応用数学レポート

◇線形代数

固有値分解までは、高校、大学復習という位置づけで理解は容易であった。特異値分解については、解き方は理解したが、本質的な理解には至っていないと感じている。後続の学習を続け、必要に応じて他の教材も活用しながら理解していきたい。

◇確率統計

全体として大学や教養として勉強してきた内容であるが、忘れていた箇所も多かった。利用しながら理解していきたい。

◇情報科学

初めて学んだ内容で本質的な理解には及んでいない。後続の学習を続けながら理解していきたい。

応用数学レポート

応用数学

第1章　線形代数

スカラー　普通の数
ベクトル　大きさと向きを持つ。
行列　スカラーを表にしたもの
　　　ベクトルを並べたもの

例題 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2+3 & 6+2 \\ 4+3 & 12+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 17 & 13 \end{pmatrix}$.

$\boxed{\begin{array}{ll} \text{行基本変形} & \text{i行目をc倍する} \\ & \text{s行目にt行目のc倍を加える} \\ & \text{p行目とq行目を入れ替える} \end{array}}$

単位行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.　$I=\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \ddots \end{pmatrix}$

$AA^{-1}=A^{-1}A=I$

問題
$\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$の逆行列

$\left(\begin{array}{cc|cc} 4 & 7 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)$ -4倍を+

$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)$ 2倍を+

$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & -7 \end{array}\right)$ -1倍

$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & -7 \end{array}\right)$ 入れ替える

$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \end{array}\right)$.

逆行列が存在しない条件

$\boxed{\begin{array}{c} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \\ ad=bc. \end{array}}$

応用数学レポート

行列式

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{v_1} \\ \vec{v_2} \end{pmatrix}$

←面積 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{v_1} \\ \vec{v_2} \end{vmatrix}$

行列式

$\begin{vmatrix} \vec{v_1} \\ \vec{v_2} \\ \vdots \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \vec{v_2} \\ \vec{v_1} \\ \vdots \end{vmatrix}$ 行を入れ替えると符号が変わる.

問題

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \cancel{1 + 3(-1) + 2(1)}$$

$$= \cancel{0}$$

$$1 - (-3) + 2 = 6$$

固有値と固有ベクトル

$A\vec{x} = \lambda \vec{x}$

固有ベクトル　固有値

問題

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

$x_1 + 2x_2 = 0$

$3x_1 + 2x_2 = \lambda x_1$

$2x_2 = \lambda x_2$

$x_3 = \lambda x_3$

$$\begin{vmatrix} 3-\lambda & 2 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(3-\lambda) \begin{vmatrix} 2-\lambda & 0 \\ 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(3-\lambda)(2-\lambda)(1-\lambda) = 0$$

$\lambda = 1,\ 2,\ 3$

$\lambda = 1$　$x_2 = 0$, $x_1 = 0$, $x_3 = 1$

$\lambda = 2$　$x_1 = 2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 0$

$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

応用数学レポート

固有値分解

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

↳固有値

$$V = (\vec{v_1}\ \ \vec{v_2}\ \ \cdots)$$

↳固有ベクトル

$$AV = V\Lambda$$

$$A = \underline{V\Lambda V^{-1}}$$

固有値分解

問題 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 0 & 6-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)(6-\lambda) \qquad \lambda = 2,\ 6$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 2x_1 \\ 6x_2 &= 2x_2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= 0 \\ x_1 &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 6\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 6x_1 \\ 6x_2 &= 6x_2 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 - 4x_1 &= 0 \\ x_2 &= 1 \end{aligned} \qquad \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

応用数学レポート

特異値分解　　UVは直交行列

$M\vec{u} = \sigma\vec{u}$

$M^T\vec{v} = \sigma\vec{u} \Rightarrow M = USV^{-1}$

単位ベクトル　　Σ で表わすこともある

$MV = US \qquad M^TU = VS^T$

$M = USV^T \qquad M^T = VS^TU^T$

$MM^T = USV^TVS^TU^T = USS^TU^T$

MM^T を固有値分解

$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$MM^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 10 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}$ 対象形となる

$\begin{vmatrix} 14-\lambda & 10 \\ 10 & 14-\lambda \end{vmatrix} = (14-\lambda)^2 - 100 = (4-\lambda)(24-\lambda)$

$\therefore \lambda = 4, 24$

$\begin{pmatrix} 14 & 10 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} 14x_1 + 10x_2 = 4x_1 \\ 10x_1 + 14x_2 = 4x_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 10x_1 + 10x_2 = 0 \\ 10x_1 + 10x_2 = 0 \end{matrix}$

$\begin{pmatrix} 14 & 10 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 24\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} 14x_1 + 10x_2 = 24x_1 \\ 10x_1 + 14x_2 = 24x_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} -10x_1 + 10x_2 = 0 \\ 10x_1 - 10x_2 = 0 \end{matrix}$

$\lambda = 4 \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \lambda = 24 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 24 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$

$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 24 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

$\left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ \ldots \end{array}\right)$

応用数学レポート

第2章 確率・統計

集合 ― ものの集まり

・h

$h \notin S$

$S = \{a, b, c, d, e, f\}$

$a \in S$ $S \ni a$

$b \in S$

要素「元」 $M \subset S$

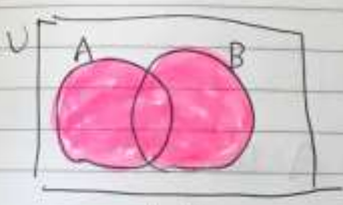
「事象」は「集合」として取り扱う

カップ

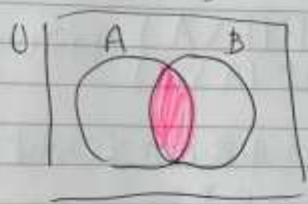
$A \cup B$

キャップ

$A \cap B$

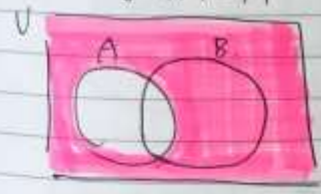


和集合



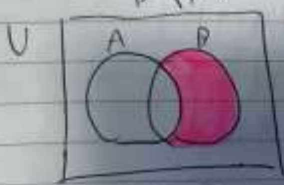
共通部分

$U \setminus A = \bar{A}$



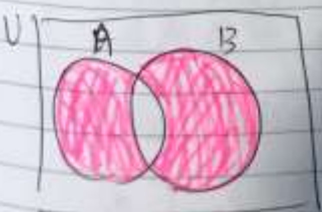
絶対補

$B \setminus A$



相対補

例題



④ $(B \setminus A) \cup (A \setminus B)$

確率

頻度確率（客観確率）
発生する頻度

ベイズ確率（主観確率）
信念の度合い

定義

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{\text{事象Aが起こる数}}{\text{すべての事象の数}} \quad 0\sim1\text{の間}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$
$$P(B \cap A) = P(B)P(A|B)$$
同じ

条件付き確率 - ある事象Bが与えられた下で Aとなる確率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

条件付きの方が大きくなる

独立な事象の同時確率

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \boxed{P(A \cap B)}$$

二重に数えている

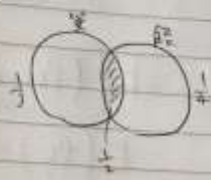
応用数学レポート

ベイズ則

$P(\text{飴玉}) = \frac{1}{4}$　$P(\text{笑顔}|\text{飴玉}) = \frac{1}{2}$　$P(\text{笑顔}) = \frac{1}{3}$

$P(\text{飴玉}|\text{笑顔})$

$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}$　$\frac{3}{2}$



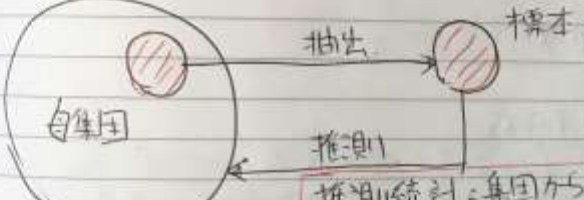
$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\cancel{P(B) = \frac{P}{P(A)}}$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times x$

$\frac{3}{8} = x$

統計



推測統計：集団から一部を取り出し元の集団（母集団）の性質を推測

要約

記述統計：集団の性質を要約

- 確率変数 … 事象と結び付けられた数値
- 確率分布 … 事象の発生する確率の分布

期待値 $E(f)$

$= \sum_{k=1}^{n} \left(P(X=x) f(X=x) \right)$

確率×確率変数

連続なら

$\int P(X=x) f(X=x) dx$

応用数学レポート

分散 $Var(f) = E\left(\left(f(x=x) - E(f)\right)^2\right)$

$= E\left(f^2(x=x)\right) - \left(E(f)\right)^2$

共分散 $Cov(f,g) = E\left(\left(f(x=x) - E(f)\right)\left(g(y=y) - E(g)\right)\right)$

$= E(fg) - E(f)E(g)$

標準偏差 $\sigma = \sqrt{Var(f)}$

確率分布

ベルヌーイ分布

・コイントスのイメージ

$P(x|\mu) = \mu^x (1-\mu)^{1-x}$

マルチヌーイ(カテゴリカル)分布

・さいころを転がすイメージ

二項分布 ・ベルヌーイ分布の多試行版

ガウス分布

推定量・パラメータを推定するために利用する数値の計算方法(式)

推定値・計算した値

真の値を θ とすると $\hat{\theta}$ と表す

標本平均・母集団から取り出した標本の平均値

標本分散 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

↓

不偏分散 $s^2 \ \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

応用数学レポート

情報科学

$\Delta W = 1$ 　 $\frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{10}$

$\frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{1}$ 　増加の比率で分かりやすさが違う

情報の増え方

$\int \frac{1}{w} dw$ 　量さも

自己情報量

↓ 積分

$$I(x) = -\log(P(x)) = \log(W(x))$$

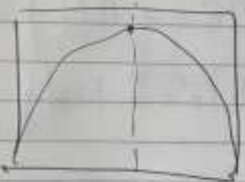
logが入ってきたら情報量

シャノンエントロピー

自己情報量の期待値

$$H(x) = E(I(x)) = -E(\log(P(x)))$$

$$= -\sum(P(x)\log(P(x)))$$



カルバック・ライブラーダイバージェンス

同じ事象・確率変数における異なる確率分布P, Qを表す

$$D_{KL}(P \| Q) = \underbrace{E_{x \sim P}}_{\text{平均}}\left[\log \frac{P(x)}{Q(x)}\right]$$ 同じ

$$= E_{x \sim P}\left[\log P(x) - \log Q(x)\right]$$

$$I(Q(x)) - I(P(x))$$

$$= (-\log(Q(x))) - (-\log(P(x))) = \log \frac{P(x)}{Q(x)}$$

応用数学レポート

交差エントロピー

・KLダイバージェンスの一部分を取り出したもの

・Qについての自己情報量をPの分布で平均している.

$$D_{KL}(P\|Q) = \sum_x \underline{P(x)}\left(\underline{-\log(Q(x))}\right) - \underline{\left(-\log(P(x))\right)}$$

$$H(P,Q) = H(P) + D_{KL}(P\|Q)$$

$$H(P,Q) = -\mathbb{E}_{x\sim P}\log Q(x) = -\sum_x P(x)\log Q(x)$$

[応用数学演習]

1.1

111 $\vec{a}+\vec{b} = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5\\2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\8\\7\end{pmatrix}$ //

112 $\vec{a}-\vec{b} = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5\\2\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\4\\-1\end{pmatrix}$ //

113 $7\vec{a} = 7\begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\42\\21\end{pmatrix}$ //

114 $8(\vec{a}+\vec{b}) = 8\begin{pmatrix}6\\8\\7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}48\\64\\56\end{pmatrix}$ //

~~2.1~~ 1.2

121 $A+B = \begin{pmatrix}2&1\\5&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&4\\1&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&5\\6&8\end{pmatrix}$ //

122 $A-3B = \begin{pmatrix}2&1\\5&3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&12\\3&15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-11\\2&-12\end{pmatrix}$ //

2.1.

211 $A\vec{u} = \begin{pmatrix}1&3&4\\5&9&0\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13\\5\\9\end{pmatrix}$ //

212 $B\vec{u} = \begin{pmatrix}1&0&3\\0&2&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\15\end{pmatrix}$ //

213 $BA = \begin{pmatrix}1&0&3\\0&2&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3&4\\5&9&0\\3&1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10&6&10\\25&23&10\end{pmatrix}$ //

214 $B^T = \begin{pmatrix}1&0\\0&2\\3&5\end{pmatrix}$ //

応用数学レポート

2.2

2.2.1

$$AB=\begin{pmatrix}2&1\\4&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3\\3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&7\\17&13\end{pmatrix}.$$

2.2.2

$$A^{-1}=\left(\begin{array}{cc|cc}2&1&1&0\\4&1&0&1\end{array}\right)\qquad A^{-1}=\cancel{\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\2&-1\end{pmatrix}}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc}0&\frac{1}{2}&1&-\frac{1}{2}\\1&\frac{1}{4}&0&\frac{1}{4}\end{array}\right).$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc}1&\frac{1}{4}&0&\frac{1}{4}\\0&\frac{1}{2}&1&-\frac{1}{2}\end{array}\right).$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc}1&0&-\frac{1}{2}&\cancel{\frac{3}{4}}\ \frac{1}{2}\\0&1&2&-1\end{array}\right)/\!/\qquad -\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\ \frac{2}{4}$$

2.2.3

$$B^{-1}=\left(\begin{array}{cc|cc}1&3&1&0\\3&1&0&1\end{array}\right)\qquad B^{-1}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix}-1&3\\3&-1\end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc}0&\frac{8}{3}&1&-\frac{1}{3}\\1&\frac{1}{3}&0&\frac{1}{3}\end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc}1&\frac{1}{3}&0&\frac{1}{3}\\0&\frac{8}{3}&1&-\frac{1}{3}\end{array}\right).$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc}1&0&-\frac{1}{8}&\cancel{\frac{9}{24}}\ \frac{3}{8}\\0&1&\frac{3}{8}&-\frac{1}{8}\end{array}\right)$$

2.2.4

BAB^{-1}

$$BA=\begin{pmatrix}1&3\\3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14&4\\10&4\end{pmatrix}$$

$$BAB^{-1}=\frac{1}{8}\begin{pmatrix}14&4\\10&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&3\\3&-1\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{8}\begin{pmatrix}-2&38\\2&26\end{pmatrix}./\!/$$

応用数学レポート

3.1. a, d

3.2 $1200-(75+300+450+75)=300$

$300/1200=\frac{1}{4}$

$450/1200=9/24=3/8$

$300/1200=\frac{1}{4}$

$75/1200=\frac{1}{16}$

4.1.1 $I=\log_2\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)=\log_2 2=1$

4.1.2 $I=\log_2\left(\frac{1}{\frac{1}{4}}\right)=\log_2 4=2$

4.1.3 $I=\log_2 2^n \cancel{=n}$

$I=-\log_2\left({}_nC_1\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)=-\log_2\left(n\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)=-\log_2 n+n$ (bit)

5.1.

① $\frac{12}{60}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

② $\frac{12}{365}$

5.2.1 $\cancel{\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{3}=\frac{10}{9}}$

$\frac{2}{5}\cdot\cancel{\frac{5}{3}}=\frac{2}{3}$

$\frac{2}{5}\cdot\cancel{\frac{5}{2}}=1$

$P(B|赤)=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{3}$

$P(白|A)=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}}=\frac{1}{2}$

応用数学レポート

6-1 (ウ)

6-2 (ウ)

6-3 (ウ)

17. $\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\7\\7\end{pmatrix}$

17.2 $\lambda=5$

17.3 (ア)

17.4 (ウ)

17.5 (イ)

$-4x_1+4x_2=5x_1$

$4x_2=9x_1$

$2x_1-2x_2=5x_2$

$2x_1=7x_2$

$x_1=\frac{7}{2}x_2$

$4x_2=9\times\frac{7}{2}x_2$

$M^TM\begin{pmatrix}1&3\\2&2\\3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10&8&6\\8&8&8\\6&8&10\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1&4&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-2&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix}1-\lambda&2&0\\0&2-\lambda&0\\0&0&3-\lambda\end{vmatrix}=(1-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda)$

$\lambda=1.2.3$

$\begin{pmatrix}1&2&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$

$\lambda=1$

$\begin{pmatrix}0&2&0\\0&1&0\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$

$2x_2=x_1$

$x_2=x_2$

$2x_3=x_3$

$\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$

$\lambda=2$

$\begin{pmatrix}-1&2&0\\0&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$

$-1x_1+2x_2=2x_1$

$2x_2=3x_1$

$x_2=2x_1$

$2x_2=0$

$x_3=2x_3$

$\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix}1-\lambda&4\\2&3-\lambda\end{vmatrix}=0$

$\lambda=5,-1$

$(1-\lambda)(3-\lambda)-8$

$(\lambda-1)(\lambda-3)$

$\lambda^2-4\lambda+3-8=0$

$\lambda^2-4\lambda-5=0$

$(\lambda-5)(\lambda+1)=0$

$\begin{pmatrix}-4&4\\2&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=5\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$

$-4x_1+x_2=5x_1$

$x_1+x_2=0$

$2x_1-2x_2=5x_2$

$2x_1-7x_2=0$

$\begin{pmatrix}2&4\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}$

$2x_1+4x_2=-x_1$

$3x_1+4x_2=0$