• Pentru $m+1$ noduri echidistante $x_0, x_1, \dots, x_m$ din intervalul $[a,b]$ să se calculeze diferența divizată $[x_0, x_1, \dots x_m; f]$.

Să se aplice rezultatul obținut pentru $[0,1,\dots,m; e^x]$

Considerăm $x_0 = a$ și $h>0$ lungimea pasului pentru nodurile echidistante, i.e. $x_k = a + kh$, $k = \overline{0,m}$

Pentru polinomul nodurilor

$$l(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_m)$$

avem:

$$l'(x_k) = (x_k - x_0)\dots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\dots(x_k - x_m)$$

În cazul nodurilor echidistante se obține:

$$l'(a+kh) = h^k k! (-1)^{m-k} h^{m-k} (m-k)! = (-1)^{m-k} h^m k! (m-k)!$$

și deducem că:

$$[a, a+h, \dots, a+mh; f] = \sum_{k=0}^{m} \frac{f(a+kh)}{l'(a+kh)} = \sum_{k=0}^{m} \frac{f(a+kh)}{(-1)^{m-k} h^m k! (m-k)!}$$

$$= \frac{1}{h^m m!} \sum_{k=0}^{m} (-1)^{m-k} \frac{m!}{k!(m-k)!} f(a+kh)$$

$$= \frac{1}{h^m m!} \sum_{k=0}^{m} (-1)^{m-k} \binom{m}{k} f(a+kh)$$

În cazul nostru: $a=0$, $h=1$, $f(x) = e^x$ și obținem:

$$[0,1,\dots,m; e^x] = \frac{1}{m!} \sum_{k=0}^{m} (-1)^{m-k} \binom{m}{k} e^k$$

$$= \frac{1}{m!} \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \binom{m}{m-k} e^{m-k}$$

$$= \frac{1}{m!} \sum_{k=0}^{m} (-1)^k \binom{m}{k} e^{m-k}$$

$$= \frac{(e-1)^m}{m!}$$