TD1:

Exo 1:

$s(t) = e^{-at} u(t), a > 0$

où $u(t)$ est l'échelon unité:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

le signal devient:

1) $$\begin{cases} 0 & t < 0 \\ e^{-at} & t \geq 0 \end{cases}$$

$a = 1$

2)

$s(t) = e^{-t} u(t)$

un signal est causal ssi s'il est nul pour tout $t<0$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

étudier le signal pour $t<0$

si $t<0$ alors:

$u(t) = 0$

Donc

$s(t) = e^{-t} \times 0 = 0$

- le signal est strictement nul avant $t = 0$
- il commence uniquement à $t = 0$

le signal est causal

3) calcul d'énergie E_s

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt$$

ici

$|s(t)|^2 = (e^{-t})^2 = e^{-2t}$

et comme le signal est nul pour $t<0$:

$$E_s = \int_0^{+\infty} e^{-2t} dt$$

calcul:

$$\int e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t}$$

$$E_s = \left[-\frac{1}{2} e^{-2t} \right]_0^{+\infty}$$

à $+\infty \to e^{-2t} \to 0$

à $0 \to e^0 = 1$

$E_s = 0 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$\boxed{E_s = \frac{1}{2}}$ signal à énergie finie

4)

$$P_s = \lim_{T \to +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |s(t)|^2 dt$$

l'énergie finie

le signal décroît vers 0

$\boxed{P_s = 0}$

5)

$$s_p(t) = \frac{s(t) + s(-t)}{2}$$

$$s_i(t) = \frac{s(t) - s(-t)}{2}$$

Calcul de $s(-t)$:

$$s(-t) = e^{t} u(-t)$$

$u(-t) = 1$ pour $t \leq 0$
$u(-t) = 0$ pour $t > 0$

partie paire =

$$S_p(t) = \frac{e^{-t} u(t) + e^{t} u(-t)}{2}$$

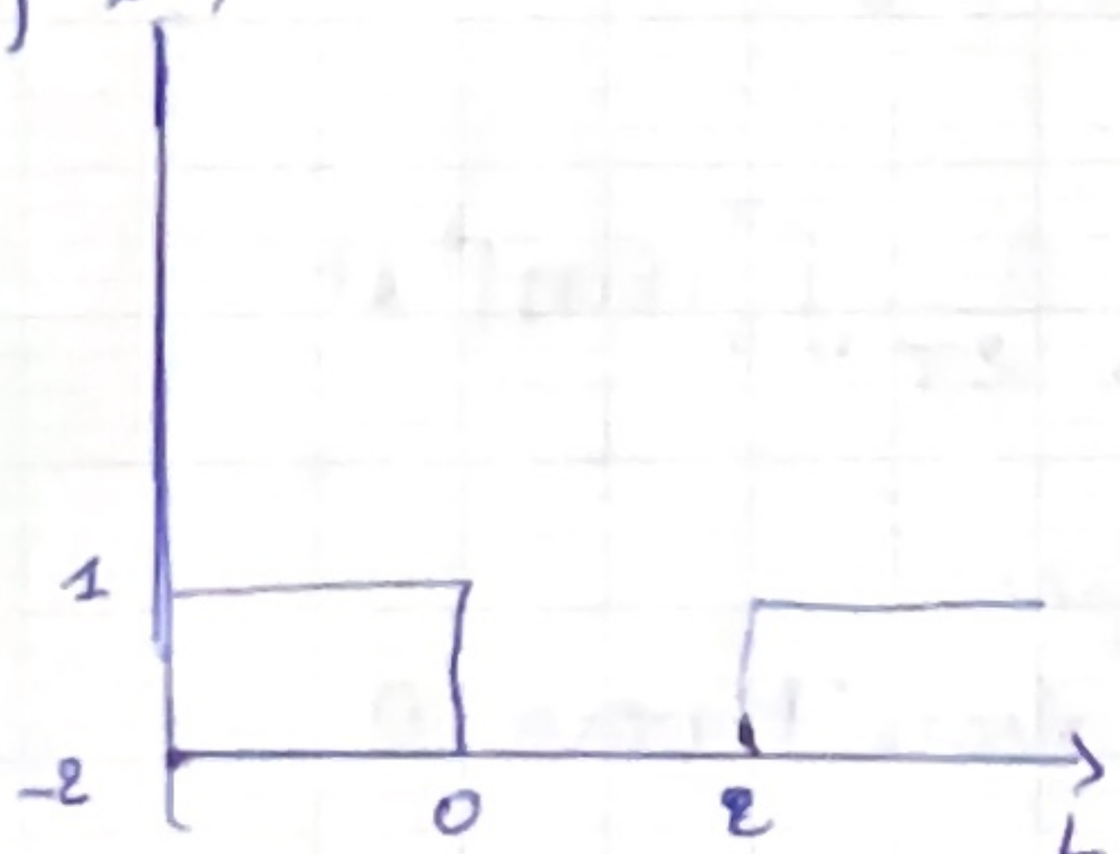
partie impaire:

$$S_i(t) = \frac{e^{-t} u(t) - e^{t} u(-t)}{2}$$

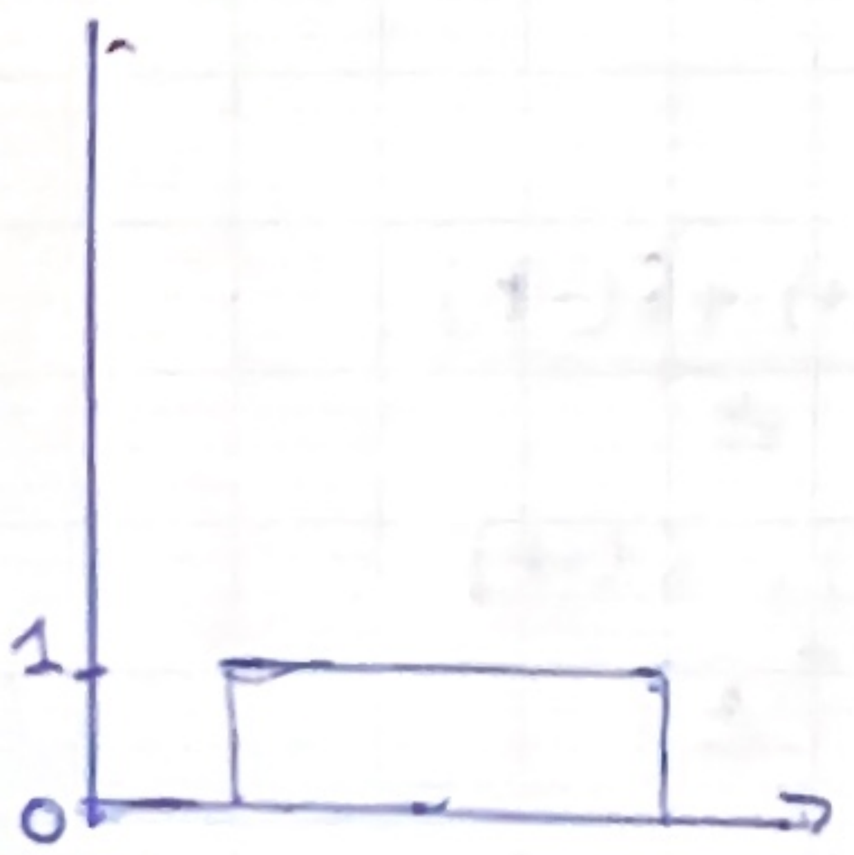
Exo 2 =

$$x(t) = \Pi_T(t) = \begin{cases} 1 & t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1) $x(t)$



2)



decalage tempoelle (retard)

3):

Signal causal $\Leftrightarrow$ nul pour $t < 0$

ici:
$x(t)$ est non nul pour $t < 0$ (entre $-\frac{T}{2}$ et 0)

Donc =
Le Signal et non Causal

* comment le rendu Causal:

$$x(t - \tfrac{T}{2})$$

$$x(t - t_0), \quad t_0 \geq \tfrac{T}{2}$$

Decalage Temporel pour rendre le signal causal

TD2

Exo1 :

$s(t) = e^{-at} u(t)$ avec $a > 0$

1)

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

2)

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-at} u(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

or $u(t) = 0$ pour $t < 0$ donc :

$$S(t) = \int_0^{+\infty} e^{-(a + j2\pi f)t} dt$$

C'est une intégrale classique :

$$\int_0^{+\infty} e^{-Kt} dt = \frac{1}{K} \quad \text{si } \Re(K) > 0$$

ici $K = a + j2\pi f$ donc

$$S(f) = \frac{1}{a + j2\pi f}$$

3)

$$|S(f)| = \left| \frac{1}{a + j2\pi f} \right|$$

On utilise :

$$|a + jb| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Donc :

$$|S(f)| = \frac{1}{\sqrt{a^2 + (2\pi f)^2}}$$

C'est le Spectre d'amplitude

4)

Quand a augmente :

le Signal temporel décroît plus vite

le Spectre devient plus large

$a \uparrow \Rightarrow$ largeur du spectre $\uparrow$

plus le signal est concentré dans le temp (quand a), plus son spectre est étalé en fréquence

Exo 2 :

$$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$$

1) formule d'Euler :

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

Donc :

$$x(t) = \frac{A}{2} \left(e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t} \right)$$

2)

$$F\{e^{j2\pi f_0 t}\} = \delta(f - f_0)$$

Donc :

$$X(f) = \frac{A}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

4)

effet qualitatif:

- Multiplica dans le temp =>
convolution en frequence
- les amplusions deviennent élargies
- Apparition de lobes secondaires
- Spectre moins concentre

Exo3

$$F\{s(t-\tau)\} = S(f)\, e^{-j2\pi f\tau}$$

$$F\{s(t-\tau)\} = \int s(t-\tau)\, e^{-j2\pi ft}\, dt$$

Changement de variable : $u = t-\tau$

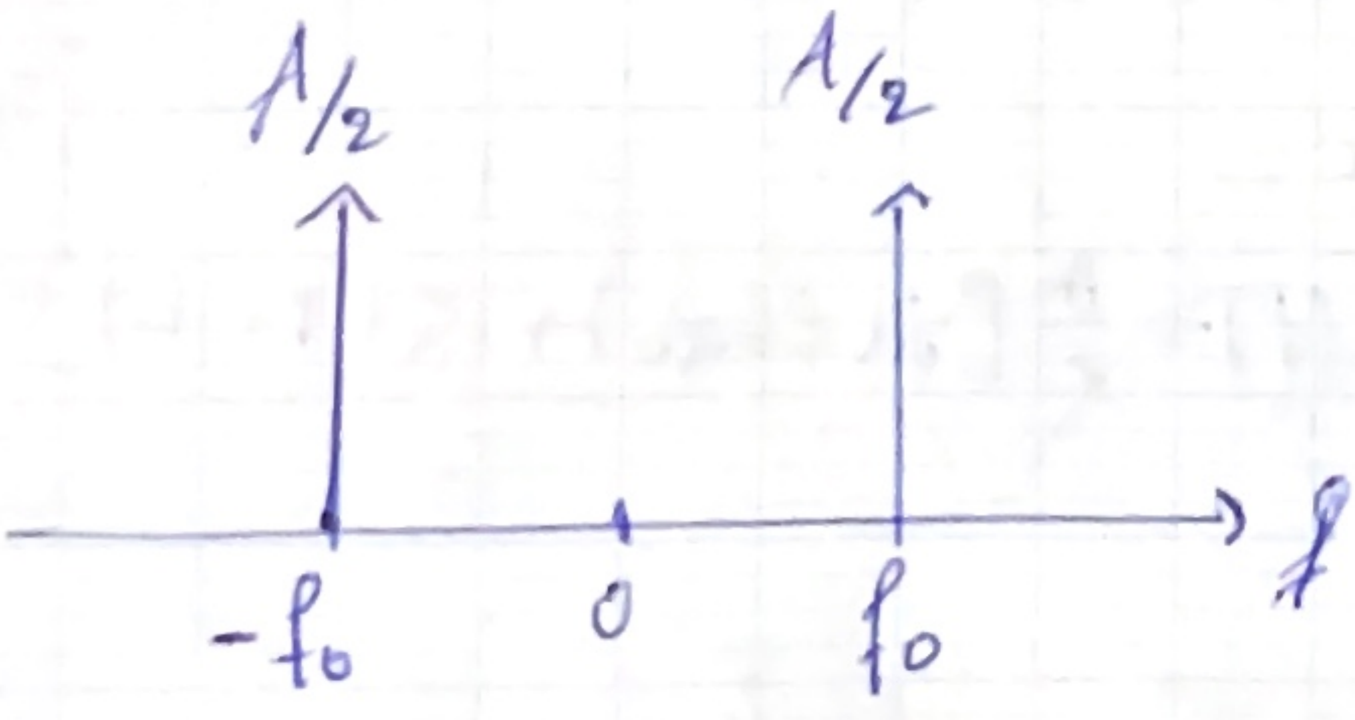
$$= \int s(u)\, e^{-j2\pi f(u+\tau)}\, du$$

$$= e^{-j2\pi f\tau} \int s(u)\, e^{-j2\pi fu}\, du$$

$$\boxed{= S(f)\, e^{-j2\pi f\tau}}$$

Suite exo 2 :

3)



TD3

Exo 1 :

$$f_e \geq 2 f_{max}$$

1)

oreille humaine : $f_{max} = 20$ KHz

$$f_s^{min} = 2 \times 20 = 40\text{KHZ}$$

$$\boxed{f_s = 40\text{KHz}}$$

2) raisons :

- Marge de securité
- eviter L'aliasing près de 20KHz
- compatibilité historique avec la video analogique

3)

$$f_N = \frac{f_s}{2} = 22{,}05\text{KHz}$$

or

$$30 > 22{,}05$$

Conséquences : aliasing

$$f_{alias} = |f_0 - f_s| = |30 - 44{,}1| = 14{,}1\ \text{kHz}$$

le signal est perçu à 14,1 KHz au lieu de 30KHZ

Exo2 :

1)
$D = f_s \times L \times N_{canaux}$
$D = 44100 \times 16 \times 2 = 1\,411\,200$ bps

$\boxed{D = 176,4 \text{ Ko/s}}$

2)
Durée = 4 min = 240 s

Taille = 176,4 x 240 = 42336 Ko
≃ 41,3 Mo

3) Facteur de compression Mp3 (128 kbps)
Facteur $= \frac{1411}{128} \simeq 11$

Exo3 :
Données:
. Resolution = 1024 x 1024
. Quantification : 8 bits/pixel

1) Nombre de niveau =
$2^8 = 256$

2) Taille de l'image non compressée
Nbr pixel :
1024 x 1024 = 1 048 576
Taille =
1 048 576 x 8 = 8 388 608 bits
≃ 1 Mo

3) quantification sur 1 bit :
- Valeur possible : 0 ou 1
- Image noir et blanc
- Très forte perte d'information

Nom de l'image =

$\boxed{\text{Image binaire}}$