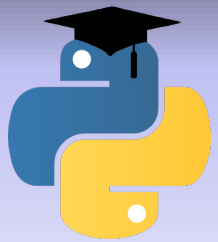
Tableaux et Algo de tris

A. Malek TOUMI

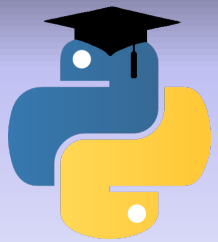
toumiab@ensta-bretagne.fr

2016/2017

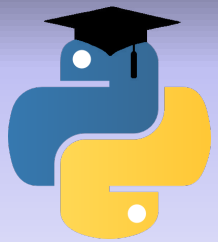
ENSTA Bretagne



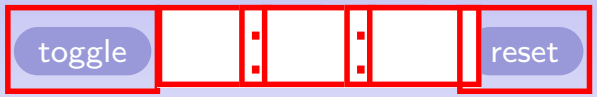
Sommaire



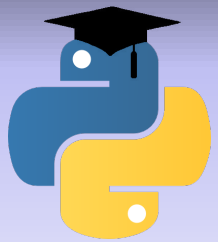
Sommaire



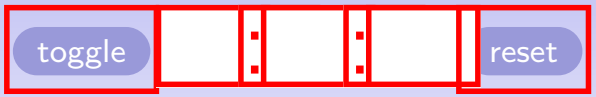
Les types intégrés



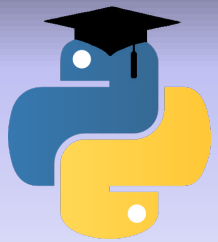
- Les types simples :
  - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
  - => tous les types simples sont non modifiables



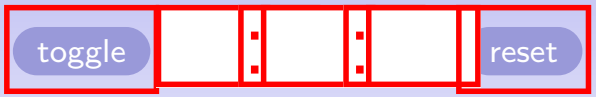
Les types intégrés



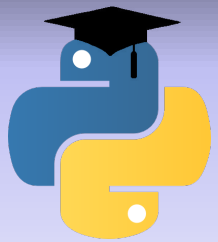
- Les types simples :
  - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
  - => tous les types simples sont non modifiables
- Les types composites (containers) :
  - **Les séquences** : Chaînes de caractères (**str**) ; Listes (**list**) et Tuples (**tuple**)
  - **Les maps** (hashs) : Dictionnaires (**dict**)
  - **Les ensembles** : le type **set** et le type **frozenset**



Les types intégrés

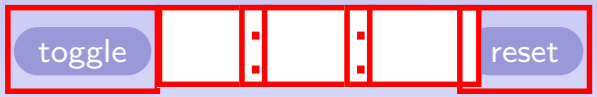


- Les types simples :
  - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
  - => tous les types simples sont non modifiables
- Les types composites (containers) :
  - **Les séquences** : Chaînes de caractères (**str**) ; Listes (**list**) et Tuples (**tuple**)
  - **Les maps** (hashs) : Dictionnaires (**dict**)
  - **Les ensembles** : le type **set** et le type **frozenset**
  - => Les types `str`, et `tuple` ne sont pas modifiables
  - => Les types `list`, et `dict` sont modifiables



Rappel :

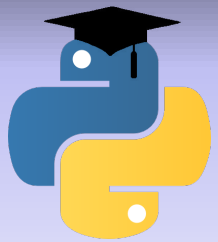
Les types intégrés



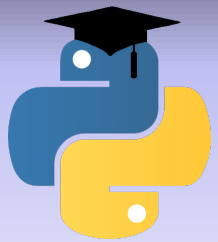
- Les types simples :
  - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
  - => tous les types simples sont non modifiables
- Les types composites (containers) :
  - **Les séquences** : Chaînes de caractères (**str**) ; Listes (**list**) et Tuples (**tuple**)
  - **Les maps** (hashs) : Dictionnaires (**dict**)
  - **Les ensembles** : le type **set** et le type **frozenset**
  - => Les types `str`, et `tuple` ne sont pas modifiables
  - => Les types `list`, et `dict` sont modifiables

Le type tableau/matrice

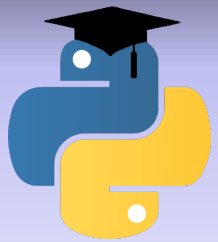
- Pas de type tableau en Python



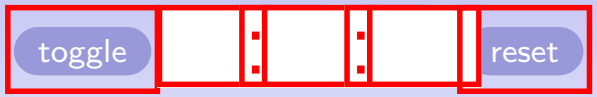
Sommaire



Sommaire



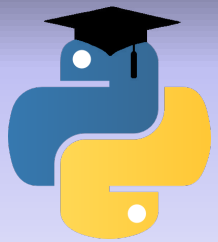
Les tableaux



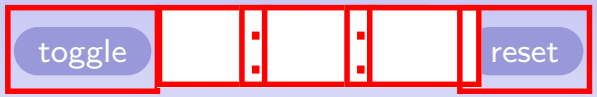
Définition (Tableau)

Structure de données contenant plusieurs éléments du **même type**

- Les listes (list)
- Utilisation des tableaux (`array`) de Numpy, Scipy MatplotLib
- => Convertir une liste en tableau avec les fonctions **array(), matrix()** de Numpy



Les tableaux



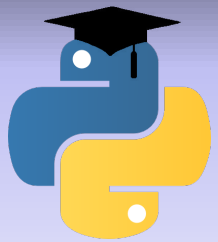
Définition (Tableau)

Structure de données contenant plusieurs éléments du **même type**

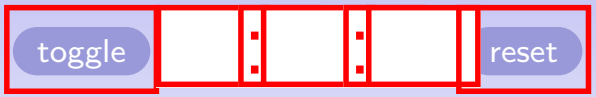
- Les listes (list)
- Utilisation des tableaux (`array`) de Numpy, Scipy MatplotLib
- => Convertir une liste en tableau avec les fonctions **array()**, **matrix()** de Numpy

Exemple (Création d'un tableau Numpy)

```
import numpy as np          # import avec alias
v = np.array([.2, 4 ,5])    # crée un vecteur de 3 réels
v = np.array(range(10), dtype = np.float) # crée un vecteur
                                          # de 10 réels
m = np.array([[0,2],[np.pi,5]]) # création d'une matrice
                          # de 2 lignes et 2 colonnes de réels
```



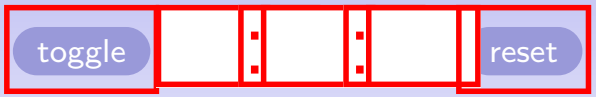
Les tableaux



Exemple (Création d'un tableau Numpy)

```
import numpy as np
np.zeros((3,2)) # crée un tableau de 0.0
                # de 3 lignes et 2 colonnes
np.ones((3,2))  # crée un tableau de 1.0
M = np.linspace(0,1,11) # renvoie [0,0.1,..., 1.0]
N = np.arange(2,5)      # renvoie [2,3,4]
```

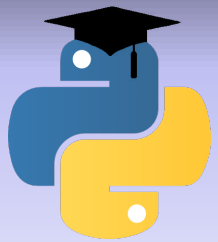
Opérations



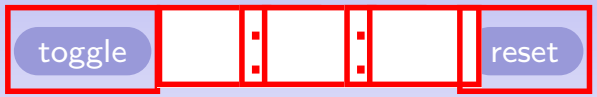
- Opération élément pas élément : addition (A+B), produit (A*B), puissance (A**B)
  exemple : `tab+2; tab*2; tab**3; tab + tab*2; tab**tab`
- Produit matriciel : `dot(A,B), A@B`
- Concaténation : np.concatenate((A,B)).
  exemple : `np.concatenate((tab,tab), axis=0)`

Propriétés

Les dimensions des vecteurs-matrices doivent êtres conformes à l'opération souhaitée.



Copie d'un tableau



Copie de tableau

```
import numpy as np
tab = np.array(range(10))
tab2 = tab # tab et tab2 référencent la même
           # zone mémoire
# Solutions à retenir
tab2 = np.copy(tab)
tab2 = tab.copy()
```

Accès aux éléments d'un tableau

Remarque

Utiliser la vectorisation quand c'est possible

Exemple (`sin(t) pour t∈[0,999999]`)

Accès aux éléments d'un tableau

Remarque

Utiliser la vectorisation quand c'est possible

Exemple (`sin(t) pour t∈[0,999999]`)

```
import numpy as np
res[]
for t in range(1000000):
     res += [np.sin(t)]
```

Accès aux éléments d'un tableau

Remarque

Utiliser la vectorisation quand c'est possible

Exemple (`sin(t) pour t∈[0,999999]`)

```
import numpy as np
res[]
for t in range(1000000):
     res += [np.sin(t)]

t = np.arange(1000000)
res = np.sin(t)
```

Accès aux éléments des tableaux

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices ex. M[i,j] ou M[i][j]
- Taille du tableau : **shape(tab), len(tab)**, **len(tab[0])**, ...

Exemple (Accès aux éléments des tableaux)

```
L = np.array([2, 4 ,5])
L[1]              # renvoie 4
len(L)             # renvoie 3
M = np.array([[0,1,5],[2,7,10]])
M[1,1] ; M[1][1] # renvoient 7
M[0,:] ; M[0][:] # renvoient la première ligne
```

Accès aux éléments des tableaux

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices ex. M[i,j] ou M[i][j]
- Taille du tableau : **shape(tab)**, **len(tab)**, **len(tab[0])**, ...

Exemple (Accès aux éléments des tableaux)

```
L = np.array([2, 4 ,5])
L[1]              # renvoie 4
len(L)             # renvoie 3
M = np.array([[0,1,5],[2,7,10]])
M[1,1] ; M[1][1] # renvoient 7
M[0,:] ; M[0][:] # renvoient la première ligne
len(M)             # renvoie 2
len(M[0])          # renvoie 3
```

Accès aux éléments des tableaux

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices ex. M[i,j] ou M[i][j]
- Taille du tableau : **shape(tab)**, **len(tab)**, **len(tab[0])**, ...

Exemple (Accès aux éléments des tableaux)

```
L = np.array([2, 4 ,5])
L[1]              # renvoie 4
len(L)             # renvoie 3
M = np.array([[0,1,5],[2,7,10]])
M[1,1] ; M[1][1] # renvoient 7
M[0,:] ; M[0][:] # renvoient la première ligne
np.shape(M)              # renvoie (2,3)
```

Accès aux éléments des tableaux

- Parcourir un tableau à l'aide d'une boucle

Exemple

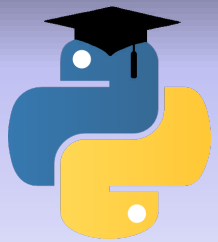
```
import numpy as np
tab = np.array(range (10))
for i in range (len (tab)):
      tab[i] = ....
print (tab)
```

Accès aux éléments des tableaux

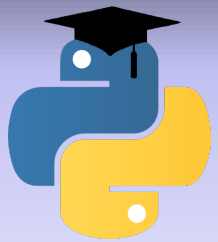
- Parcourir un tableau à l'aide d'une boucle

Exemple

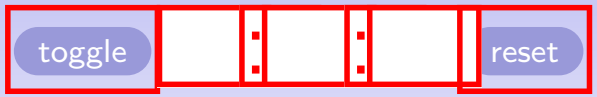
```
import numpy as np
tab = np.array(range (10))
for i in range (len (tab)):
     tab[i] = ....
print (tab)

for i, val  in enumerate (tab):
     tab[i] = val + ...
print(tab)
```



Sommaire



Mélange d'un tableau



Algorithme 1: Mélange()

Entrées : tab : entier[]

Données : i, n : entier

$n \leftarrow taille(tab) - 1$

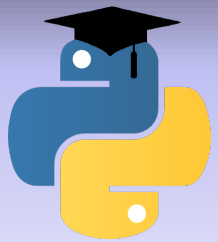
tant que $n > 0$ **faire**

    $i \leftarrow$ nombre aléatoire entre 0 et n inclus

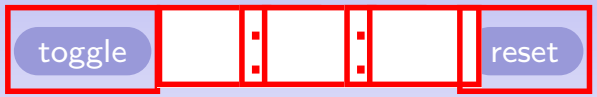
    permuter $tab[n]$ et $tab[i]$

    décrémenter n

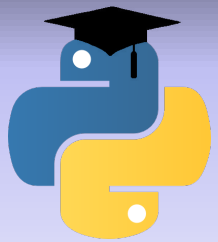
fin



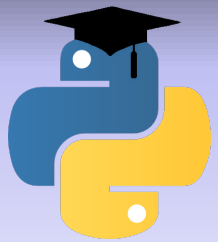
Mélange d'un tableau



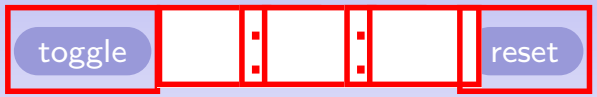

```
import numpy as np
n = len(tab) - 1
while n>0 :
  # générer un nombre aléatoire entre 0 et
  # n inclus
  i = np.random.randint(0, n)
  tab[i], tab[n] = tab[n], tab[i]
  n -= 1
```



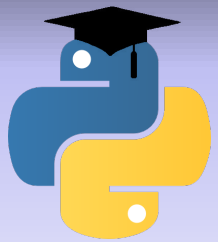
Sommaire



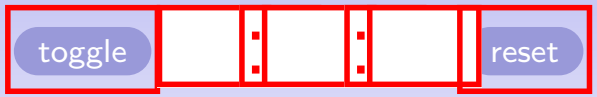
Excercice



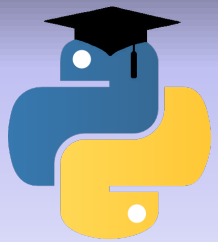

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab? , np.shape(tab)?
```



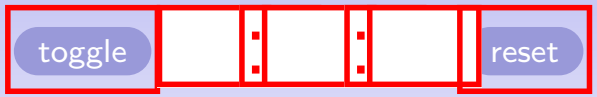
Excercice



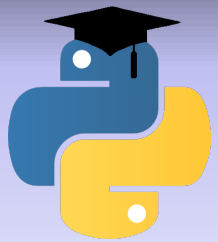

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab? , np.shape(tab)?
tab = erreur?
```



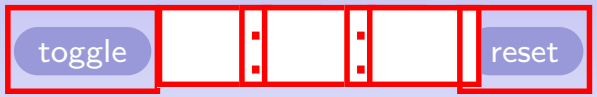
Excercice



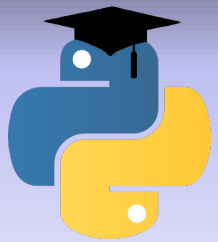

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab? , np.shape(tab)?
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 0]] , (2,3)
```



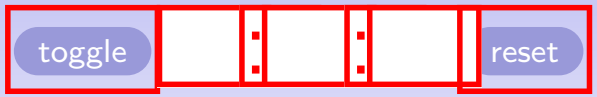
Excercice



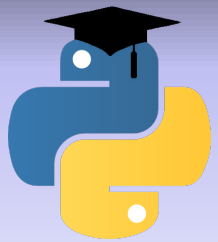

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab? , np.shape(tab)?
array([[1, 2, 3], [4, 5]]), (2,)
```



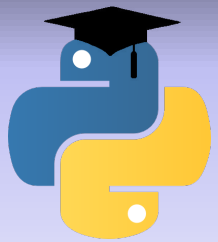
Excercice




```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab? , np.shape(tab)?
# solution :
array([[1, 2, 3], [4, 5]], dtype=object), (2,)
```



Sommaire



Sommaire

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

7	2	1	8	4

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

7	2	1	8	4

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	4	8	7

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	4	8	7

Principe du tri par sélection

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	4	7	8

Principe du tri par sélection

Exemple

18	3	10	25	9	3	11	13	23	8
	i	m							
3	18	10	25	9	3	11	13	23	8
	i				m				
3	3	10	25	9	18	11	13	23	8
		i							m
3	3	8	25	9	18	11	13	23	10
			i	m					
3	3	8	9	25	18	11	13	23	10
				i					m
3	3	8	9	10	18	11	13	23	25
					i	m			
3	3	8	9	10	11	18	13	23	25
						i	m		
3	3	8	9	10	11	13	18	23	25
							i	m	
3	3	8	9	10	11	13	18	23	25
								i	m
3	3	8	9	10	11	13	18	23	25

Algorithme du tri par sélection

Algorithme 2: triSel

Entrées : tab : entier[]
Données : indMin, i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [0, n-2]$ **faire**

Algorithme du tri par sélection

Algorithme 3: triSel

Entrées : tab : entier[]
Données : indMin, i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [0, n-2]$ **faire**
    $indMin \leftarrow i$;
    pour $j \in [i+1, n-1]$ **faire**
        si $tab[j] < tab[indMin]$ **alors**
            $indMin \leftarrow j$;

Algorithme du tri par sélection

Algorithme 4: triSel

Entrées : tab : entier[]
Données : indMin, i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [0, n-2]$ **faire**
    $indMin \leftarrow i$;
    pour $j \in [i+1, n-1]$ **faire**
        si $tab[j] < tab[indMin]$ **alors**
            $indMin \leftarrow j$;
        fin
    fin
    permuter $tab[indMin]$ et $tab[i]$;
fin

Algorithme tri par sélection


```
def trisel(tab):
    """ tri par sélection: paramètres
    tab : numpy.array
        tableau à trier.
    """
    for i in range(len(tab)-1):
        # Recherche de la position du
        # plus petit élément
        i_min = i
        for j in range(i+1, len(tab)):
            if tab[j] < tab[i_min]:
                i_min = j
        # Permuter les cases i et i_min
        tab[i], tab[i_min] = tab[i_min], tab[i]
```

Algorithme tri par sélection

Listing 1 – Tri par sélection optimisé pour numpy

```
def trisel(tab):
    """ tri par sélection: paramètres
     tab : numpy.array
          tableau à trier.
     """
     for i in range(len(tab)-1):
          # Recherche de la position du
          # plus petit élément
          i_min = np.argmin(tab[i:]) + i
          # Permuter les cases i et i_min
          tab[i], tab[i_min] = tab[i_min], tab[i]
```

Étude de la complexité du tri

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

Étude de la complexité du tri

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \simeq \frac{1}{2}n^2$$

Étude de la complexité du tri

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \simeq n^2$$

Étude de la complexité du tri

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \in \Theta(n^2)$$

Étude de la complexité du tri

Définition

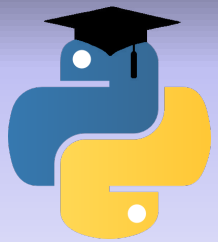
Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

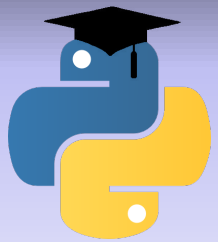
- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

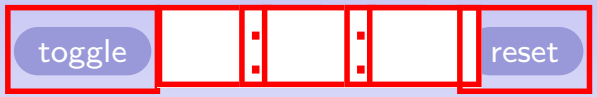
$$C(n) = \Theta(n^2)$$



Sommaire



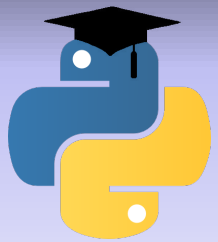
Principe du tri bulles



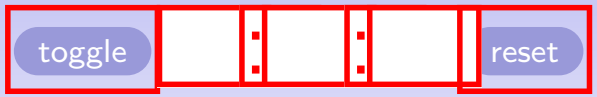
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

7	2	1	8	4



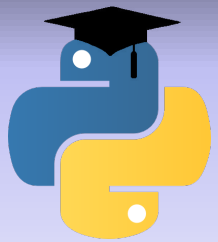
Principe du tri bulles



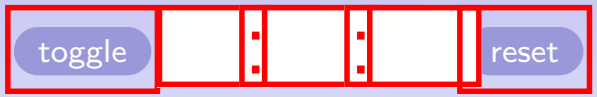
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

7	2	1	8	4



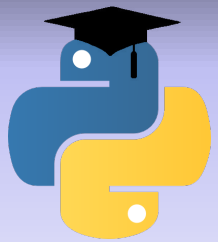
Principe du tri bulles



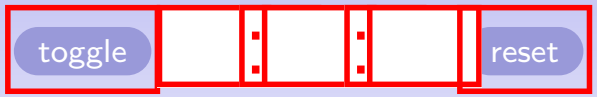
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	7	1	8	4



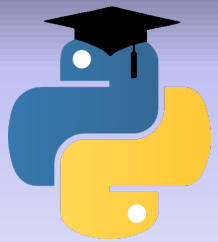
Principe du tri bulles



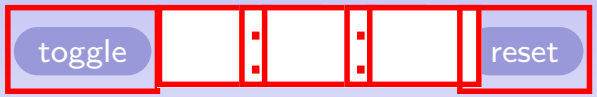
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	7	1	8	4



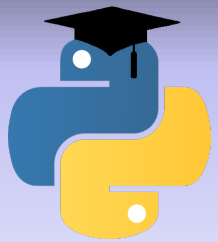
Principe du tri bulles



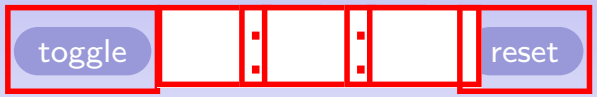
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4



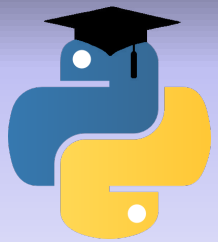
Principe du tri bulles



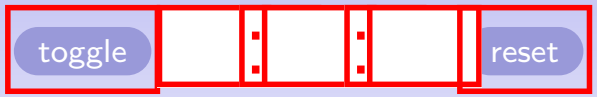
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4



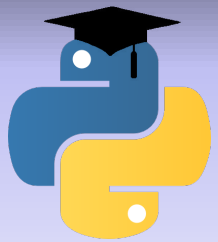
Principe du tri bulles



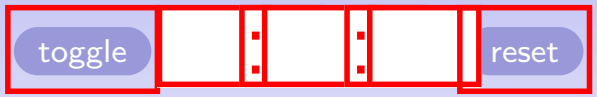
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4



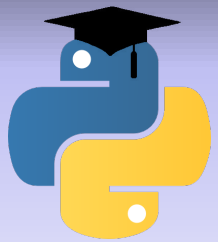
Principe du tri bulles



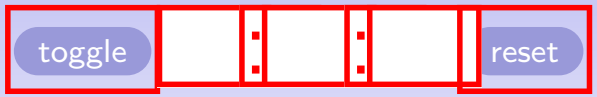
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4



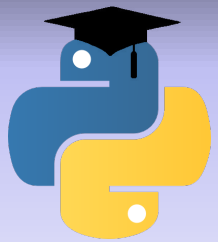
Principe du tri bulles



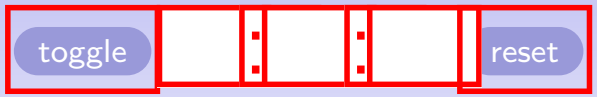
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	4	8



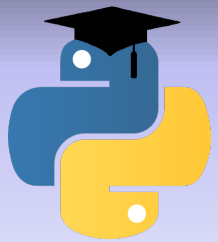
Principe du tri bulles



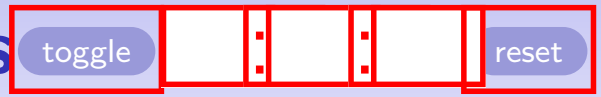
- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	4	8

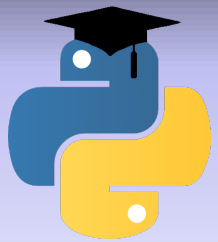


Algorithme du tri bulles

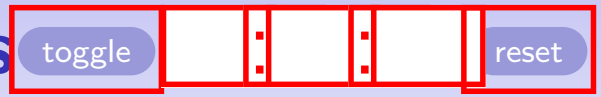


Algorithme 5: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**

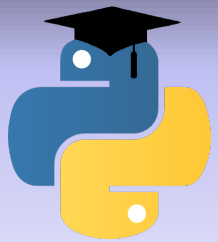


Algorithme du tri bulles

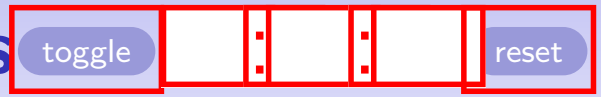


Algorithme 6: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**
    pour $j \in [0, i-1]$ **faire**

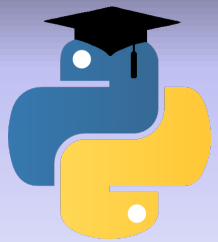


Algorithme du tri bulles

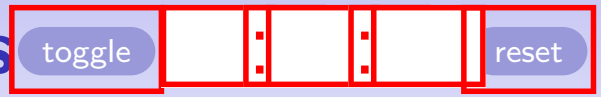


Algorithme 7: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**
    pour $j \in [0, i-1]$ **faire**
        si $tab[j] > tab[j+1]$ **alors**

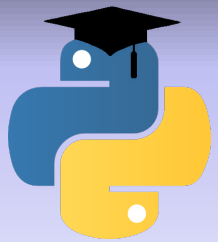


Algorithme du tri bulles



Algorithme 8: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**
    pour $j \in [0, i-1]$ **faire**
        si $tab[j] > tab[j+1]$ **alors**
            permuter $tab[j]$ et $tab[j+1]$;
        fin
    fin
fin



Sommaire

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé)

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	3	5	6	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	3	5	6	1

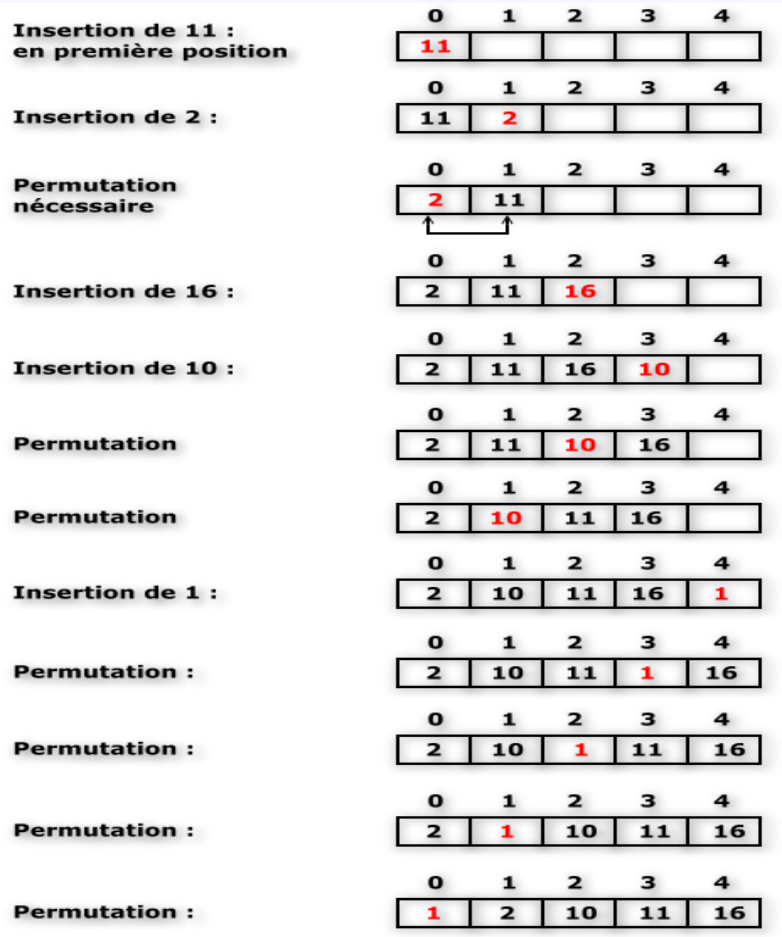
Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

1	2	3	5	6

Principe du tri par insertion

- Exemple : Insérer 11, 2, 16, 10 et 1 dans un tableau en cherchant à le trier.



algorithme de tris par insertion

Algorithme 9: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**

algorithme de tris par insertion

Algorithme 10: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**
    $cle \leftarrow tab[i]$ `// valeur à insérer dans la partie triée`
    $j \leftarrow i$;

algorithme de tris par insertion

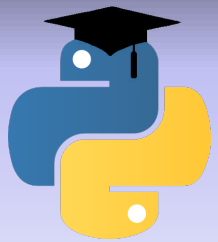
Algorithme 11: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**
    $cle \leftarrow tab[i]$ `// valeur à insérer dans la partie triée`
    $j \leftarrow i$;
    tant que $j > 0$ **et** $tab[j-1] > cle$ **faire**
        $tab[j] \leftarrow tab[j-1]$ `// décaler l'élément j d'un cran à droite`
        décrémenter j ;

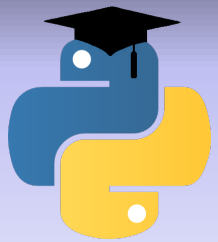
algorithme de tris par insertion

Algorithme 12: Algorithme du tri par insertion

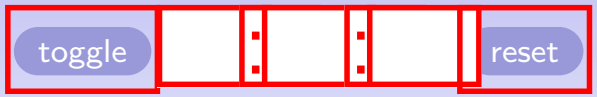
Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**
    $cle \leftarrow tab[i]$ // valeur à insérer dans la partie triée
    $j \leftarrow i$;
    tant que $j > 0$ **et** $tab[j-1] > cle$ **faire**
        $tab[j] \leftarrow tab[j-1]$ // décaler l'élément j d'un cran à droite
        décrémenter j ;
    fin
    $tab[j] \leftarrow cle$ // insérer cle à sa place
fin



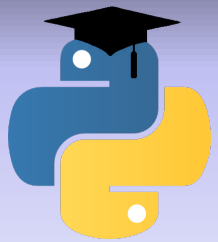
Sommaire



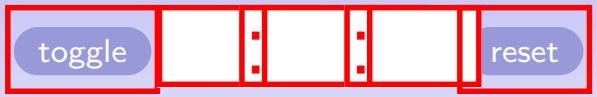
Principe du tri shell



- Proposé en 1959 par Donald L. Shell
- Tri par insertion optimisé
- Inconvénient du tri par insertion : insérer une clé en début de tableau
- Idée : faire un "pré-tri" avec un par grossier h
- puis affiner le tri en diminuant h
- finir avec $h = 1$ (tri par insertion)
- Choix de la suite h_n important
- exemple de suite : $u_0 = 1; u_{n+1} = 3u_n + 1$, h_n défini par
  - $h_0 =$ le plus grand u_n tel que $u_n < N$ (N : taille du tableau)
  - $h_{n+1} = \frac{h_n - 1}{3}$

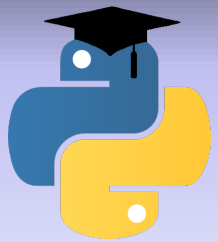


Algorithme du tri shell

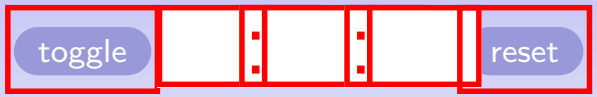


Algorithme 13: Tri Shell

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle,h : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
$h \leftarrow 1$;
tant que $3h+1 < n$ `// calcul de` h_0
faire
  $h \leftarrow 3h+1$;
fin
...

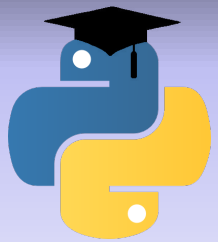


Algorithme du tri shell

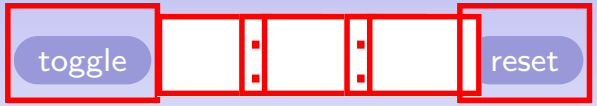


Algorithme 14: Tri Shell

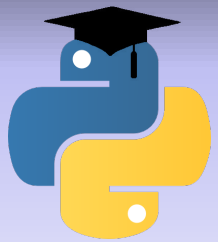
```
tant que h > 0 faire
    pour i ∈ [h, n − 1] faire
        cle ← tab[i] // valeur à insérer dans la partie triée
        j ← i;
        tant que j ⩾ h et tab[j − h] > cle faire
            tab[j] ← tab[j − h] // décaler de h crans à droite
            j ← j − h ;
        fin
        tab[j] ← cle // insérer cle à sa place
    fin
    h ← h/3 // équivalent à (h-1)/3
fin
```



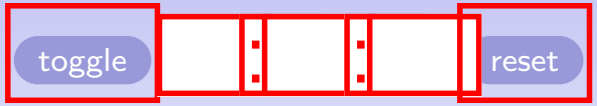
Étude du tri shell



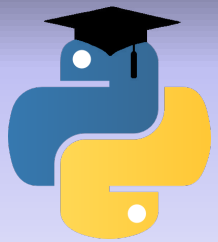
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée



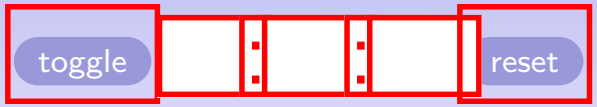
Étude du tri shell



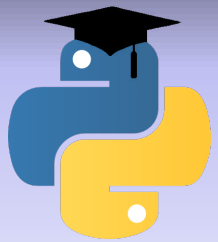
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée
- Meilleure suite inconnue



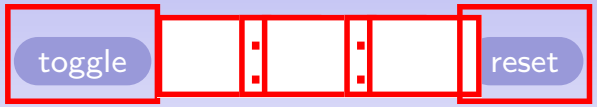
Étude du tri shell



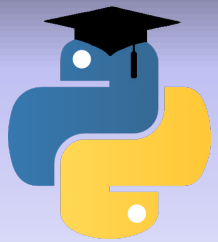
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée
- Meilleure suite inconnue
- Complexités dans le pire des cas connues :



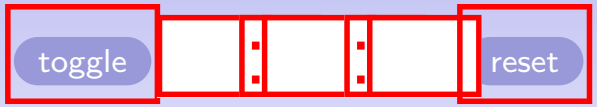
Étude du tri shell



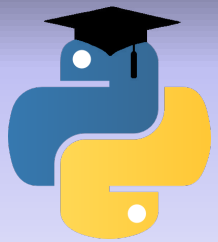
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée
- Meilleure suite inconnue
- Complexités dans le pire des cas connues :
  - $h_i = 2^{i+1} - 1 \rightsquigarrow \Theta(n^{\frac{3}{2}})$



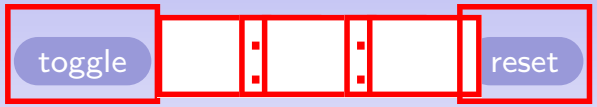
Étude du tri shell



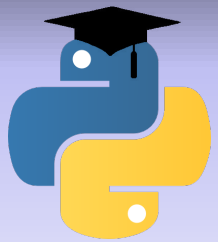
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée
- Meilleure suite inconnue
- Complexités dans le pire des cas connues :
  - $h_i = 2^{i+1} - 1 \rightsquigarrow \Theta(n^{\frac{3}{2}})$
- Complexités moyennes connues :



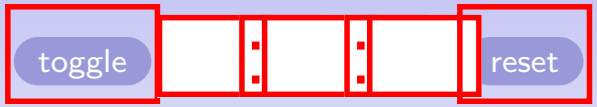
Étude du tri shell



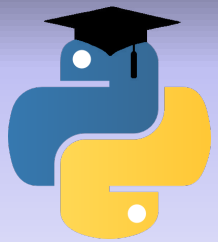
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée
- Meilleure suite inconnue
- Complexités dans le pire des cas connues :
  - $h_i = 2^{i+1} - 1 \rightsquigarrow \Theta(n^{\frac{3}{2}})$
- Complexités moyennes connues :
  - $h_i = 2^{i+1} - 1 \rightsquigarrow \Theta(n^{\frac{3}{2}})$



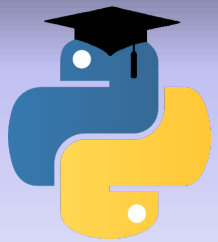
Étude du tri shell



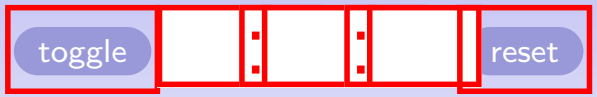
- Complexité dépend de la suite h_n utilisée
- Meilleure suite inconnue
- Complexités dans le pire des cas connues :
  - $h_i = 2^{i+1} - 1 \rightsquigarrow \Theta(n^{\frac{3}{2}})$
- Complexités moyennes connues :
  - $h_i = 2^{i+1} - 1 \rightsquigarrow \Theta(n^{\frac{3}{2}})$
  - $h_i = 2^p 3^q \rightsquigarrow \Theta(n \log^2 n)$



Sommaire



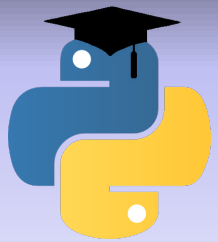
Autres tris



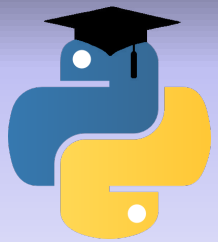
Il existe d'autres tris plus performants mais plus complexes.

- tri par segmentation (quicksort)
- tri par partition/fusion
- tri par arbre binaire de recherche équilibré
- tri par tas

Exemples : `https://moodle.ensta-bretagne.fr/course/view.php?id=1100`



Sommaire



Horloge