

### 3 INTRODUCTION TO GRAPHICAL LINKAGE SYNTHESIS

#### 3.1 บทนำ

ในการออกแบบเครื่องจักรกล บางครั้งอาจต้องการสร้างกลไกหรืออุปกรณ์ที่มีการเคลื่อนที่เฉพาะแบบขึ้นมา เช่น อาจต้องการนำวัตถุจากตำแหน่ง A ไป B ในช่วงเวลาที่กำหนด หรืออาจต้องการสร้างแนวทางเคลื่อนที่ในอากาศเพื่อที่จะได้นำชิ้นส่วนหนึ่งไปประกอบเข้าด้วยกันกับชิ้นส่วนอื่นๆ เป็นต้น ปัญหาเหล่านี้แก้ได้โดยการสร้างกลไกให้มีการเคลื่อนที่ตามต้องการ ซึ่งก็คือ การสังเคราะห์ นั่นเอง การสังเคราะห์แบ่งออกได้ดังนี้

#### (ก) การสังเคราะห์เชิงรูปแบบ (Type Synthesis)

คือการเลือกกลไกที่เหมาะสมที่สุด (linkages?, gear trains?, หรือ cam mechanisms?) ที่สามารถทำงานตามที่กำหนดไว้ นั่นคือ กำหนดงานชนิดหนึ่งขึ้นมา แล้วหาชนิดของกลไกที่เหมาะสมที่สุดที่จะสามารถทำงานนี้ได้ รวมทั้งหาจำนวน ร.ข.ส จำนวนและชนิดของข้อต่อของกลไกเป็นต้น การเลือกชนิดของกลไกต้องมีประสิทธิภาพและความรอบรู้เกี่ยวกับกลไกชนิดต่างๆ รวมทั้งวิธีการผลิต เช่น ถ้าต้องการกลไกที่มีจุดๆหนึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงเพื่อติดตามการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนบนสายพานการผลิตพร้อมกับฉีดน้ำยาเคมีเคลือบชิ้นส่วนนั้นขณะผ่านจุดที่กำหนดไว้ กลไกที่จะทำงานนี้ในเชิงพาณิชย์ต้องไม่แพง ทำงานได้เร็วและแม่นยำ สามารถทำงานนี้ซ้ำๆได้ กลไกที่จะทำงานชนิดนี้ได้อาจเป็น

:- กลไกที่มีจุดๆหนึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง... กลไกชนิดนี้ทำงานได้เที่ยงตรง ซ้ำๆได้

แต่ จะมีขนาดใหญ่เกินไปและมีความเร่งมากไป

:- ลูกเบี้ยวและตัวตาม..... โดยทั่วๆไปจะแพง

:- air cylinder..... ไม่แพง แต่เสียงดังและไม่แม่นยำ

:- hydraulic cylinder..... ราคาแพง

:- หุ่นยนต์ ..... ราคาแพง

:- solenoid..... ถึงแม้ราคาจะถูก แต่มีแรงกระแทกและความเร็วสูง

กลไกที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ล้วนใช้งานตามที่กำหนดไว้ได้ทั้งสิ้น แต่อาจจะไม่ดีที่สุด การที่จะได้กลไกที่ดีที่สุด บางครั้งต้องทำการค้นคว้าและวิจัยเป็นต้น

#### (ข) การสังเคราะห์เชิงมิติ (Dimensional synthesis)

คือการหาสัดส่วน เช่น ความยาวของข้อต่อต่างๆ การกำหนดระยะของจุดหมุนที่อยู่กับที่ในกลไก เพื่อให้สามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการ ในการสังเคราะห์เชิงมิตินี้จะขึ้นอยู่กับได้ถ้ามีการเลือกชนิดของกลไก (เช่น slider-crank, 4-bar, cams, gear, five-bar หรือ six-bar linkages ต่างๆเป็นต้น) ที่เหมาะสมขึ้นมาแล้วจากวิธีสังเคราะห์เชิงรูปแบบ



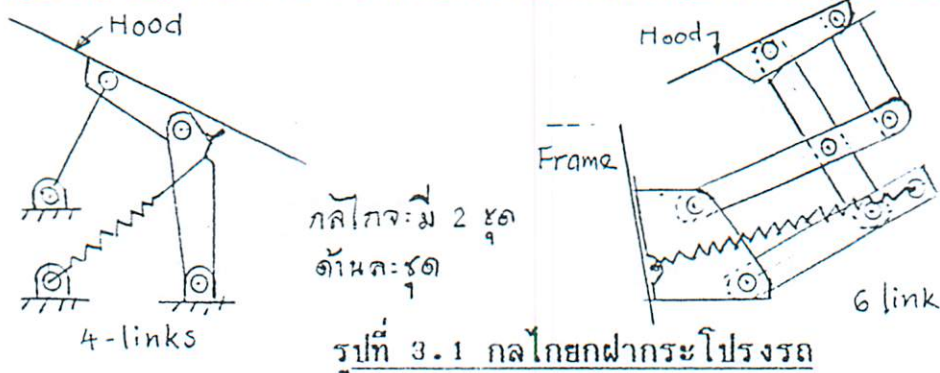
การสังเคราะห์ทางคิเนแมติกที่ทำงานตามปกติคือ การหา Function, Path, and Motion generation โดยที่

(a) Function generation คือการหาความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่หรือแรงของตัวส่งเข้า(inputs)กับตัวส่งออก(outputs)ของกลไก เช่น mechanical analog computer, cam follower เป็นต้น

(b) Path generation คือการควบคุมให้จุดหนึ่งในกลไกเคลื่อนที่ตามกำหนด เช่นให้จุดหนึ่งใน coupler ของกลไก 4-ข้อต่อเคลื่อนที่ตามกำหนด แต่จะไม่ควบคุมตำแหน่งของตัว coupler ถ้ามีการระบุเวลาให้จุดที่ลากเส้นมายังตำแหน่งที่กำหนดไว้ กรณีแบบนี้จะเป็น path generation with prescribed timing ซึ่งจะคล้ายกับ function generation ที่มีการกำหนด function เฉพาะของ output เอาไว้

(c) Motion generation คือการควบคุมเส้นหนึ่งในกลไกให้เคลื่อนที่ไปอยู่ในตำแหน่งต่างๆที่กำหนดไว้ตามลำดับติดต่อกัน ในที่นี้จะเน้นความสำคัญของการกำหนดตำแหน่งของข้อต่อที่มีเส้นนั้นอยู่ด้วย กรณีนี้คือปัญหาโดยทั่วไปมากกว่ากรณีของ path generation ทั้งนี้อาจถือว่า path generation เป็นส่วนย่อยของ motion generation ก็ได้ ตัวอย่างเช่น การควบคุม bucket ของรถ bulldozer ให้อยู่ในตำแหน่งต่อเนื่องตั้งแต่ขุด ตัก เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการแล้วจึงเทดินออก โดยหลักการแล้วคือการควบคุมการเคลื่อนที่ของเส้นที่ขีดไว้ข้าง bucket ให้เคลื่อนที่อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการนั่นเอง ซึ่งก็คือ motion generation

ในที่นี้จะเรียนเฉพาะกลไกที่มีการเคลื่อนที่อยู่ในระนาบที่ขนานกันเท่านั้น(plane motion) อย่างไรก็ตาม บางกรณีกลไกแบบ 3-มิติก็อาจจะได้จากกลไกแบบ 2-มิติมาต่อกัน เช่น แก้อัฒจะประกอบด้วยกลไกที่เหมือนกัน 2 ชุดอยู่ในระนาบ x-y ที่ขนานกันแล้วถูกต่อด้วยข้อต่อในแนวแกน z เข้าด้วยกัน หรือกลไกที่ใช้ยกฝากระโปรงรถดังรูปที่ 3.1 เป็นต้น



### 3.2 Dimension Synthesis

ดังได้กล่าวแล้ว dimension synthesis คือการหาสัดส่วนของข้อต่อต่างๆในกลไกให้สามารถเคลื่อนที่ได้ตามต้องการหลังจากขบวนการ type synthesis แล้ววิธีที่ง่ายและเร็วที่สุดคือวิธีเขียนรูป ซึ่งสามารถใช้ได้ดีถึงการกำหนดตำแหน่ง 3 ตำแหน่ง ถ้ามากกว่านี้ต้องใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ วิธีทาง graphical synthesis techniques



จะใช้วิธีต่างๆทางเรขาคณิต เช่น การแบ่งครึ่งเส้นตรง แบ่งครึ่งมุม การใช้เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก เป็นต้น อุปกรณ์ที่ใช้คือ วงเวียน ไม้โปรเทคเตอร์ ไม้บรรทัด เป็นต้น

### (1) Two position synthesis แบ่งออกเป็น

(a) Rocker output (pure rotation) เหมาะกับกรณีที่ต้องการกลไกแบบ Grashof crank-rocker และตามความจริงแล้วคือกรณีธรรมดาๆของ function generation ที่กำหนด output function เป็นตำแหน่งเชิงมุมของ rocker ที่ไม่ต่อเนื่องกันนั่นเอง

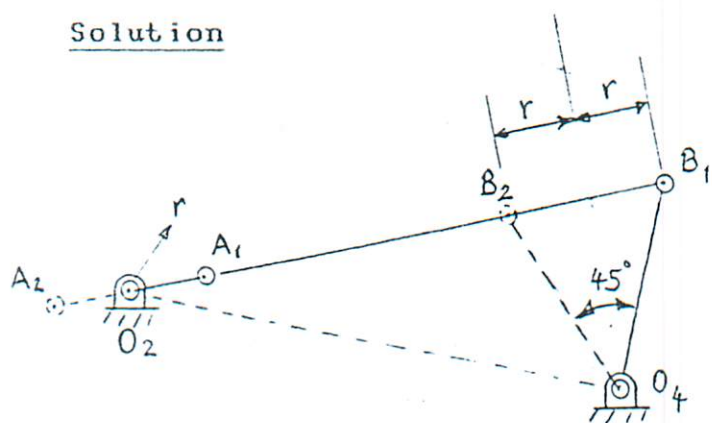
(b) Coupler output เป็นแบบที่ธรรมดาที่สุดของ motion generation ที่กำหนดเส้นตรงในระนาบหนึ่งไว้ 2 ตำแหน่งเป็น output นั่นเอง โดยทั่วไป การแก้ปัญหานี้จะได้กลไก 4-ข้อต่อแบบ แขนแกว่งคู่ (double rocker) อย่างไรก็ตามบางครั้งอาจจะเพิ่มข้อต่อ 2 ข้อเพื่อเป็นตัวขับทำให้ได้กลไก 6-ข้อต่อแบบ Watt โดยมีกลไกแบบ Grashof เป็น subchain ก็ได้

รายละเอียดทั้ง 2 กรณีจะเป็นดังนี้

(a-1) Function Generation Rocker output - 2 positions with angular displacement

Problem1: ให้ออกแบบกลไก 4-ข้อต่อแบบ Grashof crank-rocker ที่ให้แขนแกว่ง (rocker) หมุนไป  $45^\circ$  โดยใช้เวลาไปและกลับเท่าๆกันขณะที่มอเตอร์หมุนด้วยความเร็วคงที่

Solution



- (1) เขียน output link  $O_4B$  ที่ตำแหน่งขีดจำกัดทั้ง 2 แห่งคือ  $O_4B_1$  กับ  $O_4B_2$  ณ ตำแหน่งที่เหมาะสม โดยทำมุม  $45^\circ$  ตามที่โจทย์กำหนด
- (2) ลากเส้นตรง  $B_1B_2$  และต่อยาวออกไปในทิศทางใดก็ได้ (ในที่นี้ได้ต่อยาวไปทางซ้าย)
- (3) กำหนดให้จุดหนึ่งบนเส้น  $B_1B_2$

รูปที่ 3.2 การสร้างกลไกข้อเหวี่ยง-แขนแกว่ง ที่ต่อออกไปเป็นจุด  $O_2$

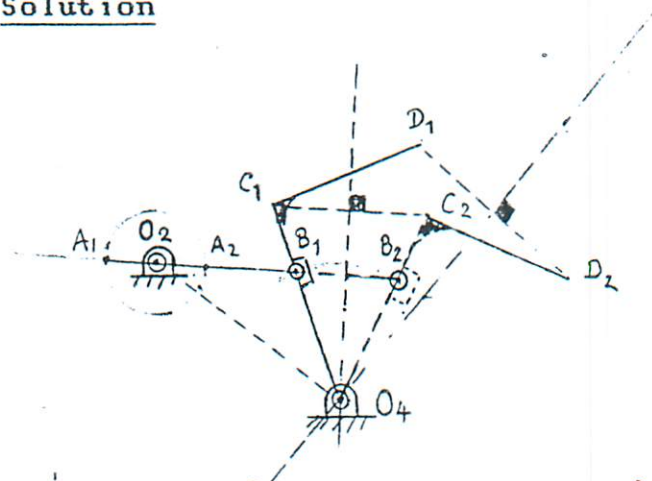
- (4) แบ่งครึ่ง  $B_1B_2$  แล้วใช้ระยะที่แบ่งครึ่งนี้เป็นรัศมีเขียนวงกลมที่จุด  $O_2$
  - (5) วงกลมที่เขียนขึ้นมาจะตัดเส้นต่อออกไปของ  $B_1B_2$  ที่จุด  $A_1$  และ  $A_2$  ดังรูปที่ 3.2
  - (6) วัดความยาวของ coupler  $A_1B_1 = A_2B_2 = 6.1$  cm วัดความยาว  $O_2O_4 = 6.5$  cm ความยาวของข้อเหวี่ยง 2 =  $O_2A = 1$  cm และความยาว rocker 4 =  $O_4B = 2.6$  cm
- check: เพราะว่า  $s = O_2A = 1$  cm,  $l = O_2O_4 = 6.5$  cm,  $p = AB = 6.1$  cm และ  $q = O_4B = 2.6$  cm ดังนั้น  $s + l = 7.5 < p + q = 8.7$  และข้อต่อสั้นที่สุดเป็น side link ดังนั้นเป็นกลไก crank-rocker จริง ถ้าไม่ได้กลไกตามกำหนด ต้องเริ่มใหม่ตั้งแต่ข้อ 3-5 จนกว่าจะได้กลไกตามต้องการ

**ข้อสังเกต** การสังเคราะห์จะเริ่มจากการเขียนตำแหน่งที่เป็นขีดจำกัดของ output ตามกำหนด จากนั้นเลือกจุด  $O_2$  โดยการเดาสุ่ม ถ้าไม่ได้กลไกตามต้องการ ต้องทำซ้ำใหม่โดยเปลี่ยนจุด  $O_2$  ขึ้นมา แล้วลองอีกจนกว่าจะได้กลไกตามต้องการเป็นต้น

**(a-2) Motion Generation** Rocker output - 2 positions with complex displacement.

**Problem 2:** ให้ออกแบบกลไก 4-ข้อต่อที่จะเลื่อนข้อต่อ CD จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยังตำแหน่ง  $C_2D_2$

**Solution**



- (1) เขียนตำแหน่งของ CD ทั้ง 2 ตำแหน่งตามใจตน
- (2) ลากเส้น  $C_1C_2$  และ  $D_1D_2$
- (3) แบ่งครึ่งและลากเส้นตั้งฉากกับ  $C_1C_2$  และ  $D_1D_2$  แล้วต่อไปตัดกันที่จุด  $O_4$  เรียกจุดนี้ว่า rotapole
- (4) ใช้  $O_4$  เป็นจุดศูนย์กลาง เขียนส่วนโค้งรัศมีพอเหมาะไปตัดเส้น

รูปที่ 3.3 การสร้าง Rocker output 2 ตำแหน่ง  $O_4C_1$  กับเส้น  $O_4C_2$  ที่จุด  $B_1, B_2$

- (5) ทำตามขั้นตอนที่ 2-5 ของตัวอย่างที่ 1 จนกว่าจะได้กลไกตามกำหนด
- (6) สร้างกลไกที่ได้ด้วยกระดาษแข็งเพื่อทดสอบการเคลื่อนที่

**Check** จากการวัดได้ Crank  $O_2A = 0.6 \text{ cm} = s$ ,  $O_2O_4 = l = 2.9 \text{ cm}$ ,

$$AB_1 = p = 2.4 \text{ และ } q = O_4B_1 = 1.7 \text{ cm}$$

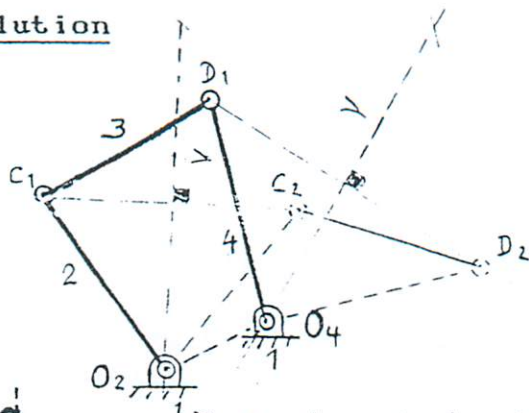
$$s + l = 3.5 < p + q = 4.1 \text{ และ } s \text{ เป็นข้อต่อด้านข้าง}$$

ดังนั้น เป็นกลไก crank-rocker

**(b-1) Motion generation** Coupler output-2 positions with Complex Displacement

**Problem 3** ให้ออกแบบกลไก 4-ข้อต่อที่จะเลื่อนข้อต่อ CD จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยังตำแหน่ง  $C_2D_2$  โดยทั้งจุด C กับ D ต่างก็เป็นจุดหมุนที่เคลื่อนที่ได้

**Solution**



- (1) เขียนข้อต่อ CD ทั้ง 2 ตำแหน่งคือ  $C_1D_1$  กับ  $C_2D_2$  ตามใจตนกำหนด
- (2) ลากเส้น  $C_1C_2$  กับ  $D_1D_2$
- (3) แบ่งครึ่งและลากเส้นตั้งฉากกับเส้น  $C_1C_2$  กับ  $D_1D_2$  แล้วต่อยาวออกไปในทิศทางที่สะดวก ในกรณีนี้ไม่ใช่ rotapole
- (4) เลือกจุดใดจุดบนเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ

รูปที่ 3.4 การสร้าง Coupler output 2 ตำแหน่ง



$C_1C_2$  กับ  $D_1D_2$  ให้เป็นจุดหมุนที่อยู่กับที่  $O_2$  และ  $O_4$  ตามลำดับ

(5) ลากเส้น  $O_2C_1$  กับ  $O_4D_1$  ซึ่งเป็นข้อต่อ 2 กับ 4 ส่วน  $C_1D_1$  คือข้อต่อ 3 และ  $O_2O_4$  เป็นข้อต่อ 1

(6) ถ้าไม่ได้กลไกตามต้องการ ให้เริ่มใหม่โดยเลือกจุด  $O_2$  กับ  $O_4$  ใหม่จนกว่าจะได้กลไกตามต้องการ

(7) สร้างกลไกที่ได้จากกระดาษแข็งเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้และมุมส่งทอด

Check:  $s = O_2O_4 = 1.5$ ,  $q = O_2C_1 = 2.8$ ,  $p = C_1D_1 = 2.5$  และ

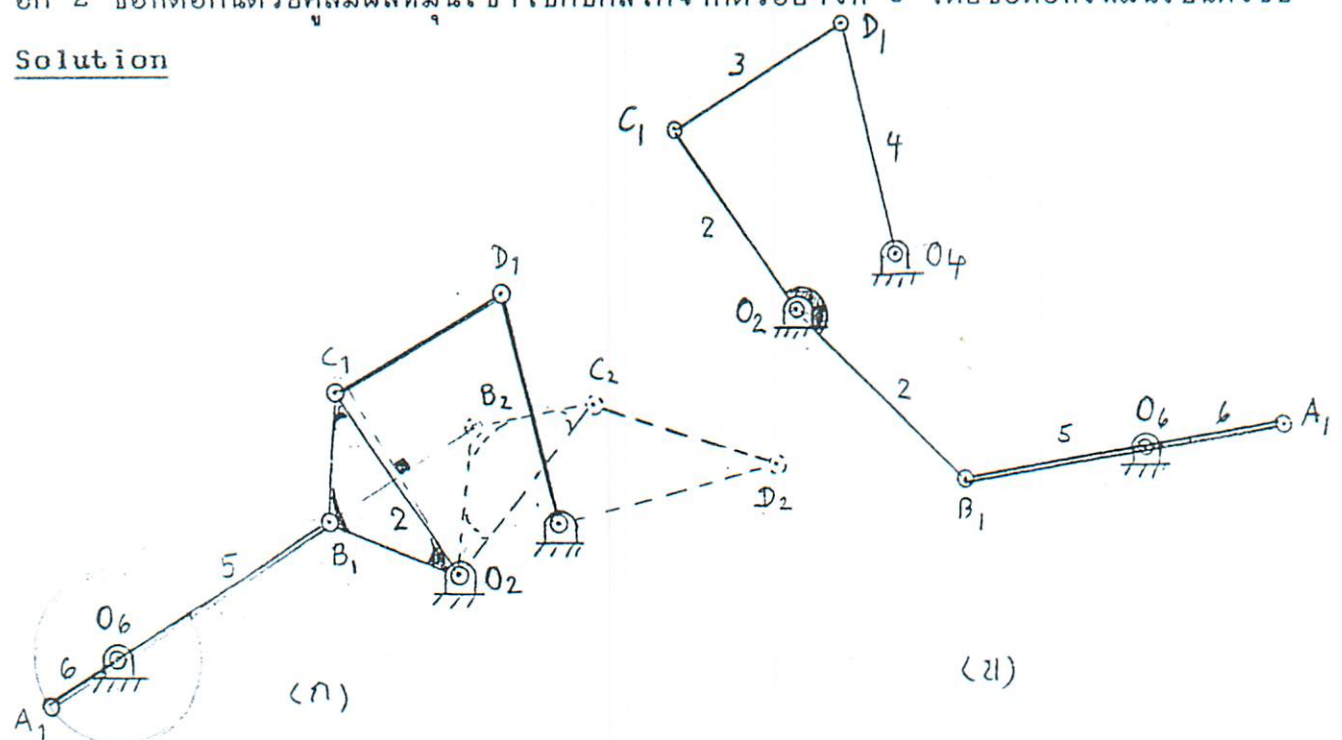
$l = O_4D_1 = 3$  หน่วยความยาวทั้งหมดเป็น cm.

$s + l = 4.5 < p + q = 5.3$  และข้อต่อที่สั้นที่สุดเป็นแท่นเครื่อง

ดังนั้นกลไกเป็นแบบ Double-crank

Problem 4 ให้ออกแบบกลไกที่จะเลื่อนข้อต่อ CD จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยังตำแหน่ง  $C_2D_2$  โดยให้จุด C กับ D เป็นจุดหมุนที่เคลื่อนที่ด้วยกลไก 6 ข้อต่อจากการเพิ่มข้อต่ออีก 2 ข้อที่ต่อกันด้วยคู่ลิ่มผลหมุนเข้าไปกับกลไกจากตัวอย่างที่ 3 โดยข้อต่อที่เพิ่มนี้เป็นตัวขับ

Solution



รูปที่ 3.5 การสร้าง Coupler output 2 ตำแหน่งด้วยกลไก 6 ข้อต่อ

จากตัวอย่างที่ 3  $O_2C_1$  กับ  $O_2C_2$  คือตำแหน่งที่ 1 และ 2 ของข้อต่อ 2 ตามลำดับ

(1) เลือกจุดที่สะดวกบนข้อต่อ 2 ขณะอยู่ที่ตำแหน่ง 1 และ 2 ให้ชื่อเป็น  $B_1$  และ  $B_2$  ตามลำดับ จุด B ที่เลือกนี้ไม่จำเป็นต้องอยู่บนเส้น  $O_2C_1$  หรือ  $O_2C_2$

(2) แบ่งครึ่ง  $B_1B_2$  แล้วใช้จุดๆหนึ่งบนเส้น  $B_1B_2$  ที่ต่อออกไปเป็นจุดศูนย์กลางเขียนวงกลมรัศมีเท่ากับ  $B_1B_2/2$  เหมือนกับวิธีในตัวอย่างที่ 1

กลไก  $O_6A_1B_1O_2$  จะเป็นกลไก Grashof crank-rocker รูปที่ 3.5 ข จะเป็นอีกรูปแบบหนึ่งของกลไก 6-ข้อต่อนี้

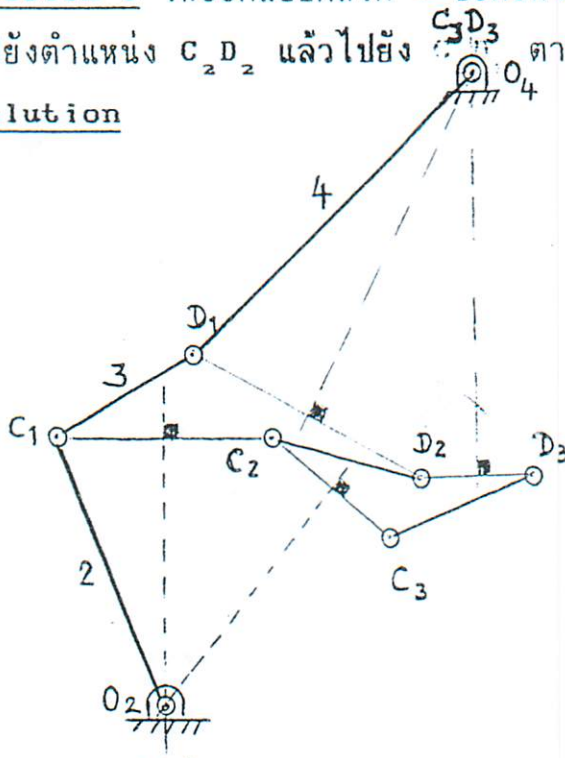
### (II) Three position synthesis with specified moving pivots

ในกรณีนี้จะเป็นการสร้างกลไกกราชอฟ 4-ข้อต่อโดยให้ coupler เคลื่อนที่ไปอยู่ในตำแหน่งที่กำหนดไว้ 3 ตำแหน่ง ซึ่งจัดเป็นแบบ motion generation การสร้างจะใช้การขยายวิธีที่ใช้กับ 2-ตำแหน่งในตัวอย่างที่ 3 บางครั้งอาจจะเพิ่มข้อต่ออีก 2 ข้อที่ต่อกันด้วยคูลัมผัสหมุนเพื่อใช้ควบคุมและจำกัดการเคลื่อนที่ให้อยู่ในตำแหน่งที่กำหนดไว้

(b-1) Motion generation Coupler output- 3 positions with complex Displacement.

Problem 5 ให้ออกแบบกลไก 4-ข้อต่อที่จะเลื่อนข้อต่อ CD ให้เคลื่อนที่จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยังตำแหน่ง  $C_2D_2$  แล้วไปยัง  $C_3D_3$  ตามที่กำหนดไว้ C กับ D เป็นจุดหมุนที่เคลื่อนที่

Solution



รูปที่ 3.6 การสร้าง Coupler output 3 ตำแหน่งด้วยกลไก 4-ข้อต่อ

- (1) เขียนข้อต่อ CD ที่ตำแหน่งกำหนดไว้ทั้ง 3 ตำแหน่งคือ  $C_1D_1$ ,  $C_2D_2$  และ  $C_3D_3$
- (2) ลากเส้นเชื่อมจุด  $C_1C_2$  และ  $C_2C_3$
- (3) ลากเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ  $C_1C_2$  และ  $C_2C_3$  แล้วต่อให้ไปตัดกันที่จุด  $O_2$
- (4) ทำขั้นตอนที่ 2 และ 3 กับจุด  $D_1D_2$  และ  $D_2D_3$  จะได้จุด  $O_4$
- (5) ลากเส้น  $O_2C_1$  และ  $O_4D_1$  เพื่อเป็นข้อต่อ 2 และ 4 ตามลำดับ  
ส่วน  $C_1D_1$  คือข้อต่อ 3 และ  $O_2O_4$  คือข้อต่อ 1
- (6) ตรวจสอบว่ากลไกที่ได้เป็นกลไกแบบใดของ กราชอฟ แล้วสร้างกลไกที่ได้ด้วยกระดาษแข็งเพื่อดูความราบเรียบของการเคลื่อนที่และตำแหน่งจุดตาย
- (7) เพิ่มข้อต่ออีก 2 ข้อที่ต่อกันด้วยคูลัมผัสหมุนเพื่อเป็นตัวขับเคลื่อนตามตัวอย่างที่ 4

### (III) Three position synthesis with Alternate Moving Pivots

ปัญหาที่อาจจะเกิดขึ้นคือ ตำแหน่ง  $O_2$  และ  $O_4$  อยู่ในตำแหน่งที่ไม่สามารถใส่ที่วางที่มีอยู่ หรือไม่เหมาะสม เช่น ในการออกแบบเครื่องปั้มน้ำฝนกระจกหน้ารถ จุด  $O_2, O_4$



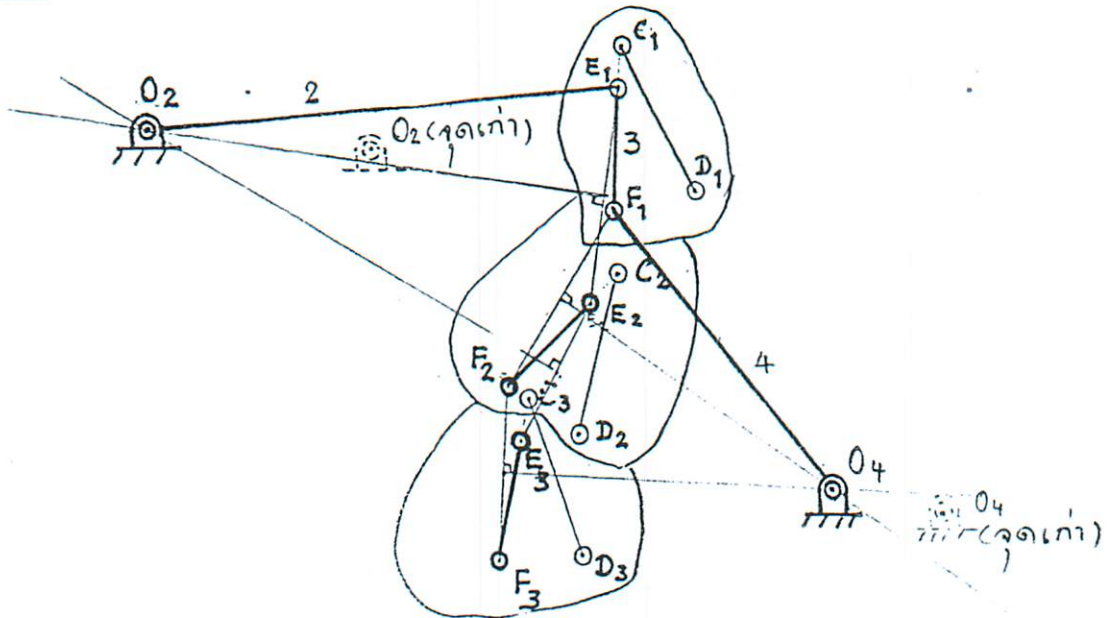
อาจจะอยู่ที่ตรงกลางกระบอก ดังนั้นต้องหาจุดใหม่

ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงวิธีที่จะได้รูปแบบกลไกที่แตกต่างจากกลไกที่ได้จากตัวอย่างที่ 5

(b-1) Motion generation Coupler output-3 positions with complex displacement-Alternate attachment points for moving pivots

Problem 6 ให้ออกแบบกลไก 4-ข้อต่อที่จะเลื่อนข้อต่อ CD จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยัง  $C_2D_2$  แล้วไปยังตำแหน่ง  $C_3D_3$  ให้ใช้จุดหมุนเคลื่อนที่ที่ต่างไปจาก CD

Solution



รูปที่ 3.7 การสร้าง Coupler output 3-ตำแหน่งโดยใช้จุดหมุนเคลื่อนที่ที่แตกต่างจากเดิม

- (1) เขียนข้อต่อ CD ที่ตำแหน่งกำหนดไว้ 3 ตำแหน่งคือ  $C_1D_1$ ,  $C_2D_2$  และ  $C_3D_3$
- (2) กำหนดจุด  $E_1$  และ  $F_1$  ขึ้นมาใหม่ให้มีระยะที่แน่นอนกับ  $C_1D_1$  ภายในข้อต่อเดียวกัน จากนั้นใช้  $E_1F_1$  ที่ได้ระบุตำแหน่งทั้งสาม  
เทียบ
- (3) ลากเส้น  $E_1E_2$  และ  $E_2E_3$
- (4) แบ่งครึ่งและลากเส้นตั้งฉากกับ  $E_1E_2$  และ  $E_2E_3$  แล้วต่อไปตัดกันที่จุด  $O_2$
- (5) ทำขั้นตอนที่ 3 กับ 4 กับเส้น  $F_1F_2$  และ  $F_2F_3$  จะได้จุด  $O_4$
- (6) ลากเส้น  $O_2E_1$  เป็นข้อต่อ 2 และลากเส้น  $O_4F_1$  เป็นข้อต่อ 4  
เส้น  $E_1F_1$  คือข้อต่อ 3 และ  $O_2O_4$  คือข้อต่อ 1
- (7) ตรวจสอบว่าเป็นกลไกกราชอฟชนิดใด
- (8) สร้างกลไกจากกระดาษแข็งเพื่อตรวจสอบการเคลื่อนที่ จุดตาย เป็นต้น ถ้ายังไม่ได้กลไกตามต้องการ ต้องเปลี่ยนจุด E และ F ใหม่แล้วเริ่มขั้นตอน 3-8 อีกจนกว่าจะได้กลไกที่ต้องการ

ข้อสังเกต การเปลี่ยนเส้นจาก CD เป็น EF จะมีผลให้จุด  $O_2$  และ  $O_4$  เปลี่ยนไปด้วย ดังนั้นอาจจะได้ตำแหน่งที่ต้องการก็ได้

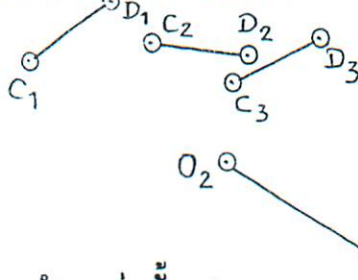
#### (IV) Three position synthesis with Specified Fixed Pivots

บางครั้งเนื่องจากเนื้อที่จำกัด จึงจำเป็นต้องกำหนดจุด  $O_2$  และ  $O_4$  พร้อมกับตำแหน่งทั้ง 3 ของข้อต่อที่เคลื่อนที่ก่อน จากนั้นจึงทำการสังเคราะห์หาตำแหน่งของจุดเพิ่ม E กับ F บนข้อต่อที่เคลื่อนที่ที่เข้ากับข้อจำกัดตามจริง ปัญหานี้สามารถแก้ได้โดยใช้หลักการของการกลับเปลี่ยน (inversion) ตัวอย่างที่ 5 กับ 6 แสดงวิธีการหาจุด  $O_2$  กับ  $O_4$  เมื่อกำหนดตำแหน่งทั้ง 3 มาให้ การกลับเปลี่ยนที่จะใช้เป็นการกำหนดจุด  $O_2$  กับ  $O_4$  ไว้ก่อนแล้วจึงหาตำแหน่งของจุดหมุนที่เคลื่อนที่ตามต้องการ ขั้นตอนที่ 1 คือตำแหน่งใหม่ทั้ง 3 ของจุด  $O_2$  กับ  $O_4$  ที่สอดคล้องกับตำแหน่งที่ต้องการทั้ง 3 ของ coupler โดยวิธีการ Inverting the linkage ดังต่อไปนี้

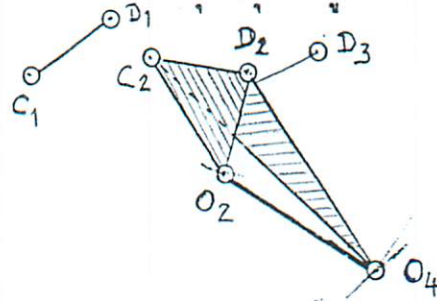
#### Three-Position Synthesis With Specified Fixed Pivots-Inverting the Three-Position Motion Synthesis Problem

Problem 7 สลับเปลี่ยนกลไก 4-ข้อต่อที่เลื่อนข้อต่อ CD จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยัง  $C_2D_2$  แล้วไปยังตำแหน่ง  $C_3D_3$  โดยใช้จุด fixed pivots  $O_2$  และ  $O_4$  ที่กำหนดไว้

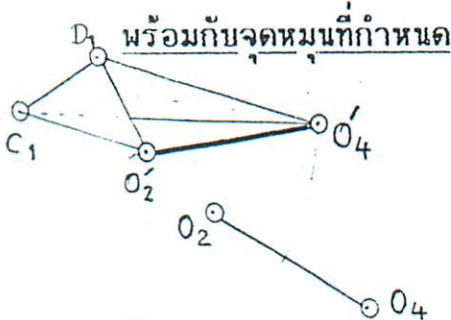
Solution ขั้นแรก หา inverted positions ของจุดหมุนที่อยู่กับที่ที่สอดคล้องกับตำแหน่งทั้ง 3 ของ coupler ที่กำหนดไว้



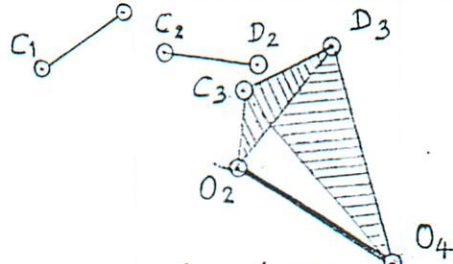
(a) ตำแหน่งทั้ง 3 ของ coupler ในตอนแรก



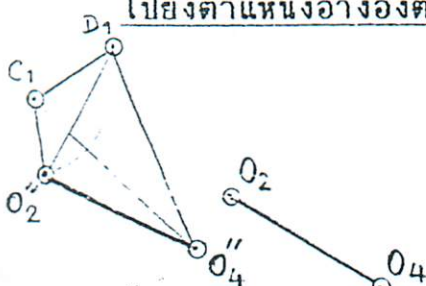
(b) ตำแหน่งของ ground plane เทียบกับตำแหน่งที่ 2 ของ CD



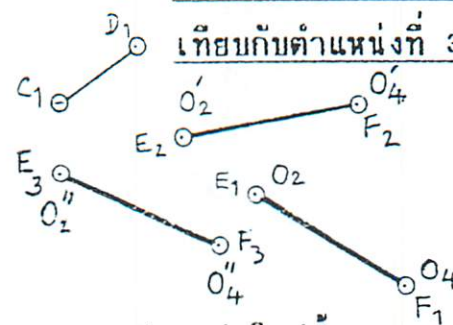
(c) ย้าย ground plane ตำแหน่งที่ 2 ไปยังตำแหน่งอ้างอิงตำแหน่งที่ 1



(d) ตำแหน่งของ ground plane เทียบกับตำแหน่งที่ 3 ของ CD



(e) ย้าย ground plane ตำแหน่งที่ 3 ไปยังตำแหน่งอ้างอิงตำแหน่งที่ 1



(f) ตำแหน่งใหม่ทั้ง 3 ของ ground plane ที่สอดคล้องกับตำแหน่งของ coupler ตอนแรก



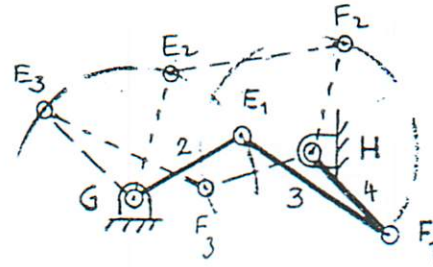
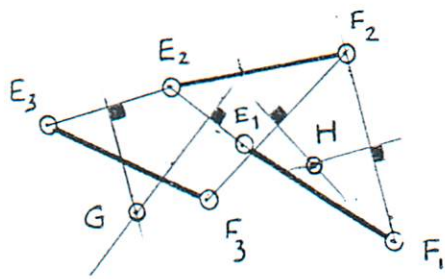
- (1) เขียน CD ทั้ง 3 ตำแหน่งตามกำหนดในระนาบ  $C_1D_1$ ,  $C_2D_2$  และ  $C_3D_3$  ดังรูปที่ 3.8a
  - (2) เขียน ground link  $O_2O_4$  ในตำแหน่งที่ต้องการในระนาบเทียบกับตำแหน่งแรกของ coupler  $C_1D_1$  ดังรูปที่ 3.8a
  - (3) ใช้จุด  $C_2$  และ  $D_2$  เขียนส่วนโค้งที่จุด  $O_2$  โดยมีรัศมีเป็นด้านทั้งสองของ  $\triangle C_2O_2D_2$  ในทำนองเดียวกันก็ใช้จุด  $C_3$  และ  $D_3$  เขียนส่วนโค้งที่จุด  $O_4$  โดยมีรัศมีเป็นด้านทั้งสองของ  $\triangle C_3O_4D_3$  ดังรูปที่ 3.8b นี่คือการสร้างความสัมพันธ์ของจุดหมุนกับที่  $O_2$  กับเส้น coupler  $C_2D_2$  ของตำแหน่งที่ 2
  - (4) ย้ายความสัมพันธ์ที่ได้สร้างขึ้นมาไปยังตำแหน่งแรกของ coupler  $C_1D_1$  เพื่อว่า ตำแหน่งของ ground plane  $O'_2O'_4$  มีความสัมพันธ์กับ  $C_1D_1$  เช่นเดียวกันกับที่  $O_2O_4$  มีความสัมพันธ์กับตำแหน่งที่สองของ coupler  $C_2D_2$  การทำเช่นนี้เท่ากับการย้าย ground plane จาก  $O_2O_4$  ไปยัง  $O'_2O'_4$  แทนการเคลื่อนที่ของ coupler จาก  $C_1D_1$  ไปยัง  $C_2D_2$  นี่คือการ inverted ปัญหาตัวเอง
  - (5) ทำวิธีเดียวกันนี้กับตำแหน่งที่ 3 ของ coupler  $C_3D_3$  ดังรูป 3.8d แล้วย้ายความสัมพันธ์นี้ไปยังตำแหน่งแรกของ coupler  $C_1D_1$  ดังรูป 3.8e
  - (6) ตำแหน่งใหม่ทั้ง 3 ของ ground plane ที่สอดคล้องกับตำแหน่งของ coupler ทั้งสามตำแหน่งตามกำหนดคือ  $O_2O_4$ ,  $O'_2O'_4$  และ  $O''_2O''_4$  ให้ชื่อเส้นทั้งสามนี้เป็น  $E_1F_1$ ,  $E_2F_2$ , และ  $E_3F_3$  ดังรูปที่ 3.8f ตำแหน่งใหม่ทั้ง 3 ตำแหน่งนี้สอดคล้องกับของ coupler ในรูปที่ 3.8a เส้นดั้งเดิมทั้งสามเส้นคือ  $C_1D_1$ ,  $C_2D_2$  และ  $C_3D_3$  จะไม่ถูกใช้ในการสังเคราะห์อีกต่อไป
- ขั้นตอนต่อไปคือการใช้เส้น  $E_1F_1$ ,  $E_2F_2$  และ  $E_3F_3$  เพื่อหาจุด G และ H ที่เป็น จุดหมุนเคลื่อนที่ (moving pivot) บนข้อต่อ 3 ของกลไกที่มีจุดหมุนกับที่  $O_2, O_4$  ที่สามารถเลื่อนให้ได้ตำแหน่งของ coupler ตามกำหนด

#### Finding the Moving Pivots for Three Positions and Specified Fixed Pivots

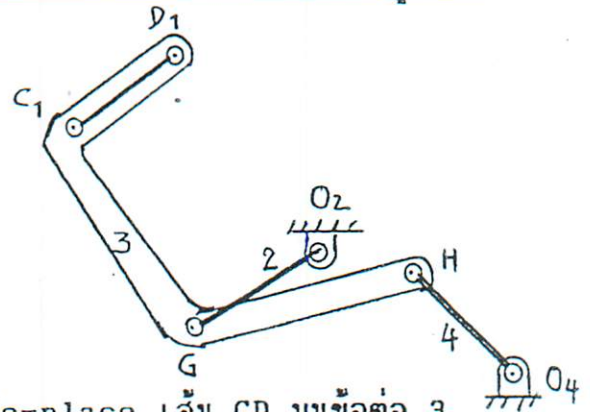
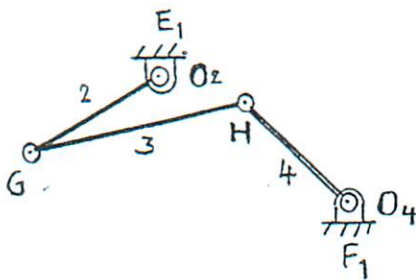
**Problem 8** ให้ออกแบบกลไก 4-ข้อต่อที่จะเลื่อนข้อต่อ CD จากตำแหน่ง  $C_1D_1$  ไปยัง  $C_2D_2$  แล้วไปตำแหน่ง  $C_3D_3$  โดยใช้จุดหมุนที่อยู่กับที่  $O_2O_4$  ที่กำหนดไว้ หาตำแหน่งของจุดหมุนที่เคลื่อนที่บน coupler โดย inversion

**Solution** ใช้ตำแหน่งของ inverted ground link ที่หาจากตัวอย่างที่ 7 คือ  $E_1F_1$ ,  $E_2F_2$  และ  $E_3F_3$  แล้วหาจุดหมุนกับที่สำหรับการเคลื่อนที่นี้ จากนั้น reinvert กลไกที่ได้เพื่อให้ได้จุดหมุนเคลื่อนที่สำหรับ coupler ทั้งสามตำแหน่งที่กำหนดไว้โดยใช้จุดหมุนกับที่  $O_2$  และ  $O_4$  ที่กำหนด

- (1) จากตำแหน่ง invert ทั้ง 3 ของรูปที่ 3.8f และเขียนใหม่ดังรูปที่ 3.9a โดยมีเส้น  $E_1F_1$ ,  $E_2F_2$  และ  $E_3F_3$  เป็นตำแหน่งทั้ง 3 ของ invert link ที่จะถูกเลื่อน

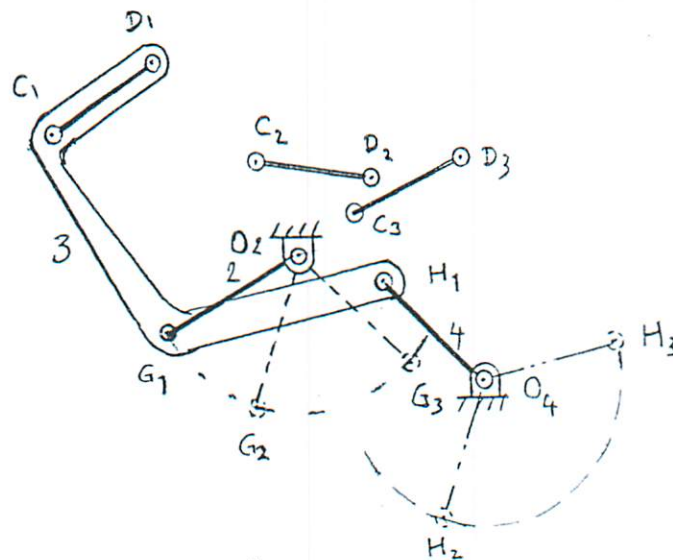


(a) สร้างหาจุด rotapoles G และ H (b) กลไกที่ต้องการจากการสลับเปลี่ยนที่ถูกต้อง



(c) Reinvert เพื่อให้ได้ผลที่ต้องการ

(d) Re-place เส้น CD บนข้อต่อ 3



รูปที่ 3.9

(e) กลไกที่ต้องการพร้อมกับตำแหน่งทั้ง 3 ของ coupler (link 4 diving CCW)

(2) ลากเส้นจาก  $E_1$  ไป  $E_2$  และจาก  $E_2$  ไป  $E_3$

(3) แบ่งครึ่งและลากเส้นตั้งฉากกับ  $E_1E_2$  และ  $E_2E_3$  แล้วต่อไปตัดกันที่จุด G

(4) ทำข้อ 2 และ 3 ซ้ำกับเส้น  $F_1F_2$  และ  $F_2F_3$  ได้จุด H

(5) ลากเส้น  $GE_1$  ให้เป็นข้อต่อ 2 และเส้น  $HF_1$  เป็นข้อต่อ 4 ดังรูปที่ 3.9b

(6) กลไกที่ได้มี  $E_1F_1$  เป็น coupler 3 ส่วนเส้น  $GH$  คือ ground link 1

(7) reinvert กลไกกลับไปยังรูปแบบแรกโดยเส้น ground link จริงคือ  $E_1F_1$  ให้ชื่อใหม่เป็น  $O_2O_4$  ส่วน  $GH$  ก็กลับเป็น coupler ดังรูปที่ 3.9c

(8) รูปที่ 3.9d แสดงตำแหน่งเริ่มแรกของเส้น  $C_1D_1$  ในตำแหน่งที่สัมพันธ์กับเส้น  $O_2O_4$  และก่อให้เกิดระนาบของ coupler กับรูปทรงของข้อต่อ 3 ที่น้อยที่สุด

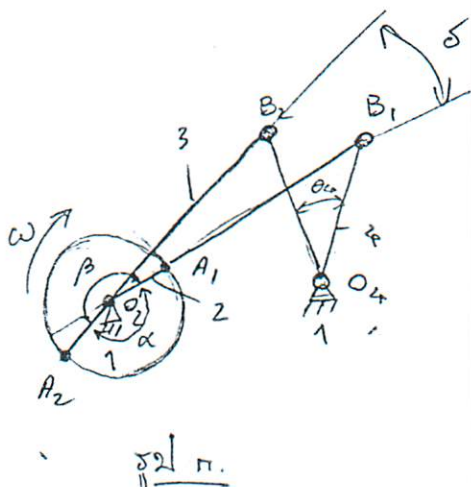


- 9) การเคลื่อนที่เชิงมุมที่จะทำให้เส้น CD เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ 2 และ 3 ดังแสดงในรูปที่ 3.9e จะเหมือนกับกลไกที่ได้จากการ inversion ที่ระบุในรูปที่ 3.9b ซึ่งมีมุม  $F_1HF_2$  และ  $F_2HF_3$  เหมือนกับมุม  $H_1O_4H_2$  และ  $H_2O_4H_3$  ในรูปที่ 3.9e ตามลำดับ การเคลื่อนที่เชิงมุมของข้อต่อ 2 ในรูปที่ 3.9b กับ 3.9e จะคงความสัมพันธ์ระหว่างกันไว้ตลอดเวลา การเคลื่อนที่ของข้อต่อ 2 กับ 4 จะเหมือนกันทั้งสองรูป
- (10) ตรวจเงื่อนไขของ Grashof ว่าเป็นชนิดไหน (เป็นไปได้ทุกชนิด) สำหรับตัวอย่างนี้จะ เป็นแบบ non-Grashof linkage
- (11) สร้างกลไกจำลองด้วยกระดาษแข็งเพื่อตรวจสอบการทำงานว่าสามารถเคลื่อนที่จากตำแหน่งแรกถึงตำแหน่งสุดท้ายโดยไม่เกิดจุดตาย สำหรับกรณีนี้ ข้อต่อ 3 และ 4 จะเกิดจุดตายในช่วงการเคลื่อนที่จากจุด  $H_1$  ไปยัง  $H_2$  นั่นคือกลไกนี้จะใช้ข้อต่อ 2 เป็นตัวขับไม่ได้เพราะจะเกิดจุดตาย ต้องให้ข้อต่อ 4 เป็นตัวขับเท่านั้น

#### Position Synthesis for More Than Three Positions

จะเห็นได้ชัดว่า ยิ่งเพิ่มข้อบังคับในการสังเคราะห์มากขึ้น การแก้ปัญหาจะยิ่งยากขึ้น โดยเฉพาะการเพิ่มตำแหน่งที่มากกว่าสามตำแหน่ง การแก้ปัญหาจะต้องใช้ คอมพิวเตอร์ เท่านั้น

# Fourbar Quick-Return



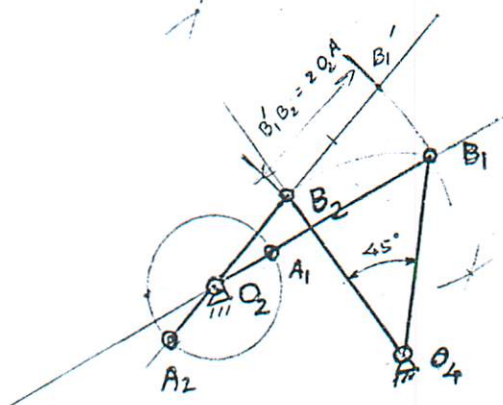
ในรูป กลไก 4 บาร์ แบบ รีตอร์น ที่สั้น เป็นกลไก ที่รับค่า กลไก รีตอร์น กลับเร็ว

Time ratio  $TR = \frac{\alpha}{\beta}$

และ  $\alpha + \beta = 360^\circ$

และจากนั้นจะ  $\delta = |180^\circ - \alpha| = |180^\circ - \beta|$

Example 9 กำหนดกลไก รีตอร์น ให้  $TR = 1 : 1.25$  และมุมที่แบบ รีตอร์น  $45^\circ$



- 1) กำหนดตำแหน่งของจุด A และ B ตามที่โจทย์ให้มา
- 2) กำหนดมุม  $\alpha, \beta$  และ  $\delta$  จากสมการข้างบน
 
$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{1.25} \Rightarrow 1.25\alpha = \beta$$

$$\alpha + 1.25\alpha = 360^\circ$$

$$\alpha = 160^\circ \Rightarrow \beta = 200^\circ$$

และ  $\delta = 20^\circ$
- 3) จุด B1 และ B2 ตามที่โจทย์กำหนดมา
- 4) จุด B2 ตามที่โจทย์กำหนดมา
- 5) หาตำแหน่งของ  $O_2A = \frac{1}{2} B_1B_2$
- 6) ใช้ข้อ 5 แล้ว  $O_2$  และ  $O_4$  ตามที่โจทย์กำหนดมา
- 7) กลไก  $O_2A, B_1, O_4$  เป็นกลไก รีตอร์น

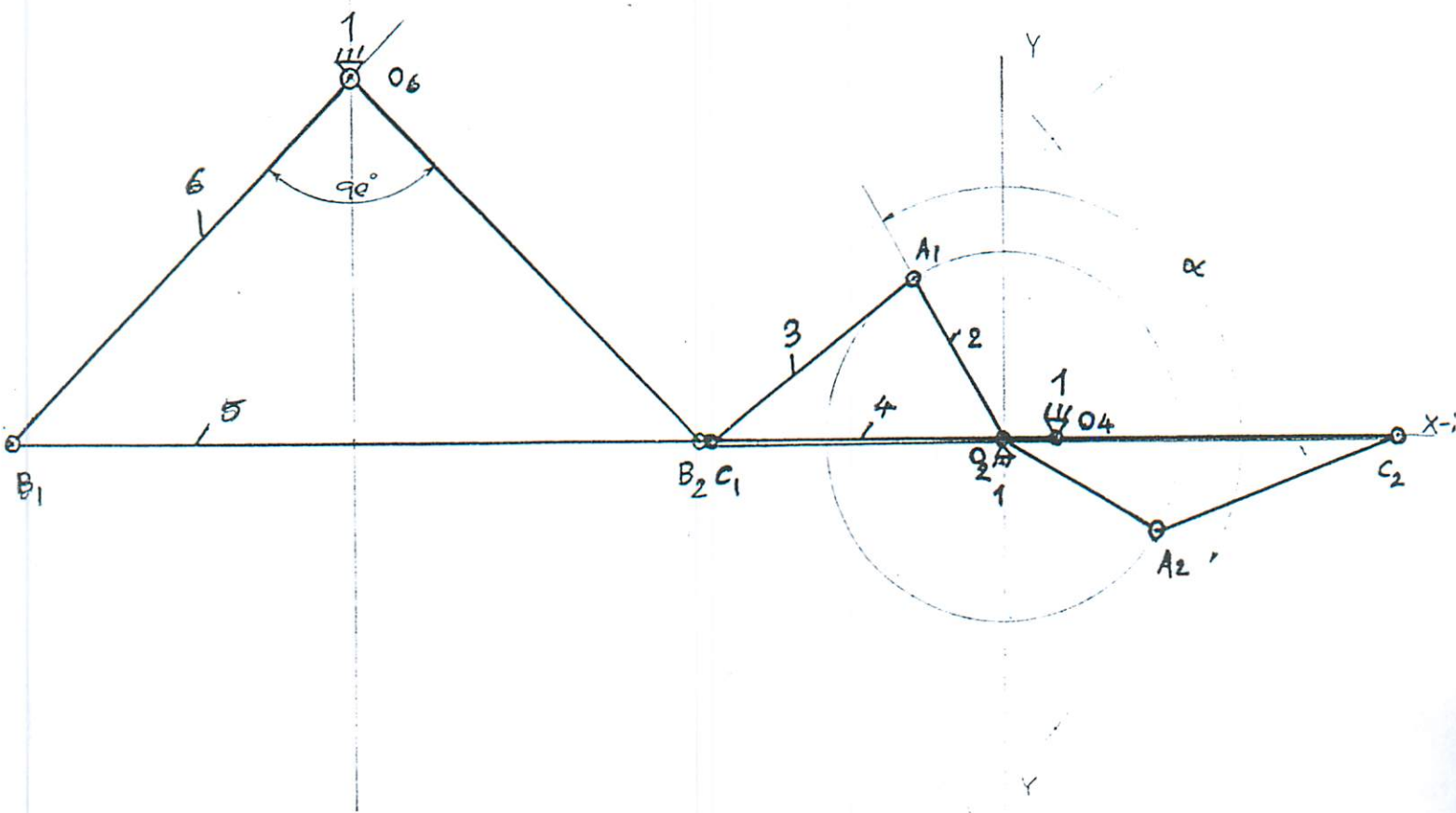


# Sixbar Quick-Return

Larger time ratios, up to about 1:2, can be obtained by designing a sixbar linkage.

Example 10 Provide a time ratio of 1:1.4 with 90° rocker motion.

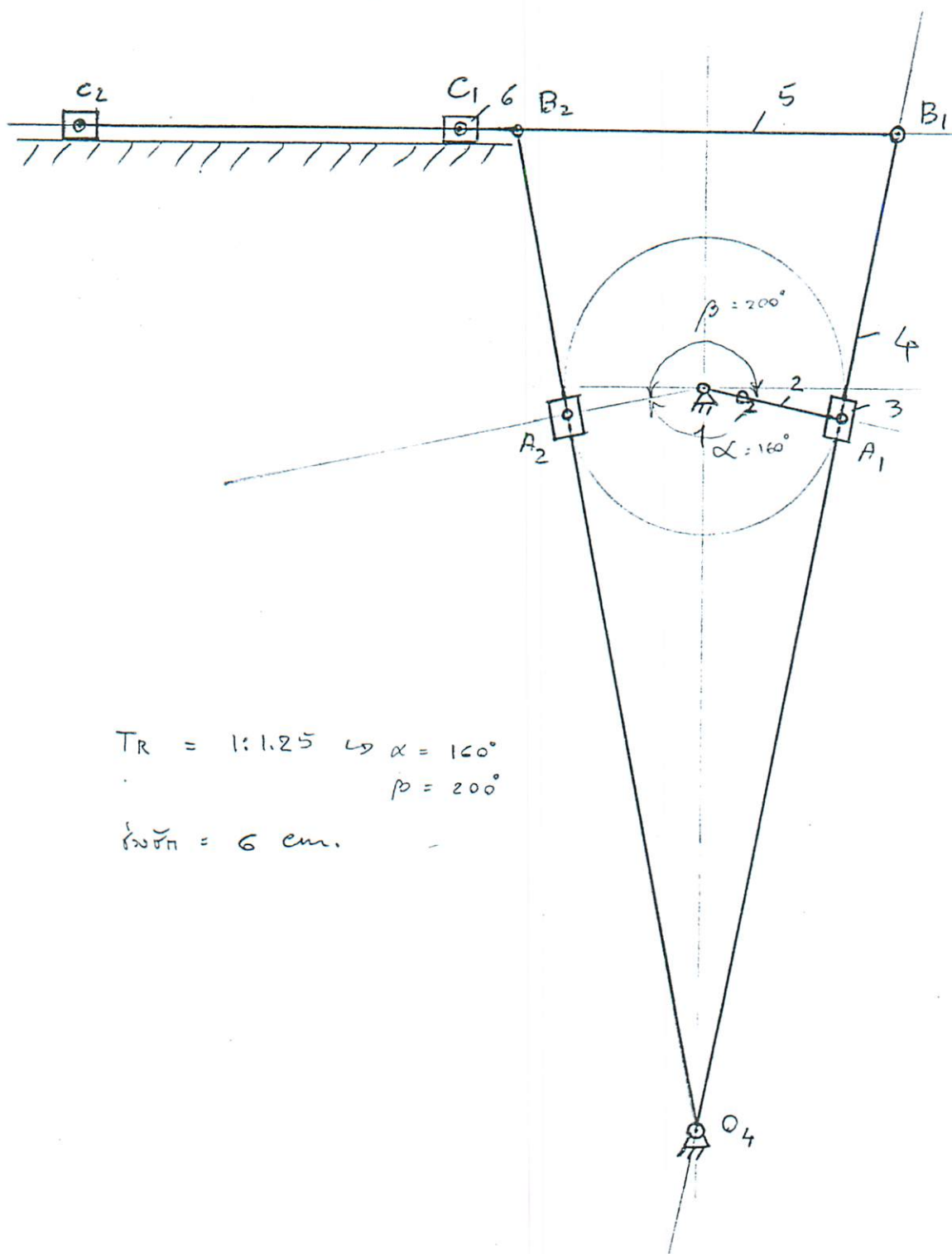
- 1) กำหนด  $\alpha, \beta$   $TR = 1:1.4 = \alpha:\beta$  และ  $\alpha + \beta = 360^\circ$   
 $\alpha = 150^\circ ; \beta = 210^\circ$
- 2) เลือกเส้นตรง  $X-X$
- 3) เลือกจุด  $O_2$  บนเส้นตรง  $X-X$  และเส้นตรง  $L$  ผ่าน  $O_2$
- 4) เลือกขนาด  $O_2A$  ตามความเหมาะสม และเลือกมุม  $A_1O_2A_2$  ใน quadrant ที่ 1
- 5) เลือกขนาดของข้อต่อ  $AC$  ที่  $A_1$  และ  $A_2$  ให้ขนาดของแขน  $AC = AC$  มีจุดอยู่บน  $X-X$  ที่  $C_1$  และ  $C_2$
- 6) จุดที่  $C_1, C_2$  จะให้  $O_4$  ให้แขน  $4$  ของ  $O_2ACO_4$
- 7) ตรวจสอบ Grashof condition และตรวจสอบข้อต่อที่ข้อต่อ  $C$
- 8)  $O_4C$  จะให้  $O_4C_2 \rightarrow O_4C_1$  และ  $O_4C_1 \rightarrow O_4C_2$  ให้ข้อต่อที่ข้อต่อ  $TR = 1:1.4$
- 9) ให้  $O_4C$  ให้ข้อต่อ  $C$  และข้อต่อ  $4$  ข้อต่อที่ output ให้ข้อต่อ  $90^\circ$  ด้วยข้อต่อ 1



# Crank - Slider Quick - Return

กำหนดกลไก Crank - Slider Quick - Return โดยมี  $T_R$  คือ: ระยะเวลาที่ตาม  
คือ 100

- 1) กำหนดขนาดของข้อต่อ  $O_2A$  ใช้  $\odot$
- 2) วาดเส้นตรงในแนวตั้งฉาก  $O_2$
- 3) เลือก  $O_4$  บนเส้นแนวตั้ง โดยในข้อต่อ 4 สัมผัส  $\odot$  ให้ได้  $T_R$  ตามข้อ 1
- 4) เลือกจุดบนข้อต่อ 4 ให้ Joint ที่ 4 อยู่ตรงกลางตามข้อ 1



$$T_R = 1:1.25 \rightarrow \alpha = 160^\circ$$

$$\beta = 200^\circ$$

$$\text{ระยะ} = 6 \text{ cm.}$$



# Cognates

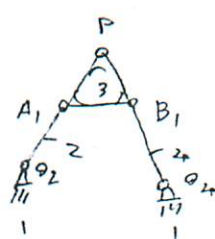
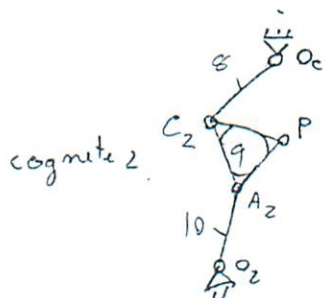
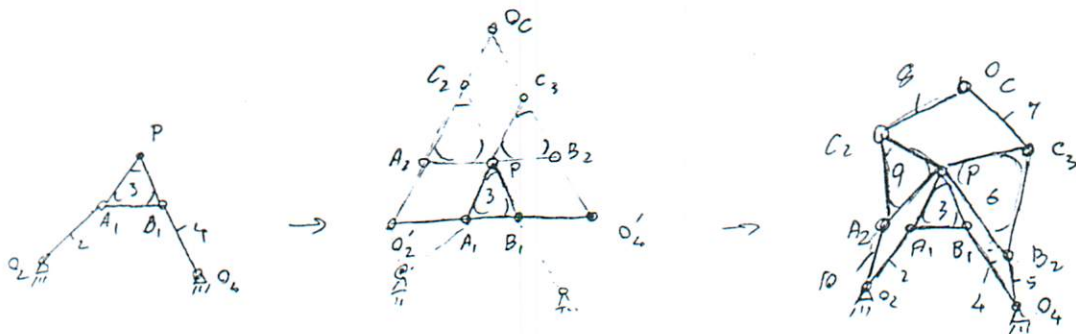
The term *cognate* was used by Hartenberg and Denavit to describe a linkage, of different geometry, which generates the same coupler curve.

## Roberts - Chebyshev Theorem

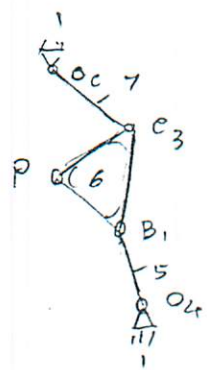
Three different planar, pin-jointed fourbar linkages will trace identical coupler curves.

ในรูป แสดง กลไก 4 ข้อต่อ ที่ออกแบบมา อีก 2 Cognates. และ มีขั้นตอนดังนี้.

- 1) ขีด  $O_2O_4$  ให้ข้อต่อ 2, 3, 4 อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน. ดังในรูป ข.
- 2) ลากเส้นขนานกับข้อต่อต่าง ๆ ในรูป ข. ดังรูป ค. จะได้ขนาดของข้อต่อใน 2 Cognates ที่เหลือ
- 3) หาข้อต่อ 2 และ 4 กลับมาที่ตำแหน่ง  $O_2O_4$  เดิม ข้อต่ออื่น ๆ จะเคลื่อนที่ตาม
- 4) จุด  $O_c$  ในตำแหน่งใหม่ จะเป็นตำแหน่ง fixed pivot ของอีก 2 Cognates ที่เหลือ ซึ่งจุด P จะให้ coupler curve เดียวกันกับ กลไก 4 ข้อต่อเดิม.



Cognate 1



Cognate 3