

郑红超,黄质宏.基于灰色理论的预应力锚索抗滑桩预应力损失预测分析[J].2017,38(5):67-69.

基于灰色理论的预应力锚索抗滑桩 预应力损失预测分析

郑红超,黄质宏

(贵州大学土木工程学院,贵州 贵阳 550025)

摘要:运用灰色理论对预应力锚索抗滑桩预应力监测数据进行分析,建立GM(1,1)模型和改进的GM(1,1)模型,对锚索预应力变化进行预测。GM(1,1)模型与改进的GM(1,1)模型预测结果与实际监测结果均吻合良好,均能够达到合格的标准,并且改进的GM(1,1)模型比GM(1,1)模型计算精度要高。基于灰色理论的预应力锚索抗滑桩预应力损失预测是可行而实用的,具有较高的可靠性,灰色预测较为客观地反映了工程实际情况,对边坡稳定的预测预报有一定的参考价值。

关键词:预应力锚索抗滑桩;预应力损失;灰色预测;改进的GM(1,1)模型

中图分类号:TU378.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-9235(2017)5-0067-03

Prediction and Analysis of Prestress Loss of Prestressed Anchor Cable Anti Slide Pile Based on Grey Theory

ZHENG Hongchao, HUANG Zhihong

(College of Civil Engineering, Guizhou University, Guiyang 550025, China)

Abstract: It was using grey theory to analysis the monitoring data of the prestressed anchor cable anti slide pile, establishing the GM(1,1) model and improved GM(1,1) model to predict the change of the prestress. The GM(1,1) model and improved GM(1,1) model prediction results with the actual monitoring results were both in good agreement, both can reach the standard of qualified, and the improved GM(1,1) model had higher accuracy than the GM(1,1) model. Based on the grey theory to predict the prestressed loss of the prestressed anchor cable anti slide pile was feasible and practical, which had high reliability, grey prediction was objectively reflected the practical engineering, the prediction had a certain reference value on the forecast of slope stability.

Keywords: prestressed anchor cable anti slide pile; prestress loss; grey prediction; improved GM(1,1) model

预应力锚索抗滑桩在滑坡治理中广泛应用,涉及预应力锚索,预应力损失是一个难以避免的问题。尤其是随着时间的推移,预应力的损失会对边坡的稳定性产生重要影响。因此,及时有效地预测出预应力的变化情况,对于边坡稳定的预测预报就显得尤为重要。赵青,黄质宏等^[1]对预应力锚索抗滑桩工程中预应力进行了实测与损失值计算;杜斌^[2]研究了锚索预应力损失过程及影响因素并提出了防止或减小预应力损失的办法。

影响工程建筑物稳定和安全的因素很多,并且各因素之间往往具有模糊性、不确定性的特点,利用有限数据及时有

效判断工程建筑物的稳定和安全就具有很大不确定性,灰色预测法需要信息少,运算方便,建模精度高,为这类问题的解决提供了可能。张德宝^[3]利用灰色预测法对建筑物沉降进行了预测预报;廖野澜,谢漠文^[4]对隔河岩水电站引水隧洞洞室监测位移进行了灰色预报;于玲,王晓光等^[5]基于灰色理论对基坑桩顶水平位移进行了预测。通过灰色预测法对预应力锚索抗滑桩中预应力变化情况进行预测分析,从而及时了解预应力损失情况就更具有现实意义。

1 灰色预测的基本原理和方法

1.1 灰色预测的原理

基金项目:贵州省科学技术基金项目(黔科合J字[2010]2247号)

收稿日期:2016-08-28

作者简介:郑红超,男,主要从事岩土工程研究。E-mail:963803112@qq.com

通讯作者:黄质宏,男,主要从事岩土工程的教学与科研。E-mail:854584164@qq.com

邓聚龙教授在 20 世纪 80 年代初提出了灰色系统理论^[6-8],而灰色预测是灰色系统理论的一个重要组成部分。

灰色预测法是对由许多不确定因素组成的系统进行预测的一种方法。对既含有已知因素又含有不确定因素的系统进行预测,就是对在一定范围内变化的并且与时间有关的灰色过程进行预测^[9-13]。它通过系统因素之间的关联分析,利用等时距监测到的能够反映预测对象特征的一系列数据进行处理来寻找系统变化的规律,生成有较强规律性的数据序列,通过建立相应的微分方程预测模型,来判断事物未来的变化趋势,是一种比较实用的方法。

1.2 GM(1,1)模型的建立

设原始非负序列为 $X^{(0)} = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(n)\}$, 令级比 $\lambda(k) = \frac{X^{(0)}(k-1)}{X^{(0)}(k)}$, $k=2,3,\dots,n$, 计算序列级比并判断级比是否在区间 $(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}})$ 内,若满足则可建立比较满意的 GM(1,1)模型。

序列 $X^{(0)}$ 通过 1-AGO 过程可得 $X^{(1)}$, 其中 $X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k X^{(0)}(i)$, $k=1,2,3,\dots,n$, 即经过一次累加得 $X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), X^{(1)}(3), \dots, X^{(1)}(n)\}$ 。由 $X^{(1)}$ 构造邻值生成序列 $Z^{(1)}$, 即 $Z^{(1)}(k) = \alpha X^{(1)}(k) + (1-\alpha)X^{(1)}(k-1)$, $\alpha=0.5$, 因而得到 GM(1,1)模型的灰微分方程为:

$$X^{(0)}(k) + aZ^{(1)}(k) = b \quad (1)$$

在式(1)中, $X^{(0)}(k)$ 为灰导数, a 为发展系数, $Z^{(1)}(k)$ 为白化背景值, b 为灰作用量。

将时刻表 $k=2,3,\dots,n$ 代入(1)并引入矩阵向量表示得:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, u = Y = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & 1 \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

即 GM(1,1)模型可表示为 $Y=Bu$ 。用一元线性回归,即通过最小二乘法可求 a, b 的估计值为:

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (2)$$

定义 GM(1,1)的白化微分方程为:

$$\frac{dX^{(1)}(t)}{dt} + aX^{(1)}(t) = b \quad (3)$$

则灰色微分方程 $X^{(0)}(k) + aZ^{(1)}(k) = b$ 的时间响应方程为:

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = [X^{(1)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}}] e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \quad (4)$$

其中 $k=1,2,3,\dots,n-1$ 。

累减还原,从而相应的预测值为:

$$\hat{X}^{(0)}(k+1) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k) \quad (5)$$

其中 $k=1,2,3,\dots,n-1$ 。

1.3 改进的 GM(1,1)模型

GM(1,1)模型是有偏差的模型,其精度取决于背景值的构造形式和初始条件的选取^[14],其中传统的背景值 $Z^{(1)}(k) = 0.5X^{(1)}(k) + 0.5X^{(1)}(k-1)$,而实际的背景值 $Z^{(1)}(k) = \int_{k-1}^k X^{(1)}(t) dt$, $k=2,3,\dots,n$;文献[15]通过在区间 $[k-1, k]$ 内积分的方法得出:

$$Z^{(1)}(k) = \frac{X^{(1)}(k) - X^{(1)}(k-1)}{\ln X^{(1)}(k) - \ln X^{(1)}(k-1)} \quad (6)$$

优化了背景值。GM(1,1)模型利用最小二乘法得到的拟合曲线不一定通过第一个数据点,文献[16]根据新信息优先原理提出以 $X^{(1)}(n)$ 为初始条件的 GM(1,1)模型,时间响应方程式为:

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = [X^{(1)}(n) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}}] e^{-\hat{a}(k-n+1)} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \quad (7)$$

上述两类改进方法各自独立地提高了 GM(1,1)模型的精度。由于两种方法相互独立互不干扰,为了更好地提高 GM(1,1)模型的预测精度,综合利用两种方法,以 $Z^{(1)}(k) = \frac{X^{(1)}(k) - X^{(1)}(k-1)}{\ln X^{(1)}(k) - \ln X^{(1)}(k-1)}$ ($k=2,3,\dots,n$) 为背景值, $X^{(1)}(n)$ 为初始条件,建立改进的 GM(1,1)模型。

1.4 精度检验

1.4.1 残差检验

$$\text{残差公式为: } E_{(k)} = X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k) \quad (8)$$

$$\text{相对残差公式为: } \varepsilon_{(k)} = \frac{X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k)} \quad (9)$$

其中 $k=2,3,\dots,n$ 。若所有的 $|\varepsilon_{(k)}| < 0.1$, 则达到合格的精度。

1.4.2 关联度检验

首先计算绝对残差序列 $|E_{(k)}|$, 并分别找出 $\max\{|E_{(k)}|\}$ 和 $\min\{|E_{(k)}|\}$; 然后计算关联系数 $\eta_{(k)}$:

$$\eta_{(k)} = \frac{\min\{|E_{(k)}|\} + \rho \max\{|E_{(k)}|\}}{|E_{(k)}| + \rho \max\{|E_{(k)}|\}} \quad (10)$$

其中 $\rho=0.5$, $k=2,3,\dots,n$; 最后计算灰色关联度 r_i :

$$r_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \eta_{i(k)} \quad (11)$$

其中 m 为数据个数。若 $r_i > 0.6$, 则计算结果达到合格精度, r_i 越大精度越高。

1.4.3 后验差检验

$$X^{(0)} \text{ 的均值为: } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X^{(0)}(k) \quad (12)$$

$$X^{(0)} \text{ 的方差为: } S_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [X^{(0)}(k) - \bar{X}]^2} \quad (13)$$

$$\text{残差的均值为: } \bar{E} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n E_{(k)} \quad (14)$$

$$\text{残差的方差为: } S_2 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n [E_{(k)} - \bar{E}]^2} \quad (15)$$

$$\text{后验差比值为: } C = \frac{S_2}{S_1} \quad (16)$$

$$\text{小误差概率为: } P = \{ |E_{(k)} - \bar{E}| < 0.6745 S_1 \} \quad (17)$$

预测精度等级对照,见表1。

表1 预测等级精度对照

预测精度等级	P	C
一级(好)	>0.95	<0.35
二级(合格)	>0.80	<0.45
三级(勉强)	>0.70	<0.50
四级(不合格)	≤0.70	≥0.65

计算结果的精度等级由后验差比值C和小误差概率P综合决定,C值越小,P值越大,模型的计算精度越高;模型的计算精度 = max{P的级别,C的级别}。

2 预应力变化灰色预测实例分析

某公路路基直立边坡高达28 m,采用预应力锚索抗滑桩支护结构,设置锚索抗滑桩13根,桩长39.00 m,抗滑桩桩间设置土钉墙。每根桩上设5排锚索,锚索长6.0 m,间距1.0 m,最大悬臂高度28 m。现场选取了3根预应力锚索抗滑桩(7、2、4号)上的锚索作为监测对象,从锚索张拉之日起定期测试锚索的受力情况。选取7号抗滑桩上的锚索预应力监测值进行预应力损失灰色预测分析,监测数据参考文献[1],具体数值见表3;灰色预测分析中的矩阵运算通过MATLAB软件进行计算,不同模型计算下的发展系数a和灰作用量b结果见表2,预应力变化灰色预测及精度检验计算结果见表3、4。

表2 不同模型下a、b计算结果

项目	GM(1,1)	改进的GM(1,1)
a	0.006 566	0.006 515
b	1 046.321	1 045.943

表3 预应力变化灰色预测及精度检验计算结果

监测时间 (月-日)	拉力 实测 值/kN	级比 $\lambda_{(k)}$	GM(1,1)模型		改进的GM(1,1)模型	
			拉力 预测 值/kN	相对 残差 $ e_{(k)} $	拉力 预测 值/kN	相对 残差 $ e_{(k)} $
03-02	1 073	—	1 073	—	1 073	—
03-09	1 045	1.027	1 035.871	0.874%	1 036.466	0.817%
03-16	1 015	1.030	1 029.092	1.388%	1 028.845	1.364%
03-23	1 023	0.992	1 022.357	0.063%	1 022.163	0.082%
03-30	1 020	1.003	1 015.666	0.425%	1 015.526	0.439%

表4 精度检验计算结果

项目	GM(1,1)模型	改进的GM(1,1)模型
平均相对误差	0.687%	0.675%
关联度 r_i	0.628 7	0.639 1
后验差比值C	0.403 4	0.392 6
小误差概率P	1	1
精度等级	二级	二级

a) 现场监测数据的级比 $\lambda_{(k)}$ 均在区间(0.717, 1.396)内,建立GM(1,1)模型是可行的;两种模型的残差检验都是相对残差 $|e_{(k)}| < 0.1$,关联度检验中关联度都是 $r_i > 0.6$,后验差检验中,计算结果精度均能够达到合格标准。

b) 改进的GM(1,1)模型相较于传统的GM(1,1)模型,平均相对误差和后验差比值均有所减小,关联度有所增大,说明改进后的模型精度有了一定提高。

3 结论

通过灰色理论中的灰色预测法对预应力锚索抗滑桩预应力损失的预测分析,可以得到以下结论。

a) 不管是残差检验、关联度检验还是后验差检验,计算结果精度均达到合格标准,说明GM(1,1)模型与改进的GM(1,1)模型预测结果与实际监测结果均吻合良好。

b) 不管是残差检验、关联度检验还是后验差检验,改进的GM(1,1)模型比GM(1,1)模型计算精度要高。

c) 通过灰色预测对预应力锚索抗滑桩中预应力的变化情况进行预测是可行的;通过预测值判断预应力损失情况,对边坡稳定的预测预报有一定的实用价值。

d) 预应力的损失受多种因素的影响,综合考虑多种因素作用下的预应力损失灰色预测分析有待进一步研究。

参考文献:

- [1] 赵青,黄质宏,赵其华,等. 预应力锚索抗滑桩工程中预应力实测与损失值计算[J]. 水文地质工程地质,2008(1):40-43.
- [2] 杜斌. 预应力锚索抗滑桩内力分析试验研究与数值模拟[D]. 贵阳:贵州大学,2006.
- [3] 张德宝. 建筑物沉降灰色预测预报[J]. 工程勘察,2000(3):56-59.
- [4] 廖野澜,谢漠文. 监测位移的灰色预报[J]. 岩石力学与工程学报,1996,15(3):269-274.
- [5] 于玲,王晓光,包龙生. 基于灰色理论的基坑桩顶水平位移预测[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版),2016,32(3):459-465.
- [6] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2002.
- [7] 袁嘉祖. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,1993.
- [8] 傅立. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学技术文献出版社,1993.
- [9] 韩振英,郭巧玲,宴春峰,等. 基于R/S与灰色合模型的窟野河经流预测[J]. 人民珠江,2016,37(5):21-25.
- [10] 赵财军,陈鹏宇,李莉. 改进GM(1,1)模型在基坑变形预测中的应用[J]. 勘测与地质,2010(6):32-34.
- [11] 史洋助,张磊,田金鑫. 灰色GM(1,1)模型在变形预测中的应用研究[J]. 专题论述,2013(20):495-496.
- [12] 董奋义,田军. 背景值和初始条件同时优化的GM(1,1)模型[J]. 系统工程与电子技术,2007,29(3):464-466.
- [13] 罗党,刘思峰,党耀国. 灰色模型GM(1,1)优化[J]. 中国工程科学,2003(8):50-53.
- [14] 党耀国,刘思峰,刘斌. 以 $x^{(1)}(n)$ 为初始条件的GM模型[J]. 中国管理科学,2005(2):132-135.

根据灰色预测分析的计算结果可知如下结论。

(责任编辑:丁 一)