Prof. Dr. Kai Lawonn
Pepe Eulzer

Übungsblatt 7
Abgabe: 31.05.2023

Volume Rendering

Abgabe über die NextCloud bis 23:59 Uhr des o.g. Datums.

Aufgabe 1 Projektionen (9 Punkte)

In `task7_1.py` wird ein MRT-Bild geladen und in ein 3D-Numpy-Array überführt. Das Bild wurde normalisiert, sodass die Werte im Bereich $[0, 1]$ liegen. Dieses Bild soll nun mit Blickrichtung in z-Achse projiziert werden.

a) (1 Punkt)
Wenden Sie auf das gegebene Bild I (mit Auflösung (X, Y, Z)) eine Maximum Intensity Projection (MIP) entlang der z-Achse an. Es soll sich um eine orthografische Projektion handeln, d.h. die Sehstrahlen verlaufen entlang der Tiefendimension. Die Sample liegen dabei in der Pixelmitte, Sie brauchen also nicht zu interpolieren. Das Ergebnisbild I_{MIP} soll dementsprechend die Auflösung (X, Y) besitzen, wobei $I_{MIP}(x, y) = \max_{z \in Z} I(x, y, z)$ gilt. Plotten Sie das Ergebnis als Graustufenbild.

Hinweise:

- Die Funktion `np.max` kann nach den Maxima entlang einer Array-Achse suchen.

b) (3 Punkte)
Wiederholen Sie die obige Aufgabe. Anstatt der MIP, soll nun ein orthografisches Röntgenbild in Richtung der z-Achse simuliert werden. Benutzen Sie dazu die vereinfachte Volume Rendering Equation (Vorlesung Folie 89):

$$I(s) = I(s_0)e^{-\tau(s_0,s)}, \qquad \tau(s_1, s_2) = \int_{s_1}^{s_2} \kappa(s) \, \mathrm{d}s$$

Für die initiale Lichtmenge gilt $I(s_0) = 1$. Die optische Tiefe $(s - s_0)$ soll den gesamten z-Bereich des Bildes abdecken. Invertieren Sie zum Schluss das Ergebnis ($I_{xray} = 1 - I(s)$), damit Bereiche von hoher Dichte hell dargestellt werden. Plotten Sie das Ergebnis neben das Ergebnis aus der vorherigen Aufgabe.

Hinweise:

- Analog zu `np.max` kann `np.sum` verwendet werden, um Werte entlang einer Array-Achse zu summieren.
- Die Funktion $\kappa(s)$ beschreibt effektiv die Werte der Bildpunkte. Da es sich um eine diskrete Domäne handelt, kann das Integral in eine Summe umgeformt werden, die durch die Anzahl der Elemente geteilt wird.

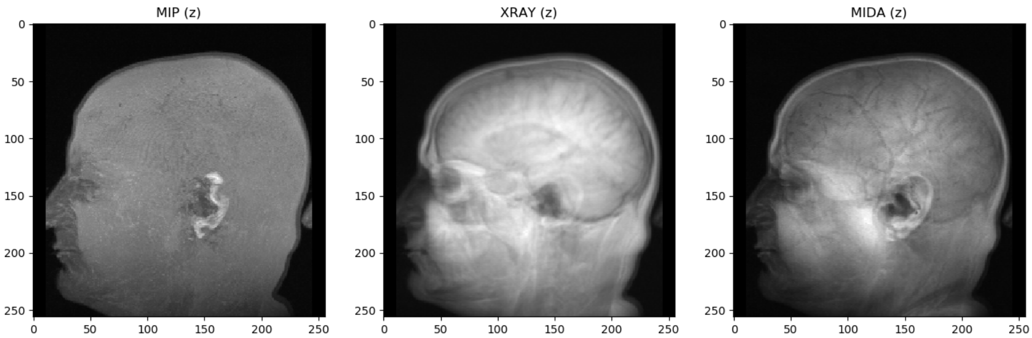
c) (5 Punkte)
Setzen Sie nun analog zu den vorhergehenden Aufgaben die Maximum Intensity Difference Accumulation (MIDA) entlang der z-Achse um. Implementieren Sie dazu die Formeln aus der Vorlesung und zeigen Sie das Ergebnis für $\gamma = 0$. Nehmen sie für alle Voxel eine Opazität $\alpha = 0.06$ an. Plotten Sie das Ergebnis neben die beiden anderen.

Achtung: Verschachtelte for-Schleifen (x, y, z-Dimension) werden u. U. sehr langsam ausgeführt. Im Idealfall iterieren Sie daher nur über die Tiefendimension des Bildes (entlang des Sehstrahls). Operationen pro Pixel (x, y-Ebene) lassen sich durch vektorisierte Numpy-Operationen durchführen.

Hinweise:

- Hilfreich sind verschiedene Funktionen zum initialen Füllen von Arrays (siehe Cheatsheet *Creating Arrays*).
- Das $k$te 2D Slice in z-Richtung (Numpy-Achse 2) lässt sich extrahieren durch `image[:,:,k]`. Außerdem erlaubt es Array-Masking, ausgewählte Elemente eines Arrays zu ändern (siehe Cheatsheet *Accessing and Dimensions*).
- Matrix- und Vektorarithmetik ist in Numpy integriert (siehe Cheatsheet *Vectors and Matrices*).
- Das elementweise Maximum zweier Matrizen kann mit `np.maximum(A,B)` berechnet werden.

Das Ergebnis sollte so aussehen:



Aufgabe 2 Theorie **(6 Punkte)**

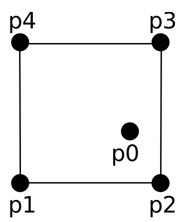
Geben Sie die Antworten auf die Theorieaufgaben in der Multiple-Choice-Datei `MC07.txt` an. Es ist immer genau eine Auswahlmöglichkeit richtig. Bitte keine anderen Anmerkungen in diese Datei schreiben und den Dateinamen nicht verändern.

a) (2 Punkte)
Gegeben sind 4 Voxel einer 2D Zelle (Position und Skalarwert):

$$p_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad p_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad p_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$s_1 = 0.3 \qquad s_2 = 1 \qquad s_3 = 1.44 \qquad s_4 = 0.16$$

Berechnen Sie den interpolierten Skalarwert für den Punkt $p_0 = \begin{pmatrix} 1.8 \\ 1.4 \end{pmatrix}$.



Antwortmöglichkeiten:

(a) $s_0 = 0.5$ (b) $s_0 = 1.44$ (c) $s_0 = 0.989$ (d) $s_0 = 0.787$

b) (1 Punkt)
Gegeben ist eine Transferfunktion $T(x) = x^2$. Wiederholen Sie die Berechnung aus der vorherigen Aufgabe unter Berücksichtigung von T. Bestimmen Sie das Ergebnis für die Vorgehensweise *Post-Classification*.

Antwortmöglichkeiten:

(a) $s_0 = 0.979$ (b) $s_0 = 0.686$ (c) $s_0 = 0.939$ (d) $s_0 = 0.787$

c) (1 Punkt)
Bestimmen Sie nun das Ergebnis für die Vorgehensweise *Pre-Classification*.

Antwortmöglichkeiten:

(a) $s_0 = 1.252$ (b) $s_0 = 1.85$ (c) $s_0 = 1.156$ (d) $s_0 = 0.884$

d) (2 Punkte)
Gegeben sind folgende Samples (Intensität c_i und Opazitätswerte α_i) entlang eines Sehstrahls: Berechnen Sie die finale Intensität und Opazität für den Sehstrahl mittels *Front-to-Back Compositing*:

$$C_{out} = C_{in} + (1 - \alpha_{in})C\alpha$$
$$\alpha_{out} = \alpha_{in} + (1 - \alpha_{in})\alpha$$

wobei $C_{in} = 0$ und $\alpha_{in} = 0$ initialisiert werden. Die Intensitäten C wurde noch nicht mit den Opazitäten α gewichtet, daher steht $C\alpha$ in der ersten Gleichung (dies kombiniert Folien 102 und 103 der Vorlesung).

Intensitäten entlang des Sehstrahls:

$c_1 = 0.8$	$c_2 = 0.1$	$c_3 = 0.4$
$\alpha_1 = 0.5$	$\alpha_2 = 0.4$	$\alpha_3 = 1$

Antwortmöglichkeiten:

(a) $C_{out} = 0.4$, $\alpha_{out} = 1$ (b) $C_{out} = 0.54$, $\alpha_{out} = 1$ (c) $C_{out} = 0.42$, $\alpha_{out} = 0.7$ (d) $C_{out} = 0.32$, $\alpha_{out} = 1$