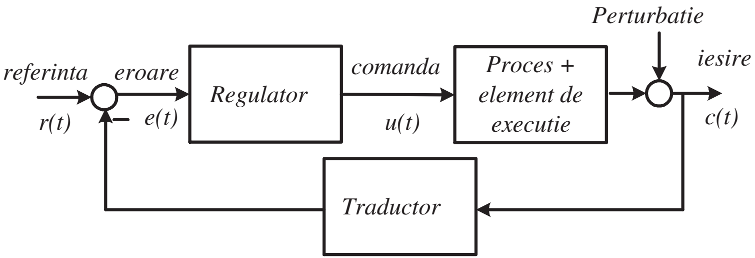
Proiectarea sistemelor de control automat

Paula Raica
Departmentul de Automatică
Str. Dorobantilor 71-73, sala C21, tel: 0264 - 401267
Str. Baritiu 26-28, sala C14, tel: 0264 - 202368
email: Paula.Raica@aut.utcluj.ro

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca

Sistem de reglare automată



Introducere

- Performantele unui sistem automat: stabilitate, raspuns acceptabil, sensibilitate mica la variatiile parametrilor, are eroare stationara minima, este capabil sa reduca efectele perturbatiilor.
- Proiectarea unui sistem automat = planificarea sau aranjarea structurii sistemului si selectarea unor parametri si componente adecvate.
- Pentru a modifica raspunsul sistemului se introduce un element in structura sistemului cu reactie: compensator sau regulator.

Abordari in proiectarea sistemelor

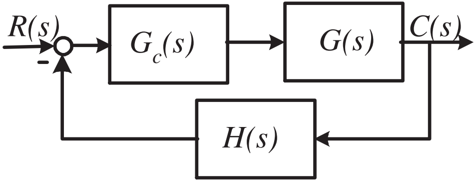
- Performantele unui sistem automat :
  - In domeniul timp: timp de raspuns, suprareglaj, timp de crestere, eroare stationara, etc $\Rightarrow$ localizarea polilor si zerourilor sistemului inchis
  - In domeniul frecventelor: pulsatia de rezonanta, latimea de banda, marginea de fază, etc.
- Se considera ca procesul a fost optimizat cat de mult a fost posibil si functia de transfer a procesului nu se poate modifica.
- Un compensator trebuie realizat fizic. El este de exemplu un circuit electronic (cu amplificatoare operationale sau circuite RC)

Proiectarea utilizând locul radacinilor

- LR este o metoda grafică pentru determinarea locației polilor sistemului închis, pe baza polilor și zerourilor sistemului deschis, când un parametru din sistem variază de la 0 la infinit.
- LR arată efectele ajustării unui parametru și informații despre răspunsul tranzitoriu
- Pentru proiectarea unui regulator este uneori necesar ca LR să fie modificat pentru ca sistemul închis sa indeplinească setul de performanțe impus.
- Proiectarea pe baza LR: modificarea locului prin adăugarea unui compensator astfel incât polii dominanți ai sistemului să poată fi plasați într-o locație dorită.

Compensatoare

Un compensator cu funcția de transfer $G_c(s)$ se leagă în serie cu procesul $G(s)$ pentru a obține o funcție de transfer în buclă deschisă $G_c(s)G(s)H(s)$ dorită.



$$G_c(s) = \frac{k\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{N}(s+p_j)}$$

- Compensatorul $G_c(s)$ se poate alege astfel încât să modifice locul rădăcinilor sau răspunsul în frecvență.
- Problema se reduce la alegerea polilor și zerourilor compensatorului.
- Vom considera întâi că $G_c(s)$ este un sistem de ord. 1.

Elemente cu avans de fază

$$G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}, \qquad |z| < |p|$$

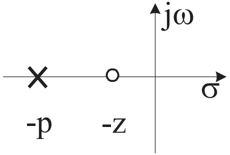
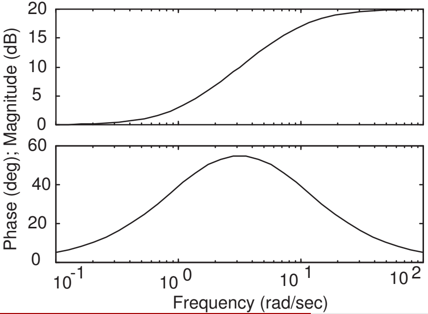


Diagrama Bode:



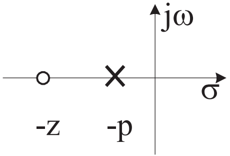
Se poate utiliza pentru a modifica regimul tranzitoriu al sistemului închis.

Exemple (element cu avans de fază)

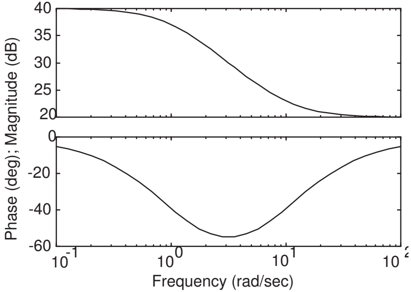
$$G(s) = \frac{s+1}{s+10}$$

Elemente cu întârziere de fază

$$G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}, \qquad |z| > |p|$$



The frequency response:



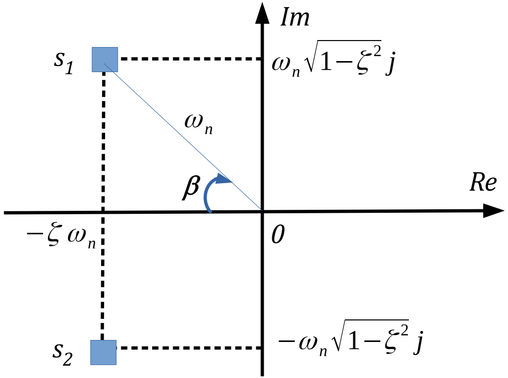
Poate fi utilizat pentru a modifica eroarea staționară a sistemului închis.

Exemple (element cu întârziere de fază)

$$G(s) = \frac{s+10}{s+1}$$

Recapitulare: polii și caracteristicile răspunsului tranzitoriu

- Polii unui sistem pot fi legați de caracteristicile răspunsului tranzitoriu



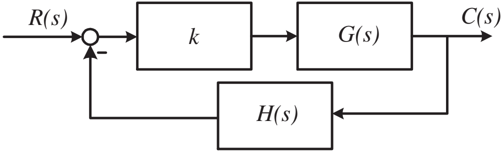
- Ex:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

$$M_P = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \cos\beta = \zeta$$

$$t_r = \frac{\pi-\beta}{\omega_d}, \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$(\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2})$$



- Funcția de transfer a sistemului deschis: $H_d(s) = kG(s)H(s)$
- Sistemul închis: $\dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{kG(s)}{1 + kG(s)H(s)}$
- Locul rădăcinilor: o reprezentare a **polilor sistemului închis** pentru $k \in [0, \infty)$, adică rădăcinile lui: $1 + kG(s)H(s) = 0$.
- **Condiția de fază:** $\angle kG(s)H(s)|_{s \in LR} = -180^o$
- **Condiția de modul:** $|kG(s)H(s)|_{s \in LR} = 1$

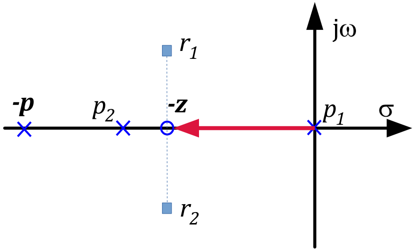
Compensarea pe baza LR (elemente cu avans de fază)

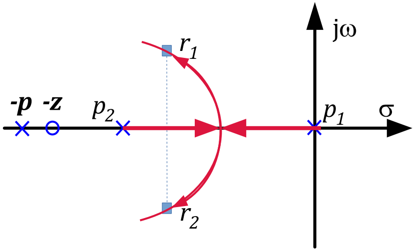
- Specificațiile sunt date în domeniul timp:
  - localizarea polilor sistemului închis,
  - suprareglaj,
  - timp de răspuns,
  - factor de amortizare
  - etc.
- Se consideră un sistem care e instabil sau are un răspuns tranzitoriu necorespunzător
- In bucla de reglare se introduce un element cu avans de fază în serie cu procesul.

Compensarea pe baza LR

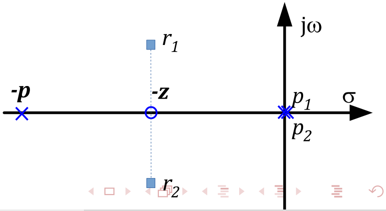
1. Specificațiile sistemului închis $\rightarrow$ locația dorită a polilor dominanți ($r_{1,2}$)
2. Se schițează LR a sistemului necompensat și se verifică dacă performanțele pot fi îndeplinite fără compensator.
3. Se selectează un compensator $G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}$, , $p > z > 0$.
4. Se plasează în planul complex toți polii și zerourile cunoscute ale sistemului deschis.
5. Se plasează zeroul compensatorului direct sub polii dominanți (sau la stânga primilor doi poli reali).
6. Se determină polul compensatorului astfel încât condiția de fază (LR) este îndeplinită pentru sistemul compensat (polii dominanți $r_{1,2}$ îndeplinesc condiția de fază deci se află pe LR a sistemului cu regulator).
7. Se evaluează factorul de amplificare k din condiția de modul, pentru $s = r_{1,2}$.

Se adaugă un zero la stânga primilor doi poli reali (pentru a nu afecta caracterul dominant al polilor doriți $r_{1,2}$). Explicație:





Dacă zeroul regulatorului se plasează între (p_1 și p_2), apare o ramură a LR pt un pol al sistemului închis mai aproape de origine decât $r_{1,2}$, $\Rightarrow$ acest pol va fi dominant.



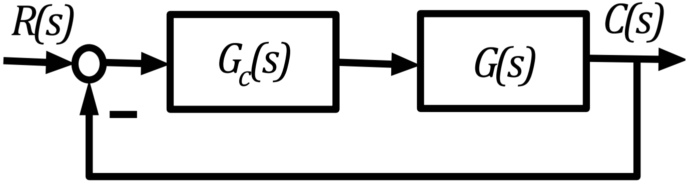
Proiectarea regulatoarelor

- Dacă $G(s)$ este funcția de transfer a procesului (cunoscută) și regulatorul este $G_c(s) = \dfrac{k(s+z)}{s+p}$: k și $p > z > 0$ - necunoscute
  - Alegeți zeroul regulatorului $-z$.
  - Calculați polul regulatorului din condiția de fază
  - Calculați factorul de amplificare k din condiția de modul
- Dacă $G(s)$ este funcția de transfer a procesului (cunoscută) și regulatorul este parțial cunoscut: k și z sau p - necunoscute
  - Calculați polul **sau** zeroul regulatorului din condiția de fază
  - Calculați factorul de amplificare k din condiția de modul.

Exemplul 1

Se consideră un sistem în buclă închisă cu reacție negativă unitară și funcția de transfer a procesului:

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$



Se va proiecta un regulator astfel încât sistemul închis să îndeplinească specificațiile:

- Timp de răspuns $t_s \leq 4$ seconds
- Suprareglajul răspunsului la intrare treaptă $M_p \leq 35\%$.

Sistemul deschis $G(s)$ este instabil deoarece are doi poli în 0.

Exemplul 1

- Se consideră un regulator proporțional (P) $G_c(s) = k$ și se încearcă determinarea valorii lui k astfel încât cerințele să fie îndeplinite.
- Sistemul închis cu regulatorul P are funcția de transfer:

$$T(s) = \frac{kG(s)}{1 + kG(s)} = \frac{k\frac{1}{s^2}}{1 + k\frac{1}{s^2}} = \frac{k}{s^2 + k}$$

$\Rightarrow$ oscilații întreținute.

- Se alege un regulator $G_c(s)$ (cu avans de fază), unde

$$G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}, \qquad p > z > 0$$

- Din specificațiile impuse pentru sistemul închis se obțin polii dominanți.

Exemplul 1

Aria admisibilă pentru polii dominanți ai sistemului închis:

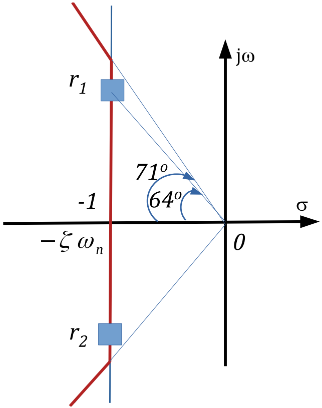
- Factorul de amortizare al polilor dominanți ζ:

$$M_p = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \leq 0.35 \quad \Rightarrow \zeta \geq 0.325$$

$$\Rightarrow \beta \leq \arccos \zeta = 71^o$$

- Timpul de răspuns:

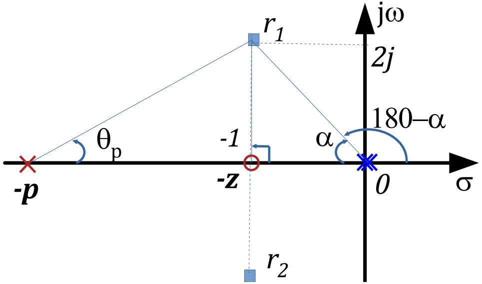
$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \leq 4 \quad \Rightarrow \zeta\omega_n \geq 1 \quad \Rightarrow -\zeta\omega_n \leq -1$$



- Toți polii complecși localizați în interiorul unui unghi de 71^o și în stânga liniei verticale la -1 vor îndeplini specificațiile.
- Se aleg $r_{1,2} = -1 \pm 2j$, pentru care unghiul este $\alpha \approx 64^o$.

Exemplul 1

- Se plasează toți polii și zerourile (cunoscute) în planul complex. Se plasează polii dominanți $r_{1,2}$.



- Se plasează zeroul regulatorului sub r_1 (este la stânga a doi poli ai sistemului deschis (0, 0)): $-z = -1$.
- Se plasează polul regulatorului pe axa reală negativă și se calculează astfel încât polii dominanți $r_{1,2}$ să fie pe LR ai sistemului compensat, adică să fie îndeplinită condiția de fază pentru $r_{1,2}$.

Exemplul 1

- Condiția de fază: $\angle G_c(s)G(s)|_{s=r_1} = -180^0$.

$$\angle \frac{k(s+z)}{s+p} \cdot \frac{1}{s^2}\bigg|_{s=r_1} = -180^0$$

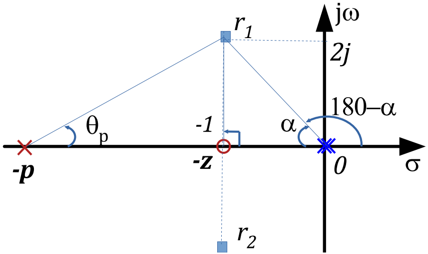
$$\angle G_c(s)G(s)|_{s=r_1} = \angle k + \angle(r_1+z) - \angle(r_1+p) - 2\angle(r_1) = -180^0$$

- Din figură: $\angle k = 0$, $\angle(r_1+z) = \angle(r_1+1) = 90^o$, $\angle(r_1+p) = \theta_p$, $\angle(r_1) = 180^o - \alpha$, $\alpha = 64^0$.

$$\angle G_c(s)G(s)|_{s=r_1} = 90^o - \theta_p - 2(180^o - 64^o) = -142^o - \theta_p = -180^o$$

$$\Rightarrow \ \theta_p = 38^o.$$

Exemplul 1



- în triunghiul dreptunghic $(r_1, -z, -p)$:

$$\tan\theta_p = \tan 38^o = \frac{2}{p-1} \quad \Rightarrow \; p-1 = \frac{2}{\tan 38^o} \quad \Rightarrow \; p = 3.55$$

- Regulatorul este: $G_c(s) = \dfrac{k(s+1)}{s+3.55}$.
- Dacă $k \in [0, \infty)$ LR al sistemului închis va trece prin $r_{1,2}$.

Exemplul 1

- Funcția de transfer a sistemului deschis compensat:

$$G_c(s)G(s) = \frac{k(s+1)}{s^2(s+3.55)}$$

- Factorul de proporționalitate k se evaluează din condiția de modul:

$$|G_c(s)G(s)|_{s=r_1} = 1 \qquad \Rightarrow \left|\frac{k(s+1)}{s^2(s+3.55)}\right|_{s=-1+2j} = 1$$

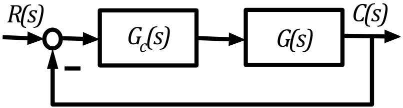
$$k = \left|\frac{s^2(s+3.55)}{s+1}\right|_{s=-1+2j} = \left|\frac{(-1+2j)^2(-1+2j+3.55)}{-1+2j+1}\right|$$

$$k = \frac{(\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{2.55^2+2^2}}{2} = 8.1$$

$$G_c(s) = \frac{8.1(s+1)}{s+3.55}$$

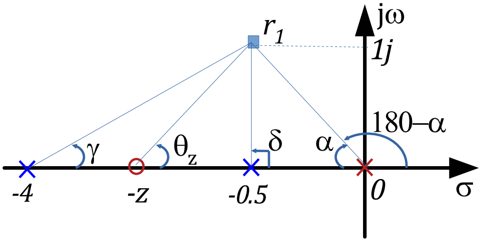
Exemplu PI

- Se consideră un sistem de control în buclă închisă cu funcția de transfer a procesului
$$G(s) = \frac{1}{(s+\frac{1}{2})(s+4)}.$$
- Se calculează un regulator PI $G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$, astfel încât polii dominanți ai sistemului închis să fie $r_{1,2} = -0.5 \pm j$.



- Pentru a evidenția polii și zerourile, regulatorul poate fi scris:
$$G_c(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \frac{s + K_I/K_P}{s} = k\frac{s+z}{s}$$
- Zeroul regulatorului (z) se calculează din condiția de fază, iar factorul de proporționalitate (k) din condiția de modul.

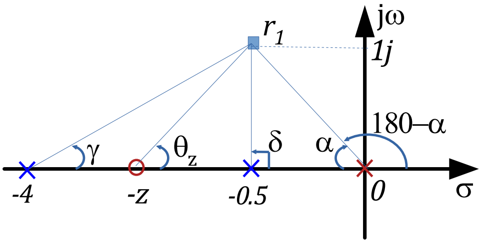
Exemplu PI



- Se plasează polii cunoscuți: polii procesului (-4 and -0.5) și polul regulatorului (0).
- Zeroul va fi *calculat* din condiția de fază:

$$\angle G_c(s)G(s)|_{s=r_1} = -180^o \quad \Rightarrow \quad \angle \left. \frac{k(s+z)}{s(s+\frac{1}{2})(s+4)} \right|_{s=r_1} = -180^o$$

Exemplu PI



$$\angle k + \angle(r_1 + z) - \angle r_1 - \angle(r_1 + \frac{1}{2}) - \angle(r_1 + 4) = -180^o$$

$$0 + \theta_z - (180^o - \alpha) - \delta - \gamma = -180^o$$

$$\theta_z - (180^o - \underbrace{\arctan\frac{1}{0.5}}_{63.4^o}) - 90^o - \underbrace{\arctan\frac{1}{4-0.5}}_{15.9^o} = -180^o$$

$$\theta_z = 42.5^o \quad \Rightarrow \quad \Delta(r_1,\ -0.5,\ -z): \quad \tan\theta_z = \tan 42.5 = \frac{1}{z-0.5} \Rightarrow z = 1.59$$

Exemplu PI

- Regulatorul este : $G_c(s) = \dfrac{k(s+1.59)}{s}$.
- Factorul de proporționalitate k se calculează din condiția de modul:

$$|G_c(s)G(s)|_{s=r_1} = \left|\frac{k(s+1.59)}{s(s+\frac{1}{2})(s+4)}\right|_{s=-0.5+j} = 1$$

$$k = \left|\frac{(-0.5+j)(-0.5+j+\frac{1}{2})(-0.5+j+4)}{(-0.5+j+1.59)}\right|$$

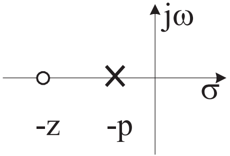
$$k = \frac{\sqrt{0.5^2+1^2}\cdot 1\cdot\sqrt{3.5^2+1^2}}{\sqrt{1.09^2+1^2}} = 2.75$$

- Regulatorul: $G_c(s) = 2.75\dfrac{s+1.59}{s} = 2.75 + \dfrac{4.37}{s}$

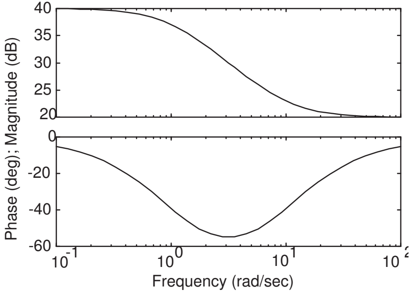
Proiectarea regulatoarelor cu întârziere de fază utilizând locul rădăcinilor

Elemente cu întârziere de fază

$$G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}, \qquad |z| > |p|$$



Răpunsul în frecvență:

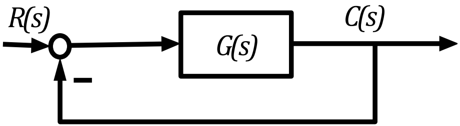


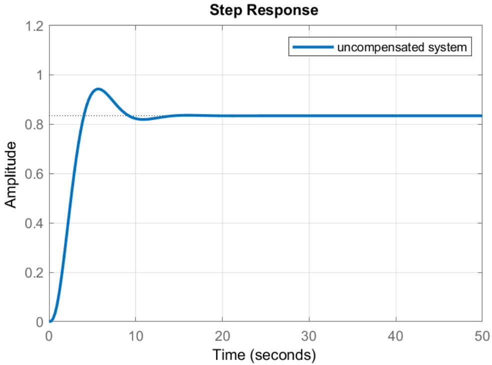
Se poate utiliza pentru a îmbunătăți eroarea staționară a sistemelor cu reacție negativă.

Exemplu (element cu întârziere de fază)

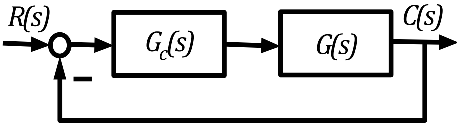
$$G_c(s) = \frac{s+10}{s+1}$$

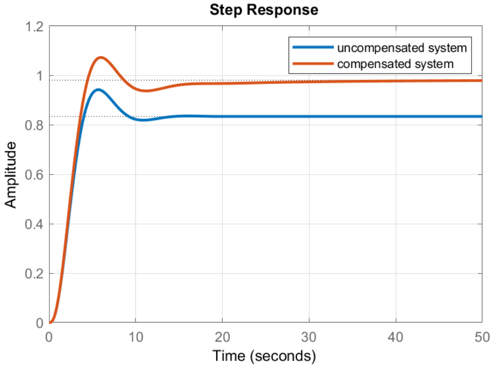
Sistem necompensat





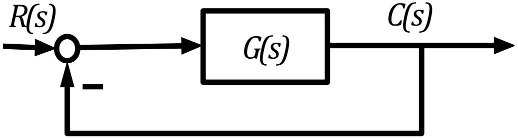
Sistem compensat





Eroarea staționară

- (vedeți Chapter 3, sectiunea 3.5.3 pentru constantele erorii staționare)
- Se consideră un sistem cu reacție negativă:



$$G(s) = \frac{k \prod_{i=1}^{M} (s + z_i)}{s^N \prod_{i=1}^{Q} (s + p_i)}$$

  - $G(s)$ = funcția de transfer a sistemului deschis
  - reacție unitară
  - N = tipul sistemului (nr. de poli în origine)
- Eroarea staționară:

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{t \to \infty} (r(t) - c(t))$$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} s(R(s) - C(s)) = \lim_{s \to 0} sR(s)\left(1 - \frac{G(s)}{1 + G(s)}\right) = \lim_{s \to 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

Eroarea staționară

Intrare treaptă: $r(t) = 1 \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s}$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{s} \frac{1}{1 + G(s)} = \frac{1}{1 + G(0)} = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) \ = \text{constanta erorii staționare la poziție}$$

- $N = 0$:

$$G(s) = \frac{k \prod_{i=1}^{M} (s + z_i)}{\prod_{i=1}^{Q} (s + p_i)} \quad \Rightarrow \ K_p = const \Rightarrow \ e_{ss} = const$$

- $N \geq 1$:

$$G(s) = \frac{k \prod_{i=1}^{M} (s + z_i)}{s^N \prod_{i=1}^{Q} (s + p_i)} \quad \Rightarrow \ K_p = \infty \Rightarrow \ e_{ss} = 0$$

Eroarea staționară

Intrare rampă: $r(t) = t \Rightarrow R(s) = \frac{1}{s^2}$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{s^2}\frac{1}{1+G(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s(1+G(s))} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{sG(s)} = \frac{1}{K_v}$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s) \ = \text{constanta erorii staționare la viteză}$$

- $N = 0$: $G(s) = \frac{k\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{\prod_{i=1}^{Q}(s+p_i)} \quad \Rightarrow K_v = 0 \Rightarrow e_{ss} = \infty$
- $N = 1$:

$$G(s) = \frac{k\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{s\prod_{i=1}^{Q}(s+p_i)} \quad \Rightarrow K_v = const \Rightarrow e_{ss} = const$$

- $N \geq 2$:

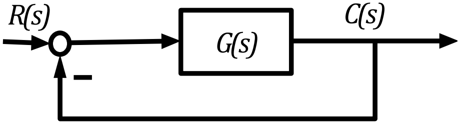
$$G(s) = \frac{k\prod_{i=1}^{M}(s+z_i)}{s^N\prod_{i=1}^{Q}(s+p_i)} \quad \Rightarrow K_v = \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$$

Compensarea erorii staționare utilizând LR

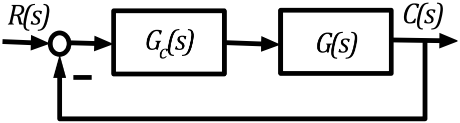
- Se consideră problema determinării unui regulator pentru cazul în care sistemul închis are un comportament tranzitoriu satisfăcător, dar un comportament nesatisfăcător în regim staționar
- In acest caz, compensarea constă în esență din creșterea factorului de amplificare al sistemului deschis fără a schimba apreciabil caracteristicile răspunsului tranzitoriu
- Pentru a evita o schimbare aprociabilă în LR, contribuția regulatorului în condiția de fază trebuie limitată la o valoare mică, de exemplu sub 5^o;
- Pentru a asigura aceasta, se plasează polul și zeroul regulatorului relativ apropiați unul de celălalt și aproape de origine în planul s.

Compensarea erorii staționare utilizând LR

Sistem necompensat (înainte de a adăuga regulatorul)



Sistem compensat (după adăugarea regulatorului)



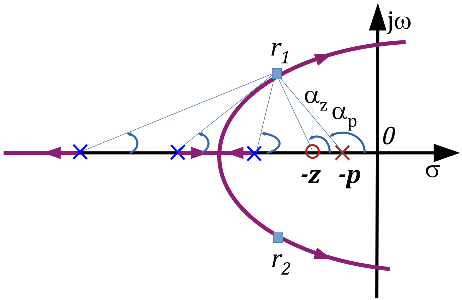
- Se adaugă un regulator cu întârziere de fază $G_c(s) = \dfrac{s+z}{s+p}$, cu $z > p > 0$
- $r_{1,2}$ sunt polii dominanți ai sistemului închis ($\Rightarrow$ răspunsul tranzitoriu) înainte de adăugarea regulatorului.
- Regulatorul nu trebuie să schimbe caracteristicile răspunsului tranzitoriu (păstrează polii dominanți în aproximativ aceeași locație)
- $r_{1,2}$ satisfac condiția de fază a sistemului necompensat:

$$\angle G(s)|_{s=r_1} = -180^o$$

Compensarea erorii staționare utilizând LR

- Condiția de fază a sistemului compensat:

$$\angle G(s)G_c(s)|_{s=r_1^*} = \angle G(s)\frac{s+z}{s+p}|_{s=r_1^*} = \angle G(s) + \underbrace{\angle s+z - \angle s+p}_{<5^o}|_{s=r_1^*} = -180^o$$



- $-z$ și $-p$ trebuie să fie foarte apropiați pentru a păstra polii dominanți în aproximativ aceeași poziție.

Compensarea erorii staționare utilizând LR

Se consideră un sistem de tipul 0 pentru o intrare treaptă, sau de tipul 1 pentru o intrare rampă.

- Pentru sistemul necompensat:

$$K_p = \lim_{s\to 0} G(s), \quad e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG(s), \quad e_{ss} = \frac{1}{K_v}$$

- Pentru sistemul compensat:

$$K_{pcomp} = \lim_{s\to 0} G(s)\frac{s+z}{s+p} = \frac{z}{p}K_p, \quad e_{ss} = \frac{1}{1+K_{pcomp}}$$

$$K_{vcomp} = \lim_{s\to 0} sG(s)\frac{s+z}{s+p} = \frac{z}{p}K_v, \quad e_{ss} = \frac{1}{K_{vcomp}}$$

- Raportul $\frac{z}{p}$ trebuie să fie mare pentru a îmbunătăți eroarea staționară.

Compensarea erorii staționare utilizând LR

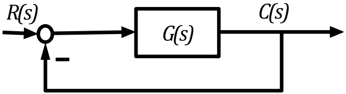
- Zeroul $(-z)$ și polul $(-p)$ regulatorului trebuie să fie apropiați pentru a păstra locația polilor dominanți (și caracteristicile răspunsului tranzitoriu)
- Zeroul $(-z)$ și polul $(-p)$ regulatrului trebuie să aibă un raport mare $\dfrac{z}{p}$ pentru a îmbunătăți eroarea staționară.
- Solutie: se plasează aproape de origine *comparativ cu locația polilor dominanți*:
  - Se alege zeroul regulatorului mic (în valoare absolută) comparativ cu pulsația naturală a polilor dominanți: $z \approx \dfrac{\omega_n}{10}$
  - Se calculează polul din raportul $\dfrac{z}{p}$.

Algoritmul

1. Se determină specificațiile răspunsului tranzitoriu pentru sistemul închis și se determină locația polilor dominanți ai sistemului care satisfac cerințele.
2. Se determină polii dominanți si sistemului necompensat $r_{1,2}$
3. Se calculează constanta erorii pentru sistemul închis necompensat (înainte de adăugarea regulatorului): K_p sau K_v.
4. Se calculează raportul z/p din constanta dorită a erorii și din constanta erorii sistemului necompensat.
5. Se plasează zeroul aproape de origine în comparație cu ω_n ai polilor dominanți (de exemplu $z \approx \frac{\omega_n}{10}$)
6. Se determină polul din raportul z/p.

Exemplu

- Se consideră un sistem în buclă închisă cu o intrare **rampă** ($r(t) = t, \ t \geq 0$) și funcția de transfer în buclă deschisă:



$$G(s) = \frac{5}{s(s+2)}$$

Se proiectează un regulator cu întârziere de fază astfel încât constanta erorii staționare la viteză sa fie $K_{vcomp} = 20$ (sau eroarea staționară pentru o intrare rampă să fie $e_{ss} = \frac{1}{20}$).

- Înainte de adăugarea regulatorului (pentru sistemul necompensat), funcția de transfer a sistemului închis și polii:

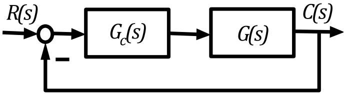
$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{5}{s^2+2s+5}, \qquad r_{1,2} = -1 \pm 2j$$

- Constanta erorii staționare la viteză este:

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\frac{5}{s(s+2)} = \frac{5}{2} = 2.5 \qquad \left(e_{ss} = \frac{1}{2.5} = 0.4\right)$$

Exemplu

- Se adaugă regulatorul:



$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p} \quad \text{cu} \quad z > p > 0$$

- Constanta erorii staționare la viteză pentru sistemul comp.:

$$K_{vcomp} = \lim_{s \to 0} s \frac{5}{s(s+2)} \frac{s+z}{s+p} = 2.5 \frac{z}{p} = 20$$

- Raportul $\dfrac{z}{p} = \dfrac{20}{2.5} = 8$.
- Pulsația naturală a polilor dominanți $r_{1,2}$: $\omega_n = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.
- Se alege zeroul regulatorului astfel incat $z < \omega_n/10$, de exemplu: $z = 0.1$ (zeroul la $-z = -0.1$), iar polul este:

$$\frac{z}{p} = 8 \;\Rightarrow\; p = \frac{0.1}{8} = 0.0125 \;\Rightarrow\; -p = -0.0125 \;\Rightarrow\; G_c(s) = \frac{s+0.1}{s+0.0125}$$

Exemplu

Diferența fazelor de la $-p$ și $-z$ la polul dominant este de aproximativ 1^o, deci $s = -1 \pm j2$ este aproximativ locația polilor dominanți.