מספר קורס :	114032
מספר קבוצה:	30
עמדה:	19
שם המדריך:	מר בונטין דניס
מגישים:	1.אופיר אליהו , 318565728, ophireliyahu@campus.technion.ac.il
	2. אופק נחשוני, 2125945247, ofekn@campus.technion.ac.il
תאריך:	16/6/2024
דו"ח מסכם לניסוי:	מטוטלת פשוטה

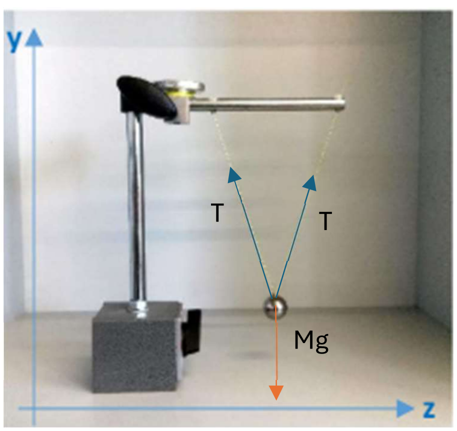
<u>זמן המחזור של מטוטלת פשוטה כתלות בזווית השחרור, וזמן המחזור של מטוטלת מתמטית כתלות באורך החוט.</u>

<u>תקציר:</u>

בתחילת הניסוי מדדנו את קוטר כדור הפלדה ווידאנו כי המערכת מתנהגת בקירוב למטוטלת מתמטית. תחילה ביצענו מספר מדידות של זמן מחזור המטוטלת כאשר בכול מדידה שינינו את זווית השחרור ,כאשר אורך החוט נשאר קבוע בין מדידה למדידה . כאשר את זווית השחרור מדדנו בעזרת מד זווית פשוט , ואת זמן המחזור מדדנו בעזרת שעון עצר . בעזרת הבנת המודל התאורטי שיערנו כי כול עוד נישאר תחת הנחת זוויות קטנות , זווית השחרור לא תשפיע כלל על זמן המחזור. לאחר מכן בחלק השני של הניסוי בדקנו כצד משפיע אורך החוט על זמן המחזור של המטוטלת, כאשר בחלק זה של הניסוי זווית השחרור נשארת קבועה. את אורך החוט מדדנו בעזרת סרגל ואת זמן המחזור מדדנו בעזרת שעון עצר. ציפינו בעזרת הבנת המודל התאורטי כי הגדלת אורך החוט תגדיל את זמן המחזור של המטוטלת.

<u>מבוא:</u>

הבסיס של הניסוי הוא: קוטר המשקולת קטן בהרבה מאורך החוט, מסת המשקולת גדולה בהרבה ממסת החוט, ציר תנועת המשקולת הוא במישור יחיד, הזנחת חיכוך ואיבוד אנרגיה בין החוט לבין נקודת עגינתו , והזנחת החיכוך בין המשקולת לאוויר, החוט נשאר מתוח לאורך כול התנועה, ואי תנועה סיבובית של המשקולת סביב מרכז המסה שלה



איור 1: תרשים כוחות,

משקל הכדור-Mg

מתיחות בחוט-T

בניסוי השתמשנו במשוואה :

$$(1)\ \ln\left(\frac{\tau}{\tau(l_{max})}\right) = \alpha \cdot \ln\left(\frac{l}{l_{max}}\right)$$

כאשר $\tau[sec]$ זמן המחזור , $l\ [m]$ אורך החוט, ו $l_{max}\ [m]$ אורך החוט המקסימלי, כאשר $\tau(l_{max})[sec]$ הוא זמן המחזור עבור האורך המקסימלי של החוט.

בנוסף נתייחס לשגיאות המדידה: משקל דיגיטלי-

$\pm 1 \cdot 10^{-5}\ [kg]$,

סרגל- $\pm 0.1 \cdot 10^{-3}\ [m]$, קליבר- $\pm 2 \cdot 10^{-5}\ [m]$,

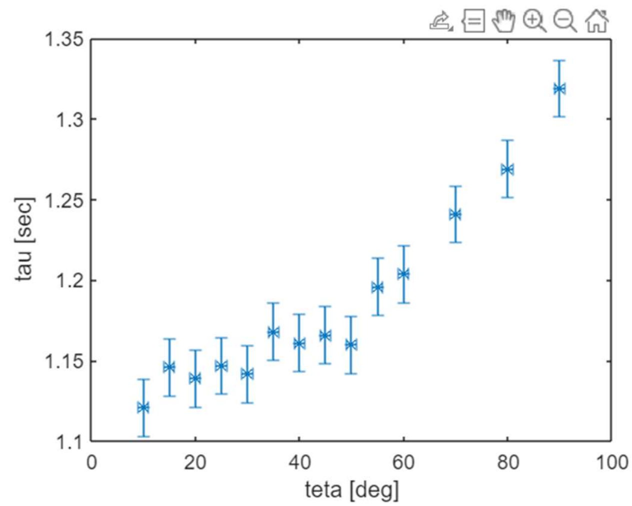
מד זווית- $\pm 0.5[deg]$, שעון עצר- $\pm 0.01\ [sec]$.

<u>**תוצאות הניסוי:**</u>

התחלנו את הניסוי במדידת מדדי הכדור, תוך התייחסות לשגיאות כלי המדידה. בעזרת משקל דיגיטאלי מצאנו כי משקל הכדור הוא: $m = (32.75 \pm 0.01) \cdot 10^{-3}[kg]$ ובאמצעות הקליבר את קוטרו של הכדור: $D = (2.00 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}[m]$, הנחנו כי משקל הכדור גדול בהרבה ממשקל החוטים ולכן הזנחנו אותם.

בחלקו הראשון של הניסוי ביצענו מספר מדידות כדי לנתח את השפעת זווית השחרור על זמן המחזור כאשר אורח החוט קבוע: $l = (32 \pm 0.1) \cdot 10^{-2}[m]$.

עבור כל זווית , מדדנו את הזמן שעבר מרגע שחרור הכדור ועד להגעה חוזרת שלו לזווית השחרור בעזרת שעון עצר, את המדידה בצענו עבור 10 מחזורי תנועה, ביצענו ממוצע וככה קיבלנו את זמן המחזור הממוצע .



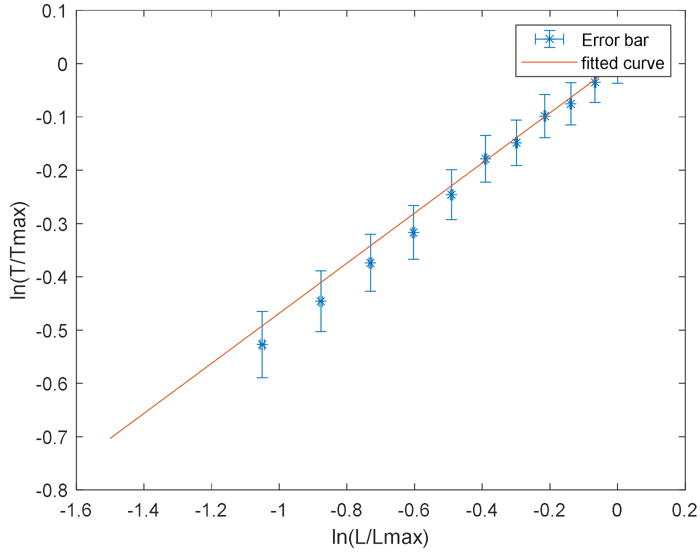
גרף 1: זמן המחזור הממצע כתלות בזווית השחרור

ניתן לראות מגרף 1 כי זמן המחזור נישאר יחסית קבוע כול עוד $0 < \theta \leq 60$, בנוסף ניתן לראות שינוי חד בזמן המחזור כאשר זווית השחרור הנמצאת בטווח $70 \leq \theta \leq 90$.

כאשר מתבוננים במודל התאורטי של מטוטלת מתמטית , לזווית השחרור לא צריכה להיות השפעה על זמן המחזור, כול עוד זווית השחרור היא "זווית קטנה". המודל התאורטי מתיישב עם תוצאות הניסוי, בנוסף לשגיאות המדידה ניתן להבין מניתוח הגרף כי קיימות שגיאות אנוש אשר משפיעות.

בחלק השני, ביצענו ניסוי דומה אך הפעם זווית השחרור נשארה קבוע $\theta = 20 \pm 0.5[deg]$ ואילו אורך החוט משתנה .

גם בחלק השני של הניסוי , עבור כול אורך חוט מדדנו את הזמן שעבר מרגע שחרור הכדור ועד להגעה חוזרת שלו לזווית השחרור בעזרת שעון עצר, את המדידה בצענו עבור 10 מחזורי תנועה, ביצענו ממוצע וככה קיבלנו את זמן המחזור הממוצע .



גרף 2: הלוגריתם של היחס בין זמן המחזור של מדידה X כתלות באורך החוט במדידה X, לבין זמן המחזור של אורך החוט המקסימלי . הנקודות הכחולות מתארות את הערכים , והקו האדום מתאר את קו המגמה של הנקודות, בעזרתו ידענו מה הα לפי משוואה (1).

ערכו של המדד R^2 הוא 0.9978 דבר המעיד על כך שהגרף הוא בקירוב ליניארי, שיפוע הקו המגמה אשר מייצג את α הוא 0.50 ± 0.02. גודל זה מכיל בתוך טווח השגיאה את הגודל שהיינו מצפים לקבל מהידע התאורטי שהוא 0.5 , ולכן אנו מסיקים כי הניסוי תאם את המודל.

שגיאת המדידה בייחס לגודל התיאורטי: $\frac{\delta\alpha}{\alpha} \cdot 100 = \frac{0.508-0.5}{0.5} \cdot 100 = 1.6\%$

שגיאת המדידה בייחס לשיפוע: $\frac{\delta\alpha}{\alpha} \cdot 100 = \frac{0.52-0.5}{0.5} \cdot 100 = 4\%$

<u>דיון בתוצאות:</u>

לפי תוצאות הניסוי התקבל כי α שווה ל: 0.50 ± 0.02 , בעוד שבתאוריה α שווה ל0.5 השגיאה שקיבלנו בייחס לגודל התאורטי הינה 1.6% בלבד, למרות השגיאות האקראיות שבוצעו במהלך הניסוי. בנוסף לשגיאות האקראיות ישנן שגיאות הנגרמות עקב דיוק הכלים - הכלים שבעזרתם מדדנו, אשר על שגאותם פירטנו במבוא.

מחלקו הראשון של הניסוי ניתן ליראות כי יש מגבלה על זווית ההתחלה , וכי בזוויות גדולות מדי , ככול שנגדיל את הזווית גם זמן המחזור יגדל.

את השגיאות ניסינו לצמצם ע"י ביצוע מספר רב של מדידות, עבור כול אורך חוט מדדנו זמן מחזור של 10 חזרות וביצענו מיצוע על התוצאה .

מסקנות:

מתוך ניתוח התוצאות ניתן לראות כי הרגרסיה הליניארית שבוצעה מתאימה לתאוריה , מכך אנו מבינים כי ביצועה מספר רב של מדידות ומיצע על פני 10 מחזורי תנוע אכן מקטין משמעותית את השגיאות . ובנוסף כי שגיאות המדידה אינן משפיעות במידה רבה על התוצאות. יתרה מכך אנחנו מסיקים כי התאוריה אכן תואמת לתוצאות הניסוי , כול עוד ההנחות שנכתבו במבוא אכן מתקיימות , ומתוך תוצאות הניסוי ניתן להעריך כי המגבלה על זווית השחרור היא $0 < \theta \leq 60$ ובעוד שבזוויות בתחום $70 \leq \theta \leq 90$ הגדלת זווית השחרור תגרום להגדלת זמן המחזור .

נספחים:

❖ אנליזת ממדים:

את המודל תאורטי של מטוטלת מתמטית נתאר תוך שימוש באנליזת ממדים :

$$(1)\ \ \tau = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

תאוצת הכובד - $g\ \{\frac{m}{sec^2}\}$, זמן המחזור - $\tau\ \{sec\}$,

אורך חוט המטוטלת - $l\ \{m\}$.

כיוון ש g הוא גודל קבוע ניתן להוציא אותו מחוץ לשורש , וכך נקבל :

$$(2)\ \tau = A \cdot l^{\alpha}$$

α הוא גודל קבוע, כאשר במודל גודלו אמור להיות 0.5.

כדי למצוא את α נהפוך את המשוואה לליניארית , בעזרת החסרת הביטוי $\tau(l_{max})$ מ-τ והפעלת *ln* על שני צידי המשוואה:

$$(3) ln\left(\frac{\tau}{\tau(l_{max})}\right) = \alpha \cdot ln\,(\frac{l}{l_{max}})$$

❖ חישוב שגיאות:

- השגיאה היחסית לזמן מחזור : $\sqrt{(\frac{\delta\tau}{\tau})^2 + (\frac{\delta\tau_{max}}{\tau_{max}})^2}$
- השגיאה היחסית לאורך החוט : $\sqrt{(\frac{\delta l}{l})^2 + (\frac{\delta l_{max}}{l_{max}})^2}$
- השגיאה היחסית בזווית השחרור: $\theta\sqrt{(\frac{\delta x}{x})^2 + (\frac{\delta y}{y})^2}$

מקורות:

1. **אתר הקורס – תדריך הכנה לניסוי הראשון – מטוטלת**
2. **אתר הקורס – טיפול בשגיאות נגררות.**