

DFS (Depth First Search)

DFS (Mélységi bejárás):

Def: A mélységi bejárás (avagy DFS) olyan bejárás, amikor az 1. esetben (amikor van elért csúcs) mindig a legutolsónak elért csúcsot választjuk.

Mélységi és befejezési számozás: DFS után $m(v)$ ill. $b(v)$ a v csúcs elérési ill. befejezési sorrendben kapott sorszáma.

DFS tulajdonságai:

1. Ha uv faél, akkor $m(u) < m(v)$ és $b(u) > b(v)$
2. Ha uv előreél, akkor $m(u) < m(v)$ és $b(u) > b(v)$
3. Ha uv visszaél, akkor $m(u) > m(v)$ és $b(u) < b(v)$
4. Ha uv keresztél, akkor $m(u) > m(v)$ és $b(u) > b(v)$
 - 4.1. $m(u) < m(v)$ esetén a DFS miatt v az u leszármazottja lenne. Ezért $m(u) > m(v)$. Ha u -t a v befejezése előtt érünk el, akkor u a v leszármazottja lenne. Ezért az alábbi sorrendben történik u és v evolúciója: v **elérése**, v **befejezése**, u **elérése**, u **befejezése**.
5. **Írányítatlan gráf DFS bejárása után nincs keresztél**
 - 5.1. Indirekt. Ha uv keresztél, akkor (4) miatt $m(u) > m(v)$, továbbá vu is keresztél, ezért $m(v) > m(u)$. Ellentmondás
6. **Ha DFS után van visszaél, \Rightarrow G-ben van irányított kör**
 - 6.1. Irányított gráf bármely bejárása esetén a bejárési fa visszaélhez tartozó alapköre irányított kör az eredeti gráfban.
7. **Ha DFS után nincs visszaél \Rightarrow G-ben nincs irányított kör**
 - 7.1. Minden irányított körben van olyan uv él, amire $b(u) < b(v)$. Ez az él csakis visszaél lehet. Így ha nincs visszaél, ir. kör sincs.