MODEL TIP ELEMENTAR

1. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' - 4x = 1 + t \quad , \ x(0) = 2, x'(0) = 1$$

2. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x''' - 2x'' + x' = e^{3t} \quad , \ x(0) = 0, x'(0) = 0, x''(0) = 1$$

3. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' - x = \sin 3t + \cos 3t \quad , \ x(0) = 0, x'(0) = 2$$

4. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x''' - 9x' = e^{3t} \quad , \ x(0) = 0, \ x'(0) = 0, x''(0) = 1$$

5. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d. $x'' + 6x' + 25x = e^{t}$, $x(0) = 0, \ x'(0) = 0$

6. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' + 4x' + 4x = 1 + e^{t} \quad , \ x(0) = 0, \ x'(0) = 0$$

7. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' + x = 2 + t \quad , \quad x(0) = x'(0) = 1$$

8. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' + 4x' + 5x = 1 \quad , \ x(0) = 0, \ x'(0) = 2$$

9. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' - x = 1 + e^{-t} \quad , \ x(0) = 0, x'(0) = 2$$

10. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' + 16x = t\,e^{t} \;, \qquad x(0) = x'(0) = 0$$

MODEL TFI

1. Sa se calculeze spectrul, amplitudinea si faza in frecventa ale semnalului $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C},\ f(t) = \frac{2t+j}{(t^2+8t+25)^2}$

---

2. Se considera semnalul $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C},\ f(t) = \frac{t}{(3-jt)^5}$

Sa se determine energia E(f), spectrul $\hat{f}(\omega)$ si E($\hat{f}$) .

---

3. Sa se calculeze TFI prin sin pentru semnalul

$f(t) = \frac{1}{t(t^2+9)^2}\ ,\ t > 0$, pe frecventa $\omega = 2$.

---

4. Se considera semnalul $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(t^2+x^2-2tx+4)(x^2+2jx+3)^2}\,dx$$

Sa se determine numarul real a astfel incat

f(t) = $\frac{1}{t^2+a} * \frac{1}{(t^2+2jt+3)^2}$ si sa se calculeze $\hat{f}(1)$.

Obs. Simbolul * reprezinta produsul de convolutie.

---

5. Se considera semnalele

$$f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(t) = e^{-25t^2},$$

$g(t) = f^{(6)}(t)$ si $h(t) = t^2 f(t)$. Sa se calculeze energia semnalului f si sa se determine spectrele Fourier ale semnalelor f, g, h pe frecventa $\omega = 1$.

---

6. Se considera semnalul

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad g(\omega) = e^{-4\omega^2}$$

si ecuatia integrala Fourier

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt = g(\omega),\ f \in L^1(\mathbb{R})$$

Sa se calculeze energia semnalului g, energia semnalului f si f(1).

---

7. Sa se rezolve ecuatia integrala Fourier

$$\int_0^{\infty} f(t)\cos(\omega t)d\omega = \frac{1}{(\omega^2+9)^2\ (\omega^2+1)},\ f \in L^1(0,\infty), \omega > 0.$$

MODEL_Laplace

1. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' + 4x = \frac{1}{cos^2t+3sin^2t},\ x(0) = 2, x'(0) = 8\ .$$

---

2. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve e.d.

$$x'' - 8x' + 16x = \frac{e^{4t}}{2t+1} \quad ; \quad x(0) = 0\,, \ x'(0) = 1\,.$$

3. Fie $f \in \mathcal{O}\,, f(t) = \int_0^t e^{x+t}(x-t)^2(\cos(2t-2x))^{(5)}dx.$

Sa se calculeze $\mathcal{L}\{f(t)\}(3).$

4. Utilizand definitia si proprietatile transformarii Laplace, sa se calculeze integrala improprie

$$\int_0^{\infty} \frac{t^2\cos(3t) + 4sin^2 t cost}{t} e^{-2t} dt$$

5. Fie $f(t) = \int_0^{\sqrt{t}} x^9 e^{-2x^2}\,dx$. Sa se calculeze

$$\mathcal{L}\{f'(t)\}(s)\,, \mathcal{L}\{f(t)\}(s), \int_0^{\infty} te^{-3t}f(5t)dt \ \ si \ \ \mathcal{L}\{e^{-4t}tf(t)\}(1)$$

6. Utilizand transformata Laplace, sa se calculeze

$$\int_0^{\infty} x\left(\frac{\sin(5x)}{x}\right)^3 dx$$

7. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve in cadrul Teoriei distributiilor, ecuatia diferentiala

$$x^{(4)}(t) + 8x'''(t) + 25x''(t) = \delta^{(4)}(t) + 2\delta'(t),$$
$$x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0,$$

unde δ este distributia-impuls a lui Dirac.

8. Utilizand metoda (tehnica) transformarii Laplace, sa se rezolve ecuatia integro-diferentiala de tip convolutiv

$$x''(t) + 12\int_0^t e^{8(t-\tau)}\, x''(\tau)\, d\tau = \cos t \;\; , \;\; x(0) = x'(0) = 0$$

---

9. . (i) Sa se calculeze $\mathcal{L}\{cos^3(at)\}(s)$.

(ii) Utilizand transformata Laplace, sa se calculeze

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{t}\, e^{-t} + cos^3(2t) - cos^3(8t)}{t}\, dt.$$

MODEL TFD&z

1. Utilizand metoda (tehnica) transformarii z, sa se rezolve ecuatia cu diferente finite:

$x(n+2) + 4x(n+1) + 4x(n) = 2^n$u(n) , $x \,\epsilon S_d^+$, *x(0) =0, x(1)=2*

---

2. Utilizand metoda (tehnica) transformarii z, sa se rezolve ecuatia cu diferente finite:

$x(n+2) + x(n+1) - 12x(n) = 3^n$u(n) , $x \,\epsilon S_d^+$, *x(0) =1, x(1)=2*

---

3. Se considera semnalul discret

$$x = (j,\; 1+4j,\; 1+2j,\; 0)^T \,\epsilon\, K^4$$

Sa se determine:

(i) *x(57) + x(-157) ;* *(ii)* *Energia E(x)* ; *(iii) X =* $\mathcal{F}_d x$

(iv) *E(X) si sa se verifice formula lui Parseval*

---

4. Se considera semnalul discret

$$x = (0,\ 1 + 3j,\ 2 + j,\ 4 + j)^T \in K^4$$

Sa se determine:

(ii) *x(53) + x(-153) ; (ii) Energia E(x) ; (iii)* $X = \mathcal{F}_d x$

(iv) E(X) si sa se verifice formula lui Parseval