# Fault Tolerance HW3 R07943150 吳辰鋐

1.

error detection capabilities 不變，因為根據講義 P30 的 basic result1，

code distance >= error capability +1

1bit parity 時 code distance 是 2

Ex: 以 odd parity, 6+1bit 來說 010101 0

010111 1

有兩個數字不同

2bit parity 時 code distance 也是 2

Ex: 以 odd parity, 6+1bit 來說 010101 00

010111 10

有兩個數字不同

故 error capability 都是 1，代表 error detection capabilities 不變

2.

N bit 的 codeword 有 M bit 是 1

以 6-of-3 舉例 010101 有 1bit 錯誤時可能為 010111 會被偵測到

➔ 1 可能變成 M+1 或是 M-1 個，都能夠成功被偵測到

而若 2bit 錯誤時可能一個 0->1，一個 1->0，仍然遵守 M-of-N 規則而不會被偵測，因此 minimum Hamming distance = 2

3.

Capability for (1)可達到 single error correction 和 double error detection

因 $2^c \geq k+c+1$ , c 是 parity bits, k 是 data bits

要達 single error correction 至少要 7bit 剩下的 1bit 可作為 double error detection

Capability for (2)可達到 single error detection

因為是 per byte parity check 所以沒辦法確認錯誤位置，僅能偵測每一個 byte 內有一個 bit 發生錯誤

Overhead for (1) 比較高，因電路實現較複雜且需要的 fanout 可能比較多，故 arer 和 delay 上會較(2)多

For multiple errors, (1)可偵測 2bit 錯誤, 但是對於 3bit 的錯誤可能會進行錯誤的 correction, (2)對於同 byte 內的偶數 bit 錯誤無法偵測，但對於奇數 bit 錯誤皆可正確偵測

4.

(a)每個 packet 內一旦錯誤發生就要重新傳遞

每一 packet 含 240+32bits

而每次每個packet內全對的機率為$(1-10^{-3})^{272} \cong 0.7616$

Data rate: 240/272 ≅0.8824

Throughput: 0.7616*0.8824*12000 =8064.43 (bit/sec)

(b)每個 packet 內一旦錯誤大於等於 2 就要重新傳遞

每一 packet 含 240+32+8bits，而每次每個 packet 內錯誤小於 2 的機率為

$(1-10^{-3})^{280}+280*10^{-3}*(1-10^{-3})^{279}=0.9675$ (全對+錯 1 個)

Data rate: 240/280 ≅0.8571

Throughput: 0.9675*0.8571*12000 =9950.931 (bit/sec)

(c)每個 packet 內一旦錯誤大於等於 3 就要重新傳遞

每一 packet 含 240+32+16bits，而每次每個 packet 內錯誤小於 3 的機率為

$(1-10^{-3})^{288}+288*10^{-3}*(1-10^{-3})^{287}+(288*287/2)*(10^{-3})^{2}*(1-10^{-3})^{286}=0.9968$ (全對+錯 1 個+錯 2 個)

Data rate: 240/288 ≅0.8333

Throughput: 0.9968*0.8333*12000 =9967.60128 (bit/sec)

->增加 8 個 check bits 對於 throughput 並沒有太大幫助，僅僅增加 0.16%，因此不建議增加

5.

(5,4)code with G(X)=X+1

| Data Word | Seperable | Non-separable |
|---|---|---|
| 0000 | 00000 | 00000 |
| 0001 | 00011 | 00011 |
| 0010 | 00101 | 00110 |
| 0011 | 00110 | 00101 |
| 0100 | 01001 | 01100 |
| 0101 | 01010 | 01111 |
| 0110 | 01100 | 01010 |
| 0111 | 01111 | 01001 |
| 1000 | 10001 | 11000 |
| 1001 | 10010 | 11011 |
| 1010 | 10100 | 11110 |
| 1011 | 10111 | 11101 |
| 1100 | 11000 | 10100 |

| | | |
|---|---|---|
| 1101 | 11011 | 10111 |
| 1110 | 11101 | 10010 |
| 1111 | 11110 | 10001 |

Compare with seperable and non-separable codeword:

-> Same codewords generated but different correspondence

6.

(a) $g_2(X) = X^7 - 1/[(X+1)*(X^3+X+1)] = X^3 + X^2 + 1$

(b) $(X+1)$ , $g_1(X)$ , $g_2(X)$ 三個再加上任兩個組合都可成為 cyclic codes

總共有 6 種

$(X+1)$ ->(7,6)code

$g_2(X)$->(7,4)code

$g_1(X)$ ->(7,4)code

$(X+1)\, g_1(X)$ ->(7,3)code

$(X+1)\, g_2(X)$ ->(7,3)code

$g_1(X)g_2(X)$ ->(7,1)code

(c) (7,4)code with $G(X)=X^3+X+1$

| Data Word | Non-seperable | Separable |
|---|---|---|
| 0000 | 0000000 | 0000000 |
| 0001 | 0001011 | 0001011 |
| 0010 | 0010110 | 0010110 |
| 0011 | 0011101 | 0011101 |
| 0100 | 0101100 | 0100111 |
| 0101 | 0100111 | 0101100 |
| 0110 | 0111010 | 0110001 |
| 0111 | 0110001 | 0111010 |
| 1000 | 1011000 | 1000101 |
| 1001 | 1010011 | 1001110 |
| 1010 | 1001110 | 1010011 |
| 1011 | 1000101 | 1011000 |
| 1100 | 1110100 | 1100010 |
| 1101 | 1111111 | 1101001 |
| 1110 | 1100010 | 1110100 |
| 1111 | 1101001 | 1111111 |

7.

以 5-bit 來推的話

若 C(X) =0 且 shiftout 為 0 則 C’(X) = 0

若 C(X) =0 且 shiftout 為 1 則 C’(X) = 1

若 C(X) =1 且 shiftout 為 0 則 C’(X) = 2 -> -1

若 C(X) =1 且 shiftout 為 1 則 C’(X) = 0

若 C(X) =2 且 shiftout 為 0 則 C’(X) = 1

若 C(X) =2 且 shiftout 為 1 則 C’(X) = 2 -> -1

題目只定義 0 -1 1,故要把 2 換成-1

因此

(1) X’=11010 C’(X)=2 -> -1

(2) X’=10100 C’(X)=2 -> -1

(3) X’=01000 C’(X)=2 -> -1

(4) X’=10000 C’(X)=1

(5) X’=00000 C’(X)=0