

Übungsserie 4

Ausgabe: 01.12.2022

Abgabe: 14.12.2022

Aufgabe 1. Ein Digraph $G = (V, E)$ sei gegeben durch

$$V = \{v_i \mid i = 1, \dots, 6\},$$
$$E = \{v_1v_2, v_1v_4, v_2v_3, v_3v_2, v_3v_6, v_4v_5, v_5v_2, v_5v_4, v_6v_1\}.$$

Zeichnen Sie G und geben sie je eine Kette an, die

- (i) kein Weg ist,
- (ii) ein Weg aber nicht geschlossen ist,
- (iii) geschlossen aber kein Kreis ist,
- (iv) ein Kreis ist.

Aufgabe 2. Zu dem Digraphen aus Aufgabe 1 seien nun folgende Gewichte auf den Bögen gegeben:

Bogen	v_1v_2	v_1v_4	v_2v_3	v_3v_2	v_3v_6	v_4v_5	v_5v_2	v_5v_4	v_6v_1
Gewicht	2	1	2	1	1	-3	2	4	3

Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von FORD eine kostenminimale gerichtete (v_1, v_6) -Kette.

Aufgabe 3. Gegeben sei ein Digraph $G = (V, E)$ mit einer Gewichtsfunktion $c: E \rightarrow \mathbb{R}$. Es seien $S, T \in V$ und P sei eine kostenminimale gerichtete (S, T) -Kette. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (i) P ist eine kostenminimale gerichtete (S, T) -Kette in G , falls c ersetzt wird durch \bar{c} mit $\bar{c}(\cdot) := c(\cdot) + \gamma$ für ein $\gamma \geq 0$.
- (ii) P ist eine kostenminimale gerichtete (S, T) -Kette in G , falls c ersetzt wird durch \bar{c} mit $\bar{c}(\cdot) := \gamma c(\cdot)$ für ein $\gamma \geq 0$.

Aufgabe 4. Die vier Wanderer Alice, Bob, Charlie und Debbie sind bei Nachteinbruch in ein Unwetter geraten. Um Schutz in der nächstgelegenen Hütte zu finden, müssen sie eine Brücke überqueren. Dazu benötigt Alice 1 Minute, Bob 2 Minuten, Charlie 5 Minuten und Debbie 10 Minuten. Da die Brücke sehr marode ist, können maximal zwei Personen gleichzeitig die Brücke überqueren. Aufgrund der Dunkelheit ist zur Sicherheit eine Fackel nötig, um über die Brücke zu gehen. Die Gruppe hat allerdings nur eine Fackel zur Verfügung, d.h. zwei Personen queren die Brücke in der Geschwindigkeit der langsameren Person. Wie lange brauchen Alice, Bob, Charlie und Debbie mindestens, um die Brücke zu überqueren?

(Hinweis: Modellieren Sie den Sachverhalt als ein Problem vom Typ (SP).)

Aufgabe 5. Sie haben die Möglichkeit beliebig zwischen den Währungen EUR, USD, CAD, GBP und CHF zu tauschen. Die Bank gibt Ihnen dafür folgende Tauschkurse an:

	EUR	USD	CAD	GBP	CHF
EUR		1.350	1.351	0.888	1.433
USD	0.741		1.004	0.657	1.061
CAD	0.732	0.995		0.650	1.049
GBP	1.126	1.521	1.538		1.614
CHF	0.698	0.943	0.953	0.620	

Sie können also beispielsweise 1 EUR in 1.351 CAD umtauschen. Ergibt sich durch dieses Angebot für Sie eine Arbitragemöglichkeit? Falls ja, geben Sie eine solche Tauschreihenfolge an. Sie dürfen Software zur Bearbeitung der Aufgabe benutzen.