

מספר הקורס:	114032
מספר הקבוצה:	62
תת-קבוצה:	1
עמדת עבודה:	13
שם המדריך:	גוליה
מגישים:	1. מגד עסלי 208122358 majd.asali@campus.technion.ac.il
	2. דן סעדון 207473182 Dan.saadon@campus.technion.ac.il
תאריך:	01/07/2024
דו"ח מסכם לניסוי:	תלות תדירות המטוטלת בזווית שלה ובאורכה

תלות תדירות המטוטלת  
בזווית שלה ובאורכה

## תקציר הדוח

הרכבנו מטוטלת הממדלת בתנאים קרובים מטוטלת מתמטית. במהלך הניסוי, עסקנו בהשפעת אורך החוט על זמן המחזור של המטוטלת. על ידי ניסויים ומדידות שונות, בדקנו את זמן המחזור עבור אורכים שונים של המטוטלת. הסתכלנו על הקשר בין אורך המטוטלת לזמן המחזור והשוונו את התוצאות לתלות המקובלת במודל האנליזה שלנו, המבוסס על ממדים.

## מבוא

מטוטלת מתמטית היא מודל אידיאלי לתיאור תנועה הרמונית פשוטה. היא מורכבת ממשקולת התלויה על חוט ומתוח. ישנן מספר הנחות שעליהן מתבסס המודל. הנחה ראשונה היא שמסת החוט זניחה ביחס למסת המשקולת. משמעות הדבר היא שהחוט אינו משפיע על תנועת המשקולת באופן משמעותי. הנחה שניה היא שהמשקולת היא מסה נקודתית - גודלה של המשקולת קטן בהרבה מאורך החוט. בנוסף אורך החוט קבוע והחיכוך במערכת זניחה בהנחה שמודדים מספר זמני מחזור קטן בהרבה מתחילת איבוד אנרגיה.

ע"י שימוש באנליזת ממדים וקשר בין זמן מחזור לאורך המטוטלת מצאנו את הקשר הבא:

$$T = \text{const} \times L^a \quad (1)$$

כאשר  $T$  זה זמן המחזור [sec],  $L$  אורך החוט [mm],  $a$  מייצג קבוע חסר יחידות,  $\text{Const}$  מכיל בתוכו את כוח הכבידה [m/sec<sup>2</sup>] מה שמתקן לנו את היחידות.

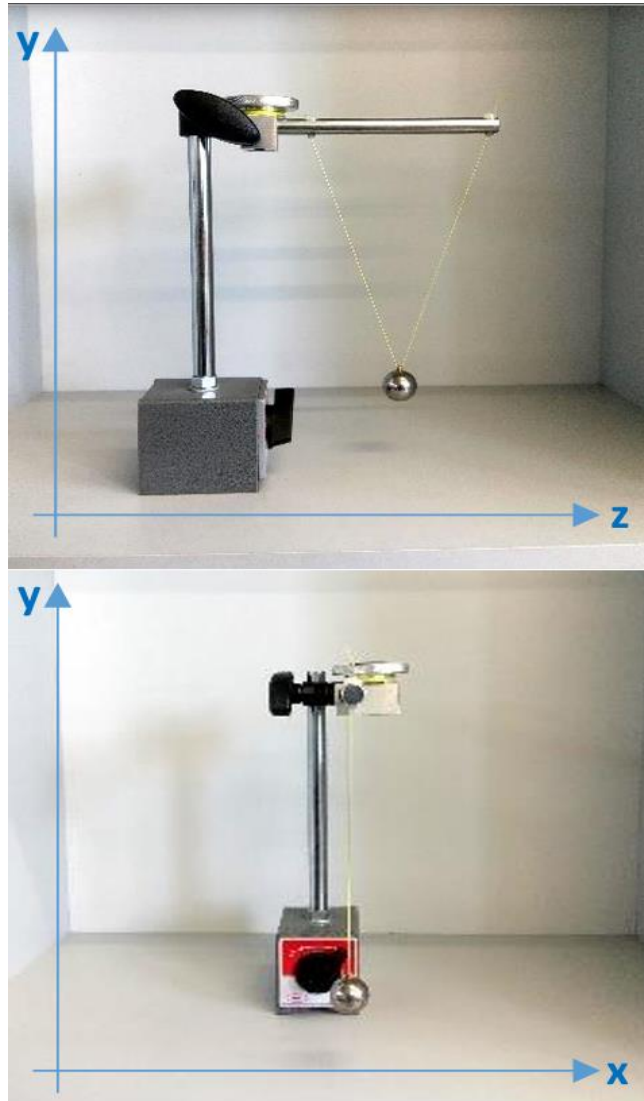
מערכת הניסוי בנויה ממוט אשר שני קצותיו מחוברים לחוט דק. על גבי החוט מושחל כדור המהווה משקולת. החוט עצמו מחובר לגלגלת כך שאפשר לשנות את אורך החוט. מדדנו את מסת הכדור ווידאנו כי מסת החוט זניחה ביחס אליו (קטנה בסדר גודל). לאחר מכן מדדנו את הזמן בו לוקח למטוטלת להגיע לחצי מגובה המשרעת ההתחלתית על מנת למצוא את כמות החזרות בהם החיכוך זניח.

השתמשנו בסרגל וקליבר על מנת למדוד את אורכי המערכת ובמשקל למדוד את משקלי המערכת.

כדי למדוד את התאמת המודל למציאות השתמשנו בנוסחה הבאה כדי שנוכל להתעלם מ  $\text{const}$  ולמצוא את  $a$ .

$$\ln\left(\frac{T}{T(l_{\max})}\right) = a \times \ln\left(\frac{l}{l_{\max}}\right) \quad (2)$$

על פי אנליזת הממדים  $a$  אמור לצאת 0.5.



המטוטלת שהשתמשנו בה לבצוע הניסוי, התנועה של  
המטוטלת היא במישור  $XY$

## תוצאות הניסוי

ראשית מדדנו את מסת המשקולת(בעזרת משקל) וקוטר(קליבר) ואורך החוט(סרגל).

$$m_b = 32.74 \times 10^{-3} \pm 0.01 \times 10^{-3} [kg]$$

$$d_b = 20 \times 10^{-3} \pm 0.02 \times 10^{-3} [m]$$

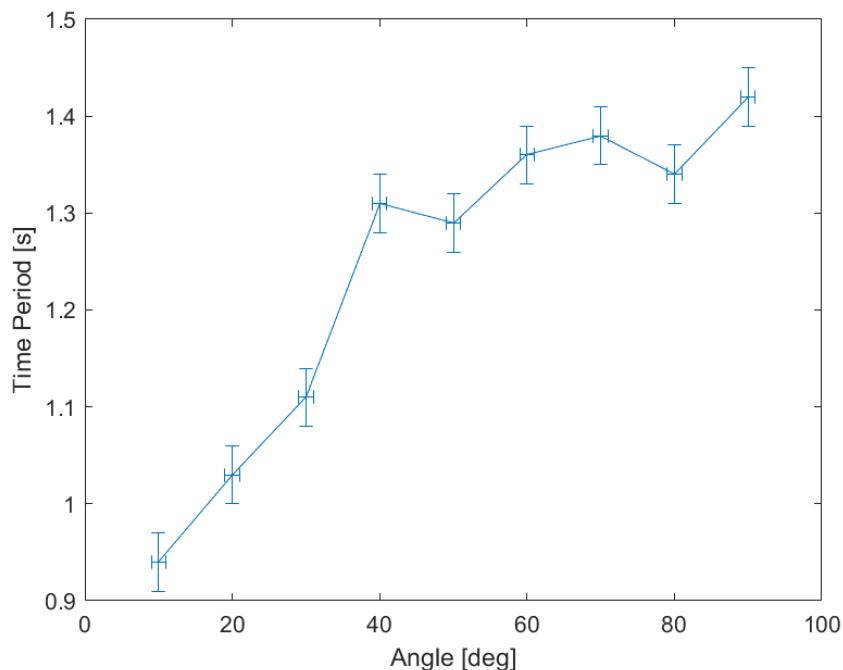
$$l_r = 375 \times 10^{-3} \pm 1 \times 10^{-3} [m]$$

$$m_r \approx 1 \times 10^{-3} \pm 0.01 \times 10^{-3} [kg]$$

מדדנו את אורך החוט בפועל כגובה במשולש שנוצר מהחוט עליו מושחלת המשקולת והמוט שאליו קשור החוט, ההנחות שלנו  $m_b \gg m_r$  ו  $l_r \gg d_b$  הן אכן מתקיימות.

לאחר מכן ביצענו מדידה בה מצאנו שמספר החזרות [N] על מנת לאבד חצי מגובה האמפליטודה הוא N=77. לכן בחרנו ב N=10 ובכך אפשר להזניח את החיכוך במערכת.

לאחר מכן ביצענו ניסוי שמטרתו לבדוק את תחום הזוויות הקטנות התחלנו בזווית  $10^\circ$  והגדלנו בכל מדידה ב  $10^\circ$  עד לזווית  $90^\circ$ . מדדנו לכל זווית 10 זמני מחזור על מנת שנוכל להקטין את השפעת הגורם האנושי על התוצאות.



גרף 1: הקשר בין הזוויות שחרור במעלות (ציר x) לזמן המחזור בשניות (ציר y)

הגדרנו את תחום השגיאה עבור המעלות כ  $1^{\circ}$  בגין אי דיוק של העין שלנו לאיפה החוט. ואת תחום

השגיאה של הזמן לקחנו את זמן התגובה האנושי (0.3 [sec]) חלקי מספר המחזורים שמדדנו. ויצא

שהשגיאה [sec] 0.03.

ניתן לראות שעד אזור  $25^{\circ}$  מעלות אין שינוי לכן בחרנו לעבוד עם  $20^{\circ}$ .

לאחר מכן ניגשנו לעיקר הניסוי. מדדנו עבור 10 אורכי חוט שונים את זמן המחזור. כאשר הזווית

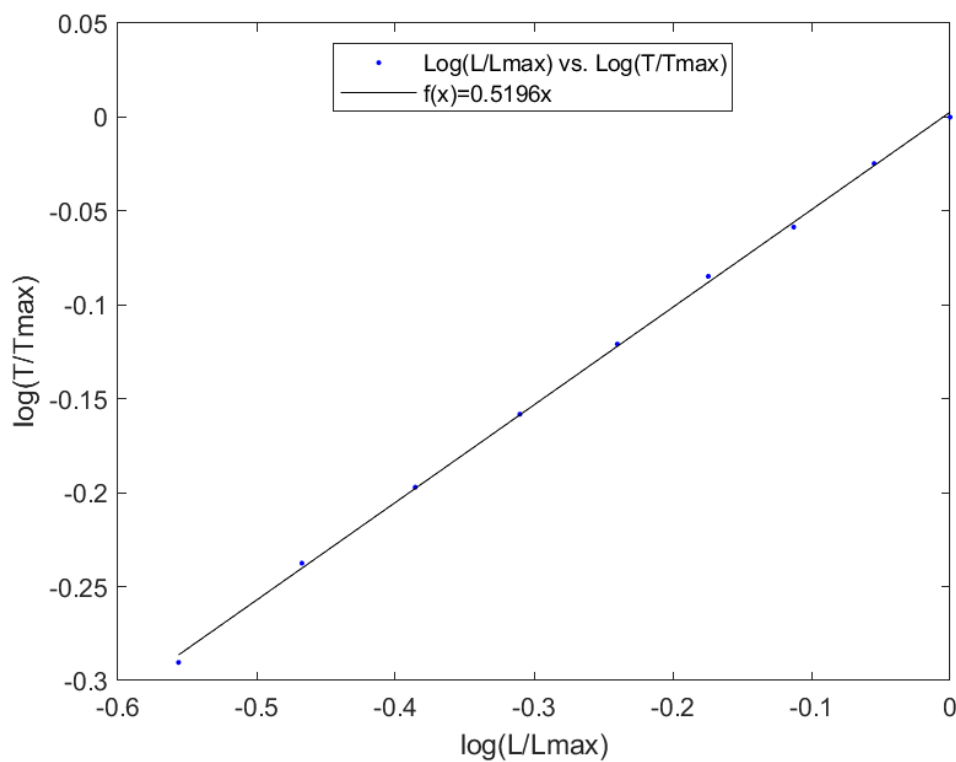
השחרור נשארת קבועה ( $20^{\circ}$ ). על מנת להקטין את השגיאה עקב זמן התגובה האנושי מדדנו לכל אורך

10 זמני מחזור.

בנוסף ביצענו רגרסיה לינארית והתאמה לפונקציה חזקה.

כפי שניתן לראות בגרף 2 זמן המחזור עולה ככל שאורך החוט גדל.

על פי הרגרסיה הלינארית יוצא  $a = p1 = 0.5196 \pm 0.0227$  שזה קרוב ל-0.5 אותו צפינו מהתאוריה.



גרף 2: תלות משוואה (2) המבטאת את הקשר בין אורך החוט של המטוטלת  
(ציר X) לזמן המחזור (ציר Y)

## דיון והשוואה לתאוריה

על פי התאוריה הערך  $\alpha$  במשוואה 2 הוא 0.5 ולנו לפי הניסוי יצא כי הוא 0.51967 אך עם טווח שגיאה של 0.0227. כלומר יש לנו שגיאה יחסית של 3% מה שמאשש לנו את התאוריה עם זאת ניתן להסיר את השגיאות על ידי כמה גורמים. ראשית מדידת אורך החוט לא הייתה מדויקת מספיק מכיוון שזה סרגל עם רמת דיוק של מילימטרים שלא יורד לרזולוציות מספיק קטנות, דבר זה משפיע בפועל האורך של החוט הנלקח וגורם להזנת נתונים לא מספיק מדויקים. שנית אופן ביצוע הניסוי הוא שהמשקולת היא תלויה על אמצע חוט, ייתכן שכאשר הארכנו את החוט המשקולת לא זזה לאמצע בדיוק מה שמשפיע על המערכת והתנודות שלה. בנוסף השגיאה האנושית שנלקחה היא הממוצעת, לא מדדנו את השגיאה שלנו ייתכן מאוד כי היא שונה מה שמשפיע ישירות כל זמן המחזור.



## מסקנות

בדקנו במהלך הניסוי האם יש קשר בין אורך חוט המטוטלת לזמן המחזור שלה? או המילים אחרות איך משפיע האורך על הזמן. על פי תוצאות הניסוי, שראינו שמתאימות לתאוריה, ניתן לומר כי ההנחות הניסוי אותם ציינו במבוא בנוסף לעבודה תחת זוויות קטנות מספיק מאפשרות לנו לבצע הניסוי בצלחה.

מצאנו כי זווית השחרור המקסימלית האפשרי היא  $25^\circ$ , וכן כי  $a \cong 0.5$ .



## נספח - חישוב הנוסחאות

### חישוב נוסחה (1)

לפי הנחות המודל זמן המחזור תלוי באורך החוט, משקל המטוטלת וכח הכבידה. נבצע אנליזת מימדים בה פועלים על פי ההנחה בה שתי צדדית המשוואה צריכים להיות בעלי אותם יחידות. נסתכל על המשוואה אצלינו:

$$T = l^a g^b m^c$$

$$\text{כאשר } T[\text{sec}], l[m], g\left[\frac{m}{\text{sec}^2}\right], m[kg]$$

כדי לקבל בשני הצדדים אותו הדבר  $a = 0.5, b = -0.5, c = 0$  ונקבל כי:

$$T = \text{Const} \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ובאופן כללי יותר נוכל לומר כי:

$$T = \text{const} \times L^a \quad (1)$$

### חישוב נוסחה (2)

נרצה לעשות כי הביטוי יהיה חסר יחידות על מנת שנוכל לבצע לינאריזציה. לכן נחלק כל צד בביטוי שמתקבל עבור האורך המקסימלי.

$$\frac{T}{T(l_{\max})} = \frac{\text{Const} \times l^a}{\text{Const} \times l_{\max}^a} = \left(\frac{l^a}{l_{\max}^a}\right) = \left(\frac{l}{l_{\max}}\right)^a$$

נפעיל  $\ln$  על שני האגפים ונקבל

$$\ln\left(\frac{T}{T(l_{\max})}\right) = a \times \ln\left(\frac{l}{l_{\max}}\right) \quad (2)$$