

EAIiB	Piotr Morawiecki, Tymoteusz Paszun		Rok II	Grupa 3a	Zespół 6
Temat: Wahadła fizyczne			Numer ćwiczenia: 0		
Data wykonania: 26.10.2017r.	Data oddania: 8.11.2017r.	Zwrot do poprawki:	Data oddania:	Data zaliczenia:	Ocena:

## 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie momentu bezwładności brył sztywnych przez pomiar okresu drgań wahadła oraz na podstawie wymiarów geometrycznych.

## 2 Wstęp teoretyczny

### 2.1 Wahadło fizyczne

Wahadłem fizycznym nazywamy bryłę sztywną mogącą obracać się wokół osi obrotu  $O$  nie przechodzącej przez środek masy  $S$ . Wahadło odchylone od pionu o kąt  $\theta$ , a następnie puszczone swobodnie będzie wykonywać drgania zwane ruchem wahadłowym. W ruchu tym mamy do czynienia z obrotem bryły sztywnej wokół osi  $O$ , opisuje go zatem druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego. Zasada dynamiki dla ruchu obrotowego wyrażona jest wzorem

$$I\epsilon = M$$

gdzie  $I$  - moment bezwładności,  $\epsilon$  - przyspieszenie kątowe,  $M$  - moment siły. Wartość przyspieszenia kąowego opisuje wzór

$$\epsilon = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

### 2.2 Moment bezwładności na podstawie okresu drgań

Dla wahadła fizycznego moment siły powstaje pod wpływem siły ciężkości. Dla wychylenia  $\theta$  jest równy

$$M = mga \sin \theta$$

gdzie  $a$  - odległość środka masy  $S$  od osi obrotu  $O$ . Zatem równanie ruchu wahadła można zapisać jako

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mga \sin \theta$$

gdzie  $I_0$  - moment bezwładności względem osi obrotu przechodzącej przez punkt zawieszenia  $O$ . Jeżeli ograniczyć ruch do małych kątów wychylenia, to sinus kąta można zastąpić samym kątem w mierze łukowej, czyli  $\sin \theta \approx \theta$ . Przyjmując częstość określoną wzorem  $\omega_0^2 = \frac{mga}{I_0}$  równanie ruchu przyjmuje postać równania oscylatora harmonicznego

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta(t) = 0$$

. Okres drgań związany z częstością wynosi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mga}}$$

.

Przekształcając wzór otrzymujemy wzór na moment bezwładności

$$I_0 = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mga = \frac{mgaT^2}{4\pi^2}$$

## 2.3 Moment bezwładności na podstawie prawa Steinera

Dla wyznaczenia momentu bezwładności  $I_S$  względem równoległej osi przechodzącej przez środek masy możemy posłużyć się związkiem między  $I_0$  i  $I_S$  znanym jako twierdzenie Steinera:

$$I_0 = I_S + ma^2$$

Wzór na moment bezwładności cienkiego pręta względem osi obrotu umieszczonej na końcu pręta to

$$I = \frac{1}{3}mL^2$$

gdzie  $L$  - długość pręta.

Wzór na moment bezwładności pierścienia względem osi obrotu przechodzącej przez jego środek to

$$I = \frac{1}{2}m(R^2 + r^2)$$

gdzie  $R$  - zewnętrzny promień,  $r$  - wewnętrzny promień.

## 3 Opis doświadczenia

## 4 Wyniki pomiarów

### 4.1 Pomiary masy i długości

Tablica 1: Pomiary masy i długości dla pręta

	Wartość	Niepewność
$m$ [g]	658	1
$l$ [mm]	738	1
$b$ [mm]	99	1
$a$ [mm]	270	1

Tablica 2: Pomiary masy i długości dla pierścienia

	Wartość	Niepewność
$m$ [g]	1360	1
$D_w$ [mm]	249	1
$D_z$ [mm]	279	1
$R_w$ [mm]	124,5	1
$R_z$ [mm]	139,5	1
$e$ [mm]	9,7	0,05
$a$ [mm]	129,8	0,05

### 4.2 Pomiary okresu drgań

Tablica 3: Pomiary okresu drgań dla prętu

Lp.	Liczba okresów $k$	Czas $t$ dla $k$ okresów [s]	Czas 1 okresu [s]
1	30	39,72	1,324
2	30	39,61	1,320
3	30	39,58	1,319
4	30	39,66	1,322
5	30	39,48	1,316
6	30	39,60	1,320
7	30	39,46	1,315
8	30	39,33	1,311
9	50	65,68	1,314
10	50	65,75	1,315
Wartość średnia okresu $T$ : 1,318			
Niepewność $u(T)$ : 0,000015			

Tablica 4: Pomiary okresu drgań dla pierścienia

Lp.	Liczba okresów $k$	Czas $t$ dla $k$ okresów [s]	Czas 1 okresu [s]
1	30	31,04	1,035
2	30	30,83	1,028
3	30	31,01	1,034
4	30	31,05	1,035
5	30	31,12	1,037
6	30	30,96	1,032
7	30	30,91	1,030
8	30	31,16	1,039
9	30	31,17	1,039
10	30	30,86	1,029
Wartość średnia okresu $T$ : 1,034			
Niepewność $u(T)$ : 0,000014			

5 Opracowanie wyników

6 Wnioski