Se consideră diviziunea $\Delta: \ -2 = x_0 < x_1 < \dots < x_{10} = 2$

Se cere: a) Să se determine $S_{\Delta,1}(f)$ dacă $f(x) = |x - x_9|$

b) $S_{\Delta,1}(f)$ dacă $f(x) = \left| x - \frac{x_6 + x_7}{2} \right|$

Rezolvare

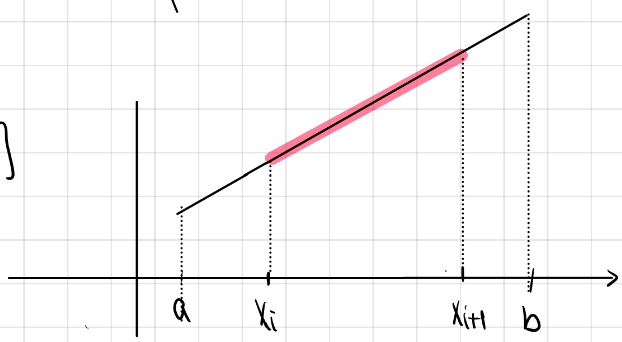
PRELIMINARII

$S_{\Delta,1}(f)$ este un polinom de gradul 1 $\forall \Delta$

$\Rightarrow$ graficul său între două noduri $[x_i, x_{i+1}]$ este un segment de dreaptă.

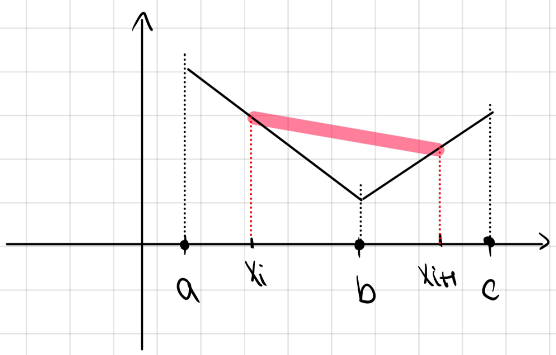
Dacă funcția f este de gradul 1 pe un interval $[a,b]$ și nodurile $x_i, x_{i+1} \in [a,b]$ atunci

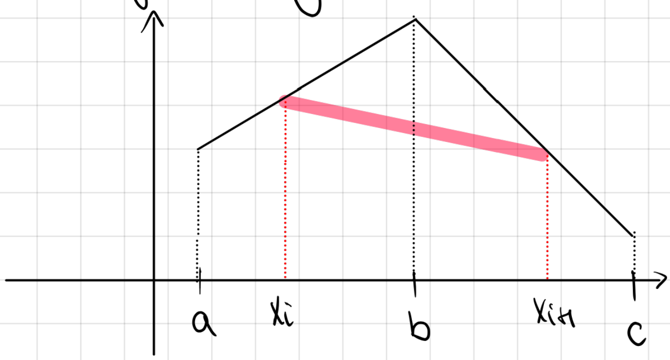
$$S_{\Delta,1}(f) = f \text{ pe } [x_i, x_{i+1}]$$



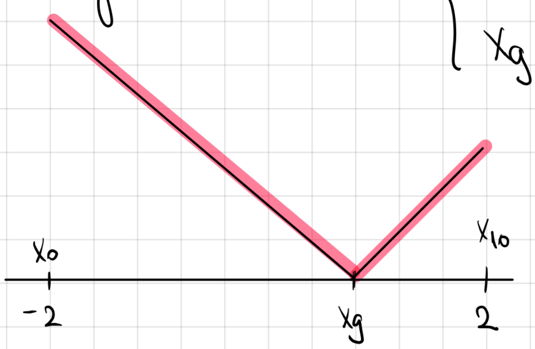
Dacă funcția f este de gradul 1 pe $[a,c]$ și $[c,b]$ dar este definită diferit și nodurile $x_i \in [a,c]$, $x_{i+1} \in [c,d]$ atunci

$$S_{\Delta,1}(f) \neq f \text{ pe } [x_i, x_{i+1}]$$





a) $f(x) = |x - x_9| = \begin{cases} x - x_9, & x \geq x_9 \\ x_9 - x & x < x_9 \end{cases}$

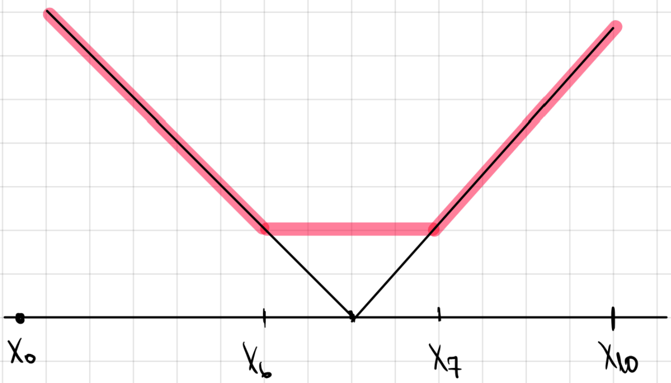


$x_0, x_1, \dots x_9 \in [-2, x_9] \Rightarrow S_{\Delta,1}(f) = f$ pe $[-2, x_9]$

$x_9, x_{10} \in [x_9, 2] \Rightarrow S_{\Delta,1}(f) = f$ pe $[x_9, 2]$

$\Rightarrow S_{\Delta,1}(f)(x) = f(x) = |x - x_9|$

b) $f(x) = \left| x - \frac{x_6 + x_7}{2} \right| = \begin{cases} x - \frac{x_6 + x_7}{2}, & x \geq \frac{x_6 + x_7}{2} \\ \frac{x_6 + x_7}{2} - x, & x < \frac{x_6 + x_7}{2} \end{cases}$



$x_0, x_1, \dots x_6 \in \left[-2, \frac{x_6 + x_7}{2}\right] \Rightarrow S_{\Delta,1}(f) = f$ pe $[x_0, x_6] = [-2, x_6]$

$x_7, x_8, x_9, x_{10} \in \left[\frac{x_6 + x_7}{2}, 2\right] \Rightarrow S_{\Delta,1}(f) = f$ pe $[x_7, x_{10}] = [x_7, 2]$

Pe $[x_6, x_7]$ $S_{\Delta,1}(f)$ este segmentul care unește $(x_6, f(x_6)) = \left(x_6, \frac{x_7 - x_6}{2}\right)$ și $(x_7, f(x_7)) = \left(x_7, \frac{x_7 - x_6}{2}\right)$

$\Rightarrow S_{\Delta,1}(f) = \frac{x_7 - x_6}{2}$ pe $[x_6, x_7]$

$$\Rightarrow \quad S_{\Delta_{11}}(f) = \begin{cases} \frac{X_6 - X_7}{2} - X, & X < X_6 \\ \frac{X_7 - X_6}{2} & X_6 \leq X < X_7 \\ X - \frac{X_6 + X_7}{2}, & X \geq X_7 \end{cases}$$