt.
(We apply the current divider):

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Y}_3}{\underline{Y}_2+\underline{Y}_3} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_2}+\frac{1}{\underline{Z}_3}} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\frac{1}{\underline{Z}_3}}{\frac{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}} = \underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} -$$

din formula divizorului de curent

~~...~~ $\underline{Y}_p$ - admitanța paralel

$$\underline{Y}_p = \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} \Rightarrow \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3}$$

$$\Rightarrow \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3}} \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} = \frac{\underline{U} \cdot \underline{Z}_2 \cdot \cancel{(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3)}}{(\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3) \cdot \cancel{(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{I}_3 = \frac{\underline{U} \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}$$

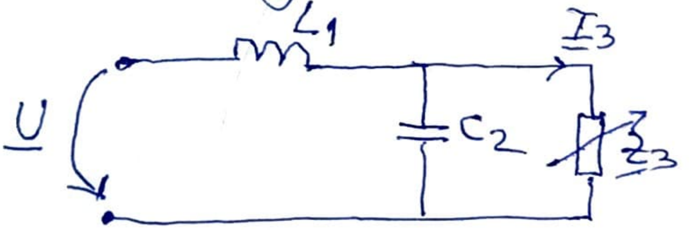
Pt. ca $\underline{I}_3$ să nu depindă de $\underline{Z}_3$, trebuie ca $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 0$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U} \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \underbrace{(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}_{=0}} \Rightarrow \underline{I}_3 = \frac{\underline{U} \cdot \cancel{\underline{Z}_2}}{\underline{Z}_1 \cdot \cancel{\underline{Z}_2}} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1}$$

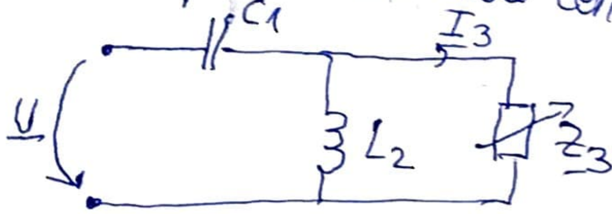
Deci $\underline{Z}_3$ poate avea orice valoare

pt. $\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 0$ avem $R_1 + jX_1 + R_2 + jX_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} R_1 + R_2 = 0 \\ X_1 + X_2 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ se disting 2 circuite care îndeplinesc aceste condiții

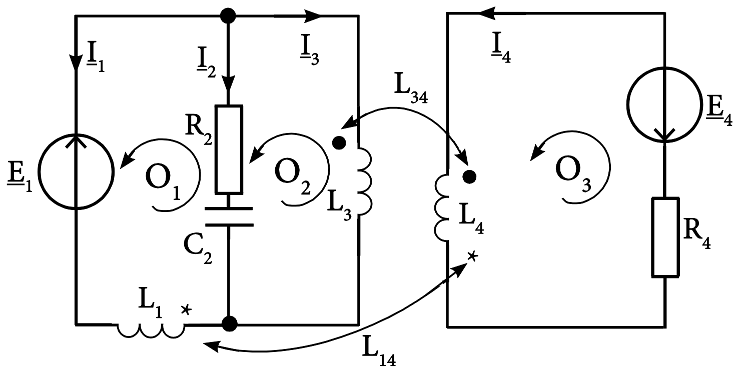


$$\underbrace{\omega L_1}_{X_1} - \underbrace{\frac{1}{\omega C_2}}_{X_2} = 0$$



$$\underbrace{\frac{-1}{\omega C_1}}_{X_1} + \underbrace{\omega L_2}_{X_2} = 0$$

<u>Aplicaţie</u> Se consideră circuitul din figură. Se cere să se scrie teoremele lui Kirchhoff sub formă instantanee şi complexă.



<u>Soluţie:</u>

Numărul de noduri N = 2; numărul de bucle B = 3; numărul de laturi L = 4.

Teorema I a lui Kirchhoff (numărul de ecuaţii: N – 1 = 1):

$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$ – mărimi complexe;

$i_1 + i_2 + i_3 = 0$ –mărimi instantanee.

Teorema a II-a a lui Kirchhoff (numărul de ecuaţii: L -N + 1 = 3):

Căderile de tensiune proprii ale elementelor se iau cu semnul (+) dacă sensul curentului prin latură coincide cu sensul de parcurgere al buclei, ales arbitrar, şi cu (-) în caz contrar.

În ceea ce priveşte semnul tensiunilor induse în bobine datorită cuplajelor mutuale se determină în felul următor:

a) Se verifică dacă sensul curentului prin bobina în care se induce tensiunea coincide cu sensul de parcurgere ales pentru ochiul din care face parte latura pe care este bobina. Dacă da, se memorează semnul (+), iar daca nu, semnul (-).

b) Se verifică orientarea curenţilor ce parcurg bobinele cuplate faţă de bornele marcate ale acestora. Dacă cei doi curenţi au acelaşi sens faţă de bornele marcate, adică ies sau intră în bornele marcate, se memorează semnul (+), în caz contrar memorându-se semnul (-).

c) Semnul final al tensiunii se obţine înmulţind semnele obţinute la punctele a) si b) .

Exemplu:

Tensiunea indusă în bobina L_1 de cuplajul cu bobina L_4 este :

$$(+)\cdot(+)\cdot j\omega L_{14}\underline{I}_4 = j\omega L_{14}\underline{I}_4$$

curenţii I_1 şi I_4 ies din bornele marcate cu * ale bobinelor L_1

I_1 e orientat la fel cu sensul de parcurgere al ochiului O_1

Reunind apoi ecuaţiile scrise cu teorema I şi a II-a a lui Kirchhoff se obţine un sistem de 4 ecuaţii cu 4 necunoscute, a cărui rezolvare conduce la determinarea curenţilor laturilor : I_1, I_2, I_3, I_4.

$$\begin{cases} O_1: L_1 \cdot \dfrac{di_1(t)}{dt} - \dfrac{1}{C_2}\int i_2(t)\cdot dt - R_2 i_2(t) + L_{14}\cdot \dfrac{di_4(t)}{dt} = -e_1 \text{ - instantaneu} \\ O_2: R_2 \cdot i_2(t) + \dfrac{1}{C_2}\int i_2(t)dt - L_3 \dfrac{di_3(t)}{dt} - L_{34}\dfrac{di_4(t)}{dt} = 0 \\ O_3: L_4 \dfrac{di_4(t)}{dt} + R_4 \cdot i_4(t) + L_{14}\dfrac{di_1(t)}{dt} + L_{34}\dfrac{di_3(t)}{dt} = -e_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_1: j\omega L_1 \underline{I}_1 - R_2 \underline{I}_2 - \dfrac{1}{j\omega C_2} \cdot \underline{I}_2 + j\omega L_{14} \cdot \underline{I}_4 = -\underline{E}_1 \text{ - complex} \\ O_2: R_2 \cdot \underline{I}_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2} \cdot \underline{I}_2 - j\omega L_3 \cdot \underline{I}_3 - j\omega L_{34} \cdot \underline{I}_4 = 0 \\ O_3: j\omega L_4 \cdot \underline{I}_4 + R_4 \cdot \underline{I}_4 + j\omega L_{14} \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_{34} \cdot \underline{I}_3 = -\underline{E}_4 \end{cases}$$

<u>Temă</u> Să se scrie teoremele lui Kirchhoff pentru circuitul de curent alternativ din figură: