



國立臺灣大學社會科學院經濟學系
碩士論文

Department of Economics
College of Social Sciences
National Taiwan University
Master Thesis

電子貨幣、地下經濟與最適政策
E-Money, Underground Economy and Optimal Policy

葉岱
Tai Yeh

指導教授：李怡庭博士
Advisor: Yiting Li, Ph.D.

中華民國 105 年 8 月
August, 2016

國立臺灣大學碩士學位論文

口試委員會審定書

電子貨幣、地下經濟與最適政策

E-Money, Underground Economy and Optimal Policy

本論文係葉岱君（學號 R02323044）在國立臺灣大學經濟學系完成之碩士學位論文，於民國 105 年 7 月 25 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：

李怡庭

（指導教授）

蔡宜展

李映萱



摘要

本文使用具有現金與電子貨幣的貨幣搜尋模型分析電子貨幣的使用、政府經濟政策與地下經濟之間的關聯。模型中買家受到位置衝擊,以外生給定的機率進入地下經濟或正規市場,在兩個市場皆分別以 Nash 議價決定價格與交易量。模型中有一具有投資技術的電子貨幣發行商,將投資報酬回饋予電子貨幣的持有人。政府在此模型中透過貨幣供給和課徵消費稅影響經濟體。結果發現在通貨膨脹率和稅率足夠低的情況下,現金與電子貨幣可以共存;若通貨膨脹率或稅率太高便只有現金能夠流通。再者,當政府的經濟政策使得通貨膨脹率或稅率上升,會使得地下經濟的交易量相對正規市場的交易量提高。此外,相較於純現金的經濟體,現金與電子貨幣並存時,社會總產量較高,且政府可增加消費稅之稅收。

關鍵字: 貨幣搜尋模型、電子貨幣、地下經濟、財政政策、貨幣政策、消費稅、位置衝擊



Abstract

This paper analyzes the relation among the existence of e-money, official economic policies, and underground economy. In this model, each buyer receives a location shock and further enters whether underground economy or formal sector with a given probability. In addition, there is an e-money issuer who possesses investment technology and repays those who hold e-money with the return on investment. Besides, the government can affect the economy via either money supply or tax levy. As a result, if inflation rate and tax rate are sufficiently low, both cash and e-money exist; on the other hand, if either of them is too high, only cash circulates. The increase of inflation rate or tax rate will raise the transaction quantity of the underground economy comparing to the one of the formal sector. In comparison with pure cash economy, if cash and e-money coexist, the total transaction quantity would be higher, and the government would receive more revenue.

Keywords: Monetary search-theoretic model; E-money; Underground economy; Fiscal policy; Monetary policy; Consumption tax; Location shock



目錄

1	前言	3
2	文獻回顧	8
3	模型	10
4	均衡	15
4.1	夜晚市場	16
4.2	白天市場	20
4.2.1	地下經濟	20
4.2.2	正規市場	22
4.3	最適資產選擇	23
4.4	現金和電子貨幣共存均衡	25
4.5	純現金均衡	26
4.6	無現金均衡	26
5	數值分析	27
5.1	比較靜態分析	28
5.2	財政政策	31
6	結論	33
A	Nash 議價解	35
B	最適攜帶資產選擇	36



圖目次

1	電子貨幣的發行、使用與兌現	5
2	通膨率對兩市場產量之影響	29
3	稅率對交易量的影響	30
4	稅率對地下經濟規模的影響	31
5	稅率與政府稅收之關係	32

表目次

1	各參數對內生變數之影響	28
---	-----------------------	----



1 前言

現實世界的市場並非像完全競爭市場那般有效率,因市場結構、政府政策、資訊不對稱等因素所造成的市場障礙 (market frictions), 交易本身是具有成本的。¹ 而每一項支付工具的誕生, 都說明了人們如何致力於降低交易成本, 使得買賣雙方的交易更有效率, 進而提升社會整體福利。近年更因科技的革新, 電子設備日新月異, 市場上的支付工具加速革新, 以各種新面貌在市場上運作。

觀察過去幾年, 各國民眾使用現金或支票等紙本 (paper-based) 支付工具交易的比例逐年下降, 取而代之的是卡片 / 電子支付。² 這些新型支付工具形式相當多變, 從傳統上功能單一的電話卡和購物卡, 到今天常見的轉帳卡 (debit card)、儲值卡 (stored-value card)、電子錢包 (digital wallet) 等電子支付工具我們皆可通稱為電子貨幣 (electronic money / e-money)。再者, 近來以行動電話為基礎的行動支付開始在各地拓展, 例如肯亞地區的 M-PESA 和蘋果公司 (Apple Inc.) 的 Apple Pay。我們已經正式進入了電子 / 行動支付的時代。

鑑於支付工具的種類相當繁雜, 各方對電子貨幣的定義並不統一, 因此以下我們使用支付暨清算系統委員會 (Committee on Payment and Settlement Systems, CPSS) 的定義來界定電子貨幣的範疇 (CPSS, 2012): 「電子貨幣為一種貨幣, 其價值表現在對發行者

¹Coase (1960) 指出使用市場的成本來自於 1) 搜尋與信息成本, 2) 監督執行的成本, 3) 議價和決策的成本。完全競爭市場集中且資訊完整, 而非分散或匿名, 難以刻畫現實中存在的市場障礙。

²Capgemini 公司 2014 年的研究報告指出從 2008 年到 2012 年的非現金交易總價值, 在歐洲成長了 4%、在亞太地區已開發國家成長了 11%、在亞太地區非開發國家成長了 19%。而非現金交易之中, 卡片交易比例在歐洲成長了 5%、在亞太地區成長了 11%。除此之外, 支票的使用比例在全世界各地都有下降的趨勢。



請求付款的權利,並依據不低於所收受的貨幣價值的儲值金額量發放,而儲存在某種電子設備,如晶片卡、個人電腦的硬碟、伺服器或行動電話等其他設備之中,由發行廠商之外的企業機構收受,作為交易支付之用。」³

進一步地,為了明確定義出本文模型所設定的電子貨幣,我們給定它具備以下特徵:

1. 沒有延遲支付之用途 — 排除信用卡。⁴
2. 可脫離銀行支付系統來流通 — 排除轉帳卡和電子支票。⁵
3. 此種電子貨幣為發行廠商的債務 (liability) — 排除如比特幣 (BitCoin) 等點對點虛擬貨幣 (cryptocurrency)。⁶
4. 電子貨幣發行廠商和接受電子貨幣的一般廠商為分別獨立的兩單位 — 排除掉單功能儲值卡。

最主要的例子有:香港的八達通、臺灣的悠遊卡和一卡通、新加坡的易通卡、日本的樂天 Edy、韓國的 T-Money 等多功能儲值卡,以及儲值性質的行動支付和電子錢包。

電子貨幣的流通主要牽涉到消費者(買家)、生產者(賣家)和電子貨幣發行廠商(見圖 1)。消費者需要用現金向發行廠商換取電

³ 原文如下: “[E]lectronic money” is defined as monetary value represented by a claim on the issuers which is stored on an electronic device such as a chip card or a hard drive in personal computers or servers or other devices such as mobile phones and issued upon receipt of funds in an amount not less in value than the monetary value received and accepted as a means of payment by undertakings other than the issuer.

⁴ 有些人將信用卡 (credit card) 歸類為電子貨幣,事實上信用卡雖為支付工具,但本質上非貨幣。當消費者使用信用卡支付,發卡銀行會先幫消費者付款,在消費者收到帳單後再以現金或存款付款給發卡銀行,因此其本質上為借貸。

⁵ 電子支票 (electronic cheque) 是一種通過電腦通信網路移動支票帳戶存款以完成結算的電子支付工具。

⁶ 點對點代表使用者透過區域鏈 (blockchain) 的網路技術即可進行轉移或支付,不需仰賴銀行等中心化的金融體系,為一種去中心化的支付系統。

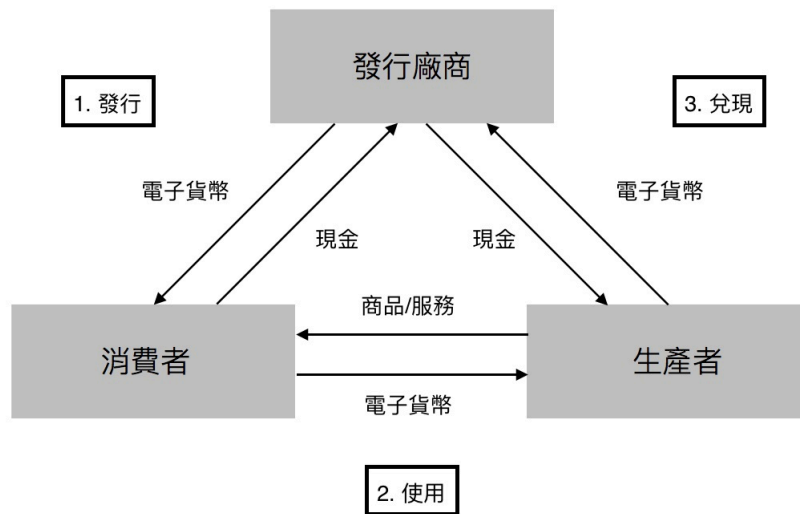


圖 1: 電子貨幣的發行、使用與兌現

子貨幣, 接著消費者向生產者使用現金或者電子貨幣進行交易, 藉以換取商品或服務, 最後生產者以其所收受的電子貨幣向發行廠商請求款項撥付以取得現金或存款。這樣的交易當中, 消費者需要以一定成本從發行廠商取得無須記名的預付工具。同時生產者也需要向發行廠商以一定成本安裝銷售時點信息系統 (Point of Sales, 簡稱為 POS), 也就是儲值卡的讀卡機, 若為行動支付或電子錢包則可能需要架設網路伺服器等成本。⁷

由於電子貨幣大多是由私人廠商發行, 在消費者的使用過程中銀行幾乎不會參與。然而, 發行廠商通常會要求消費者申請帳戶, 或者購買它所提供的 IC 晶片卡, 於其中儲存一筆金額, 其功能實際上與銀行相似, 只是發行廠商通常不會提供存款利息, 而是提供額外的優惠來提升民眾使用的誘因。至於電子貨幣發行廠商的收入

⁷銷售時點信息系統結算是先將買方的消費金額以讀卡機讀取電子磁條的認證數據 (卡片編號), 結算系統進一步將輸入的資料送往中心的監管賬戶, 資料確認之後, 交易契約成立, 買方確認取得商品或服務, 結算中心劃撥交易額度, 完成結算。這是記錄追蹤 (record keeping) 的重要相關技術。



來源,以香港八達通公司為例,主要為消費者持卡消費的交易佣金以及向租借讀卡機的廠商收取之租金及維護費用。此外,公司也將消費者儲值的金額做投資等其他利用。⁸

本文欲討論電子貨幣的使用與地下經濟之關聯性。首先我們定義後文的地下經濟:一般而言,國民經濟可區分為地下經濟 (underground economy) 與正規市場 (formal sector)。正規市場指的是合法登記的營業商家,其營利事業所得受到政府課稅。至於地下經濟,根據臺灣行政院主計總處的定義:所謂的地下經濟,包括第一,為法所禁止,例如逃漏稅、走私、盜採砂石、私宰、地下金融;第二,不報稅,例如家庭式的小型生產、攤販、短期補習及色情行業;第三,低報稅,包括營利事業所得的低報及專業人士執行業務時低報所得。

Visa Europe et al. (2011) 指出現金的匿名性使得現金交易難以被追查紀錄,使用現金有利於在地下經濟中進行交易。Visa Europe et al. (2013) 也透過跨國統計資料指出電子貨幣的使用比例與地下經濟的佔 GDP 百分比呈負相關,並且減少地下經濟佔 GDP 的百分比可能使社會福利進一步提升。在討論電子貨幣與地下經濟的關聯之下,電子貨幣具有另一項特徵:

5. 部分匿名性。

這是相對於現金的完全匿名性,卻也不似信用卡、轉帳卡等有完整的個人記錄,電子貨幣介於兩者之間。一般而言,除非特別登記聯名,若電子貨幣遺失,和現金一樣是難以取回的。另外,由於地下經

⁸根據八達通卡有限公司 2015 年年報,公司其他收入來源包括販賣卡片相關商品、利息收入、與其他廠商簽訂的開發合約等。另外,超過三年未使用的卡片,其儲蓄金額會被提列為收益。公司的投資標的主要來自銀行、政府及官股公司。資料來源: http://vpr.hkma.gov.hk/doc/300502/ar_15/ar_15_eng.pdf。



濟的非法性, 其交易通常仰賴現金, 這是因為現金本身具有匿名的特性而難以被追蹤, 使用電子貨幣的店家通常需要合法登記, 且透過 POS, 交易皆有紀錄, 所以無法在地下經濟使用。

本文也討論政府財政政策對地下經濟的影響。Neck et al. (1989) 以理論分析稅率的高低對地下經濟規模有所影響, 政府提高稅率會使得地下經濟規模擴大。⁹ Schneider (2012) 則提供了實證資料作為佐證。另一方面, 根據「歐洲地下經濟研究」(Visa Europe et al., 2013), 每人每年平均的電子交易量與地下經濟占 GDP 的比例之間有顯著的負相關。舉例而言, 根據 Buehn and Schneider (2012) 的估計, 對比臺海兩岸, 從 1999 年起至 2007 年, 臺灣的地下經濟占 GDP 平均百分比高達 25%, 遠高於中國大陸的 12.7%。支付方式的習慣可能是兩者之間差距的主因之一, 臺灣電子支付占個人消費支出僅 26%, 而中國大陸高達 56%。¹⁰

Visa Europe et al. (2013) 認為政府若欲打擊地下經濟, 可從幾方面著手: 減少國內現金的使用、擴大卡片支付使用和增加 POS 設點。南韓的地下經濟規模經 Buehn and Schneider (2012) 估計, 從 1999 年佔 GDP 28.3% 到 2010 年佔 GDP 24.7%。在對消費者的政策方面, 韓國從 1999 年推出所得稅抵減方案, 納稅義務人可以用當年度刷卡消費額抵稅, 對商家的政策方面則提出加值營業稅減免方案, 願意接受刷卡的店家, 銷售額可抵減稅率 2%, 商家刷卡銷售額較前一年增加的部分, 亦可增加抵稅額。¹¹ 使得南韓在過去近 20 年來卡片支付有相當顯著的成長, 在韓國全國使用卡片支付的比率從 1999 年代初期的 5% 成長到 2000 年的 25%, 到了 2016 年的時候

⁹這篇文章指出: 提高間接稅的邊際稅率會使得地下經濟有更高的勞動需求以及商品供給。

¹⁰資料來源: <http://udn.com/news/story/7243/1744724>。

¹¹資料來源: <http://www.chinatimes.com/newspapers/20150811000281-260208>。



達到 77%。雖然韓國政府利用減稅政策來推動電子支付, 背後的邏輯應是縮減地下經濟以利擴大稅基。

本文主要討論的議題在於三部分: 1) 現金與電子貨幣共存的均衡是否存在; 2) 在地下經濟存在的情況下, 電子貨幣的加入對經濟體的影響; 3) 財政或貨幣政策分別如何影響個人對支付工具的選擇, 並進而影響地下經濟的交易。

本文的架構將循著以下脈絡: 第 2 節文獻回顧; 第 3 節介紹基本模型的架構; 第 4 節求解模型的均衡; 第 5 節進行數值分析的討論; 第 6 節為結論。

2 文獻回顧

至今少有文獻以理論同時分析電子貨幣與地下經濟, 而透過貨幣搜尋模型, 我們可以捕捉到地下經濟與正規市場的之中的市場障礙, 並進一步討論電子貨幣如何內生存在於經濟體, 以及經濟政策如何影響人們的決策。

Li (2006) 探討具有交易障礙和金融中介的經濟體中內部與外部貨幣 (inside and outside money) 的競爭, 也就是私人廠商所發行的債權成為支付工具後, 如何跟政府所發行的法幣競爭。文章推論在私人貨幣贖回比率較低時, 私人貨幣在市場上可以流通。內外部的貨幣同時存在時, 社會福利比單一貨幣的均衡來得高。然而在法定準備率的限制下, 貨幣緊縮政策會造成信用分配, 因此欲使福利提高, 必須減少私人貨幣的數量。

Li (2011) 跟本文一樣試圖探討多支付工具並存的現象, 不同於本文所關注的電子貨幣, 此文章討論現金與支票作為主要的支付工具, 並根據我們日常生活中所觀察到人們常以通貨進行小額支



付,以支票處理大額交易來進行探討。在文章中給定支票存款有利息所得,不過人們若使用支票必須支付一固定成本,此固定成本來自於對支票的記錄追蹤;當使用支票支付小額交易,其流動性利得小於固定成本,而在大額交易中,其流動性利得大於固定成本,就會產生支票只用在大量交易、通貨只用於小額交易的均衡。此外,文章中亦考慮加入貨幣政策之後對均衡的影響,顯示出通貨膨脹上升或降低存款準備金皆會提高支票存款的利率和存款的流動性。

楊謹茹和李怡庭 (2010) 亦用貨幣搜尋模型討論了多重支付工具的選擇,分析人們在不同的訊息障礙之下,會如何持有並支付現金或轉帳卡。模型中的市場障礙來自於其假設現金有被偷的風險,而轉帳卡的使用須有記錄追蹤的成本,廠商是否接受轉帳卡取決於其是否支付讀卡機的成本。文章討論內生化的轉帳卡接受度,讓每個人獲得轉帳卡技術的成本皆不同,則經濟體出現複均衡。在轉帳卡接受度高的均衡,通貨膨脹率提高會使人們轉而使用現金,降低存款的流動性和總產出,在轉帳卡接受度低的均衡則相反。

Lester et al. (2012) 指出現金與債券等其他資產都可能成為支付工具。各決策者對於現金可以完全辨識,但辨識其他資產須需要支付紀錄追蹤的技術成本,資產的接受度和流動性取決於人們使用投資辨識技術的決策。

Gomis-Porqueras et al. (2014) (後文簡稱 GPW) 探討了人們在現金與信用之間的支付決策,以及地下經濟與兩者之間的關係。因現金交易大多不會被記錄並申報給政府的特性,現實中地下經濟的運作大多透過現金來流通,藉以避稅;反觀信用因為具備記錄追蹤的技術、交易歷史的訊息和法律上的強制力,難以避稅。此文亦考慮各種政策對均衡的影響,發現地下經濟的規模與通貨膨脹率、



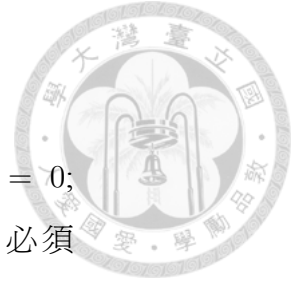
邊際稅率, 以及買賣家之間的支付工具選擇三者具有內生關係。另外, 文章也指出扭曲性稅率是造成地下經濟出現的主因, 若政府沒有支出且只使用定額稅融通, 則經濟體系所有的交易會以信用進行, 地下經濟便不會存在。然而, 即使採用扭曲性稅率, 當通貨膨脹率高到某種程度時, 人們選擇不持有通貨, 只使用信用來交易, 地下經濟不會存在。本文的模型與 GPW 主要的差異在於支付工具的不同、交易障礙的來源和金融機構的引入。GPW 討論的資產為信用存款, 本文則討論電子貨幣; GPW 的買家在白天市場受到偏好衝擊 (preference shock), 本文的買家則是受到位置衝擊 (location shock); GPW 的信用是買賣家之間的借貸, 本文則另外引入電子貨幣發行廠商, 管理電子貨幣的儲金。

3 模型

本文依據 GPW 的概念, 以 Lagos and Wright (2005) 和 Rocheteau and Wright (2005) 作為基礎架構, 並參考 Li (2011) 銀行利率的設定, 在此架構下建立一個涵蓋正規市場及地下經濟兩個部門的貨幣搜尋模型。模型的支付工具除現金以外, 另加入電子貨幣。

假設模型中的所有決策者皆活無窮期, 人口分布在 $[0, 1]$ 之間的連續統 (continuum), 分為兩個相同數量的群體, 分別稱作買家和賣家。時間為離散的, 每一期 (或稱一天) 又可分為白天和夜晚兩個子期, 決策者在各子期中分別進行不同的交易活動。各期之間的跨期折現因子為 $\beta \in (0, 1)$ 。

買家與賣家是以其在白天市場的角色命名, 兩者進行不同的決策。在白天市場, 買家消費但無法生產, 賣家生產卻不消費。買家消費 q 單位的特殊財可得到 $u(q)$ 單位的效用, $u(q)$ 必



須滿足 $u'(q) > 0, u''(q) \leq 0, u(0) = 0, u'(\infty) = 0$; 而賣家生產 q 單位的商品須付出 $c(q)$ 單位的成本, $c(q)$ 必須滿足 $c'(q) > 0, c''(q) \geq 0, c(0) = 0$ 。到了夜晚市場, 每個人都可生產與消費, 買家工作賺取白天消費之所需之資產, 賣家則使用白天銷售所取得的資產進行消費。人們在夜晚市場消費 X 單位的一般財後, 皆會獲得 $U(X)$ 的效用, $U(X)$ 的性質為 $U'(X) > 0, U''(X) < 0, U'(0) = \infty, U'(\infty) = 0$; 而提供 l 單位的勞動力, 會產生 $-l$ 的負效用, 同時每單位的勞動力賺取 w 單位的薪資, 為求計算簡便, 我們設定 $w = 1$, 也就是說, 人們可用一單位的勞動生產一單位的一般財。

買家在進入白天市場前會先受到位置衝擊進入到不同的市場, 以 μ 的機率進入地下經濟, 以 $1 - \mu$ 的機率進入正規市場。賣家分為位於地下經濟的賣家和位於正規市場的賣家, 賣家總共有 μ 的比例在地下經濟, $1 - \mu$ 的比例在正規市場, 其所在市場永遠不會變動。

夜晚市場為一集中市場, 市場中每個人皆能自由調整手中所持有的資產組合, 在此人們生產且消費一般財 (general goods)。白天市場分為兩個不同的交易部門: 地下經濟與正規市場, 兩者皆為搜尋市場, 買賣雙方在此進行一對一的隨機配對, 並對特殊財 (special goods) 選擇交易與否, 決定交易後進行議價, 議價方式採用 Nash 議價 (Nash Bargaining)。在地下經濟中我們假設買賣家有 σ 的機率配對並完成交易, $1 - \sigma$ 的機率無法完成交易; 在正規市場中, 買賣家則一定會進行交易, 配對機率為 1。¹² 兩個市場均不考慮雙重慾望一

¹²也可想成地下經濟和正規市場的配對機率分別為 σ_u 和 σ_f , 為了捕捉地下經濟的交易障礙, 我們恆假設 $\sigma_f > \sigma_u$ 。所以在模型中為簡化問題, 我們可假設 $\sigma_u = \sigma$ 以及 $\sigma_f = 1$ 。



致 (double coincidence of wants) 的可能,亦即在當中人們無法以物易物。模型當中所有的消費財都是可完全分割的 (perfectly divisible),且都不可跨期儲存,必須在當期消費完畢。

根據 Lagos and Wright (2005), 人們於夜晚市場的效用函數為準線性的,所以對於貨幣需求沒有財富效果。本文沿用此一設定,讓買賣家得以分別調整資產至一致帶到下一期。

夜晚市場是無交易障礙的市場,相反的,白天市場則有各種交易障礙,使得人們可能對於不同的支付工具有不同的接受程度,因此本文將聚焦在白天市場,進一步探討人們對支付工具的選擇。模型中有兩項可永久儲存的資產作為交易媒介,現金與電子貨幣。以下分別描述模型中現金與電子貨幣的特性。

現金

現金即法定貨幣 (fiat money), 為可完全分割且可儲存無限多期, 本文假設政府是發行現金的唯一機構。

為簡化符號, 以下皆以下標 $+1$ 代表下一期, 下標 -1 代表前一期。 M 代表當期的總貨幣供給存量, m 則為個人所持有的現金。貨幣成長率為 $\gamma = M/M_{-1}$ 。另外我們以夜晚市場中一般財來衡量法定貨幣價值 ϕ , 即一單位貨幣對一般財之購買力 (也就是說, $1/\phi$ 為夜晚市場一般財的名目價格)。

為討論財政政策, 模型中政府除發行貨幣外, 另有課稅及政府支出。政府在夜晚市場中課稅, 政府課徵定額稅以及消費稅, 用以融通政府的財政支出。政府只對正規市場的賣家課消費稅, 無法對地下經濟的賣家課徵。



政府預算限制式表示為:

$$G = T + \tau D + \phi(M - M_{-1}). \quad (1)$$

其中 G 為政府的總消費支出, 在此我們假設 G 對市場交易、生產和消費沒有任何的影響; T 為定額稅 (若 $T > 0$) 或定額移轉 (若 $T < 0$); τ 為線性的消費稅率; D 為正規市場的實質交易總金額; $\phi(M - M_{-1})$ 則為實質的貨幣供給增減量。

在白天市場賣家並不消費, 因此唯有買家持有資產進入白天市場。每個代表性個人皆會帶著 m 單位的現金, 在受到位置衝擊後分別進入地下經濟及正規市場。

電子貨幣

在本文中, 一單位電子貨幣的購買力與一單位的現金一樣, 皆為 ϕ 。電子貨幣亦為可完全分割的且可儲存無限多期。

電子貨幣與現金的最大不同在於記錄追蹤的技術以及發行貨幣的來源。我們假設地下經濟無記錄追蹤的技術, 賣家進入白天市場的地下經濟時不接受電子貨幣, 只收受現金。另一方面, 現金由政府發行, 電子貨幣則由電子貨幣廠商發行。

電子貨幣既為私人廠商所發行, 私人廠商會將存款做為投資基金, 藉此創造利潤, 在私人廠商完全競爭的情況下, 廠商會將其創造之盈餘回饋到市場上, 提供優惠給在白天時進入到正規市場的買家。

電子貨幣的發行廠商和一般商業銀行一樣須繳存足額之準備金。此乃根據臺灣電子票證發行管理條例第 18 條第一項: 「非銀行發行機構發行電子票證所收取之款項, 達一定金額以上者, 應繳存足額之準備金; 其一定金額、準備金繳存之比率、繳存方式、調



整、查核及其他應遵行事項之辦法,由中央銀行會商主管定之。」
第二項則提到:「前項收取之款項,扣除應提列之準備金後,應全部交付信託或取得銀行十足之履約保證。」

類似於 Li (2011) 對銀行存款利率的設定,假設電子貨幣應提準備率為 α , 則發行廠商收到 1 單位的電子貨幣, 其中有 $\alpha \in (0, 1)$ 單位的電子貨幣之價值作為準備金, 帶到下一期實質價值為 $\alpha\phi_{+1}$ 。其餘的存款可用來進行投資。模型中只有電子貨幣發行廠商具有投資技術, 可以在夜晚市場以買家的電子貨幣儲金進行投資, 若投資 e 單位的電子貨幣, 可用 $1 - \alpha$ 單位的電子貨幣購買價值為 $(1 - \alpha)\phi$ 的一般財, 在下一期得到 $(1 - \alpha)\phi R(e)$ 的實質報酬。 $R(e)$ 為一函數滿足 $R(e) \geq 1, R'(e) > 0, R''(e) \leq 0$, 表示廠商的收到的儲蓄金額愈多, 投資報酬率也愈高, 但是邊際報酬率遞減。

電子貨幣發行為完全競爭而無套利空間的情況下, 名目的優惠利率可表示為

$$(1 + i_e)E = \frac{(1 - \alpha)\phi E \cdot R((1 - \alpha)\phi E) + \alpha\phi_{+1}E}{\phi_{+1}}. \quad (2)$$

其中 E 為電子貨幣之社會總存量。¹³ $i_e \cdot E$ 則可看作是發行廠商的投資利得, 發行廠商會全數回饋給電子貨幣的持有人。¹⁴ 讓持有 e 單位電子貨幣的買家在白天市場可以支付 $(1 + i_e) \cdot e$ 單位的電子貨幣。透過白天市場的議價, 賣家亦可得到部分好處。

¹³所有電子貨幣發行商能夠投資的實質價值總和為 $(1 - \alpha)\phi E$, 因此投資 $(1 - \alpha)\phi E$ 得到的總投資報酬為 $(1 - \alpha)\phi E \cdot R((1 - \alpha)\phi E)$ 。

¹⁴臺灣法規電子票證發行管理條例第 18 條第三項提到:「運用第一項所收取之款項所得之孳息或其他收益, 應計提一定比率金額, 並於銀行專戶方式儲存, 做為回饋持卡人或其他主管機關規定用途使用。」現實中人們使用電子貨幣所獲得的優惠回饋相當多樣化, 由電子貨幣發行商或商品的賣方依其行銷策略決定各種提供優惠的方式。舉例來說, 以悠遊卡或一卡通在便利商店對某些特定商品消費, 消費者可能得到價格折扣、買一送一、獲得兌換禮品的點數等優惠。在模型中為求簡化, 本文使用類似銀行利率的方式捕捉優惠回饋的概念。



由於買家在進入白天市場受到位置衝擊前, 不知自己將會進入到地下經濟或正規市場, 因此與現金一樣, 買家會攜帶 e 單位的電子貨幣進入白天市場, 受到位置衝擊後分別進入到地下經濟或正規市場。

4 均衡

因著人們在夜晚市場的準線性效用函數, 人們的貨幣需求沒有財富效果, 這表示人們決定帶到下一期的 m_{+1} 和 e_{+1} 與其從白天市場帶到夜晚市場的 m 和 e 無關。如此一來, 即便人們在白天市場結束後可能持有不同的資產數量, 但在夜晚市場所有買家都會選擇完全相同數量的現金和電子貨幣, 我們便能夠討論代表性個人的問題。關鍵在於各人所提供的勞務 l , 資產不足的買家必須在夜晚市場付出更多勞力以賺取下一期消費所需之所得。

本文只考慮定態均衡 (stationary equilibrium), 這表示若無外來衝擊, 資產的實質價格並不會隨時間改變, 因此 $\phi_{-1}M_{-1} = \phi M$, 這也隱含著貨幣成長率等於通貨膨脹率 $\gamma = \phi_{-1}/\phi$ 。這使我們可以專注在討論代表性個人在某代表性 t 期的行為決策。

以下我們先求解人們在夜晚市場的決策, 再代入白天市場的決策求解均衡。

4.1 夜晚市場

令 $\{W_i^j; i = f, u; j = b, s\}$ 代表進入正規市場 (f) 和地下經濟 (u) 的買家 (b) 和賣家 (s) 進入夜晚市場的終生預期效用函數; V^b 代表買賣家進入白天市場的終生預期效用函數, 當買家進入白天市場時,



都會先受到位置衝擊, 以 μ 的機率進入地下經濟, 以 $1 - \mu$ 的機率進入正規市場。因為受到位置衝擊, 我們令買家在白天市場的終生預期效用為

$$V^b(m, e) = \mu V_u^b + (1 - \mu) V_f^b. \quad (3)$$

$\{V_i^s, i = f, u\}$ 分別為位於正規市場和位於地下經濟的賣家,

進入夜晚市場時, 人們會繳交定額稅 T (若 T 為負即定額轉移)。買家選擇消費一般財 X , 付出勞動力 l , 以及選擇帶到下一期白天市場使用的現金 m_{+1} 和電子貨幣 e_{+1} , 來極大化自己的目標函數。買家在夜晚市場時並不知自己在下一期進入到白天市場時, 在受到位置衝擊後會進入地下經濟抑或正規市場。

在白天進入地下經濟的買家, 到了夜晚市場的終生效用函數為

$$\begin{aligned} W_u^b(m, e) &= \max_{X, l, m_{+1}, e_{+1}} \{U(X) - l + \beta V^b(m_{+1}, e_{+1})\}, \\ \text{s.t. } X + \phi(m_{+1} + e_{+1}) &= l - T + \phi(m + e). \end{aligned} \quad (4)$$

第 (4) 式的限制式的左邊代表買家的支出, 包括消費 X , 以及帶到下一期的現金 m_{+1} 和電子貨幣 e_{+1} ; 限制式的右邊代表買家的收入, 包括夜晚市場的勞動所得 l , 以及帶到夜晚市場的現金 m 和電子貨幣 e , 再扣除定額稅 T (或取得定額移轉)。

白天在正規市場的買家進入夜晚市場的終生效用函數可表示為

$$\begin{aligned} W_f^b(m, e) &= \max_{X, l, m_{+1}, e_{+1}} \{U(X) - l + \beta V^b(m_{+1}, e_{+1})\}, \\ \text{s.t. } X + \phi(m_{+1} + e_{+1}) &= l - T + \phi(m + (1 + i_e)e). \end{aligned} \quad (5)$$

為刻畫只有進入正規市場的買家才能夠得到廠商所提供的優惠, e



單位的電子貨幣在下一期夜晚市場的價值為 $(1 + i_e)e$, 也就是說, 在白天市場最多可用價值為 $(1 + i_e)e$ 的電子貨幣進行消費。

將第 (4) 和第 (5) 式的預算限制式中的 l 代到效用函數, 可分別將問題改寫為

$$W_u^b(m, e) = \phi(m + e) - T + \max_{X, m_{+1}, e_{+1}} \{U(X) - X + \phi(m_{+1} + e_{+1}) + \beta V^b(m_{+1}, e_{+1})\}. \quad (6)$$

$$W_f^b(m, e) = \phi(m + (1 + i_e)e) - T + \max_{X, m_{+1}, e_{+1}} \{U(X) - X + \phi(m_{+1} + e_{+1}) + \beta V^b(m_{+1}, e_{+1})\}. \quad (7)$$

上述問題的包絡條件 (envelope conditions) 為

$$W_{um}^b(m, e) = \frac{\partial W_u^b(\cdot)}{\partial m} = \phi, \quad (8)$$

$$W_{ue}^b(m, e) = \frac{\partial W_u^b(\cdot)}{\partial e} = \phi, \quad (9)$$

$$W_{fm}^b(m, e) = \frac{\partial W_f^b(\cdot)}{\partial m} = \phi, \quad (10)$$

$$W_{fe}^b(m, e) = \frac{\partial W_f^b(\cdot)}{\partial e} = (1 + i_e)\phi. \quad (11)$$

上述包絡條件表示, 當買家從白天市場攜帶一單位的現金或電子貨幣進入夜晚市場, 對其進入夜晚市場的預期效用的影響是其各自的購買力。值得注意的是, 當地下經濟的買家帶一單位的電子貨幣到夜晚市場, 購買力跟帶一單位的現金是相同的; 然而, 正規市場的買家帶一單位的電子貨幣到夜晚市場購買力較現金為高, 因為只有當期在正規市場的買家能夠收到從電子貨幣發行廠商得到的優惠。



兩種買家的預期效用函數對於 m_{+1} 和 e_{+1} 的一階條件皆為

$$\beta V_m^b(m_{+1}, e_{+1}) \leq \phi, \text{ “=” 若 } m > 0 \quad (12)$$

$$\beta V_e^b(m_{+1}, e_{+1}) \leq \phi, \text{ “=” 若 } e > 0. \quad (13)$$

兩式不等號左邊分別代表買家攜帶一單位現金和電子貨幣進入下一期白天市場的折現邊際效益, 右邊則代表取得現金和電子貨幣的邊際成本, 這表示每多帶一單位的現金或電子貨幣都必須付出 ϕ 單位的成本。邊際成本等於邊際效益是人們願意持有該資產之必要條件。

在夜晚市場的最適消費 X , 不論買家或賣家, 皆為 $U'(X^*) = 1$, $X = X^*$ 表示買家消費至最適數量。由於賣家在白天市場只負責生產販賣商品並不消費, 無須使用任何支付工具, 所以在夜晚市場賣家只須決定消費多少和投入多少勞動力。全部的所得, 不論來自當期的白天市場或夜晚市場, 都會在當期夜晚市場被消耗掉, 獲得效用 $U(X)$ 。

賣家可分為位於地下經濟和位於正規市場來分別討論。地下經濟的賣家的終生效用函數可表示為

$$\begin{aligned} W_u^s(m) &= \max_{X, l} \{U(X) - l + \beta V_u^s\}, \\ \text{s.t. } X &= l - T + \phi m. \end{aligned} \quad (14)$$

將 l 代到效用函數, 問題可改寫為

$$W_u^s(m) = \phi m - T + \max_X \{U(X) - X + \beta V_u^s\}. \quad (15)$$

上述問題的包絡條件為

$$W_{um}^s(m) = \frac{\partial W_u^s(\cdot)}{\partial m} = \phi. \quad (16)$$



這代表地下經濟的賣家從白天市場將交易得到的現金帶到夜晚市場時, 對預期效用的影響就是其購買力。

賣家的在正規市場的交易所得在此會被課稅率為 τ 的消費稅。在夜晚市場, e 單位的電子貨幣有 $(1 + i_e)e$ 的價值, 因為電子貨幣發行廠商會將其投資所得回饋與買家。正規市場的賣家的終生效用函數可表示為

$$\begin{aligned} W_f^s(m, e) &= \max_{X, l} \{U(X) - l + \beta V_f^s\}, \\ \text{s.t. } X &= l - T + \phi(1 - \tau)(m + (1 + i_e)e). \end{aligned} \quad (17)$$

將 l 代入效用函數, 問題改寫為

$$\begin{aligned} W_f^s(m, e) &= \phi(1 - \tau)(m + (1 + i_e)e) - T \\ &\quad + \max_X \{U(X) - X + V_f^s\}. \end{aligned} \quad (18)$$

上述問題的包絡條件為

$$W_{fm}^s(m, e) = \frac{\partial W_f^s(\cdot)}{\partial m} = (1 - \tau)\phi, \quad (19)$$

$$W_{fe}^s(m, e) = \frac{\partial W_f^s(\cdot)}{\partial e} = (1 - \tau)(1 + i_e)\phi. \quad (20)$$

這代表正規市場的賣家從白天市場將交易得到的現金帶到夜晚市場時, 對預期效用的影響為其受到課稅影響過後的購買力; 從白天市場將交易得到的電子貨幣帶到夜晚市場時, 對預期效用的影響為其被課稅並獲得電子貨幣發行廠商之回饋後的購買力。

4.2 白天市場

以下我們分別討論買賣雙方在白天兩個不同市場的決策行為。



4.2.1 地下經濟

如前所述, 地下經濟是一搜尋市場, 買賣雙方在其中進行雙邊交易, 但交易不一定會實現, 兩者碰面並交易的機率為 σ , 無法交易成功的機率為 $1 - \sigma$, 以 Nash 議價決定交易條件 (terms of trade), 即買家的支付金額 d_u 和賣家的生產量 q_u 。由於假設在地下經濟中沒有追蹤紀錄的技術, 賣家不接受電子貨幣, 買家所持有的電子貨幣會繼續保留而被帶到夜晚市場。¹⁵

進入到地下經濟的買家的終生效用函數可表示為

$$V_u^b(m) = \sigma[u(q_u) + W_u^b(m - d_u, e)] + (1 - \sigma)W_u^b(m, e). \quad (21)$$

賣家並不會從夜晚市場帶任何資產進入白天市場, 賣家在地下經濟的終生效用函數可表示為

$$V_u^s(m) = \sigma[-c(q_u) + W_u^s(d_u)] + (1 - \sigma)W_u^s(0). \quad (22)$$

在地下經濟中, 我們以 Nash 議價 (Nash Bargaining) 求取均衡數量 q_u 與支付金額 d_u :

$$\begin{aligned} \max_{q_u, d_u} & [u(q_u) + W_u^b(m - d_u, e) - W_u^b(m, e)]^{\theta_u} \\ & \times [-c(q_u) + W_u^s(d_u) - W_u^s(0)]^{1-\theta_u}, \\ \text{s.t. } & d_u \leq m, q_u \geq 0. \end{aligned} \quad (23)$$

其中, $\theta_u \in (0, 1)$ 用來表示地下經濟中買家的議價能力 (bargaining power), 而 $1 - \theta_u$ 則用來表示地下經濟中賣家的議價能力。基於夜

¹⁵我們也可討論賣家是否接受電子貨幣的決策, 但本文為了簡化模型, 假設地下經濟沒有追蹤紀錄的技術, 外生假設賣家不接受電子貨幣。關於賣家接受資產與否的選擇, 可參考 Li (2011), 楊謹如·李怡庭 (2010)。



晚市場效用函數的線性特性, $W(m - d_u) = W(m) - d_u$, 問題可以改寫如下:

$$\begin{aligned} \max_{q_u, d_u} & [u(q_u) - \phi d_u]^{\theta_u} [-c(q_u) + \phi d_u]^{1-\theta_u}, \\ \text{s.t. } & d_u \leq m, q_u \geq 0. \end{aligned} \quad (24)$$

若限制式未受限, 也就是 $m \geq m^*$ 的情況下, 由一階條件可解得

$$u'(q_u) = c'(q_u), \quad (25)$$

$$\phi d_u = (1 - \theta_u)u(q_u) + \theta_u c(q_u). \quad (26)$$

這隱含著 $q_u = q_u^*$ 以及 $d_u = m^* = \theta_u c(q_u^*) + (1 - \theta_u)u(q_u^*)/\phi$ 。表示買家會從 m 當中只支付 m^* 來取得 q_u^* 。

反之, 若限制式受限, 也就是 $m < m^*$ 的情況下, 則一階條件求得的 q_u 須滿足 $m = d_u = g(q_u)/\phi$, 這表示買家將其手中所有的現金花掉而得到 $g^{-1}(m)$, 其中,

$$g(q_u) \equiv \frac{\theta_u u'(q_u) c(q_u) + (1 - \theta_u) u(q_u) c'(q_u)}{\theta_u u'(q_u) + (1 - \theta_u) c'(q_u)}. \quad (27)$$

另外值得注意的是, $g(q_u)$ 會滿足 $g'(q_u) > 0, \forall q_u < q_u^*$ (推導見附錄 A)。

整理以上的討論, 我們可以從 Nash 議價求解得到以下結果:

$$q_u(m) = \begin{cases} g^{-1}(m) & \text{若 } m < m^*, \\ q_u^* & \text{若 } m \geq m^*. \end{cases} \quad (28)$$

$$d_f(m) = \begin{cases} m & \text{若 } m < m^*, \\ m^* & \text{若 } m \geq m^*. \end{cases} \quad (29)$$



4.2.2 正規市場

正規市場亦為一搜尋市場, 不同於地下經濟的是, 在正規市場中買賣家的配對機率為 1。以 Nash 議價下所決定出的交易條件為正規市場中的支付金額 d_f 和商品交易數量 q_f , 已下標「 f 」表示正規市場。在正規市場中, 現金和電子貨幣皆可作為支付工具, 在此定義一名目資產組合 $z = m + (1 + i_e)e$ 。

進入到正規市場的買家的終生效用函數可表示為

$$V_f^b(m, e) = u(q_f) + W_f^b(z - d_f). \quad (30)$$

賣家並不會從夜晚市場帶任何資產進入白天市場, 其在正規市場的終生效用函數可表示為

$$V_f^s(m) = -c(q_f) + W_f^s(d_f, 0). \quad (31)$$

同樣地, 我們以 Nash 議價求取均衡數量 q_f 與支付金額 d_f :

$$\begin{aligned} \max_{q_f, d_f} & [u(q_f) + W_f^b(z - d_f) - W_f^b(m, e)]^{\theta_f} \\ & \times [-c(q_f) + W_f^s(d_f) - W_f^s(0, 0)]^{1-\theta_f}, \\ \text{s.t. } & d_f \leq z, q_f \geq 0. \end{aligned} \quad (32)$$

其中, $\theta_f \in (0, 1)$ 用來表示在正規市場中買家的議價能力, 而 $1 - \theta_f$ 則用來表示在正規市場中賣家的議價能力。基於夜晚市場效用函數的線性特性, 問題可以改寫如下:

$$\begin{aligned} \max_{q_f, d_f} & [u(q_f) - \phi d_f]^{\theta_f} [-c(q_f) + (1 - \tau)\phi d_f]^{1-\theta_f}, \\ \text{s.t. } & d_f \leq z, q_f \geq 0. \end{aligned} \quad (33)$$



若限制式未受限, 也就是 $z \geq \hat{z}$ 的情況下, 由一階條件可解得

$$(1 - \tau)u'(q_f) = c'(q_f), \quad (34)$$

$$\phi d_f = (1 - \theta_f)u(q_f) + \theta_f c(q_f). \quad (35)$$

這隱含著 $q_f = \hat{q}_f$ 以及 $d = \hat{z} = \theta_f c(\hat{q}_f) + (1 - \theta_f)u(\hat{q}_f)/\phi$ 。表示買家會從 z 當中只支付 \hat{z} 來取得 \hat{q}_f 。¹⁶

反之, 若限制式受限, 也就是 $z < \hat{z}$ 的情況下, 則一階條件求得的 q_f 須滿足 $z = d = \psi(q_f)/\phi$, 這表示買家將其手中所有的現金花掉而得到 $\psi^{-1}(z)$,

$$\psi(q_f) \equiv \frac{\theta_f u'(q_f)c(q_f) + (1 - \theta_f)c'(q_f)u(q_f)}{(1 - \tau)\theta_f u'(q_f) + (1 - \theta_f)c'(q_f)}. \quad (36)$$

同樣的, $\psi(q_f)$ 會滿足 $\psi'(q_f) > 0, \forall q_f < \hat{q}_f$ 。

整理以上的討論, 我們可以從 Nash 議價求解得到以下結果:

$$q_f(z) = \begin{cases} \psi^{-1}(z) & \text{若 } z < \hat{z}, \\ \hat{q}_f & \text{若 } z \geq \hat{z}. \end{cases} \quad (37)$$

$$d_f(z) = \begin{cases} z & \text{若 } z < \hat{z}, \\ \hat{z} & \text{若 } z \geq \hat{z}. \end{cases} \quad (38)$$

4.3 最適資產選擇

由於賣家不攜帶任何資產進入白天市場, 在此我們主要針對買家做討論。

¹⁶假設政府未課稅, $\tau = 0$, 此時存在一 q_f^* 滿足 $u'(q_f) = c'(q_f)$ 。當 $\tau > 0$ 時, 我們以 \hat{q} 表示此處的交易量受到政府課稅影響而減少, 其中 $\hat{q} < q^*$ 。



我們可將買家在白天市場的終生效用函數寫作

$$\begin{aligned} V^b(m, e) &= \mu\{\sigma[u(q_u) + W_u^b(m - d_u, e)] + (1 - \sigma)W_u^b(m, e)\} \\ &\quad + (1 - \mu)[u(q_f) + W_f^b(z - d_f)] \\ &= \mu\sigma[u(q_u) - \phi d_u] + (1 - \mu)[u(q_f) - \phi d_f] \\ &\quad + \mu W_u^b(m, e) + (1 - \mu)W_f^b(m, e) \end{aligned}$$

將上述二式代入夜晚市場買家的一階條件, 即第 (12) 式、第 (13) 式, 則代表性個人的最適資產選擇應滿足 (推導見附錄 B):

$$\phi_{-1} \geq \phi \{\mu\sigma L_u(q_u) + (1 - \mu)L_f(q_f) + 1\}. \quad (39)$$

$$\phi_{-1} \geq \phi \{(1 - \mu)(1 + i_e)L_f(q_f) + \mu + (1 - \mu)(1 + i_e)\}. \quad (40)$$

其中, $L_u(q_u) \equiv u'(q_u)/g'(q_u) - 1$, $L_f(q_f) \equiv u'(q_f)/\psi'(q_f) - 1$.¹⁷

以下我們定義本文模型的均衡:

定義 1. 一定態均衡包含終生預期效用的目標函數 $\{V_i^j, W_i^j\}; i = u, f; j = b, s$, 個人資產選擇 $\{m, e\}$, 白天市場的支付金額 $\{d_u, d_f\}$ 與交易數量 $\{q_u, q_f\}$, 貨幣實質價值 $\{\phi\}$, 以及外生的稅率與定額移轉 τ, T . 須滿足:

1. 在任何一期, 買家極大化其目標函數 $\{V_i^b, W_i^b\}, i = u, f$, 夜晚市場的決策 $\{X, l\}$ 符合前述的一階條件與包絡條件, 以及白天市場的決策 $\{q_i, d_i\}, i = u, f$ 滿足 Nash 議價解第 (27) 和第 (36) 式, 攜帶資產 m, e 的選擇符合第 (39) 和第 (40) 式。
2. 在任何一期, 賣家極大化其目標函數 $\{V_i^s, W_i^s\}, i = u, f$, 夜晚市場的決策 $\{X, l\}$ 符合前述的一階條件與包絡條件, 以及白天市場的決策 $\{q_i, d_i\}, i = u, f$ 滿足 Nash 議價解。

¹⁷ L_u 和 L_f 分別代表買家在地下經濟和正規市場的流動性貼水 (liquidity premium), 也就是多帶一單位該支付工具可在當市場所能獲得的邊際效益。



3. 均衡的貨幣實質價值須滿足 $\phi_{-1}/\phi = M/M_{-1} = \gamma$ 。

4. 每一期的所有市場須滿足以下市場結清條件：

(a) 貨幣市場: $m + \alpha e = M_{-1}$ 。¹⁸

(b) 第 (1) 式所代表的政府預算限制式平衡成立。

(c) 第 (2) 式所代表的電子貨幣發行廠商無利潤條件成立。

以下的討論我們針對在地下經濟時 $m < m^*$, 以及在正規市場時 $z < z^*$, 兩種情況下討論。

4.4 現金和電子貨幣共存均衡

命題 1. 在一個現金與電子貨幣同時存在均衡的情況下, $m > 0$ 且 $e > 0$, q_u 和 q_f 分別滿足以下二式,

$$\frac{\gamma}{\beta} - 1 = \mu\sigma L_u(q_u) + (1 - \mu)L_f(q_f). \quad (41)$$

$$\frac{\gamma}{\beta} - [\mu + (1 - \mu)(1 + i_e)] = (1 - \mu)(1 + i_e)L_f(q_f). \quad (42)$$

貨幣實質價值 ϕ 、和攜帶支付工具 (m, e) 須滿足

$$g(q_u) = \phi m, \quad (43)$$

$$\psi(q_f) = \phi(m + (1 + i_e)e), \quad (44)$$

$$m + \alpha e = M_{-1}. \quad (45)$$

在這個均衡當中, 買家持有現金與電子貨幣, 因此第 (39) 和第 (40) 式的等號須成立, 整理之後得到第 (41) 和第 (42) 式。

¹⁸ αe 為電子貨幣的應提準備金, 電子貨幣發行商以原有資產的形式持有; 其餘 $(1 - \alpha)e$ 的部分則已購買一般財, 以一般財的形式作為投資。



4.5 純現金均衡

命題 2. 在 $\gamma > 1/R(e)$ 時, 則 $m > 0$ 且 $e = 0$ 。¹⁹ 均衡 q_u, q_f, ϕ, m 須滿足以下條件:

$$\frac{\gamma}{\beta} - 1 = \mu\sigma L_u(q_u) + (1 - \mu)L_f(q_f), \quad (46)$$

$$\frac{\gamma}{\beta} - 1 > (1 - \mu)L_f(q_f) \quad (47)$$

$$g(q_u) = \phi m, \quad (48)$$

$$\psi(q_f) = \phi m, \quad (49)$$

$$m = M_{-1}. \quad (50)$$

若 $\gamma > 1/R$, 電子貨幣廠商投資技術的報酬率低於持有電子貨幣的報酬率, 廠商將不會進行投資, 而將保有所有儲金。令 $i_e = 0$, 現金與電子貨幣為等值且完全替代, 又電子貨幣無法在地下經濟流通, 買家在夜晚市場將現金存為電子貨幣無法得到好處, 市場將不會流通電子貨幣。

4.6 無現金均衡

命題 3. 無現金 (cashless) 的均衡表示買家純粹以電子貨幣為支付工具。假設買家不以現金為支付工具, 則 $m = 0$ 且 $e > 0$, 均衡

¹⁹根據 Li (2011), 人們願意存款的必要條件是 $R > \frac{1}{\gamma}$ 。投資的報酬率 R 若比持有貨幣的報酬率 $\frac{1}{\gamma}$ 低, 銀行 (在本文為電子貨幣廠商) 將不願意投資。



q_f, ϕ, e 需要滿足以下條件:

$$\frac{\gamma}{\beta} - [\mu + (1 - \mu)(1 + i_e)] = (1 - \mu)(1 + i_e)L_f(q_f) \quad (51)$$

$$\frac{\gamma}{\beta} - 1 > \mu\sigma L_u(q_u) + (1 - \mu)L_f(q_f) \quad (52)$$

$$\psi(q_f) = \phi(1 + i_e)e, \quad (53)$$

$$\alpha e = M_{-1}. \quad (54)$$

其中 $i_e > 0$ 。

在無現金的均衡中, 雖然買家並不持有現金, $m = 0$, 但是電子貨幣發行廠商仍須繳存 α 部分的儲金作為準備金, 滿足法定準備率。此無現金均衡不代表非貨幣均衡, 因此政府依然能夠藉由調整貨幣供給或存款準備率影響經濟體。

整理第 (51) 和 (52) 式後, 得出此均衡的必要條件是 $(1 - \mu)i_e(L_f - 1) > \mu\sigma L_u$ 。假設在地下經濟沒有交易利得, 即 $L_u = 0$, 此均衡仍要求 $L_f > 1$, 也代表此均衡的存在需要相當高的流動性貼水。若無現金, 則買家進入地下經濟時無法消費, $q_u = 0$, 在 $u'(0) \rightarrow \infty$ 的情況下, 必要條件並不成立, 因此我們可推論出無現金均衡並不存在於本文的模型。

5 數值分析

對上述之均衡進行數值分析, 則我們可以找出一組參數, 試著符合命題 1 現金與電子貨幣同時存在的均衡。²⁰ 再進一步做比較靜態分

²⁰數值分析使用的參數值: $\beta = 0.99; \alpha = 0.75; R = 10\sqrt{(1 - \alpha)\phi e}; \theta_u = 0.4; \theta_f = 0.6; \sigma = 0.9; \tau = 0.05; \mu = 0.4; \gamma = 1.01; M_{-1} = 10; u(q_i) = \frac{q_i^{0.7}}{0.7}; c(q_i) = q_i$ 。



表 1: 各參數對內生變數之影響

	q_u	q_f	ϕ
γ	-	-	-
τ	-	-	-
α	+	-	+
μ	+	+	+
σ	+	+	+

+ 代表左列參數對上排內生變數具正影響; - 代表左列參數對上排內生變數具負影響。

析, 從數值解我們可觀察到各參數對交易數量 q_u 、 q_f 和資產實質價值 ϕ 的影響 (見表 1)。

5.1 比較靜態分析

我們可發現通貨膨脹 γ 上升時, 現金和電子貨幣的實質價值皆降低, 買家較不願意持有資產, 賣家亦因為收到的資產實質價值下降而減少生產。因此不論在地下經濟或正規市場, 交易數量 q_u 和 q_f 皆會減少。以上標「a」表示現金與電子貨幣共存的均衡, 上標「b」表示純現金均衡。由圖 2 可觀察到當通膨率 $\gamma \leq 1.04$ 之時有複均衡, 在 $\gamma > 1.04$ 的時候只存在純現金均衡。在 $\gamma < 1.04$ 的情況下, 可以發現加入電子貨幣後, 與純現金的均衡相比, q_u^b 下降為 q_u^a , q_f^b 上升為 q_f^a 。這代表地下經濟的產量在電子貨幣進入市場便會減少, 正規市場的產量則會增加。

當稅率 τ 上升時, 對內生變數影響的方向與通膨率 γ 相同。值得注意的是, 雖然政府只對正規市場課稅, 卻也使得 q_u 減少。這是

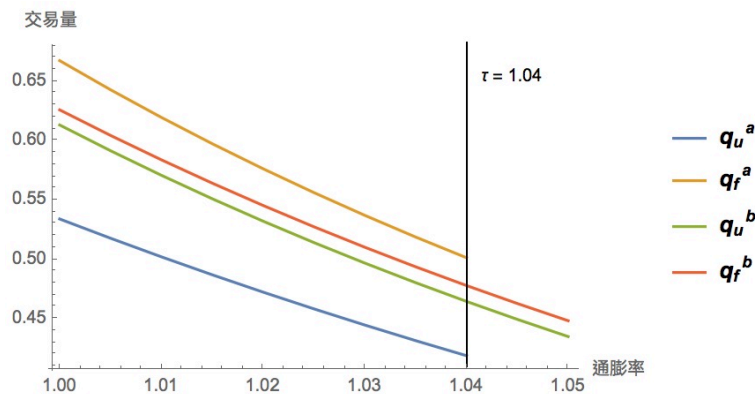
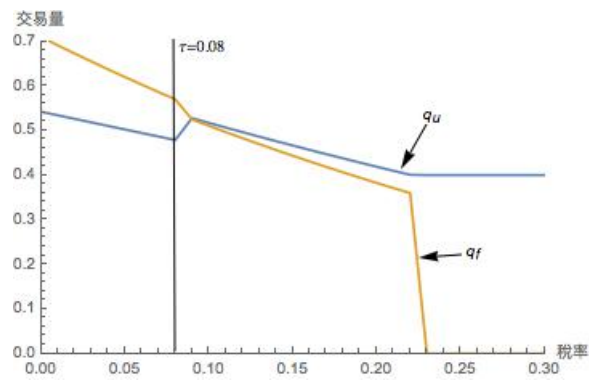


圖 2: 通膨率對兩市場產量之影響

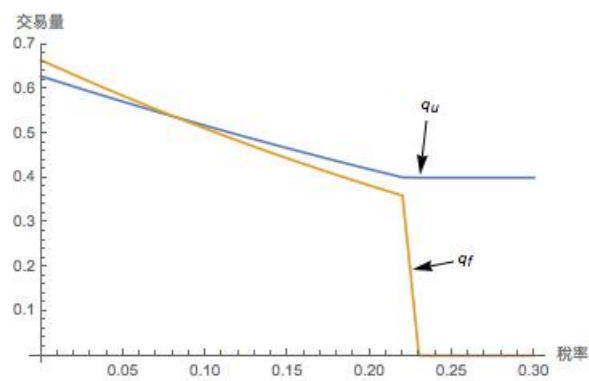
因為人們在前一期時預期下一期的 q_f 因課稅減少, 所以人們的貨幣需求減少, 使得 ϕ_{-1} 下降, 在定態均衡下 ϕ 亦下降, 進而使得 q_u 減少。在圖 3 (a) 上, 現金與電子貨幣共存的均衡只存在 $\tau \leq 0.08$ 時, 當 $\tau > 0.08$ 的時候, 買家只願意用現金交易, 此時只有純現金均衡存在。當 $\tau \geq 0.23$ 的時候 $q_f = 0$, 稅率再提高也不會再影響 q_u , 所有人只在地下經濟交易。

當電子貨幣廠商的存款準備率 α 上升, 會直接減低廠商的投資報酬率, 也就使得廠商所能提供到正規市場上的回饋減少, 人們便傾向在地下經濟中交易。

位置衝擊 μ 愈大, 代表買家較有可能進入到地下經濟, 因為到地下經濟的人數變多, 政府較難課徵到消費稅, 於是 ϕ 上升, 人們對資產的需求增加, 進而讓 q_u 和 q_f 皆增加。在地下經濟的配對機率 σ 對市場的影響和位置衝擊相仿, 交易愈容易成功也代表整體交易利得增加。



(a) 現金、電子貨幣共存均衡



(b) 純現金均衡

圖 3: 稅率對交易量的影響

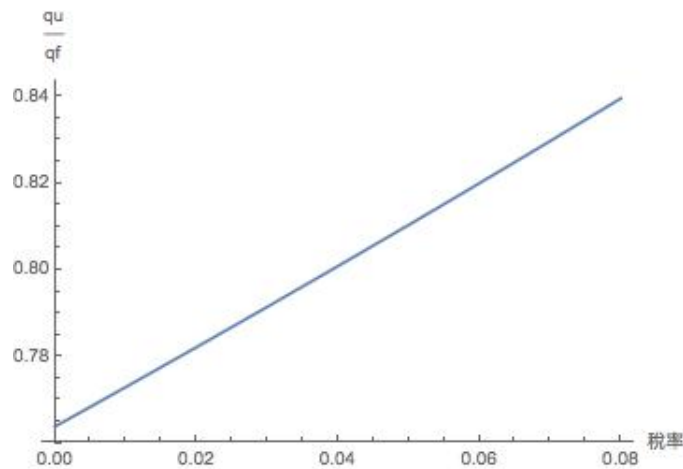


圖 4: 稅率對地下經濟規模的影響

5.2 財政政策

Neck et al. (1989) 得到稅率與地下經濟規模成正比的結論, 欲驗證之, 我們可以在本模型做數值分析。由前面的比較靜態分析, 我們發現當稅率上升, 地下經濟和正規市場的交易量皆下降, 但這無法看出地下經濟與正規市場相對規模的變化。基於人們在地下經濟或正規市場的比例由外生給定的位置衝擊 μ 所決定, 當外生衝擊產生, 人數無法變動但交易量產生變化, 因此我們可以用 q_u/q_f 捕捉地下經濟的相對規模, 在這裡我們所討論的地下經濟相對規模為強度邊際 (intensive margin)。²¹ 我們可以觀察當稅率 τ 變動時對地下經濟和正規市場的總交易量比例 q_u/q_f 的影響。假設其他條件不變, 圖 4 顯示當稅率 τ 提高時, q_u/q_f 恆上升。這代表在此模型中, 稅率與地下經濟的規模線性地成正比。

另外, 若欲檢驗電子貨幣引入經濟體是否能使地下經濟規模縮減, 我們可以用數值分析代入一組參數到現金為唯一均衡時, 再以

²¹強度邊際討論的是在給定條件下, 在地下經濟每次交易分別的交易量, 廣度邊際 (extensive margin) 則討論在給定條件下, 在地下經濟的總交易次數。

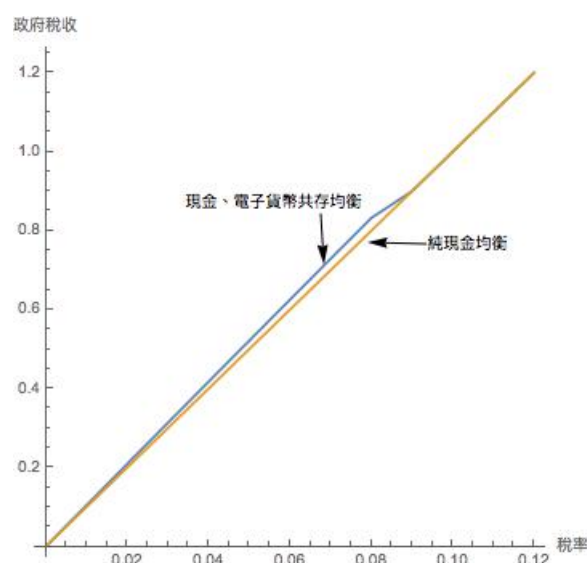


圖 5: 稅率與政府稅收之關係

同一組參數代入現金與電子貨幣同時存在的均衡。由圖 2 我們可以觀察到當 $\gamma < 1.04$ 時, $q_u^a < q_u^b, q_f^a > q_f^b$ 。這代表只要在通貨膨脹率不大到讓電子貨幣無法作為支付工具, 則電子貨幣引入純貨幣均衡確實能夠減少地下經濟交易量。

要知道政府若推動電子貨幣是否能增加政府的稅收, 同樣在純現金的均衡中, 假定所有參數不變, 加入電子貨幣作為支付工具進入模型。透過數值解, 在此政府稅收以 τd 計算。從圖 5 我們可觀察到在一現金與電子貨幣共存的社會, 在 $\tau \leq 0.08$ 的情況下, 稅率與政府稅收的斜率大於只使用現金的社會。這表示引入電子貨幣可以使得政府課徵到較高的稅收, 但在 $\tau > 0.08$ 時, 電子貨幣不再流通, 對財政政策也不再有影響。



6 結論

本文建立一貨幣搜尋模型討論電子貨幣、政府經濟政策與地下經濟之間的關聯。在本文模型的分析中,我們可觀察到若政府以貨幣政策使通膨率上升或提高消費稅率,都可能造成正規市場上過高的交易成本,使得人們比較願意在地下經濟中交易,遂使得地下經濟的相對規模擴大。

本文為求簡化,使得買家受到外生的位置衝擊,地下經濟與正規市場的賣家數量也是分別外生給定。若使賣家內生性地自行選擇是否進入地下經濟,便能根據廠商家數(賣家人數)直接定義地下經濟的規模,這樣可以讓我們從廣度邊際的角度切入,更深一層地探討地下經濟規模的問題。電子貨幣若加入到經濟體系中,會使得地下經濟規模縮減,也會增加政府的稅收。不過在本模型中,純電子貨幣(無現金)永遠不是均衡,這代表現金是完全必要(essential)的。

此外,本文假設電子貨幣的發行廠商為完全競爭的型態,然而在全球各地,各國國內的卡片支付幾乎都被特定廠商所壟斷。²² 後續研究或能參考 Berentsen et al. (2006) 中代表性的銀行所極大化的目標函數,討論電子貨幣廠商如何利用消費者的儲蓄金極大化利益。

另外,本文假設稅率為線性的,且只討論消費稅。後續研究或能深入政府實施政策的方式,可將消費稅率變更作累進稅制,或者進一步考慮政府的支出面,討論政府支出對眾人具有外部效用的情形,在此情形下,政府支出是否能提升人們納稅的誘因,且加入電

²²例如在臺灣,消費者能在零售業所進行的卡片支付幾乎由悠遊卡及一卡通兩家所壟斷。但我們可以觀察到,近來諸多手機支付和線上支付的發展相當快速支付市場的發展確實在朝著競爭市場的方向前進。



子貨幣對市場的影響力會因而如何變化,都是值得討論的議題。

另一方面,由於近年來技術的演進,許多私人機構或個人能夠自行發展出支付工具,如比特幣等。有些私人貨幣並不是合法的,不受政府所管控,這些私人貨幣同樣能夠在地下經濟當中流通,可能反而使得地下經濟規模提高。然而本文是由政府政策的角度出發,試探討政府立案,讓合法的電子支付廠商進入市場所做的改變。舉例來說,臺灣在 2009 年公布實行電子票證發行管理條例之後,並在隨後幾年持續因應社會的需求進行修正,帶動臺灣近年來電子支付的發展。

本文僅提供電子貨幣與地下經濟的初步分析,望能提供未來研究作為參考,使得未臻完善之處能夠有更加深入的分析。



附錄

A Nash 議價解

在地下經濟中, Nash 議價問題為

$$\begin{aligned} & \max_{q_u, d_u} [u(q_u) - \phi d_u]^{\theta_u} [-c(q_u) + \phi d_u]^{1-\theta_u} \\ & \text{s.t. } q_u \geq 0; m \geq d_u. \end{aligned}$$

先不看 $q_u = 0$ 的情況, 我們可令 $m \geq d_u$ 的 *Lagrange* 乘數為 λ_u , 一階條件如下:

$$\begin{aligned} q_u : & \theta_u u'(q_u) [-c(q_u) + \phi d_u] - (1 - \theta_u) c'(q_u) [u(q_u) - \phi d_u] = 0, \\ d_u : & -\theta_u [u(q_u) - \phi d_u]^{\theta_u-1} [-c(q_u) + \phi d_u]^{1-\theta_u} \\ & + (1 - \theta_u) [u(q_u) - \phi d_u]^{\theta_u} [-c(q_u) + \phi d_u]^{-\theta_u} = \lambda_u, \\ \lambda_u : & m - d_u \geq 0. \end{aligned}$$

當 $d_u = m$ 時, $\lambda_u > 0$, 整理 q_u 的一階條件可得到

$$\phi d_u = g(q_u) \equiv \frac{\theta_u u'(q_u) c(q_u) + (1 - \theta_u) u(q_u) c'(q_u)}{\theta_u u'(q_u) + (1 - \theta_u) c'(q_u)} = \phi m.$$

當 $d_u = m^*$, $\lambda_u = 0$, 整理 d_u 的一階條件可得到

$$\theta_u [-c(q_u) + \phi d_u] = (1 - \theta_u) [u(q_u) - \phi d_u].$$

代到 q_u 的一階條件, 可得到 $\phi d_u = g(q_u^*) = \theta_u c(q_u^*) + (1 - \theta_u) u(q_u^*)$,

此時 $q_u = q_u^*$ 滿足 $u'(q_u^*) = c'(q_u^*)$ 。

另一方面, 在正規市場中, Nash 議價問題為

$$\begin{aligned} & \max_{q_f, d_f} [u(q_f) - \phi d_f]^{\theta_f} [-c(q_u) + (1 - \tau) \phi d_f]^{1-\theta_f} \\ & \text{s.t. } q_f \geq 0; z \geq d_u. \end{aligned}$$



其中定義 $z = m + (1 + i_e)e$ 。

令 $z \geq d_f$ 的 *Lagrange* 乘數為 λ_f ，一階條件如下：

$$q_f : \theta_f u'(q_f)[-c(q_f) + (1 - \tau)\phi d_f] - (1 - \theta_f)c'(q_f)[u(q_f) - \phi d_f] = 0,$$

$$d_f : -\theta_f \phi[u(q_f) - \phi d_f]^{\theta_f - 1}[-c(q_f) + (1 - \tau)\phi d_f]^{1 - \theta_f} \\ + (1 - \theta_u)(1 - \tau)\phi[u(q_f) - \phi d_f]^{\theta_f}[-c(q_f) + (1 - \tau)\phi d_f]^{-\theta_f} = \lambda_f,$$

$$\lambda_f : z - d_u \geq 0.$$

當 $z = d_f$ 時, $\lambda_f > 0$, 整理 q_f 的一階條件可得到

$$\phi d_f = \psi(q_f) \equiv \frac{\theta_f u'(q_f)c(q_f) + (1 - \theta_f)u(q_f)c'(q_f)}{(1 - \tau)\theta_f u'(q_f) + (1 - \theta_f)c'(q_f)} = \phi z.$$

當 $z = d_f$, $\lambda_f = 0$, 整理 d_f 的一階條件可得到

$$\theta_f[-c(q_f) + (1 - \tau)\phi d_f] = (1 - \tau)(1 - \theta_f)[u(q_f) - \phi d_f].$$

代到 q_f 的一階條件, 可得到 $\phi d_f = \psi(\hat{q}_f) = \theta_f c(\hat{q}_f) + (1 - \theta_f)u(\hat{q}_f)$,

此時 $q_f = \hat{q}_f$ 滿足 $(1 - \tau)u'(\hat{q}_f) = c'(\hat{q}_f)$ 。

在所有 $m < m^*$ 的情況,

$$g'(q_u) = \frac{u'c'[\theta_u u' + (1 - \theta_u)c'] + \theta_u(1 - \theta_u)(u - c)(u'c'' - c'u'')}{[\theta_u u' + (1 - \theta_u)c']^2} > 0$$

$\psi'(q_f)$ 與上式類似。

B 最適攜帶資產選擇

$$V_m^b = \mu\sigma[u'(q_u) - g'(q_u)]\frac{\partial q_u}{\partial m} + (1 - \mu)[u'(q_f) - \psi'(q_f)]\frac{\partial q_f}{\partial m}$$

$$+ \mu W_{um}^b(m, e) + (1 - \mu)W_{fm}^b(m, e),$$

$$V_e^b = \mu\sigma[u'(q_u) - g'(q_u)]\frac{\partial q_u}{\partial e} + (1 - \mu)[u'(q_f) - \psi'(q_f)]\frac{\partial q_f}{\partial e}$$

$$+ \mu W_{ue}^b(m, e) + (1 - \mu)W_{fe}^b(m, e)。$$



由 Nash 議價的結果我們可知當買家的預算限制式受限時, 在地下經濟, $g(q_u, \theta_u) = \phi m$; 在正規市場, $\psi(q_f, \theta_f) = \phi z = \phi(m + (1 + i_e)e)$ 。因此, $\partial q_u / \partial m = \phi / g'(q_u)$, $\partial q_u / \partial e = 0$, $\partial q_f / \partial m = \phi / \psi'(q_f)$, $\partial q_f / \partial e = (1 + i_e)\phi / \psi'(q_f)$ 。將以上結果代入, 可重新得到

$$V_m^b = \phi \left\{ \mu \sigma \left[\frac{u'(q_u)}{g'(q_u)} - 1 \right] + (1 - \mu) \left[\frac{u'(q_f)}{\psi'(q_f)} - 1 \right] + 1 \right\},$$
$$V_e^b = \phi \left\{ (1 - \mu)(1 + i_e) \left[\frac{u'(q_f)}{\psi'(q_f)} - 1 \right] + \mu + (1 - \mu)(1 + i_e) \right\}。$$

因爲本文討論定態均衡, 可將夜晚市場的一階條件 (12)、(113) 兩式往前推一期, 變爲 $\beta V_m^b(m, e) \leq \phi_{-1}$ 和 $\beta V_e^b(m, e) \leq \phi_{-1}$, 將上述結果代入, 即可得到

$$\phi_{-1} \geq \phi \left\{ \mu \sigma \left[\frac{u'(q_u)}{g'(q_u)} - 1 \right] + (1 - \mu) \left[\frac{u'(q_f)}{\psi'(q_f)} - 1 \right] + 1 \right\}。$$
$$\phi_{-1} \geq \phi \left\{ (1 - \mu)(1 + i_e) \left[\frac{u'(q_f)}{\psi'(q_f)} - 1 \right] + \mu + (1 - \mu)(1 + i_e) \right\}。$$



參考文獻

- [1] Aleksander Berentsen, Gabriele Camera, and Christopher Waller. Money, credit and banking. *Journal of Economic Theory*, 2007.
- [2] Andreas Buehn and Friedrich Schneider. Shadow economy around the world: Novel insights, accepted knowledge, and new estimates. *International Tax and Public Finance*, 2012.
- [3] Capgemini and The Royal Bank of Scotland. *World Payment Report 2014*.
- [4] Ronald Coase. The problem of social cost. *The Journal of Law and Economics*, 1960.
- [5] Visa Europe, A.T. Kearney, and Friedrich Schneider. *The Shadow Economy in Europe, 2011*, 2011.
- [6] Visa Europe, A.T. Kearney, and Friedrich Schneider. *The Shadow Economy in Europe, 2013*. Visa Europe and A.T. Kearney, 2013.
- [7] Pedro Gomis-Porqueras, Adrian Peralta-Alva, and Christopher Waller. The shadow economy as an equilibrium outcome. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 41:1–19, 2014.
- [8] Ricardo Lagos and Randall Wright. A unified framework for monetary theory and policy analysis. *Journal of Political Economy*, 113:463–484, 2005.
- [9] Benjamin Lester, Andrew Postlewaite, and Randall Wright. Infor-



- mation, liquidity, asset prices, and monetary policy. *Review of Economic Studies*, 2012.
- [10] Yiting Li. Banks, private money, and government regulation. *Journal of Monetary Economics*, 2006.
- [11] Yiting Li. Currency and checking deposits as means of payment. *Review of Economic Dynamics*, 14:403–417, 2011.
- [12] Reinhard Neck, Friedrich Schneider, and Markus Hofreither. The consequences of progressive income taxation for the shadow economy: Some theoretical considerations. *The Political Economy of Progressive Taxation*, 1989.
- [13] Committee on Payment and Settlement Systems (CPSS). *Innovations in Retail Payments: Report of the Working Group on Innovations in Retail Payments*. Bank for International Settlement, 2012.
- [14] Guillaume Rocheteau and Randall Wright. Money in search equilibrium, in competitive equilibrium, and in competitive search equilibrium. *Econometrica*, 73:175–202, 2005.
- [15] Friedrich Schneider. The shadow economy and tax evasion: What do we (not) know? In *CESifo Forum*, 2012.
- [16] 楊謹如·李怡庭. 支付工具的選擇: 現金與轉帳卡. 經濟論文叢刊, 2010.