<table>
<tr><td>EAIiIB</td><td colspan="2">Piotr Morawiecki, Tymoteusz Paszun</td><td>Rok II</td><td>Grupa 3a</td><td>Zespół 6</td></tr>
<tr><td colspan="3">Temat: Wahadła fizyczne</td><td colspan="3">Numer ćwiczenia: 0</td></tr>
<tr><td>Data wykonania:
26.10.2017r.</td><td>Data oddania:
8.11.2017r.</td><td>Zwrot do poprawki:</td><td>Data oddania:</td><td>Data zaliczenia:</td><td>Ocena:</td></tr>
</table>

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie momentu bezwładności brył sztywnych przez pomiar okresu drgań wahadła oraz na podstawie wymiarów geometrycznych.

2 Wstęp teoretyczny

2.1 Wahadło fizyczne

Wahadłem fizycznym nazywamy bryłę sztywną mogącą obracać się wokół osi obrotu O nie przechodzącej przez środek masy S. Wahadło odchylone od pionu o kąt θ, a następnie puszczone swobodnie będzie wykonywać drgania zwane ruchem wahadłowym. W ruchu tym mamy do czynienia z obrotem bryły sztywnej wokół osi O, opisuje go zatem druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego. Zasada dynamiki dla ruchu obrotowego wyrażona jest wzorem

$$I\varepsilon = M$$

gdzie I - moment bezwładności, ϵ - przyspieszenie kątowe, M - moment siły. Wartość przyspieszenia kątowego opisuje wzór

$$\varepsilon = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

2.2 Moment bezwładności na podstawie okresu drgań

Dla wahadła fizycznego moment siły powstaje pod wpływem siły ciężkości. Dla wychylenia θ jest równy

$$M = mga\sin\theta$$

gdzie a - odległość środka masy S od osi obrotu O. Zatem równanie ruchu wahadła można zapisać jako

$$I_0\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mga\sin\theta$$

gdzie I_0 - moment bezwładności względem osi obrotu przechodzącej przez punkt zawieszenia O. Jeżeli ograniczyć ruch do małych kątów wychylenia, to sinus kąta można zastąpić samym kątem w mierze łukowej, czyli $\sin\theta \approx \theta$. Przyjmując częstość określoną wzorem $\omega_0^2 = \frac{mga}{I_0}$ równanie ruchu przyjmuje postać równania oscylatora harmonicznego

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta(t) = 0$$

. Okres drgań związany z częstością wynosi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mga}}$$

.

Przekształcając wzór otrzymujemy wzór na moment bezwładności

$$I_0 = (\frac{T}{2\pi})^2 mga = \frac{mgaT^2}{4\pi^2}$$

2.3 Moment bezwładności na podstawie prawa Steinera

Dla wyznaczenia momentu bezwładności I_S względem równoległej osi przechodzącej przez środek masy możemy posłużyć się związkiem między I_0 i I_S znanym jako twierdzenie Steinera:

$$I_0 = I_S + ma^2$$

Wzór na moment bezwładności cienkiego pręta względem osi obrotu umieszczonej na końcu pręta to

$$I = \frac{1}{3}mL^2$$

gdzie L - długość pręta.

Wzór na moment bezwładności pierścienia względem osi obrotu przechodzącej przez jego środek to

$$I = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2)$$

gdzie R - zewnętrzny promień, r - wewnętrzny promień.

3 Opis doświadczenia

4 Wyniki pomiarów

4.1 Pomiary masy i długości

Tablica 1: Pomiary masy i długości dla pretu

	Wartość	Niepewność
m [g]	658	1
l [mm]	738	1
b [mm]	99	1
a [mm]	270	1

Tablica 2: Pomiary masy i długości dla pierścienia

	Wartość	Niepewność
m [g]	1360	1
D_w [mm]	249	1
D_z [mm]	279	1
R_w [mm]	124,5	1
R_z [mm]	139,5	1
e [mm]	9,7	0,05
a [mm]	129,8	0,05

4.2 Pomiary okresu drgań

Tablica 3: Pomiary okresu drgań dla prętu

Lp.	Liczba okresów k	Czas t dla k okresów [s]	Czas 1 okresu [s]
1	30	39,72	1,324
2	30	39,61	1,320
3	30	39,58	1,319
4	30	39,66	1,322
5	30	39,48	1,316
6	30	39,60	1,320
7	30	39,46	1,315
8	30	39,33	1,311
9	50	65,68	1,314
10	50	65,75	1,315
Wartość średnia okresu T: 1,318			
Niepewność $u(T)$: 0,000015			

Tablica 4: Pomiary okresu drgań dla pierścienia

Lp.	Liczba okresów k	Czas t dla k okresów [s]	Czas 1 okresu [s]
1	30	31,04	1,035
2	30	30,83	1,028
3	30	31,01	1,034
4	30	31,05	1,035
5	30	31,12	1,037
6	30	30,96	1,032
7	30	30,91	1,030
8	30	31,16	1,039
9	30	31,17	1,039
10	30	30,86	1,029
Wartość średnia okresu T: 1,034			
Niepewność $u(T)$: 0,000014			

5 Opracowanie wyników

5.1 Moment bezwładności I_0

Moment bezwładności I_0 względem rzeczywistej osi obrotu obliczamy ze wzoru:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{mga}}$$

$$I_0 = \frac{T^2 mga}{4\pi^2}$$

$$I_0 = 0,07665[\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2]$$

5.2 Moment bezwładności I_s

Z twierdzenia Steinera wynika wzór na I_0:

$$I_0 = I_S + ma^2$$

Mając obliczony moment bezwładności I_0 możemy obliczyć I_S ze wzoru:

$$I_S = I_0 - ma^2$$

$$I_S = 0,02868[\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2]$$

5.3 Moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy

Moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy dla pręta możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$I_s^{(geom)} = \frac{ml^2}{12}$$

$$I_S^{(geom)} = 0,02987[\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2]$$

5.4 Niepewności pomiaru

Niepewność okresu typu A:

$$\overline{T} = \frac{\sum T_i}{n} = 1,318[\,\mathrm{s}]$$

$$u(T) = \sqrt{\frac{\sum(T_i - \overline{T})^2}{n(n-1)}}$$

$$u(T) = 0,00000167[\,\mathrm{s}]$$

n-ilość pomiarów, $\overline{T}$-średni okres drgań

Waga, na której pręt był ważony ma dokładnośc do 1 [g], więc

$$u(m) = 1[\,\mathrm{g}]$$

Pręt był mierzony za pomocą linijki, więc:

$$u(l) = 1[\,\mathrm{mm}]$$

$a = l/2 - b$, więc:

$$u(a) = 0,5[\,\mathrm{mm}]$$

6 Wnioski