



CM4. Tableaux et algorithmes de tris

A. Malek TOUMI

toumiab@ensta-bretagne.fr

2018/2019

ENSTA Bretagne



Rappel :

Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Rappel :

Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Rappel :

Les types intégrés

toggle

reset

- Les types simples :
 - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
 - => tous les types simples sont non modifiables



Rappel :

Les types intégrés

toggle

reset

- Les types simples :
 - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
 - => tous les types simples sont non modifiables
- Les types composites (containers) :
 - **Les séquences** : Chaînes de caractères (**str**) ; Listes (**list**) et Tuples (**tuple**)
 - **Les maps** (hashs) : Dictionnaires (**dict**)
 - **Les ensembles** : le type **set** et le type **frozenset**



Rappel :

Les types intégrés

toggle

reset

- Les types simples :
 - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
 - => tous les types simples sont non modifiables
- Les types composites (containers) :
 - **Les séquences** : Chaînes de caractères (**str**) ; Listes (**list**) et Tuples (**tuple**)
 - **Les maps** (hashs) : Dictionnaires (**dict**)
 - **Les ensembles** : le type **set** et le type **frozenset**
 - => Les types **str**, et **tuple** ne sont pas modifiables
 - => Les types **list**, et **dict** sont modifiables



Rappel :

Les types intégrés

toggle

reset

- Les types simples :
 - Entiers signés (**int**), Réels (IEEE 754) (**float**) et Complexes (**complex**), Booléens (**bool**)
 - => tous les types simples sont non modifiables
- Les types composites (containers) :
 - **Les séquences** : Chaînes de caractères (**str**) ; Listes (**list**) et Tuples (**tuple**)
 - **Les maps** (hashs) : Dictionnaires (**dict**)
 - **Les ensembles** : le type **set** et le type **frozenset**
 - => Les types **str**, et **tuple** ne sont pas modifiables
 - => Les types **list**, et **dict** sont modifiables

Le type tableau/matrice

- Pas de type tableau en Python



Sommaire

- 1 Rappel :
Les types intégrés
- 2 **Les Tableaux**
Création d'un tableau
Mélange d'un tableau
Exercice
- 3 Algorithmes de tris
Tri par sélection
Tri bulles
Tri par insertion
Tri shell
Autres tris



Sommaire

- 1 Rappel :
 - Les types intégrés
- 2 **Les Tableaux**
 - Création d'un tableau
 - Mélange d'un tableau
 - Exercice
- 3 **Algorithmes de tris**
 - Tri par sélection
 - Tri bulles
 - Tri par insertion
 - Tri shell
 - Autres tris



Les tableaux

toggle

reset

Définition (Tableau)

Structure de données contenant plusieurs éléments du **même type**

- Les listes (list)
- Utilisation des tableaux (array) de Numpy, Scipy Matplotlib
- => Convertir une liste en tableau avec les fonctions **array()**, **matrix()** de Numpy



Définition (Tableau)

Structure de données contenant plusieurs éléments du **même type**

- Les listes (list)
- Utilisation des tableaux (array) de Numpy, Scipy Matplotlib
- => Convertir une liste en tableau avec les fonctions **array()**, **matrix()** de Numpy

Exemple (Création d'un tableau Numpy)

```
import numpy as np          # import avec alias
v = np.array([.2, 4 ,5])    # crée un vecteur de 3 réels
v = np.array(range(10), dtype = np.float) # crée un vecteur
                                         # de 10 réels
m = np.array([[0,2],[np.pi,5]]) # création d'une matrice
                                # de 2 lignes et 2 colonnes de réels
```



Exemple (Création d'un tableau Numpy)

```
import numpy as np
np.zeros((3,2)) # crée un tableau de 0.0
                # de 3 lignes et 2 colonnes
np.ones((3,2))  # crée un tableau de 1.0
                # de 3 lignes et 2 colonnes
M = np.linspace(0,1,11) # renvoie [0.,0.1,...,1.0]
N = np.arange(2,5)      # renvoie [2,3,4]
```



Opérations

toggle

reset

- Opération élément pas élément : addition ($A+B$), produit ($A*B$), puissance ($A**B$)
exemple : `tab+2`; `tab*2`; `tab**3`; `tab + tab*2`; `tab**tab`
- Produit matriciel : `dot(A,B)`, `A@B`
- Concaténation : `np.concatenate((A,B))`.
exemple : `np.concatenate((tab,tab), axis=0)`

Propriétés

Les dimensions des vecteurs-matrices doivent être conformes à l'opération souhaitée.



Copie d'un tableau

toggle

reset

Copie de tableau

```
import numpy as np
tab = np.array(range(10))
tab2 = tab # tab et tab2 référencent la même
           # zone mémoire
# Solutions à retenir
tab2 = np.copy(tab)
tab2 = tab.copy()
```



Accès aux éléments d'un tableau

toggle

reset

Remarque

Utiliser la vectorisation quand c'est possible

Exemple (`sin(t)` pour $t \in [0, 999999]$)



Accès aux éléments d'un tableau

toggle

reset

Remarque

Utiliser la vectorisation quand c'est possible

Exemple ($\sin(t)$ pour $t \in [0, 999999]$)

```
import numpy as np
res[]
for t in range(1000000):
    res += [np.sin(t)]
```




Accès aux éléments d'un tableau

toggle

reset

Remarque

Utiliser la vectorisation quand c'est possible

Exemple ($\sin(t)$ pour $t \in [0, 999999]$)

```
import numpy as np
res = []
for t in range(1000000):
    res += [np.sin(t)]

t = np.arange(1000000)
res = np.sin(t)
```



Accès aux éléments des tableaux

toggle

reset

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices ex. $M[i,j]$ ou $M[i][j]$
- Taille du tableau : **shape(tab)**, **len(tab)**, **len(tab[0])**, ...

Exemple (Accès aux éléments des tableaux)

```
L = np.array([2, 4 ,5])
L[1]           # renvoie 4
len(L)         # renvoie 3
M = np.array([[0,1,5],[2,7,10]])
M[1,1] ; M[1][1] # renvoient 7
M[0,:] ; M[0][:] # renvoient la première ligne
```



Accès aux éléments des tableaux

toggle

reset

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices ex. $M[i,j]$ ou $M[i][j]$
- Taille du tableau : **shape(tab)**, **len(tab)**, **len(tab[0])**, ...

Exemple (Accès aux éléments des tableaux)

```
L = np.array([2, 4 ,5])
L[1]           # renvoie 4
len(L)         # renvoie 3
M = np.array([[0,1,5],[2,7,10]])
M[1,1] ; M[1][1] # renvoient 7
M[0,:] ; M[0][:] # renvoient la première ligne
len(M)         # renvoie 2
len(M[0])      # renvoie 3
```



Accès aux éléments des tableaux

toggle

reset

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices ex. $M[i,j]$ ou $M[i][j]$
- Taille du tableau : **shape(tab)**, **len(tab)**, **len(tab[0])**, ...

Exemple (Accès aux éléments des tableaux)

```
L = np.array([2, 4 ,5])
L[1]           # renvoie 4
len(L)         # renvoie 3
M = np.array([[0,1,5],[2,7,10]])
M[1,1] ; M[1][1] # renvoient 7
M[0,:] ; M[0][:] # renvoient la première ligne
np.shape(M)      # renvoie (2,3)
```



Accès aux éléments des tableaux

toggle

reset

- Parcourir un tableau à l'aide d'une boucle

Exemple

```
import numpy as np
tab = np.array(range (10))
for i in range (len (tab)):
    tab[i] = ....
print (tab)
```



Accès aux éléments des tableaux

toggle

reset

- Parcourir un tableau à l'aide d'une boucle

Exemple

```
import numpy as np
tab = np.array(range (10))
for i in range (len (tab)):
    tab[i] = ....
print (tab)

for i, val in enumerate (tab):
    tab[i] = val + ...
print(tab)
```



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Mélange d'un tableau

toggle

reset

Algorithme 1 : Mélange()

Entrées : tab : entier[]

Données : i, n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab) - 1$

tant que $n > 0$ **faire**

$i \leftarrow$ nombre aléatoire entre 0 et n inclus

 permuter $tab[n]$ et $tab[i]$

 décrémenter n

fin



Mélange d'un tableau

toggle

reset

```
import numpy as np
n = len(tab) - 1
while n>0 :
    # générer un nombre aléatoire entre 0 et
    # n inclus
    i = np.random.randint(0, n)
    tab[i], tab[n] = tab[n], tab[i]
    n -= 1
```



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Exercice

toggle

reset

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab ? , np.shape(tab) ?
```



Exercice

toggle

reset

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab ? , np.shape(tab) ?
tab = erreur?
```



Exercice

toggle

reset

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab ? , np.shape(tab) ?
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 0]] , (2,3)?
```



Exercice

toggle

reset

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab ? , np.shape(tab) ?
array([[1, 2, 3], [4, 5]])?, (2,)?
```



Exercice

toggle

reset

```
>>>import numpy as np
>>>tab = np.array([[1, 2, 3],[4, 5]])
>>>tab ? , np.shape(tab) ?
# solution :
array([list([1, 2, 3]), list([4, 5])], dtype=object), (2,)
```



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 1 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 1 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 7 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 7 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par sélection

toggle

reset

Exemple

| | | | | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 18 | 3 | 10 | 25 | 9 | 3 | 11 | 13 | 23 | 8 |
| ↓ <i>i</i> | ↑ <i>m</i> | | | | | | | | |
| 3 | 18 | 10 | 25 | 9 | 3 | 11 | 13 | 23 | 8 |
| | ↓ <i>i</i> | | | | ↑ <i>m</i> | | | | |
| 3 | 3 | 10 | 25 | 9 | 18 | 11 | 13 | 23 | 8 |
| | | ↓ <i>i</i> | | | | | | ↑ <i>m</i> | |
| 3 | 3 | 8 | 25 | 9 | 18 | 11 | 13 | 23 | 10 |
| | | | ↓ <i>i</i> | ↑ <i>m</i> | | | | | |
| 3 | 3 | 8 | 9 | 25 | 18 | 11 | 13 | 23 | 10 |
| | | | | ↓ <i>i</i> | | | | ↑ <i>m</i> | |
| 3 | 3 | 8 | 9 | 10 | 18 | 11 | 13 | 23 | 25 |
| | | | | | ↓ <i>i</i> | ↑ <i>m</i> | | | |
| 3 | 3 | 8 | 9 | 10 | 11 | 18 | 13 | 23 | 25 |
| | | | | | | ↓ <i>i</i> | ↑ <i>m</i> | | |
| 3 | 3 | 8 | 9 | 10 | 11 | 13 | 18 | 23 | 25 |
| | | | | | | | ↓ <i>i</i> | ↑ <i>m</i> | |
| 3 | 3 | 8 | 9 | 10 | 11 | 13 | 18 | 23 | 25 |
| | | | | | | | | ↓ <i>i</i> | ↑ <i>m</i> |
| 3 | 3 | 8 | 9 | 10 | 11 | 13 | 18 | 23 | 25 |



Algorithme du tri par sélection

toggle

reset

Algorithme 2 : triSel

Entrées : `tab` : entier[]

Données : `indMin`, `i`, `j`, `n` : entier

$n \leftarrow \text{taille}(\text{tab})$;

pour $i \in [0, n - 2]$ **faire**



Algorithme du tri par sélection

toggle

reset

Algorithme 3 : triSel

Entrées : tab : entier[]

Données : $indMin$, i , j , n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab)$;

pour $i \in [0, n - 2]$ **faire**

$indMin \leftarrow i$;

pour $j \in [i + 1, n - 1]$ **faire**

si $tab[j] < tab[indMin]$ **alors**

$indMin \leftarrow j$;



Algorithme du tri par sélection

toggle

reset

Algorithme 4 : triSel

Entrées : tab : entier[]

Données : $indMin$, i , j , n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab)$;

pour $i \in [0, n - 2]$ **faire**

$indMin \leftarrow i$;

pour $j \in [i + 1, n - 1]$ **faire**

si $tab[j] < tab[indMin]$ **alors**

$indMin \leftarrow j$;

fin

fin

 permuter $tab[indMin]$ et $tab[i]$;

fin



Algorithme tri par sélection

toggle

reset

```
def trisel(tab):  
    """ tri par sélection: paramètres  
    tab : numpy.array  
        tableau à trier.  
    """  
    for i in range(len(tab)-1):  
        # Recherche de la position du  
        # plus petit élément  
        i_min = i  
        for j in range(i+1, len(tab)):  
            if tab[j] < tab[i_min]:  
                i_min = j  
        # Permuter les cases i et i_min  
        tab[i], tab[i_min] = tab[i_min], tab[i]
```



Algorithme tri par sélection

toggle

reset

Listing 1 – Tri par sélection optimisé pour numpy

```
def trisel(tab):  
    """ tri par sélection: paramètres  
    tab : numpy.array  
        tableau à trier.  
    """  
    for i in range(len(tab)-1):  
        # Recherche de la position du  
        # plus petit élément  
        i_min = np.argmin(tab[i:]) + i  
        # Permuter les cases i et i_min  
        tab[i], tab[i_min] = tab[i_min], tab[i]
```




Étude de la complexité du tri

toggle

reset

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$



Étude de la complexité du tri

toggle

reset

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \simeq \frac{1}{2}n^2$$



Étude de la complexité du tri

toggle

reset

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \simeq n^2$$



Étude de la complexité du tri

toggle

reset

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \in \Theta(n^2)$$



Étude de la complexité du tri

toggle

reset

Définition

Complexité Ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation $\Theta(g(n))$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) = \Theta(n^2)$$



Sommaire

- 1 **Rappel :**
 - Les types intégrés
- 2 **Les Tableaux**
 - Création d'un tableau
 - Mélange d'un tableau
 - Exercice
- 3 **Algorithmes de tris**
 - Tri par sélection
 - Tri bulles
 - Tri par insertion
 - Tri shell
 - Autres tris



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 1 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 1 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 1 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 1 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 7 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 7 | 4 | 8 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri bulles

toggle

reset

- Très simple à mettre en œuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand,
...

Exemple

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 7 | 4 | 8 |
|---|---|---|---|---|



Algorithme du tri bulles

toggle

reset

Algorithme 5 : Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab);$

pour $i \in [n - 1, 1]$ **faire**

|



Algorithme du tri bulles

toggle

reset

Algorithme 6 : Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab);$

pour $i \in [n - 1, 1]$ **faire**

pour $j \in [0, i - 1]$ **faire**



Algorithme du tri bulles

toggle

reset

Algorithme 7 : Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab);$

pour $i \in [n - 1, 1]$ **faire**

pour $j \in [0, i - 1]$ **faire**

si $tab[j] > tab[j + 1]$ **alors**

 |

 |

 |



Algorithme du tri bulles

toggle

reset

Algorithme 8 : Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab);$

pour $i \in [n - 1, 1]$ **faire**

pour $j \in [0, i - 1]$ **faire**

si $tab[j] > tab[j + 1]$ **alors**

 permuter $tab[j]$ et $tab[j + 1]$;

fin

fin

fin



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 6 | 3 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 6 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 6 | 1 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|



Principe du tri par insertion

toggle

reset

- Exemple : Insérer 11, 2, 16, 10 et 1 dans un tableau en cherchant à le trier.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|---|---|----|----|----|----|----|--|---|---|--|--|
| Insertion de 11 : en première position | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 11 | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Insertion de 2 : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>11</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 11 | 2 | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Permutation nécessaire | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>11</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>↑</td><td>↑</td><td></td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 11 | | | | | ↑ | ↑ | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 11 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | ↑ | ↑ | | | | | | | | | | | | | | |
| Insertion de 16 : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>11</td><td>16</td><td></td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 11 | 16 | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 11 | 16 | | | | | | | | | | | | | | |
| Insertion de 10 : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>11</td><td>16</td><td>10</td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 11 | 16 | 10 | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 11 | 16 | 10 | | | | | | | | | | | | | |
| Permutation | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>11</td><td>10</td><td>16</td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 11 | 10 | 16 | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 11 | 10 | 16 | | | | | | | | | | | | | |
| Permutation | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td><td>11</td><td>16</td><td></td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 10 | 11 | 16 | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 10 | 11 | 16 | | | | | | | | | | | | | |
| Insertion de 1 : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td><td>11</td><td>16</td><td>1</td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 10 | 11 | 16 | 1 | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 10 | 11 | 16 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| Permutation : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td><td>11</td><td>1</td><td>16</td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 10 | 11 | 1 | 16 | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 10 | 11 | 1 | 16 | | | | | | | | | | | | |
| Permutation : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td><td>1</td><td>11</td><td>16</td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 10 | 1 | 11 | 16 | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 10 | 1 | 11 | 16 | | | | | | | | | | | | |
| Permutation : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>10</td><td>11</td><td>16</td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 | 1 | 10 | 11 | 16 | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | 10 | 11 | 16 | | | | | | | | | | | | |
| Permutation : | <table><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>10</td><td>11</td><td>16</td></tr></table> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 10 | 11 | 16 | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 10 | 11 | 16 | | | | | | | | | | | | |



algorithme de tris par insertion

toggle

reset

Algorithme 9 : Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n, cle : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab)$;

pour $i \in [1, n - 1]$ **faire**

|



algorithme de tris par insertion

toggle

reset

Algorithme 10 : Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n, cle : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab)$;

pour $i \in [1, n - 1]$ **faire**

$cle \leftarrow tab[i]$ // valeur à insérer dans la partie triée

$j \leftarrow i$;



algorithme de tris par insertion

toggle

reset

Algorithme 11 : Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n, cle : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab)$;

pour $i \in [1, n - 1]$ **faire**

$cle \leftarrow tab[i]$ // valeur à insérer dans la partie triée

$j \leftarrow i$;

tant que $j > 0$ **et** $tab[j - 1] > cle$ **faire**

$tab[j] \leftarrow tab[j - 1]$ // décaler l'élément j d'un cran
 à droite

 décrémenter j ;



algorithme de tris par insertion

toggle

reset

Algorithme 12 : Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]

Données : i, j, n, cle : entier

$n \leftarrow \text{taille}(tab)$;

pour $i \in [1, n - 1]$ **faire**

$cle \leftarrow tab[i]$ // valeur à insérer dans la partie triée

$j \leftarrow i$;

tant que $j > 0$ **et** $tab[j - 1] > cle$ **faire**

$tab[j] \leftarrow tab[j - 1]$ // décaler l'élément j d'un cran

 à droite

 décrémenter j ;

fin

$tab[j] \leftarrow cle$ // insérer cle à sa place

fin



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Principe du tri shell

toggle

reset

- Proposé en 1959 par Donald L. Shell
- Tri par insertion optimisé
- Inconvénient du tri par insertion : insérer une clé en début de tableau
- Idée : faire un “pré-tri” avec un h grossier
- puis affiner le tri en diminuant h
- finir avec $h = 1$ (tri par insertion)
- Choix de la suite h_n important
- exemple de suite : $u_0 = 1; u_{n+1} = 3u_n + 1$, h_n défini par
 - $h_0 =$ le plus grand u_n tel que $u_n < N$ (N : taille du tableau)
 - $h_{n+1} = \frac{h_n - 1}{3}$



Algorithme du tri shell

toggle

reset

Algorithme 13 : Tri Shell

Entrées : `tab` : entier[]

Données : `i, j, n, cle, h` : entier

$n \leftarrow \text{taille}(\text{tab})$;

$h \leftarrow 1$;

tant que $3h + 1 < n$ // calcul de h_0

faire

$h \leftarrow 3h + 1$;

fin

...



Algorithme du tri shell

[toggle](#)[reset](#)

Algorithme 14 : Tri Shell

```
tant que  $h > 0$  faire
  pour  $i \in [h, n - 1]$  faire
     $cle \leftarrow tab[i]$  // valeur à insérer dans la partie
      triée
     $j \leftarrow i$ ;
    tant que  $j \geq h$  et  $tab[j - h] > cle$  faire
       $tab[j] \leftarrow tab[j - h]$  // décaler de  $h$  crans à droite
       $j \leftarrow j - h$ ;
    fin
     $tab[j] \leftarrow cle$  // insérer  $cle$  à sa place
  fin
   $h \leftarrow h/3$  // équivalent à  $(h-1)/3$ 
fin
```



Sommaire

1 Rappel :

Les types intégrés

2 Les Tableaux

Création d'un tableau

Mélange d'un tableau

Exercice

3 Algorithmes de tris

Tri par sélection

Tri bulles

Tri par insertion

Tri shell

Autres tris



Il existe d'autres tris plus performants mais plus complexes.

- tri par segmentation (quicksort)
- tri par partition/fusion
- tri par arbre binaire de recherche équilibré
- tri par tas

Exemples : `https:`

`//moodle.ensta-bretagne.fr/course/view.php?id=1100`