Langage et algorithmique

Rodéric Moitié et A. Malek TOUMI

ENSTA Bretagne

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Les tableaux

Définition (Tableau)

Structure de données contenant plusieurs éléments du même type (primitif ou composite).

Exemple (Déclaration de tableaux)

```
// idEtudiants est un tableau à une dimension de int
int idEtudiants[];
//Notes est untableau à une dimension de char
char[] notes;
//coordonnees est un tableau à deux dimensions double
double coordonnees[][];
```

Création d'un tableau

- Nécessité de définir la taille du tableau

$\Rightarrow$ utilisation de *new*

Exemple (Création de tableaux)

```
int idEtudiant[] = new int [20];
char[] notes = new char [20];
double coordonnees[][] = new double [10][5];
```

Création d'un tableau

- Nécessité de définir la taille du tableau

$\Rightarrow$ utilisation de *new*

Exemple (Création de tableaux)

```
int idEtudiant[] = new int [20];
char[] notes = new char [20];
double coordonnees[][] = new double [10][5];
```

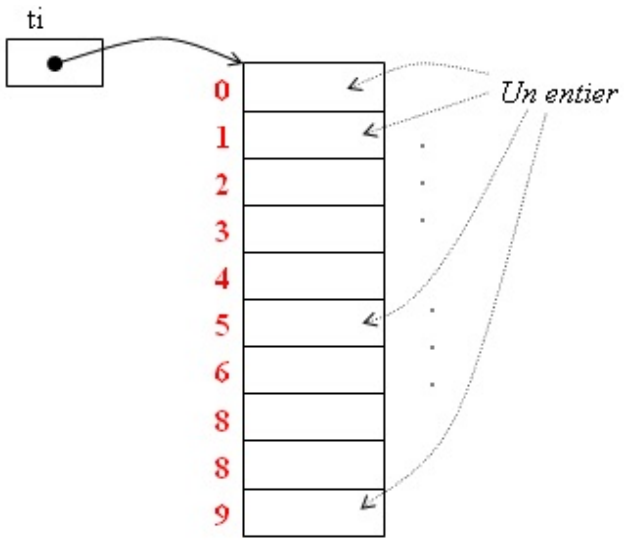
Exemple (Création et initialisation de tableau)

```
char[] notes = {'A','B','C','D','F'};
double coordonnees[][] = {{0.0,0.1},{0.2,0.3}};
// coordonnees[][] = {{0.0,0.1},{0.2,0.3}};
// l'intialisation n'est utilisable qu'à la
déclaration
```

Création d'un tableau

Exemple (Création de tableaux)

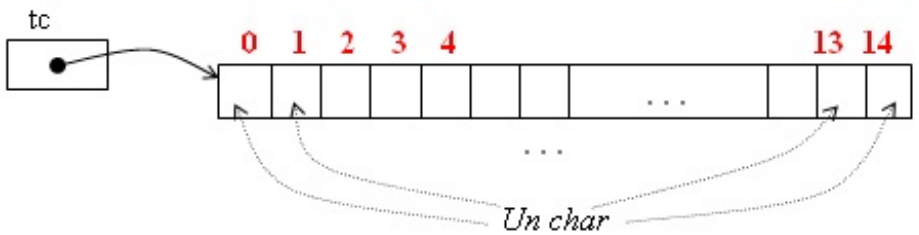
```
int ti[] = new int [10];
char[] tc = new char [15];
int t2[][] = new int[5][10];
int t21[][] = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}};
```



Création d'un tableau

Exemple (Création de tableaux)

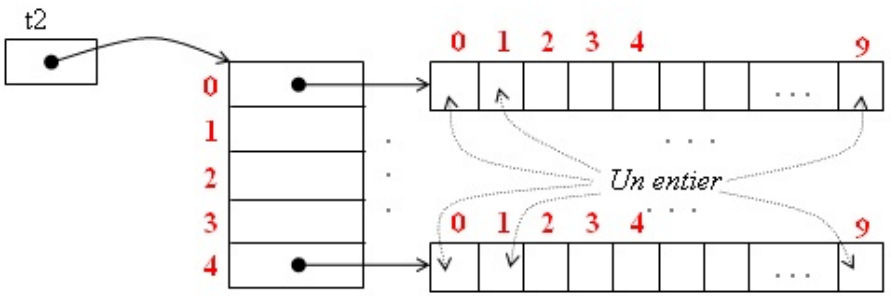
```
int ti[] = new int [10];
char[] tc = new char [15];
int t2[][] = new int[5][10];
int t21[][] = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}};
```



Création d'un tableau

Exemple (Création de tableaux)

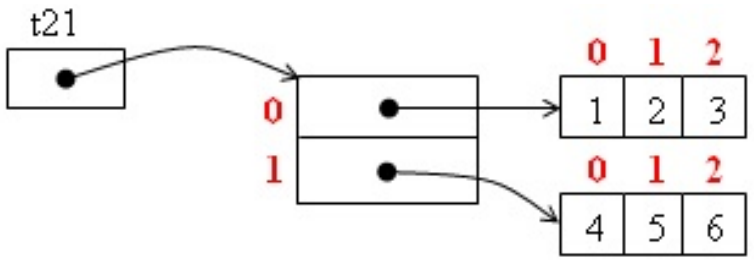
```
int ti[] = new int [10];
char[] tc = new char [15];
int t2[][] = new int[5][10];
int t21[][] = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}};
```



Création d'un tableau

Exemple (Création de tableaux)

```
int ti[] = new int [10];
char[] tc = new char [15];
int t2[][] = new int[5][10];
int t21[][] = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}};
```



Accès aux éléments des tableaux

- Accéder à un élément = accéder à une case du tableau
- Opérateur []
- Première case : 0
- Tableaux multidimensionnels : plusieurs indices
- Taille du tableau : *tab.length*, *tab[0].length*, ...

Exemple (Accès à un tableau)

```
char note1; note1 = notes[0];
notes[4] = 'Z';
double ligne2Col1 = coordonnees[1][0];
```

Tableaux et boucles

Utiliser les boucles facilite le parcours des tableaux.

Exemple

```
tab[0]=1 ; tab[1]=2 ; ... tab[9]=10;
```

Remplacé par :

```
for (int i=0 ; i<tab.length ; i++)
     tab[i] = i+1;
```

Récapitulatif

- Déclaration d'un tableau

Exemple

```
int tableau[];
```

Récapitulatif

- Déclaration d'un tableau
- Création d'un tableau

Exemple

```
int tableau[]=new int[10];
```

Récapitulatif

- Déclaration d'un tableau
- Création d'un tableau
- Remplissage du tableau

Exemple

```
int tableau[]=new int[10];
for (int i=0 ; i<tableau.length ; i++)
     tableau[i] = i;
```

Récapitulatif

- Déclaration d'un tableau
- Création d'un tableau
- Remplissage du tableau
- Utilisation du tableau

Exemple

```
int tableau[]=new int[10];
for (int i=0 ; i<tableau.length ; i++)
     tableau[i] = i;
System.out.println(tableau[0]);
```

Affichage du contenu d'un tableau

- Méthode d'affichage « naïve » : afficher la variable

Affichage du contenu d'un tableau

- Méthode d'affichage « naïve » : afficher la variable

Incorrect

```
int tab[] = new int[10];
System.out.println(tab);
```

Affichage

```
[I@187c6c7
```

Affichage du contenu d'un tableau

- Méthode d'affichage « naïve » : afficher la variable
- Méthode correcte : afficher les cases une à une

Correct

```
int tab[] = new int[10];
for (int i=0 ; i<tab.length ; i++) {
   System.out.print(tab[i]);
}
```

Affichage

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Affichage du contenu d'un tableau

- Méthode d'affichage « naïve » : afficher la variable
- Méthode correcte : afficher les cases une à une

Correct (depuis Java 5.0)

```
int tab[] = new int[10];
for (int val: tab) {
   System.out.print(val);
}
```

Affichage

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Affichage du contenu d'un tableau

- Méthode d'affichage « naïve » : afficher la variable
- Méthode correcte : afficher les cases une à une

Autre écriture (depuis Java 5.0)

```
int tab[] = new int[10];
System.out.print(Arrays.toString(val));
```

Affichage

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Remplissage aléatoire d'un tableau

- Utilisation de la classe *Random*

Exemple

```
Random alea = new Random();
int tab[] = new int[10];
for (int i=0 ; i<tab.length ; i++)
  tab[i] = alea.nextInt(10);
```

Mélange d'un tableau

Algorithme 1: Mélange()

Entrées : tab : entier[]
Données : i, n : entier
$n \leftarrow taille(tab) - 1$;
tant que $n > 0$ **faire**
    $i \leftarrow$ nombre aléatoire entre 0 et n inclus ;
    permuter $tab[n]$ et $tab[i]$;
    décrémenter n ;
fin

Mélange d'un tableau

```
// no max des elements
int n = tableau.length-1;
int tmp;
while (n>0) {
   int i = alea.nextInt(n+1);
   tmp = tableau[i];
   tableau[i] = tableau[n];
   tableau[n] = tmp;
   n--;
}
```

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

7	2	1	8	4

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

7	2	1	8	4

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	7	8	4

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	4	8	7

Principe général

- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	4	8	7

Principe général

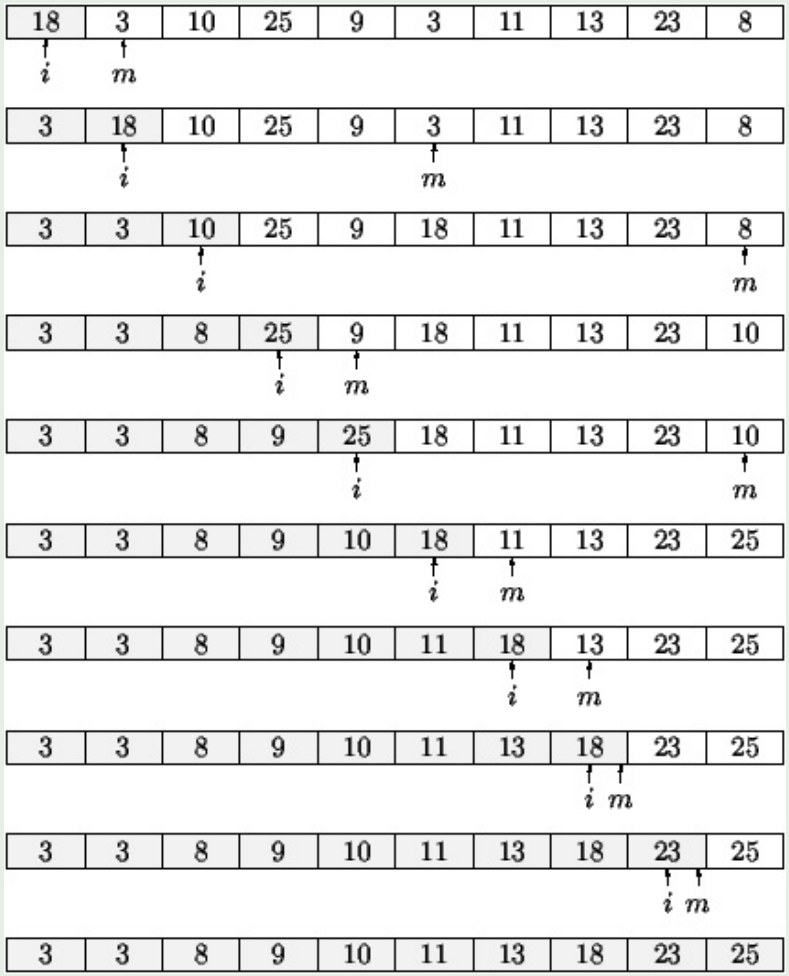
- Rechercher le plus petit élément du tableau
- Le permuter avec le premier élément
- Recommencer entre le deuxième plus petit et le deuxième élément

Exemple

1	2	4	7	8

Principe général

Exemple



Algorithme tri par sélection

Algorithme 2: triSel

Entrées : tab : entier[]
Données : indMin, i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [0, n-2]$ **faire**

Algorithme tri par sélection

Algorithme 3: triSel

Entrées : tab : entier[]
Données : indMin, i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [0, n-2]$ **faire**
    $indMin \leftarrow i$;
    pour $j \in [i+1, n-1]$ **faire**
        si $tab[j] < tab[indMin]$ **alors**
            $indMin \leftarrow j$;

Algorithme tri par sélection

Algorithme 4: triSel

Entrées : tab : entier[]
Données : indMin, i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [0, n-2]$ **faire**
    $indMin \leftarrow i$;
    pour $j \in [i+1, n-1]$ **faire**
        si $tab[j] < tab[indMin]$ **alors**
            $indMin \leftarrow j$;
        fin
    fin
    inverser($tab[indMin], tab[i]$);
fin

Algorithme tri par sélection

```
public void triSel(int tab[]) {
  int indMin; // indice du plus petit element
  int elemTmp; // element temporaire
  for (int i=0 ; i<tab.length-1 ; i++) {
    indMin = i;
    for (int j=i+1 ; j<tab.length ; j++)
      if (tab[j] < tab[indMin])
        indMin = j;
    elemTmp = tab[indMin];
    tab[indMin] = tab[i];
    tab[i] = elemTmp;
  }
}
```

Étude de la complexité du tri

Complexité $C(n)$: ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme.

Étude de la complexité du tri

Complexité $C(n)$: ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation Θ :

$$\Theta(g(n)) = \left\{ \begin{array}{l} f(n) : \exists c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} / \\ \forall n \geq n_0, 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \end{array} \right\}$$

Étude de la complexité du tri

Complexité $C(n)$: ordre de grandeur du nombre d'opérations d'un algorithme. Notation Θ :

$$\Theta(g(n)) = \left\{ \begin{array}{l} f(n) : \exists c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+, n_0 \in \mathbb{N} / \\ \forall n \geq n_0, 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \end{array} \right\}$$

$\Theta(g(n))$ représente l'ensemble des fonctions de même ordre que $g(n)$.

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \simeq \frac{1}{2}n^2$$

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) \simeq n^2$$

Tri par sélection :

- Boucle externe : $i = n - 2$ fois
- Boucle interne : $n - i$ fois
- Somme :

$$\sum_{i=0}^{n-2}(n-i) = \sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$$

$$C(n) = \Theta(n^2)$$

Sommaire

1 Les tableaux
- Déclaration
- Remplissage, mélange d'un tableau

2 Algorithmes de tris
- Tri par sélection
- Tri bulles
- Tri par insertion
- Tri shell
- Autres tris

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

7	2	1	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

7	2	1	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	7	1	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	7	1	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	8	4

Principe du tri bulles

- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	4	8

Principe du tri bulles

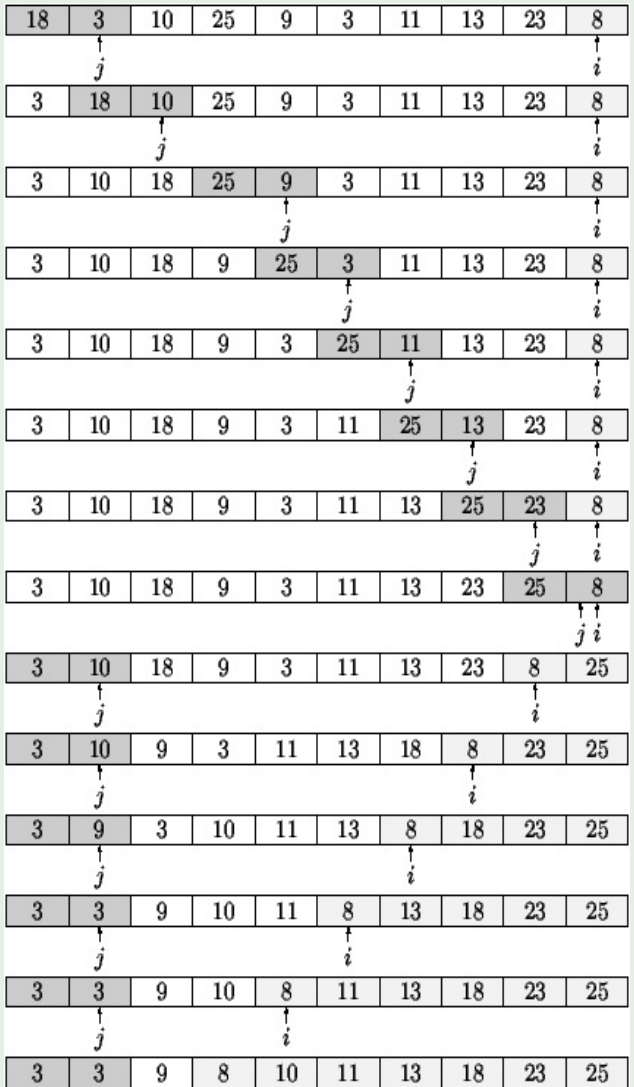
- Très simple à mettre en oeuvre
- Comparaisons locales : un élément et son successeur
- Faire remonter l'élément le plus grand, puis le deuxième plus grand, ...

Exemple

2	1	7	4	8

Principe du tri bulles

Exemple



Algorithme du tri bulles

Algorithme 5: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**

Algorithme du tri bulles

Algorithme 6: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**
    pour $j \in [0, i-1]$ **faire**

Algorithme du tri bulles

Algorithme 7: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**
    pour $j \in [0, i-1]$ **faire**
        si $tab[j] > tab[j+1]$ **alors**

Algorithme du tri bulles

Algorithme 8: Algorithme du tri bulles

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [n-1, 1]$ **faire**
  pour $j \in [0, i-1]$ **faire**
    si $tab[j] > tab[j+1]$ **alors**
      inverser($tab[j], tab[j+1]$);
    fin
  fin
fin

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé)

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée

5	2	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	5	6	3	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	5	6	3	1

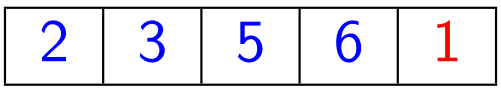
Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

2	3	5	6	1

Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée



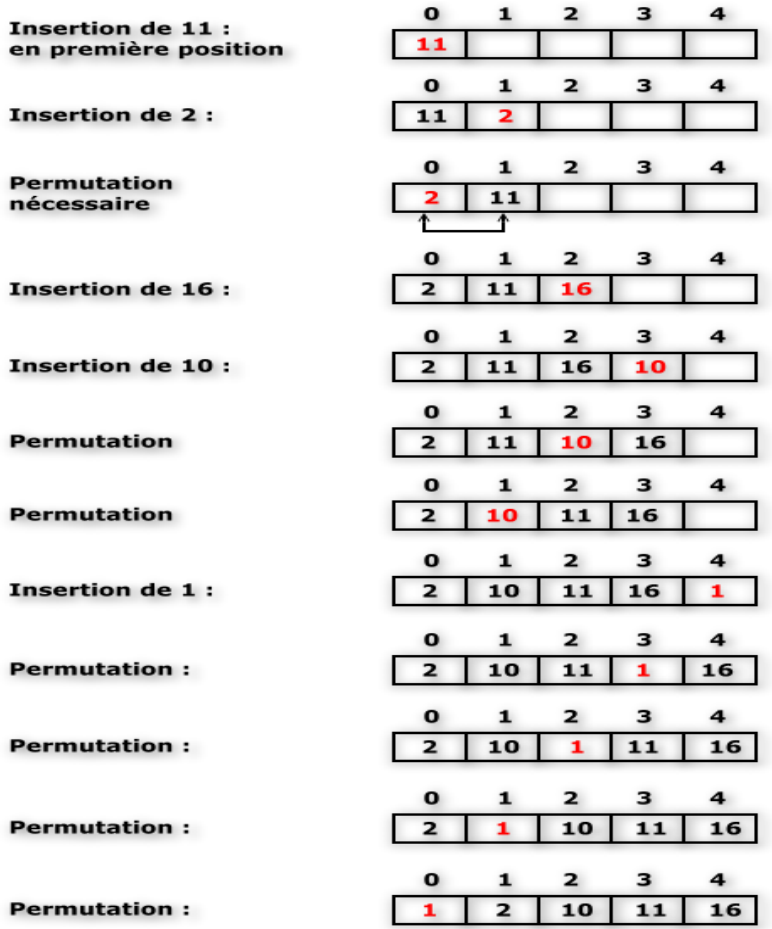
Principe du tri par insertion

- Principe : découper le tableau en deux parties
- Une partie triée
- Une partie non triée
- Insérer le premier nombre non trié (clé) dans la partie triée
- Continuer en agrandissant la partie triée

1	2	3	5	6

Principe du tri par insertion

- Exemple : Insérer 11, 2, 16, 10 et 1 dans un tableau en cherchant à le trier.



algorithme

Algorithme 9: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**

algorithme

Algorithme 10: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**
    $cle \leftarrow tab[i]$ `// valeur à insérer dans la partie triée`
    $j \leftarrow i$;

algorithme

Algorithme 11: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**
    $cle \leftarrow tab[i]$ // `valeur à insérer dans la partie triée`
    $j \leftarrow i$;
    tant que $j > 0$ *et* $tab[j-1] > cle$ **faire**
        $tab[j] \leftarrow tab[j-1]$ // `décaler l'élément j d'un cran à droite`
        décrémenter j ;

algorithme

Algorithme 12: Algorithme du tri par insertion

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
pour $i \in [1, n-1]$ **faire**
    $cle \leftarrow tab[i]$ // valeur à insérer dans la partie triée
    $j \leftarrow i$;
    tant que $j > 0$ *et* $tab[j-1] > cle$ **faire**
        $tab[j] \leftarrow tab[j-1]$ // décaler l'élément j d'un cran à droite
        décrémenter j ;
    fin
    $tab[j] \leftarrow cle$ // insérer *cle* à sa place
fin

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Principe du tri shell

- Proposé en 1959 par Donald L. Shell
- Tri par insertion optimisé
- Inconvénient du tri par insertion : insérer une clé en début de tableau
- Idée : faire un "pré-tri" avec un par grossier h
- puis affiner le tri en diminuant h
- finir avec $h = 1$ (tri par insertion)
- Choix de la suite h_n important
- exemple de suite : $u_0 = 1; u_{n+1} = 3u_n + 1$, h_n défini par
  - $h_0 =$ le plus grand u_n tel que $u_n < N$ (N : taille du tableau)
  - $h_{n+1} = \frac{h_n - 1}{3}$

Algorithme du tri shell

Algorithme 13: Tri Shell

Entrées : tab : entier[]
Données : i, j, n, cle,h : entier
$n \leftarrow taille(tab)$;
$h \leftarrow 1$;
tant que $3h + 1 < n$ // calcul de h_0
faire
    $h \leftarrow 3h + 1$;
fin
...

Algorithme du tri shell

Algorithme 14: Tri Shell

```
tant que h > 0 faire
    pour i ∈ [h, n − 1] faire
        cle ← tab[i] // valeur à insérer dans la partie triée
        j ← i;
        tant que j ⩾ h et tab[j − h] > cle faire
            tab[j] ← tab[j − h] // décaler de h crans à droite
            j ← j − h ;
        fin
        tab[j] ← cle // insérer cle à sa place
    fin
    h ← h/3 // équivalent à (h-1)/3
fin
```

Sommaire

1. Les tableaux
   - Déclaration
   - Remplissage, mélange d'un tableau
2. Algorithmes de tris
   - Tri par sélection
   - Tri bulles
   - Tri par insertion
   - Tri shell
   - Autres tris

Autres tris

Il existe d'autres tris plus performants mais plus complexes.

- tri par segmentation (quicksort)
- tri par partition/fusion
- tri par arbre binaire de recherche équilibré
- tri par tas

Exemples :
`https://moodle.ensieta.fr/course/view.php?id=548`