

15 Tétel

Permutáció, inverziószám, determináns

Permutáció és inverziószám. Bástyaelhelyezés és permutáció kapcsolata, inverzióban álló bástyapárok. Determináns, kifejtési tag, felső háromszögmátrix determinánsa.

Def: Az $f : A \rightarrow B$ függvény bijekció, ha minden B-beli elem pontosan egy A-beli képeként áll elő.

Def permutáció: A $\sigma : \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ bijekciót n elem permutációjának nevezzük. Az ilyen permutációk halmaza S_n .

Def inverzió: A $\sigma \in S_n$ permutációban az $\{i, j\}$ pár inverzióban áll, ha i és j nagyságviszonya fordított $\sigma(i)$ és $\sigma(j)$ nagyságviszonyához képest. A $\sigma \in S_n$ permutáció $I(\sigma)$ -val jelölt inverziószáma a σ szerint inverzióban álló párok száma

Bástya elhelyezés

Az (e_1, \dots, e_n) tetsz. sorrendjéhez tekintsük azt az $n \times n$ méretű mátrixot, aminek az oszlopai az egységvektorok a megadott sorrendben. Ekkor a mátrixbeli 1-esek bástyaelhelyezést alkotnak: minden sorban és minden oszlopban pontosan egy db 1-es áll.

Inverzióban van az (i, j) pár, ha e_i és e_j közül a bal oldaliban az 1-es lejjebb van.

Az (e_1, \dots, e_n) egy sorrendjéhez tartozó σ permutáció inverziószáma megegyezik megfelelő bástyaelhelyezésben ÉK-DNy pozícióban álló bástyapárok számával.

Def determináns: Az $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ négyzetes mátrix determinánsa $\det A = |A| = \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^{I(\sigma)} \prod_{i=1}^n a_{\sigma(i), i}$, ahol $a_{i,j}$ az A mátrix i-edik sorának j-edik eleme.

Kifejtési tag: van a következő matrix:

a b c definíció szerinti kifejtési tagja: $a_{ei} - a_{hf} - b_{di} + b_{fg} + c_{dh} - c_{eg}$

d e f

g h i

Def főátló: Az A négyzetes mátrix főátlója az A mindazon elemei, amelyek sor- és oszlopindexe megegyezik.

Def felsőháromszög mátrix: Ha A főátlója alatt csak 0-k állnak, akkor A felső háromszögmátrix.

(1) Minden LA négyzetes mátrix felső háromszögmátrix.

(2) F.háromszögmátrix determinánsa a főátlóbeli elemei szorzata.