13 Tétel

Bázisok

Altér bázisának fogalma, bázis létezése, R^n standard bázisa. Bázis konstrukciója homogén lineáris egyenletendszerrel megadott altér esetén.

Def altér: $\emptyset \neq V \subseteq R^n$ az R^n tér altere (jel: $V \leq R^n$), ha V zárt a műveletekre: $x + y, \lambda x \in V$ teljesül $\forall x, y \in V$ és $\forall \lambda \in R$ esetén.

Def alter bázisa: A $V \leq R^n$ altér bázisa a V egy lin.ftn generátorrendszere.

Def generátor rendszer: Az $x1 , . . . , xk \in R^n$ vektorok a $V \leq R^n$ altér generátorrendszerét alkotják, ha $\langle x1 , . . . , xk \rangle = V$.

Def. lin függetlenség: Az $x1 , . . . , xk \in R^n$ vektorok lineárisan függetlenek, ha a nullvektort csak a triviális lineáris kombinációjuk állítja elő: $\lambda 1x1 +. . .+\lambda kxk = 0 \Rightarrow \lambda 1 = . . . = \lambda k = 0$.

Def standard bázis: Az $e_1, e_2, . . . , e_n$ vektorok az R^n standard bázisát alkotja.

Minden V altérnek létezik bázisa. Ezeket 2 módszerrel tudjuk meghatározni.

1, ha ismerjük V nek egy generátor rendszerét, akkor csinálhatjuk azt hogy addig ritkítjuk a generátorrendszert (ezt a tulajdonságát megőrizve), amíg az lineárisan független nem lesz (így a bázis definícióját kielégítve).

2, vesszük V-nek egy ismert lineárisan független halmazát, és addig bővítjük (lin.ftn tulajdonságát őrizve), amíg az egy V-t generáló generátorrendszer nem lesz.

Egyenletrendszerrel megadott altér bázisának meghatározása:

1, az egyenletekből felírjuk a kibővített együttható mátrixot

2, redukált lépcsős alakra hozzuk gauss eliminációval, kifejezzük a vezér1-eket

3, felírjuk a bázisokat