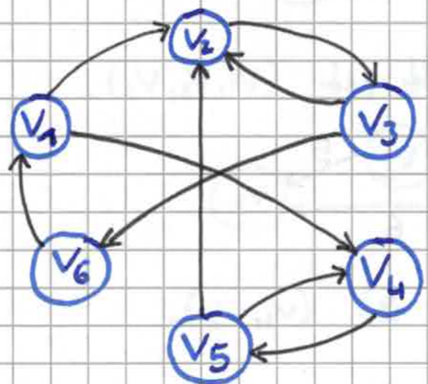
Übungsserie 4 - MMO

1.



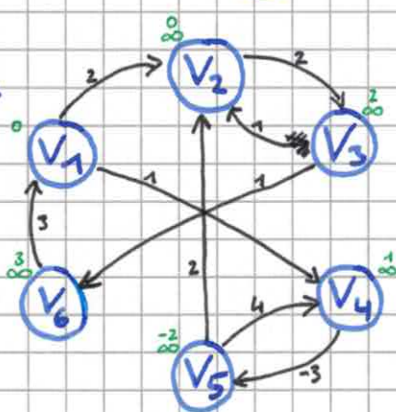
(i) (V_2, V_3, V_2)

(ii) (V_1, V_2, V_3)

(iii) (V_2, V_3, V_2)

(iv) $(V_1, V_2, V_3, V_6, V_1)$

2.



betrachtete Bögen

$V_1 V_4$
$V_4 V_5$
$V_5 V_2$
$V_2 V_3$
$V_3 V_6$

(Betrachtungen, die nichts verändern wurden ausgelassen)

⇒ minimale (V_1, V_6)-Kette: $(V_1, V_4, V_5, V_2, V_3, V_6)$ mit Gewicht 3.

3.

(ii) P ist kostenminimale, gerichtete (S,T)-Kette in G mit c.

⇔ Für alle gerichteten (S,T)-Ketten Q in G gilt:

$$\sum_{e \in Q} c(e) \geq \sum_{e \in P} c(e)$$

Für $\gamma \geq 0$ ist dies äquivalent zu:

$$\gamma \cdot \sum_{e \in Q} c(e) \geq \gamma \cdot \sum_{e \in P} c(e) \qquad (1)$$

$$(2)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{e \in Q} \gamma c(e) \geq \sum_{e \in P} \gamma c(e)$$

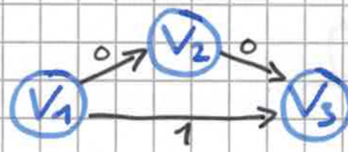
$$\Leftrightarrow \sum_{e \in Q} \bar{c}(e) \geq \sum_{e \in P} \bar{c}(e)$$

⇔ P ist kostenminimale, gerichtete (S,T)-Kette in G mit $\bar{c}$. □

~~(i) Der Beweis ist analog zu (ii), einzige Veränderung~~
~~statt Zeilen (1) und (2): ⇔~~

(i) Gegenbeispiel:

G mit c:

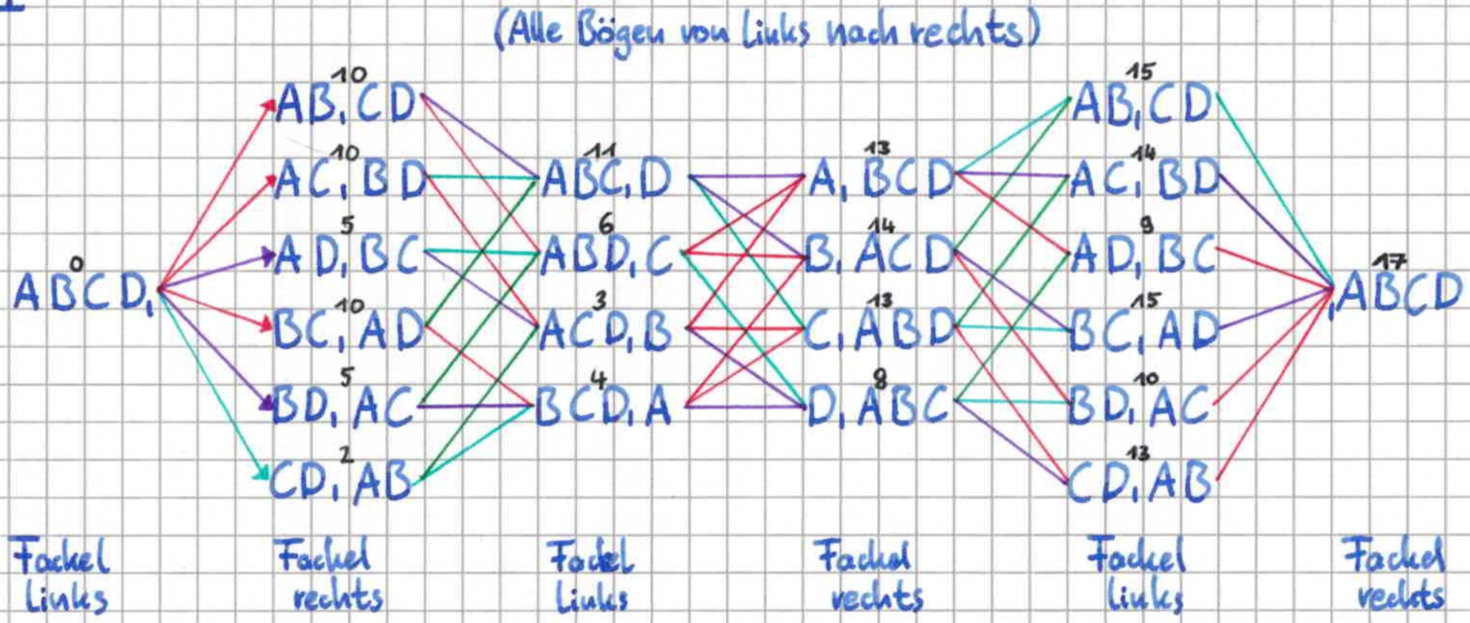


minimale (V_1, V_2)-Kette ist (V_1, V_2, V_3).

G mit $\overline{c}_{,\gamma=5}$:

minimale (V_1, V_2)-Kette ist (V_1, V_2). $\square$

4.



Modellierung:
Jeder Knoten repräsentiert einen Zustand, in dem die Personen links vom Komma noch nicht über die Brücke gekommen sind, die rechts vom Komma schon.
Jeder Bogen ist ein Brückenübergang. Die Kosten sind durch die Farben gekennzeichnet:

- 1
- 2
- 5
- 10

Gesucht: Kürzester Weg von (ABCD,) nach (,ABCD).
Da alle Bogengewichte positiv sind, kann Dijkstra angewandt werden.
Die Zahlen über den Knoten sind die Minimaldistanzen vom Startknoten aus.
Lösung: Der kostenminimale Weg hat Kosten von 17, also benötigen Alice, Bob, Charlie und Debbie mindestens 17 Minuten.