

EAlIIB	Piotr Morawiecki, Tymoteusz Paszun		Rok II	Grupa 3a	Zespół 6
Temat: Fale podłużne w ciałach stałych			Numer ćwiczenia: 29		
Data wykonania: 8.11.2017r.	Data oddania: 15.11.2017r.	Zwrot do poprawki:	Data oddania:	Data zaliczenia:	Ocena:

## 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie modułu Younga dla różnych materiałów na bazie pomiarów prędkości rozchodzenia się fal dźwiękowych (podłużnych) w prętach.

## 2 Wstęp teoretyczny

Moduł Younga ( $E$ ) to współczynnik sprężystości podłużnej. Określa on własności sprężyste ciała stałego, charakteryzując podatność materiału na odkształcenia podłużne: rozciąganie, ściskanie, zgniatanie. Jego jednostką jest pascal (Pa). Z teorii drgań sprężystych oraz równania ruchu fali wiemy, że prędkość rozchodzenia się fali w ciele stałym zależy od gęstości oraz Modułu Younga, co opisuje wzór:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Przekształcając powyższy wzór otrzymujemy:

$$E = \rho v^2$$

Interferencja fal jest to zjawisko nakładania się fal na siebie, w wyniku czego powstaje nowy, przestrzenny rozkład amplitudy fali. Jeśli w przecie interferują fala stojąca i fala padająca to powstaje fala stojąca. Wzór na długość fali stojącej:

$$l = \frac{1}{2}\lambda$$

$l$  - długość między węzłami fali,  $\lambda$  - długość fali Korzystając z tego wzoru możemy wyliczyć wzór na prędkość fali w przecie:

$$v = 2lf$$

Wyprowadzamy wzór na moduł Younga, z którego skorzystamy w ćwiczeniu:

$$E = 4\rho l^2 f^2$$

Szybka transformata Fouriera jest to algorytm wyliczania dyskretnej transformaty Fouriera oraz transformaty do niej odwrotnej. Wykorzystamy ją w ćwiczeniu, aby wyznaczyć częstotliwości kolejnych harmonicznych fali.

$$v_i = \lambda_i f$$

## 3 Wykonanie ćwiczenia

- Pomiarów wymiarów próbek badanych materiałów.
- Pomiarów masy próbek badanych materiałów.
- Pomiarów częstotliwości dźwięku wydawanego przez pręty po uderzeniu.

## 4 Wyniki pomiarów

### 4.1 Wymiary oraz masa próbek

### 4.2 Pręt miedziany

Zmierzona długość pręta miedzianego:  $l = 1802 \text{ mm}$ .

Tablica 1: Pomiary masy i wymiarów próbek badanych materiałów

Materiał	Masa [g]	Wymiary [mm]	Objętość [mm <sup>3</sup> ]	Gęstość [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]
miedź	66	$d = 4,85, l = 385$	7112,69	9279,19
stal	30,851	$a = 14,15, b = 14,25, c = 19,8$	3992,42	7727,39
mosiądz	74	$d = 6, l = 312$	8821,59	8388,51
aluminium	24	$d = 5, l = 442$	8678,65	2765,41

Tablica 2: Pomiary częstotliwości dla pręta miedzianego

Harmoniczna	Częstotliwość [Hz]	Delta pomiaru częstotliwości [Hz]	Długość fali [mm]	Prędkość fali [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]
$f_0$	$\frac{1027,1+1031,8}{2} = 1029,45$	4,81	3604,00	3710,14
$f_1$	$\frac{2059,7+2062,1}{2} = 2060,90$	2,35	1802,00	3713,74
$f_2$	$\frac{3090,9+3094,4}{2} = 3092,65$	3,53	1201,33	3715,30
$f_3$	$\frac{4121,7+4125,2}{2} = 4123,45$	3,53	901,00	3715,23
$f_4$	$\frac{5154,0+5157,6}{2} = 5155,80$	3,53	720,80	3716,30
Średnia:				3714,14

### 4.3 Pręt stalowy

Zmierzona długość pręta stalowego:  $l = 1802$  mm.

Tablica 3: Pomiary częstotliwości dla pręta stalowego

Harmoniczna	Częstotliwość [Hz]	Delta pomiaru częstotliwości [Hz]	Długość fali [mm]	Prędkość fali [ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]
$f_0$	$\frac{1401,80+1407,70}{2} = 1404,75$	5,88	3604,00	5062,72
$f_1$	$\frac{2903,80+2907,40}{2} = 2905,60$	3,53	1802,00	5235,89
$f_2$	$\frac{4309,90+4314,60}{2} = 4312,25$	4,71	1201,33	5180,45
$f_3$	$\frac{5715,40+5719,00}{2} = 5717,20$	3,53	901,00	5151,20
$f_4$	$\frac{7123,30+7217,40}{2} = 7170,35$	94,12	720,80	5168,38
Średnia:				5159,73

### 4.4 Pręt z mosiądzu

Zmierzona długość pręta wykonanego z mosiądzu:  $l = 998$  mm.

### 4.5 Pręt aluminiowy

Zmierzona długość pręta wykonanego z aluminium:  $l = 1800$  mm.

Tablica 4: Pomiary częstotliwości dla pręta z mosiądzu

Harmoniczna	Częstotliwość [Hz]	Delta pomiaru częstotliwości [Hz]	Długość fali [mm]	Prędkość fali [ $\frac{m}{s}$ ]
$f_0$	$\frac{1679,80+1685,70}{2} = 1682,75$	5,88	1996,00	3358,77
$f_1$	$\frac{3463,20+3472,10}{2} = 3467,65$	8,82	998,00	3460,71
$f_2$	$\frac{5149,20+5161,00}{2} = 5155,10$	11,76	665,33	3429,86
$f_3$	$\frac{6837,50+6940,40}{2} = 6888,95$	102,94	499,00	3437,59
$f_4$	$\frac{8615,10+8629,80}{2} = 8622,45$	14,71	399,20	3442,08
			Średnia:	3425,80

Tablica 5: Pomiary częstotliwości dla pręta aluminiowego

Harmoniczna	Częstotliwość [Hz]	Delta pomiaru częstotliwości [Hz]	Długość fali [mm]	Prędkość fali [ $\frac{m}{s}$ ]
$f_0$	$\frac{2422,10+2439,70}{2} = 2430,90$	17,65	3600,00	8751,24
$f_1$	$\frac{4954,40+4972,10}{2} = 4963,25$	17,65	1800,00	8933,85
$f_2$	$\frac{7389,70+7407,40}{2} = 7398,55$	17,65	1200,00	8878,26
$f_3$	$\frac{9832,70+9926,80}{2} = 9879,75$	94,12	900,00	8891,78
$f_4$	$\frac{11415,00+11432,00}{2} = 11423,50$	17,65	720,00	8224,92 (wynik odstający)
			Średnia:	8863,78

## 5 Wykresy

## 6 Opracowanie wyników

### 6.1 Analiza błędów

W uzyskanych pomiarach zauważyliśmy odstający wynik pomiaru częstotliwości czwartej harmonicznej dla pręta aluminiowego. Odstający wynik wyłączyliśmy z analizy średniej prędkości rozchodzenia się fali w tym ośrodku.

### 6.2 Niepewności pomiarów

Wymiary próbek badanych materiałów zostały wykonane:

- suwmiarką o dokładności 0,01 mm dla wymiarów poniżej 50 mm,
- taśmą mierniczą o dokładności 1 mm dla pozostałych wymiarów.

Masa próbek miedzi, mosiądzu i aluminium została zmierzona wagą o dokładności 1 g, masa próbki stali wagą o dokładności 0,001 g.

Długości badanych prętów zostały zmierzone taśmą mierniczą o dokładności 1 mm.

Niepewność złożona powierzchni prostokąta:

$$u(P_p) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_p}{\partial b} u(b)\right)^2 + \left(\frac{\partial P_p}{\partial a} u(a)\right)^2} = \sqrt{(bu(a))^2 + (au(b))^2}$$

Niepewność złożona powierzchni koła:

$$u(P_p) = \sqrt{\left(\frac{\partial P_p}{\partial d} u(d)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2} du(d)\right)^2}$$

Niepewność złożona objętości:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial h} u(h)\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial P_p} u(P_p)\right)^2} = \sqrt{(hu(P_p))^2 + (P_p u(h))^2}$$

Niepewność złożona gęstości:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial V} u(V)\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial \lambda} u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{m}{V^2} u(V)\right)^2 + \left(\frac{1}{V} u(m)\right)^2}$$

Niepewność złożona gęstości:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f} u(f)\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda} u(\lambda)\right)^2} = \sqrt{(\lambda u(f))^2 + (f u(\lambda))^2}$$

Niepewność złożona modułu Younga:

$$u(V) = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial \rho} u(\rho)\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial v} u(v)\right)^2} = \sqrt{(v^2 u(\rho))^2 + (2\rho v u(v))^2}$$

### 6.3 Ocena zgodności uzyskanych wyników

## 7 Wnioski