Teoria sistemelor. Laborator 6: Proiectarea regulatoarelor utilizând locul rădăcinilor. Regulatoare PID

Exerciţiul 1. Pentru un sistem cu funcţia de transfer $G(s) = \frac{1}{s^2}$ calculaţi un regulator cu funcţia de transfer $G_c(s) = \frac{k(s+z)}{s+p}$, cu $0 < z < p$, astfel încât polii dominanţi ai sistemului închis să fie localizaţi la $r_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}j$.

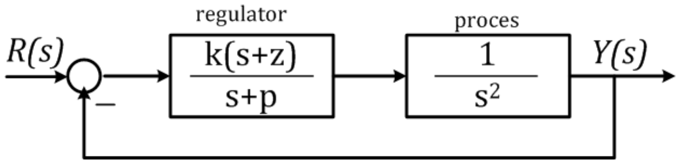

Figura 1: Schema bloc a sistemului

Idee. Rezolvarea este în fişierul ataşat: TS_Lab6_soluţie_ex1.pdf

Exerciţiul 2. Pentru un sistem cu funcţia de transfer a procesului $G(s) = \frac{1}{s+3}$ să se calculeze un regulator cu funcţia de transfer $G_c(s) = \frac{k(s+a)}{s}$ astfel încât suprareglajul răspunsului la treaptă să fie aproximativ $M_p = 5\%$ şi timpul de răspuns să fie aproximativ $t_s = 1$ *sec*.

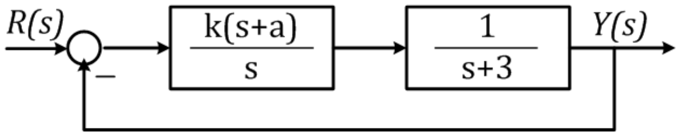

Figura 2: Schema bloc a sistemului

Idee. Din specificaţiile impuse, calculaţi polii sistemului închis $r_{1,2}$. Deoarece polul regulatorului este dat, calculaţi zeroul $-a$ din condiţia de fază şi determinaţi valoarea lui k din condiţia de modul.

Exerciţiul 3. Se consideră un sistem de control în buclă închisă ca în Figura 3 unde procesul are funcţia de transfer $G(s) = \frac{5}{(0.5s+1)(s+1)(10s+1)}$.

1. Calculaţi constanta erorii staţionare la poziţie şi eroarea staţionară a sistemului necompensat (când $G_c(s) = 1$) pentru o intrare treaptă unitară.

$$K_p = \lim_{s \to 0} G(s) \quad e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$$

   Reprezentaţi grafic răspunsul la treaptă al sistemului închis şi verificaţi eroarea staţionară. Puteţi face simularea cel puţin în următoarele moduri:

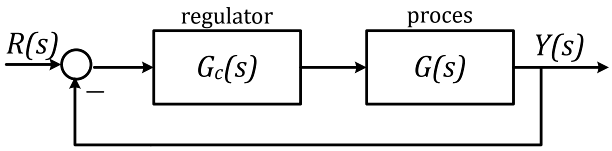

Figura 3: Sistem de control în buclă închisă

- Calculaţi funcţia de transfer a sistemului închis (când $G_c(s) = 1$) şi reprezentaţi răspunsul la treaptă cu funcţia *step*.
- Implementaţi schema din Figura 3 în Simulink.

2. Din funcţia de transfer a sistemului închis (când $G_c(s) = 1$), calculaţii polii cu funcţia *roots* şi alegeţi polii dominanţi.
3. Se doreşte creşterea constantei erorii staţionare la poziţie de 10 ori, fără a modifica prea mult locaţia polilor dominanţi ai sistemului închis. Proiectaţi un regulator $G_c(s) = \dfrac{s+z}{s+p}$, cu $0 < p < z$, pentru a îndeplini această cerinţă.
   Idee. Calculaţi raportul între zeroul şi polul regulatorului din expresia constantei erorii staţionare la poziţie pentru sistemul cu regulator:
   $$K_{pcomp} = \lim_{s \to 0} G(s)G_c(s) = 10K_p$$
   Alegeţi $z \approx \omega_n/10$ şi calculaţi polul din raportul determinat mai sus.
4. Comparaţi răspunsul la treaptă al sistemului închis pentru $G_c(s) = 1$ şi pentru $G_c(s)$ proiectat la punctul 3 şi comentaţi rezultatele.
   Simulaţi sistemul închis pentru o intrare treaptă, fie cu funcţia step*, fie în Simulink.*

Exerciţiul 4. Se consideră un sistem de control în buclă închisă cu reacţie negativă unitară, cu funcţia de transfer a procesului $G(s) = \dfrac{1}{s(s+3)}$:

1. Proiectaţi un regulator proporţional-derivator (PD) ideal $G_{PD}(s) = K_P + K_D \cdot s$, astfel încât polii dominanţi ai sistemului închis să fie localizaţi la $r_{1,2} = -3 \pm 3j$ (în Figura 4, pentru această etapă $G_c(s) = 1$).
2. Pentru sistemul în buclă închisă determinaţi constanta erorii staţionare la viteză, K_v.
   $$K_v = \lim_{s \to 0} sG_{PD}(s)G(s)$$
3. Adăugaţi şi calculaţi un regulator cu funcţia de transfer $G_c(s) = \dfrac{s+z}{s+p}$, cu $0 < p < z$ (vezi Figura 4) pentru a obţine o constată a erorii staţionare la viteză $K_{vcomp} = 10K_v$.
   $$K_{vcomp} = \lim_{s \to 0} sG_c(s)G_{PD}(s)G(s)$$

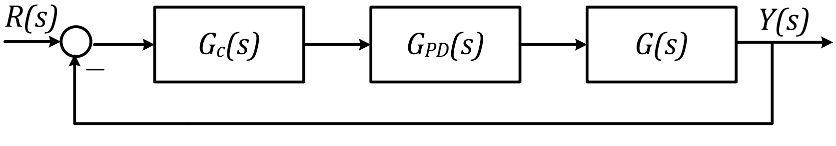

Figura 4: Sistem de control în buclă închisă

Exerciţiul 5. Motoarele de curent continuu sunt utilizate în multe aplicaţii ale controlului automat, inclusiv manipulatoare robotice şi roboţi mobili, industria maşinilor unelte, vehicule electrice, etc.

Dacă semnalul de intrare este tensiunea aplicată motorului, U şi dacă ieşirea este viteza de rotaţie ω, funcţia de transfer a unui motor cc este:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{k}{(Ls+R)(Js+b)+kk_e}. \quad (1)$$

unde:

- k_e este constanta forţei electromotoare $k_e = 5 \cdot 10^{-2}\ V/rad/sec$
- k - constanta cuplului, $k = 5 \cdot 10^{-2}\ Nm/A$
- R - rezistenţa armăturii, $R = 3\ \Omega$
- L - inductanţa armăturii, $L = 0.5H$
- J - inerţia rotorului, $J = 9 \cdot 10^{-3}\ kgm^2$
- b - coeficientul de frecare vâscoasă, $b = 2 \cdot 10^{-2}\ Nms$

1. Reprezentaţi grafic răspunsul la treaptă al sistemului deschis $G(s)$ şi determinaţi eroarea staţionară.
2. Se consideră un sistem de control cu reacţie negativă unitară ca în Figura 5 cu un regulator PID ideal şi procesul $G(s)$. Funcţia de transfer a regulatorului PID este:

$$G_{PID} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

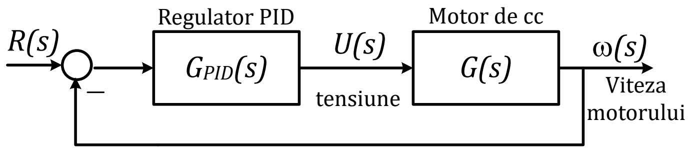

Figura 5: Sistem de control în buclă închisă

Determinaţi efectul parametrilor regulatorului PID (K_P, K_I şi K_D) asupra suprareglajului, timpului de creştere, timpului de răspuns, şi asupra erorii staţionare, după cum este descris mai jos.

Completaţi Tabelul 1 utilizând rezultatele următoarelor simulări:

(i) Consideraţi mai întâi un regulator proporţional (P) şi determinaţi influenţa lui K_P asupra răspunsului la treaptă a sistemului închis. Setaţi parametrii K_I şi K_D la zero şi simulaţi răspunsul la treaptă al sistemului pentru K_P dat în Tabelul 1.

(ii) Analizaţi influenţa termenului derivator considerând in regulator proporţional-derivator (PD). Setaţi $K_I = 0$, K_P constant şi K_D cu valorile din Tabelul 1.

(iii) Consideraţi un regulator proporţional-integrator (PI) şi determinaţi efectul lui K_I. Setaţi $K_D = 0$, K_P constant şi K_I cu valorile din Tabelul 1.

Idee. Pentru simulare aveţi cel puţin urmaţoarele variante:

- *Un script Matlab în care aţi putea folosi funcţiile:*
  - pid - *pentru funcţia de transfer a unui regulator PID ideal (de exemplu:* pid(Kp,Ki,Kd)*)*

Regulator		*Suprareglaj*	*Timp de creştere*	*Timp de răspuns*	*Eroare staţionară*
P	$K_P = 1$				
	$K_P = 5$				
	$K_P = 50$				
PD	$K_P = 50$, $K_D = 0.5$				
	$K_P = 50$, $K_D = 1$				
	$K_P = 50$, $K_D = 3$				
PI	$K_P = 1$, $K_I = 1$				
	$K_P = 1$, $K_I = 3$				
	$K_P = 1$, $K_I = 5$				

Tabela 1: Efectul parametrilor unui regulator PID asupra răspunsului la treaptă

- feedback - *pentru a calcula funcţia de transfer a unui sistem cu reacţie negativă; sau calculaţi pe foaie funcţia de transfer a sistemului închis.*

Simulaţi răspunsul la treaptă al sistemului închis cu funcţia step.

- *Implementaţi în Simulink schema din Figura 5. Blocul PID se găseşte în biblioteca* Continuous.

Problemă opţională

Exerciţiul 6. Se consideră un proces cu funcţia de transfer:

$$G(s) = \frac{1}{s^3 + 10s^2 + 20s}$$

Specificaţiile de proiectare pentru un sistem de control în buclă închisă sunt:

- Sistemul închis este stabil
- Eroare staţionară zero pentru o intrare treaptă unitară

1. Reprezentaţi grafic răspunsul la treaptă unitară a sistemului deschis.
2. Acordaţi un regulator PID cu metoda Ziegler-Nichols:
   (i) Consideraţi sistemul în buclaă închisă cu procesul $G(s)$ şi un regulator proporţional cu funcţia de transfer $G_{PID}(s) = K_P$. Determinaţi valoarea lui K_P astfel încât sistemul închis să fie la limita de stabilitate ($K_0 = K_P$).
   (ii) Determinaţi perioada oscilaţiilor T_0 din funcţia de transfer echivalentă a sistemului închis.
   (iii) Simulaţi răspunsului sistemului închis pentru $G_{PID} = K_0$ şi comparaţi perioada oscilaţiilor cu cea obţinută la punctul (ii).
   (iv) Setaţi parametrii regulatorlui K_P, T_i and T_d din tabelul Ziegler-Nichols. Dacă funcţia de transfer a regulatorului este în forma:

$$G_{PID}(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right), \tag{2}$$

   atunci parametrii se calculează ca:

$$K_P = 0.6K_0, \quad T_i = 0.5T_0, \quad T_d = 0.125T_0$$

Simulaţi sistemul închis pentru o intrare treaptă şi verificaţi specificaţiile.
Observaţi că blocul PID din Simulink are diferite forme care pot să difere de (2). Dacă utilizaţi Simulink, verificaţi forma regulatorului înainte de a seta parametri.

3. Modificaţi parametrii regulatorului pentru a obţine un suprareglaj mai mic.