



## Langage et algorithmique - Listes chaînées -

---

A. Malek TOUMI

[toumiab@ensta-bretagne.fr](mailto:toumiab@ensta-bretagne.fr)

2015/2016

ENSTA Bretagne



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

Liste doublement chaînée

Listes circulaires



---

## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.



## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.

Plusieurs types de listes :



## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.

Plusieurs types de listes :

- simplement chaînée



## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.

Plusieurs types de listes :

- simplement chaînée
- doublement chaînée



## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.

Plusieurs types de listes :

- simplement chaînée
- doublement chaînée
- triée



---

## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.

Plusieurs types de listes :

- simplement chaînée
- doublement chaînée
- triée
- circulaire



---

## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.





# Principe

## Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.





## Principe

### Définition (Liste chaînée)

Liste chaînée : structure algorithmique **dynamique**. Accès **séquentiel** aux éléments.





---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur
- Fin de liste : **None**



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur
- Fin de liste : **None**
- Chaque noeud peut connaître son prédécesseur (liste doublement chaînée)



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur
- Fin de liste : **None**
- Chaque noeud peut connaître son prédécesseur (liste doublement chaînée)
- Liste = premier élément (noeud) + opérations



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur
- Fin de liste : **None**
- Chaque noeud peut connaître son prédécesseur (liste doublement chaînée)
- Liste = premier élément (noeud) + opérations
  - Insertion



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur
- Fin de liste : **None**
- Chaque noeud peut connaître son prédécesseur (liste doublement chaînée)
- Liste = premier élément (noeud) + opérations
  - Insertion
  - Suppression



---

## TAD liste

- Liste composée d'éléments (noeuds)
- Noeuds chaînés entre eux :
- Chaque noeud connaît son successeur
- Fin de liste : **None**
- Chaque noeud peut connaître son prédécesseur (liste doublement chaînée)
- Liste = premier élément (noeud) + opérations
  - Insertion
  - Suppression
  - Recherche



## Classe noeud

- Constructeur (Noeud) :
- ⇒ Noeud : données

### Exemple

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        """ Creation d'un noeud
        le noeud suivant est fixé à None
        """
        self.val = donnee # La valeur de noeud
```



## Classe noeud

- Constructeur (Noeud) :
- => Noeud : données + variable pour le chaînage

### Exemple

```
class Node (object):  
    def __init__(self, donnee = 0):  
        """ Creation d'un noeud  
        le noeud suivant est fixé à None  
        """  
  
        self.val = donnee # La valeur de noeud  
        self.next = None # Le noeud suivant
```



## Classe noeud

- Constructeur (Noeud) :
  - $\Rightarrow$  Noeud : données + variable pour le chaînage
  - Les opérations sur les noeuds : affichage, comparaison ( $==$ ,  $>$ ,  $>=$ ,  $<=$ , ...)

## Exemple

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        """ Creation d'un noeud
        le noeud suivant est fixé à None
        """
        self.val = donnee # La valeur de noeud
        self.next = None # Le noeud suivant
    ...

```



---

## Classe List

- Constructeur (List) :
- $\Rightarrow$  contenu : tête de liste
- Les opérations sur les listes :affichage, Parcours, insertion, Suppression, ...



## Classe List

- Constructeur (List) :
  - $\Rightarrow$  contenu : tête de liste
  - Les opérations sur les listes : affichage, Parcours, insertion, Suppression, ...

## Exemple

```
class List(object):
    def __init__(self):
        """ Creation d'une liste vide
        la tête de liste est fixée à None
        """
        self.__first = None
    ...
```



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

Liste doublement chaînée

Listes circulaires



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

Liste doublement chaînée

Listes circulaires



---

## Parcours de liste

Principe :

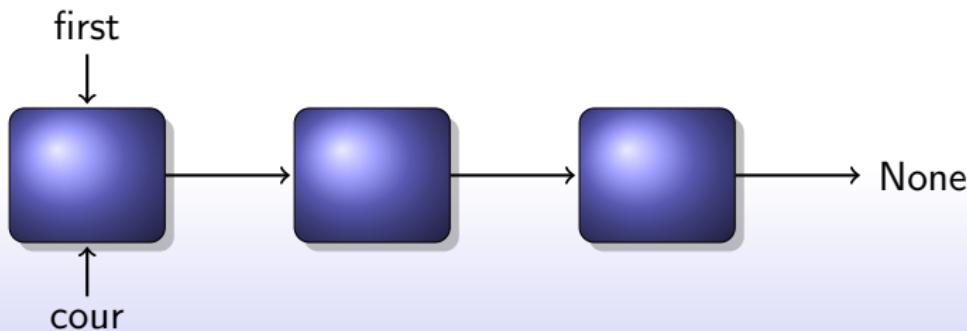
- partir du début de la liste
- avancer tant que l'élément est différent de **None**



## Parcours de liste

Principe :

- partir du début de la liste
- avancer tant que l'élément est différent de **None**

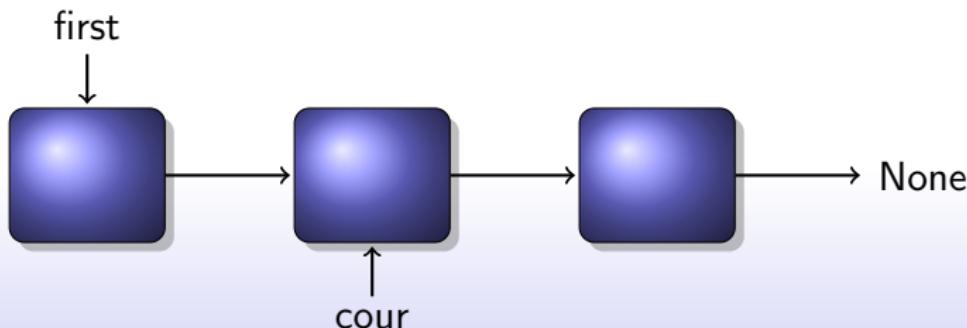




## Parcours de liste

Principe :

- partir du début de la liste
- avancer tant que l'élément est différent de **None**

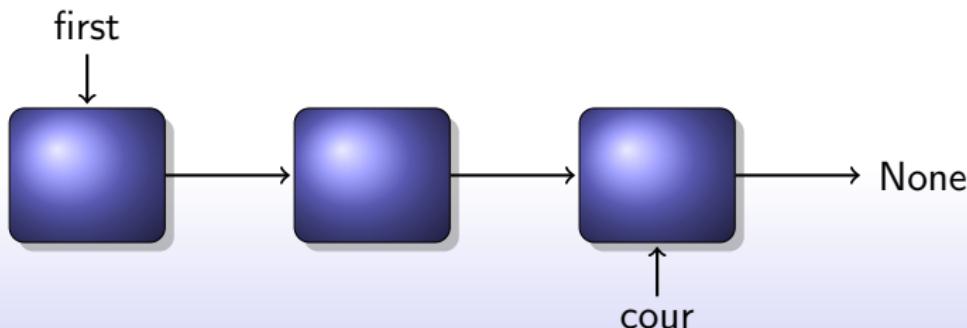




## Parcours de liste

Principe :

- partir du début de la liste
- avancer tant que l'élément est différent de **None**

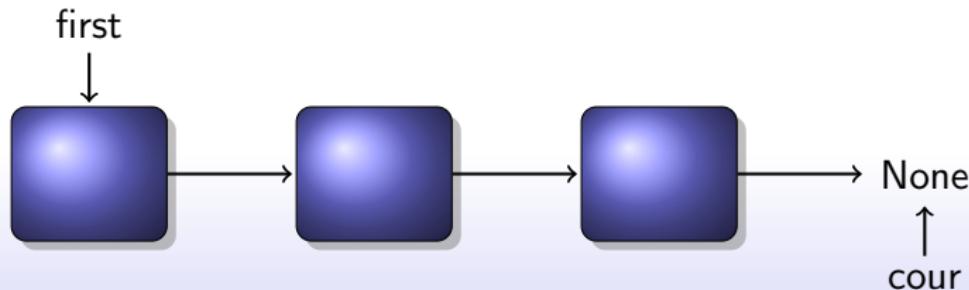




## Parcours de liste

Principe :

- partir du début de la liste
- avancer tant que l'élément est différent de **None**





---

## Algorithme de parcours

---

### Algorithme 1: Parcours de liste

---

**Entrées** : premier : noeud // tête de liste

**Données** : n : noeud // noeud courant

*n*  $\leftarrow$  premier ;

**tant que** *n*  $\neq$  None **faire**

*n*  $\leftarrow$  *n.suivant*;

**fin**

---



---

## Algorithme de parcours

Parcours d'une liste avec une boucle **while** :

```
class List(object):
    def __init__(self):
        self.__first = None
        # -----
    def parcours(self):
        n = self.__first
        while n is not None:
            # action à faire : exemple : print()
            print(str(n.val))
            # passer au noeud suivant
            n = n.next
```



---

## Algorithme de parcours

Parcours **récursif** d'une liste :

```
def parcours(self, n):
    if n is not None
        # action à faire : exemple : print()
        print(str(n.val))
        # passer au noeud suivant
        self.parcours(n.next)
```



## Recherche d'un élément dans une liste

Exemple de parcours : recherche d'élément

Principe :

- Partir du début de la liste



## Recherche d'un élément dans une liste

Exemple de parcours : recherche d'élément

Principe :

- Partir du début de la liste
- Avancer tant que l'élément n'est pas trouvé



## Recherche d'un élément dans une liste

Exemple de parcours : recherche d'élément

Principe :

- Partir du début de la liste
- Avancer tant que l'élément n'est pas trouvé
- Et que la fin de liste n'est pas atteinte



## Recherche d'un élément dans une liste

Exemple de parcours : recherche d'élément

Principe :

- Partir du début de la liste
- Avancer tant que l'élément n'est pas trouvé
- Et que la fin de liste n'est pas atteinte
- Si l'algorithme se termine sur la fin de liste, l'élément n'est pas présent



---

## Algorithme

---

### Algorithme 2: Recherche d'élément dans une liste

---

**Entrées** : int val

**Données** : debut : noeud // tête de liste

**Données** : n : noeud // noeud courant

*n*  $\leftarrow$  debut ;

**tant que** *n*  $\neq$  None **et** *n.valeur*  $\neq$  val **faire**

*n*  $\leftarrow$  *n.suivant* ;

**fin**

retourner **n** ;

---



---

## Complexité

- Nombre d'opérations nécessaire pour rechercher un élément ?



## Complexité

- Nombre d'opérations nécessaire pour rechercher un élément ?
- Liste de taille  $n$



## Complexité

- Nombre d'opérations nécessaire pour rechercher un élément ?
- Liste de taille  $n$
- Complexité  $\Theta(n)$  (pire des cas et moyenne)



---

## Complexité

- Nombre d'opérations nécessaire pour rechercher un élément ?
  - Liste de taille  $n$
  - Complexité  $\Theta(n)$  (pire des cas et moyenne)
- ⇒ Méthode de représentation peu efficace



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

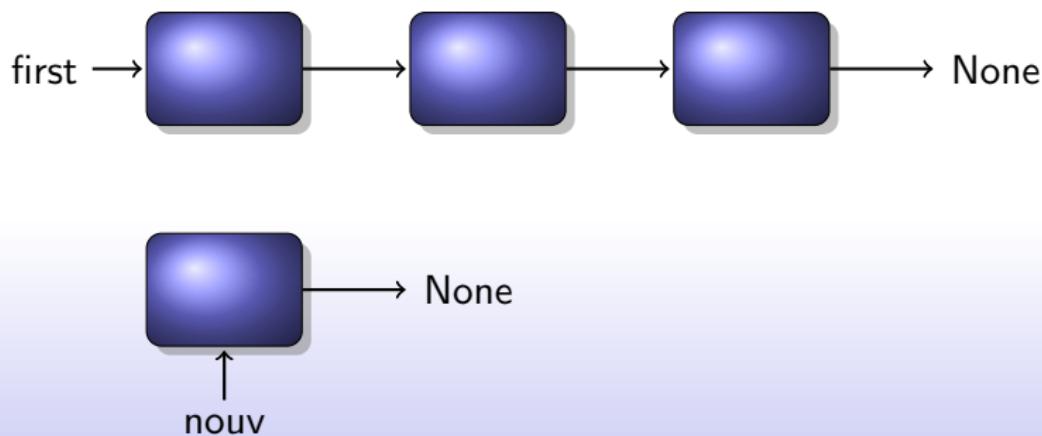
Liste doublement chaînée

Listes circulaires



## Insertion en début de liste

Principe :

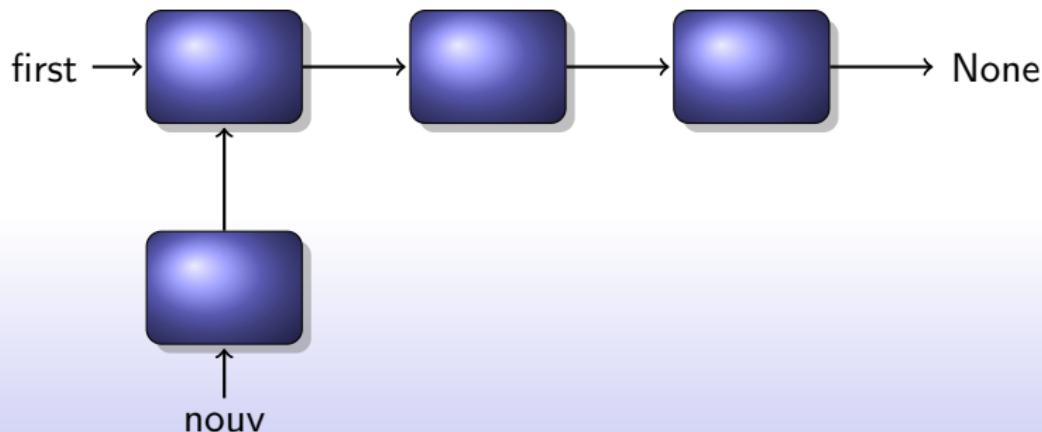




## Insertion en début de liste

Principe :

- Attacher le début de la liste à **nouv**

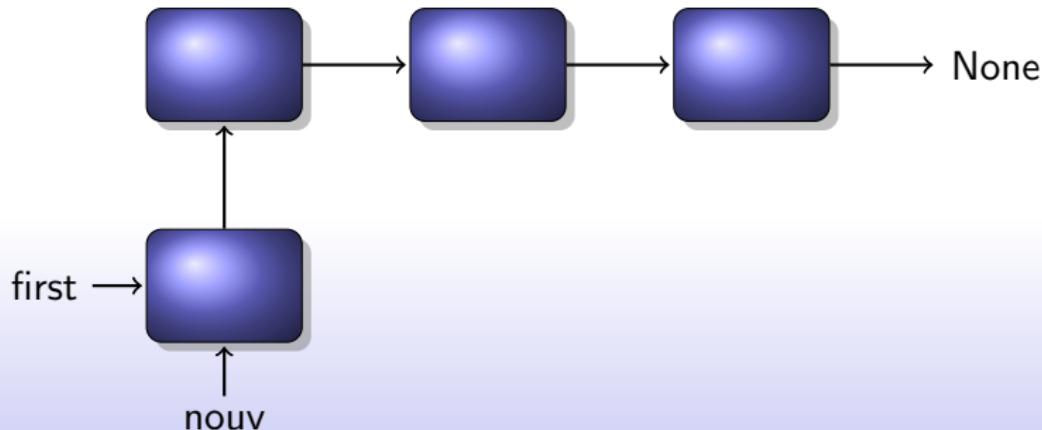




## Insertion en début de liste

Principe :

- Attacher le début de la liste à **nouv**
- Le nouveau début de liste est **nouv**





---

## Algorithme

---

### Algorithme 3: Insertion en début de liste

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

**Données** : debut : noeud // tête de liste

*nouv.suivant*  $\leftarrow$  *debut*;  
*debut*  $\leftarrow$  *nouv*;

---



---

## Algorithme

```
def insertFirst(self, val) :  
    nouv = Node(val)  
    nouv.next = self.__first  
    self.__first = nouv;
```

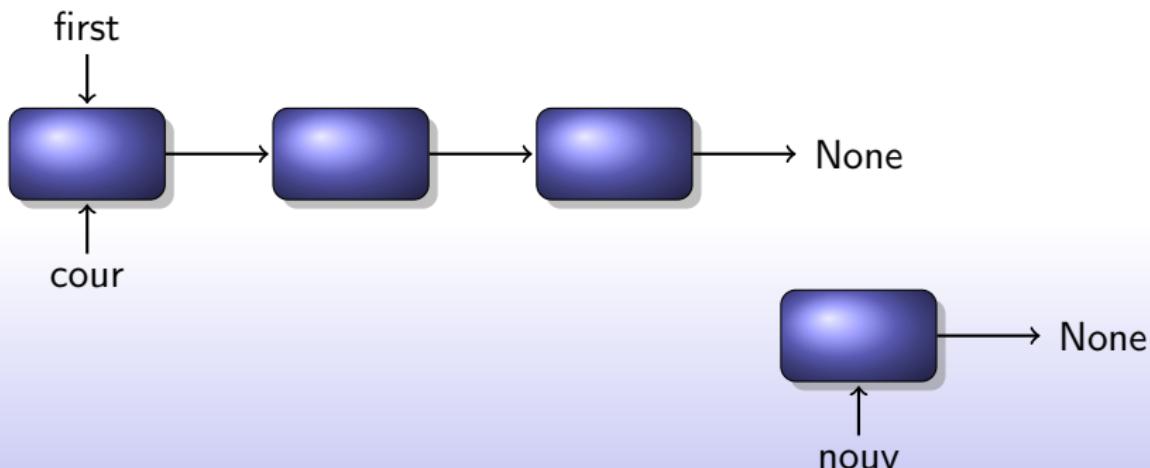
Complexité :  $\Theta(1)$



## Insertion en fin de liste

Principe :

- Se placer en début de liste

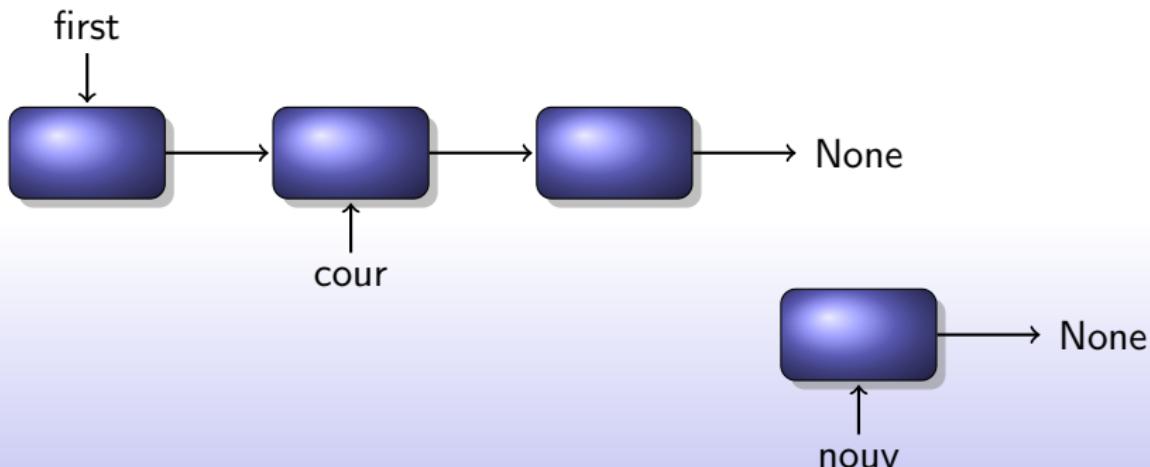




## Insertion en fin de liste

Principe :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément

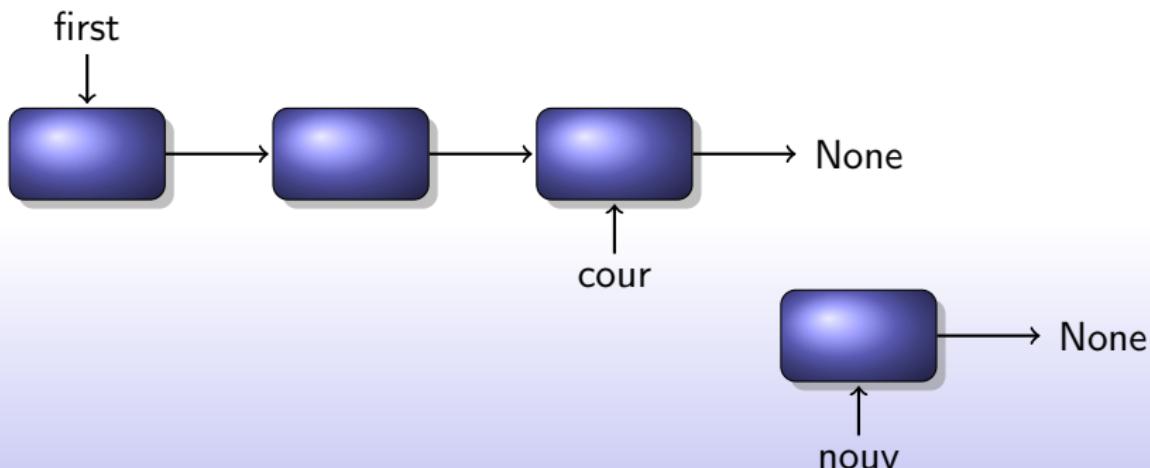




## Insertion en fin de liste

Principe :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément

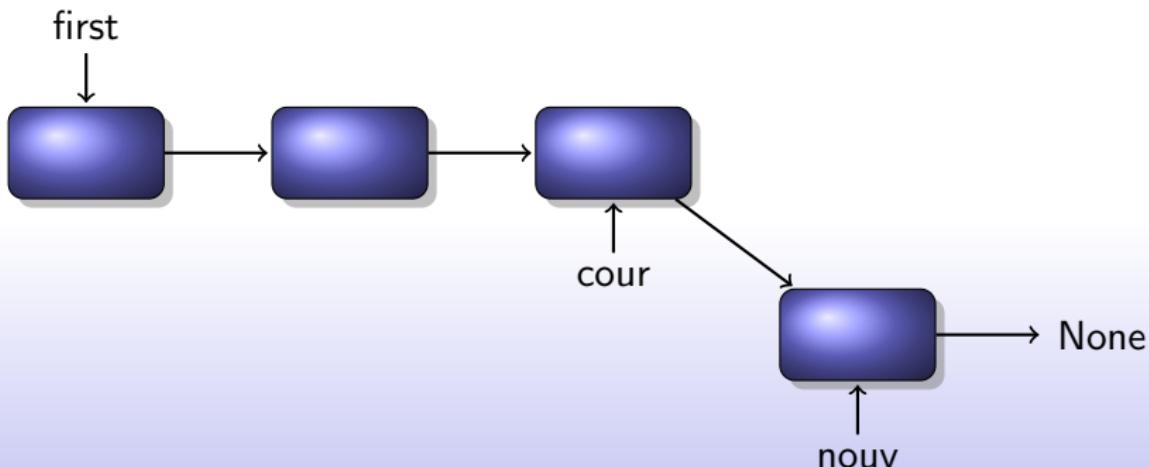




## Insertion en fin de liste

Principe :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément
- Accrocher le nouvel élément après le dernier élément





## Insertion en fin de liste

Principe :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément
- Accrocher le nouvel élément après le dernier élément

### Remarques

- Ne pas oublier le cas particulier où la liste est vide



## Insertion en fin de liste

Principe :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément
- Accrocher le nouvel élément après le dernier élément

### Remarques

- Ne pas oublier le cas particulier où la liste est vide
- Complexité :  $\Theta(n)$



---

## Algorithme

---

### Algorithme 4: Insertion en fin de liste

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

**Données** : debut : noeud // tête de liste

**Données** : n : noeud // noeud courant



---

## Algorithme

---

### Algorithme 5: Insertion en fin de liste

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

**Données** : debut : noeud // tête de liste

**Données** : n : noeud // noeud courant

**si** *liste* =  $\emptyset$  // cas particulier liste vide

**alors**

|    *debut*  $\leftarrow$  *nouv* ;

**sinon**



---

## Algorithme

---

### Algorithme 6: Insertion en fin de liste

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

**Données** : debut : noeud // tête de liste

**Données** : n : noeud // noeud courant

**si** *liste* =  $\emptyset$  // cas particulier liste vide

**alors**

*debut*  $\leftarrow$  *nouv* ;

**sinon**

**fin**

*n*  $\leftarrow$  *debut*;

**tant que** *n.suivant*  $\neq$  *None* **faire**

*n*  $\leftarrow$  *n.suivant* ;

**fin**



---

## Algorithme

---

### Algorithme 7: Insertion en fin de liste

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

**Données** : debut : noeud // tête de liste

**Données** : n : noeud // noeud courant

**si** *liste* =  $\emptyset$  // cas particulier liste vide

**alors**

    | *debut*  $\leftarrow$  *nouv* ;

**sinon**

**fin**

*n*  $\leftarrow$  *debut*;

**tant que** *n.suivant*  $\neq$  *None* **faire**

    | *n*  $\leftarrow$  *n.suivant* ;

**fin**

*n.suivant*  $\leftarrow$  *nouv*;

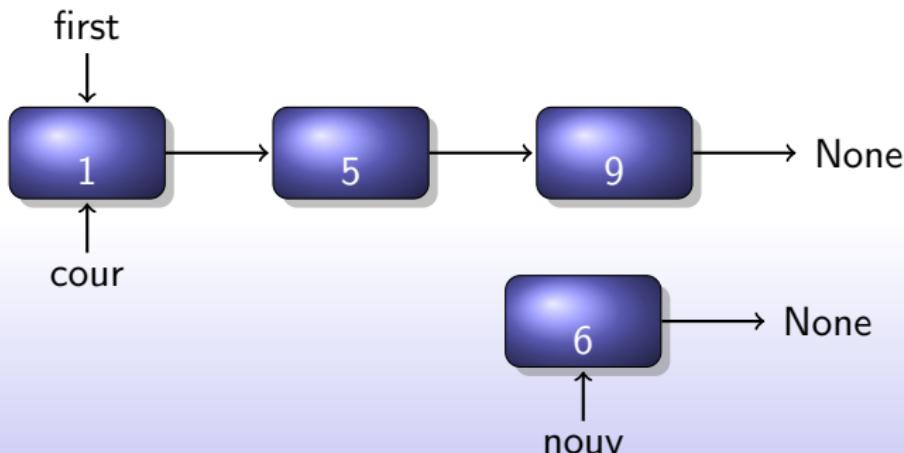
---



## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste

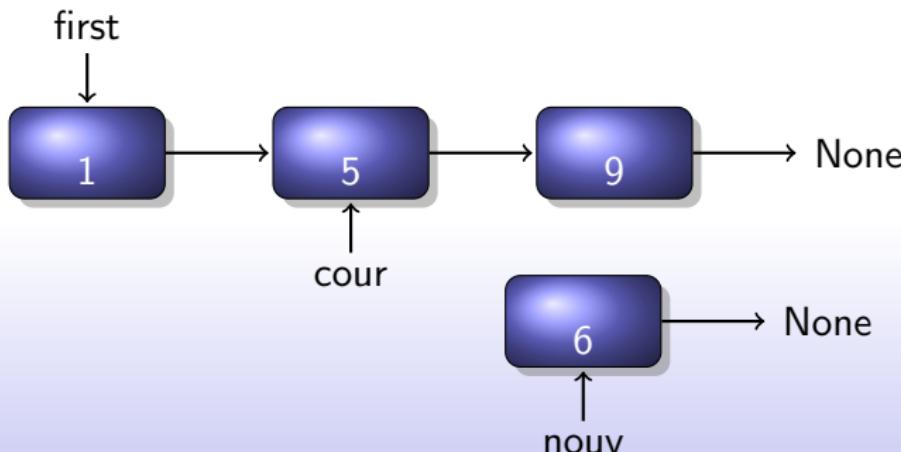




## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer

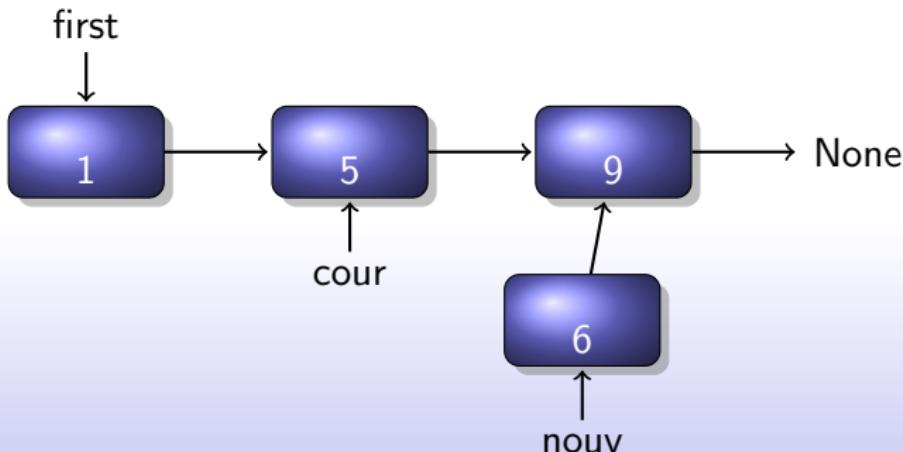




## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer
- Accrocher le nouvel élément après l'élément courant

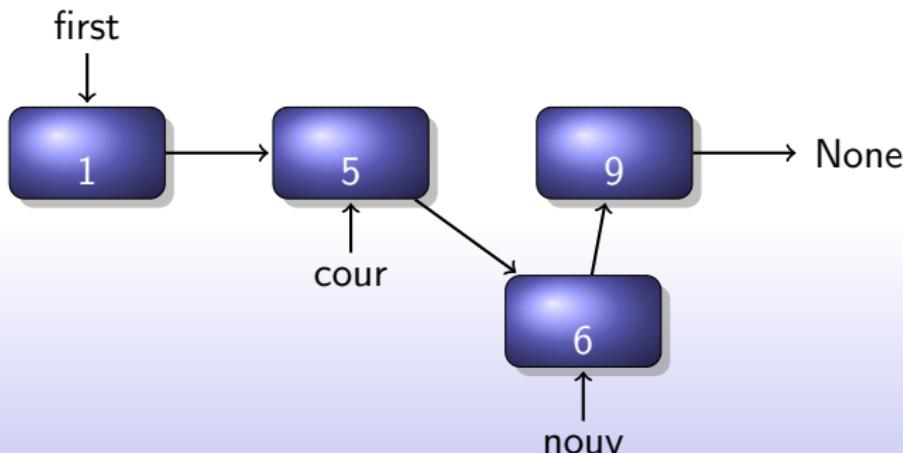




## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer
- Accrocher le nouvel élément après l'élément courant





## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer
- Accrocher le nouvel élément après l'élément courant

### Remarques

- Attention aux cas particuliers :



## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer
- Accrocher le nouvel élément après l'élément courant

### Remarques

- Attention aux cas particuliers :
  - liste vide



## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer
- Accrocher le nouvel élément après l'élément courant

### Remarques

- Attention aux cas particuliers :
  - liste vide
  - insertion du plus petit élément



## Insertion dans une liste triée

Principe  $\simeq$  insertion en fin de liste :

- Se placer en début de liste
- Avancer jusqu'au dernier élément inférieur à l'élément à insérer
- Accrocher le nouvel élément après l'élément courant

### Remarques

- Attention aux cas particuliers :
  - liste vide
  - insertion du plus petit élément
- Complexité :  $\Theta(n)$



## Remarque sur l'insertion dans une liste triée

### Remarque

- Deux cas particuliers à tester



## Remarque sur l'insertion dans une liste triée

### Remarque

- Deux cas particuliers à tester
- Ruse :



## Remarque sur l'insertion dans une liste triée

### Remarque

- Deux cas particuliers à tester
- Ruse :
  - créer un élément temporaire **tmp**



## Remarque sur l'insertion dans une liste triée

### Remarque

- Deux cas particuliers à tester
- Ruse :
  - créer un élément temporaire **tmp**
  - accrocher le début de la liste après **tmp**



## Remarque sur l'insertion dans une liste triée

### Remarque

- Deux cas particuliers à tester
- Ruse :
  - créer un élément temporaire **tmp**
  - accrocher le début de la liste après **tmp**
  - parcourir la liste à partir de **tmp**



## Remarque sur l'insertion dans une liste triée

### Remarque

- Deux cas particuliers à tester
  - Ruse :
    - créer un élément temporaire **tmp**
    - accrocher le début de la liste après **tmp**
    - parcourir la liste à partir de **tmp**
- ⇒ plus de cas particulier !



---

## Algorithme

---

### Algorithme 8: Insertion dans une liste triée

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

créer noeud **tmp** ;  
 $tmp.next \leftarrow debut$  ;  
 $n \leftarrow tmp$ ;



---

## Algorithme

---

### Algorithme 9: Insertion dans une liste triée

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

créer noeud **tmp** ;

*tmp.next*  $\leftarrow$  *debut* ;

*n*  $\leftarrow$  *tmp*;

**tant que** *n.suivant*  $\neq$  *None* et *n.suivant*  $<$  *nouv* **faire**

*n*  $\leftarrow$  *n.suivant* ;

**fin**



---

## Algorithme

---

### Algorithme 10: Insertion dans une liste triée

---

**Entrées** : nouv : noeud à ajouter

créer noeud **tmp** ;

*tmp.next*  $\leftarrow$  *debut* ;

*n*  $\leftarrow$  *tmp*;

**tant que** *n.suivant*  $\neq$  *None* et *n.suivant*  $<$  *nouv* **faire**

*n*  $\leftarrow$  *n.suivant* ;

**fin**

*nouv.suivant*  $\leftarrow$  *n.suivant*;

*n.suivant*  $\leftarrow$  *nouv*;

*debut*  $\leftarrow$  *tmp.suivant* // supprimer l'élément temporaire

---



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

Liste doublement chaînée

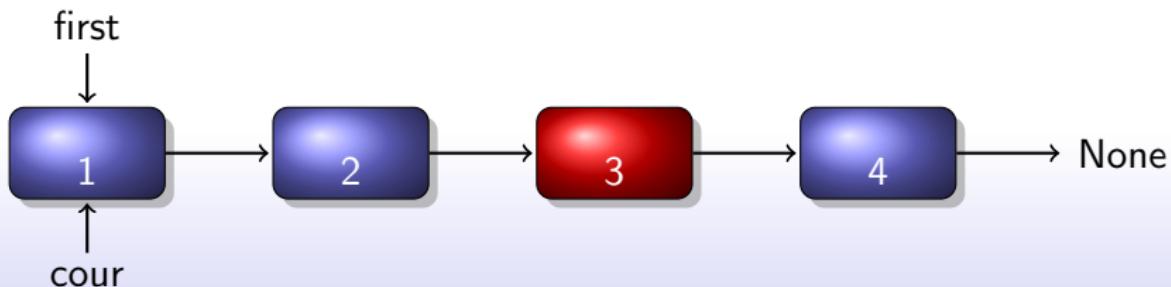
Listes circulaires



## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

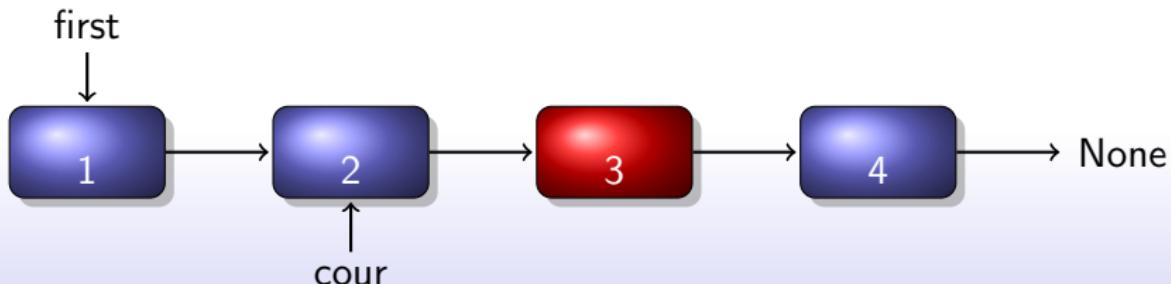




## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

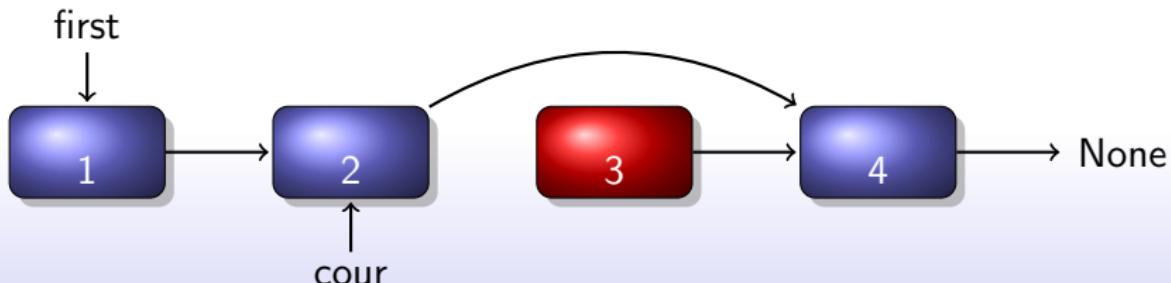




## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

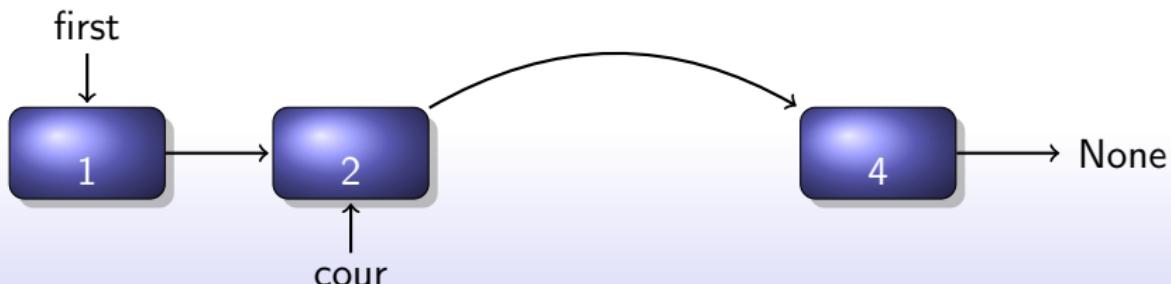




## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément





## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

### Remarques

- Cas particuliers :



## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

### Remarques

- Cas particuliers :
  - liste vide



## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

### Remarques

- Cas particuliers :
  - liste vide
  - suppression du premier élément



## Suppression

Principe :

- Partir du début de la liste
- Se placer avant l'élément à supprimer
- Modifier le chaînage pour supprimer l'élément

### Remarques

- Cas particuliers :
  - liste vide
  - suppression du premier élément
- Complexité :  $\Theta(n)$



---

## Algorithme

---

### Algorithme 11: Suppression d'un élément dans une liste

---

**Entrées** : val : entier // val : valeur du noeud à supprimer  
créer noeud **tmp** ;

*tmp.next ← debut;*  
*n ← tmp;*



---

## Algorithme

---

### Algorithme 12: Suppression d'un élément dans une liste

---

**Entrées :** val : entier // val : valeur du noeud à supprimer  
créer noeud **tmp** ;

*tmp.next ← debut;*

*n ← tmp;*

**tant que** *n.suivant ≠ None et n.suivant.val ≠ val faire*

*| n ← n.suivant;*

**fin**



---

## Algorithme

---

### Algorithme 13: Suppression d'un élément dans une liste

---

**Entrées :** val : entier // val : valeur du noeud à supprimer  
créer noeud **tmp** ;

*tmp.next*  $\leftarrow$  debut;

*n*  $\leftarrow$  *tmp*;

**tant que** *n.suivant*  $\neq$  None **et** *n.suivant.val*  $\neq$  val **faire**

*n*  $\leftarrow$  *n.suivant*;

**fin**

*n.suivant*  $\leftarrow$  *n.suivant.suivant*;

*debut*  $\leftarrow$  *tmp.suivant*;

---



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

Liste doublement chaînée

Listes circulaires



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

Liste doublement chaînée

Listes circulaires



---

## Principe

- Chaque noeud connaît son successeur
  - et son prédécesseur
- ⇒ variable d'instance supplémentaire



## Principe

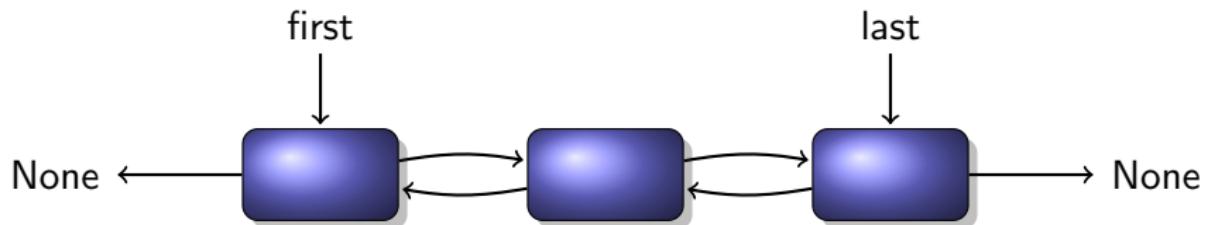
- Chaque noeud connaît son successeur
  - et son prédécesseur
- ⇒ variable d'instance supplémentaire

### Attention

Bien gérer la cohérence du double chaînage



## Liste doublement chaînée





## Classes Node et Liste

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        self.val = donnee # La valeur de noeud
        self.next = None # Le noeud suivant
    ...
    ...
```



## Classes Node et Liste

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        self.val = donnee # La valeur de noeud
        self.next = None # Le noeud suivant
    ...
    ...
```



## Classes Node et Liste

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        self.val = donnee # La valeur de noeud
        self.next = None # Le noeud suivant
        self.prev = None # Le noeud précédent
    ...
    ...
```



## Classes Node et Liste

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        self.val = donnee # La valeur de noeud
        self.next = None # Le noeud suivant
        self.prev = None # Le noeud précédent
    ...
class List(object):
    def __init__(self):
        self.__first = None
```



## Classes Node et Liste

```
class Node (object):
    def __init__(self, donnee = 0):
        self.val = donnee # La valeur de noeud
        self.next = None # Le noeud suivant
        self.prev = None # Le noeud précédent
    ...
class List(object):
    def __init__(self):
        self.__first = None
        self.__last = None
```



---

## Sommaire

### 1 Liste chaînée

### 2 Manipulation de listes

Parcours

Insertions

Suppression

### 3 Autres types de listes

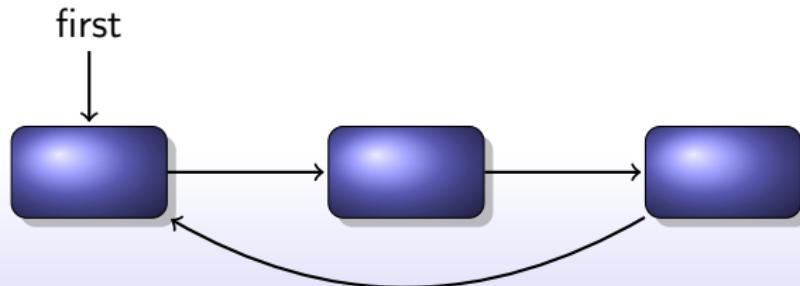
Liste doublement chaînée

Listes circulaires



## Principe

- Le successeur d'un noeud peut être un noeud précédent
- Attention lors des parcours  
⇒ risque de boucle infinie





---

## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?



---

## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?
- Solution :



---

## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?
- Solution :
  - utiliser deux variables :



## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?
- Solution :
  - utiliser deux variables :
  - une qui avance d'un noeud par tour



## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?
- Solution :
  - utiliser deux variables :
  - une qui avance d'un noeud par tour
  - une qui avance de deux noeuds par tour



## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?
- Solution :
  - utiliser deux variables :
  - une qui avance d'un noeud par tour
  - une qui avance de deux noeuds par tour
  - si un aboutit à la fin de la liste : liste non circulaire



## Détection de cycle

- Problème : comment détecter que la liste contient un cycle ?
- Solution :
  - utiliser deux variables :
  - une qui avance d'un noeud par tour
  - une qui avance de deux noeuds par tour
  - si un aboutit à la fin de la liste : liste non circulaire
  - si les deux se rejoignent : liste circulaire