AM 1, Variantă B, 2024

Fie $f: \mathbb{R}\setminus\{3\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x-3}$

1. Dezvoltarea funcției f în serie după puterile lui $x-5$ este

A. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{2^n}$ B. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-5)^n}{2^{n+1}}$ C. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-5)^n}{2^n}$ D. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{2^{n+1}}$

E. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-5)^n}{2^{n+1}}$

2. Mulțimea pe care dezvoltarea este valabilă este

A. $(-2,2)$ B. $(-5,3)$ C. $(-1,1)$ D. $[-5,3)$ E. $(3,7)$

Fie $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - z \neq 0\}$ și $f: A \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = \frac{x-y}{3x-z}$

3. $\frac{\partial^4 f}{\partial z^2 \partial y \partial x}(1,y,2)$ este A. $-18y$ B. 18 C. $18y$ D. 6 E. $3y$

4. $\Delta f(1,-1,2)$ este A. 8 B. 12 C. 34 D. 18 E. -18

Se consideră seria de puteri $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} x^n$

5. Mulțimea de convergență a seriei este:

A. $(-1,1)$ B. $[-1,1)$ C. $(-1,1]$ D. $[-1,1]$ E. $\{0\}$

6. Suma seriei este

A. $\frac{1}{(1-x)^2}$ B. $\frac{x}{(1-x)^2}$ C. $\frac{x^2}{(1-x)^2}$ D. $\frac{x}{1-x} - \ln(1-x)$ E. $\frac{1}{1-x} - \ln(1-x)$

Fie $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^4 + 3y^4 - 2x^2 + y^2$

7. Punctele critice ale lui f sunt

A. $(0,0), (1,1)$ B. $(0,0), (1,-1)$ C. $(0,0), (-1,1)$ D. $(-1,0), (0,0), (1,0)$

E. $(-1,1), (0,0), (1,-1)$

8. Punctele de extrem local ale lui f sunt

A. $(1,1)$ B. $(1,-1)$ C. $(-1,0), (1,0)$ D. $(-1,1), (1,-1)$ E. $(0,0)$

---

9. Dacă z este funcție implicită de variabilele x și y definită de ecuația $(x-y)z + y^2 - z^2 - \sin z = 1$, în vecinătatea punctului $(1,-1,0)$, atunci $z''_{xy}(1,-1)$ este A. 2 B. 1 C. -1 D. 0 E. -2

---

10. Să se calculeze $F''_{x^2} + 2F''_{xy} + F''_{y^2}$, dacă $F(x,y) = f(x-y)$, știind că $f = f(u)$ este o funcție de două ori derivabilă

A. $2f''$ B. $-2f''$ C. 0 D. 1 E. -1