מספר הקורס:	114032
מספר הקבוצה:	55
תת-קבוצה:	?
עמדת עבודה:	19
שם המדריך:	מרק
מגישים:	1. מתניה ויצמן 315537571 matanyav@campus.technion.ac.il
תאריך:	06/02/2024
דו"ח מסכם לניסוי:	תלות תדירות המטוטלת באורכה

תקציר הדוח

הרכבנו מטוטלת הממדלת בתנאים קרובים מטוטלת מתמטית. במהלך הניסוי, עסקנו בהשפעת אורך החוט על זמן המחזור של המטוטלת. על ידי ניסויים ומדידות שונות, בדקנו את זמן המחזור עבור אורכים שונים של המטוטלת. הסתכלנו על הקשר בין אורך המטוטלת לזמן המחזור והשוונו את התוצאות לתלות המקובלת במודל האנליזה שלנו, המבוסס על מימדים.

מבוא

מטוטלת מתמטית היא מודל אידיאלי לתיאור תנועה הרמונית פשוטה. היא מורכבת ממשקולת התלויה על חוט ומתוח. ישנן מספר הנחות שעליהן מתבסס המודל. הנחה ראשונה היא שמסת החוט זניחה ביחס למסת המשקולת. משמעות הדבר היא שהחוט אינו משפיע על תנועת המשקולת באופן משמעותי. הנחה שניה היא שהמשקולת היא מסה נקודתית - גודלה של המשקולת קטן בהרבה מאורך החוט. בנוסף אורך החוט קבוע והחיכוך במערכת זניחה בהנחה שמודדים מספר זמני מחזור קטן בהרבה מתחילת איבוד אנרגיה.

ע"י שימוש באנליזת מימדים וקשר בין זמן מחזור לאורך המטוטלת מצאנו את הקשר הבא:

$$\boldsymbol{T = const \times L^{a}} \qquad (1)$$

כאשר T זה זמן המחזור[sec], L אורך החוט[mm], ו a מייצג קבוע חסר יחידות, Const מכיל בתוכו את כוח הכבידה[m/sec^2] מה שמתקן לנו את היחידות.

מערכת הניסוי בנויה ממוט אשר שני קצוותיו מחוברים לחוט דק. על גבי החוט מושחל כדור המהווה משקולת. החוט עצמו מחובר לגלגלת כך שאפשר לשנות את אורך החוט. מדדנו את מסת הכדור ווידאנו כי מסת החוט זניחה ביחס אליו(קטנה בסדר גודל). לאחר מכן מדדנו את הזמן בו לוקח למטוטלת להגיע לחצי מגובה המשרעת ההתחלתית על מנת למצוא את כמות החזרות בהם החיכוך זניח.

השתמשנו בסרגל וקליבר על מנת למדוד את אורכי המערכת ובמשקל למדוד את משקלי המערכת.

כדי למדוד את התאמת המודל למציאות השתמשנו בנוסחה הבאה כדי שנוכל להתעלם מconst ולמצוא את a.

$$\mathbf{ln}\left(\frac{T}{T(l_{max})}\right) = \boldsymbol{a} \times \mathbf{l\,n}\left(\frac{l}{l_{max}}\right) \qquad (2)$$

על פי אנליזת הממדים a אמור לצאת 0.5.

תוצאות הניסוי

ראשית מדדנו את מסת המשקולת(בעזרת משקל) וקוטרה(קליבר) ואורך החוט(סרגל). בנוסף הערכנו את מסת החוט.

$$m_b = 32.77 \pm 0.01\ [g]$$

$$d_b = \ 20 \pm 0.02[mm]$$

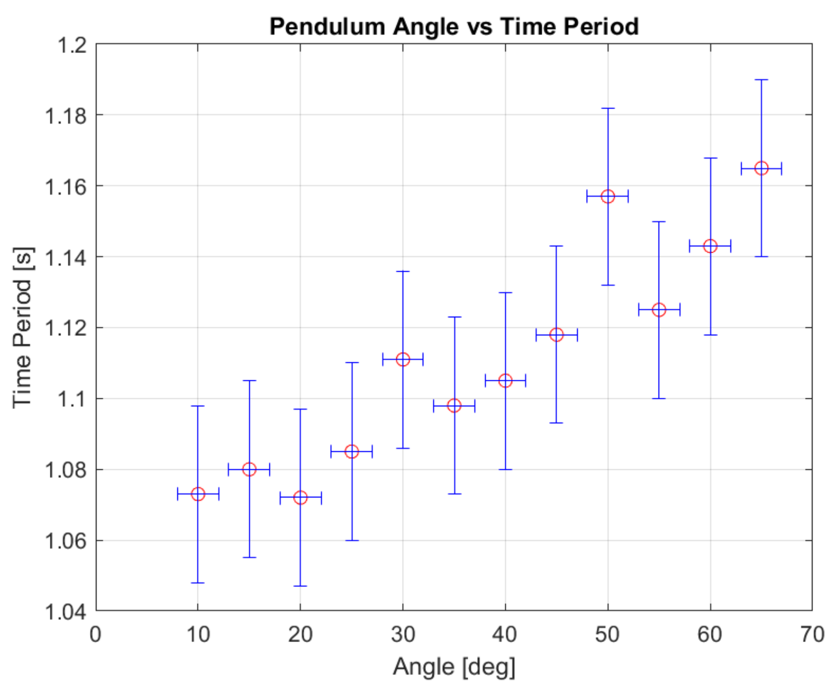
$$l_r = \ 295 + -1[mm]$$

$$m_r \approx 1\ [g]$$

מדדנו את אורך החוט בפועל כגובה במשולש שנוצר מהחוט עליו מושחלת המשקולת והמוט שאליו קשור החוט.

לאחר מכן ביצענו מדידה בה מצאנו שמספר החזרות[N] על מנת לאבד חצי מגובה האמפליטודה הוא N=77. לכן בחרנו ב N=10 ובכך אפשר להזניח את החיכוך במערכת.

לאחר מכן ביצענו ניסו שמטרתו לבדוק את את תחום הזוויות הקטנות התחלנו בזווית 10° והגדלנו בכל מדידה ב5° עד לזווית 65°. מדדנו לכל זווית 10 זמני מחזור על מנת שנוכל להקטין את השפעת הגורם האנושי על התוצאות.

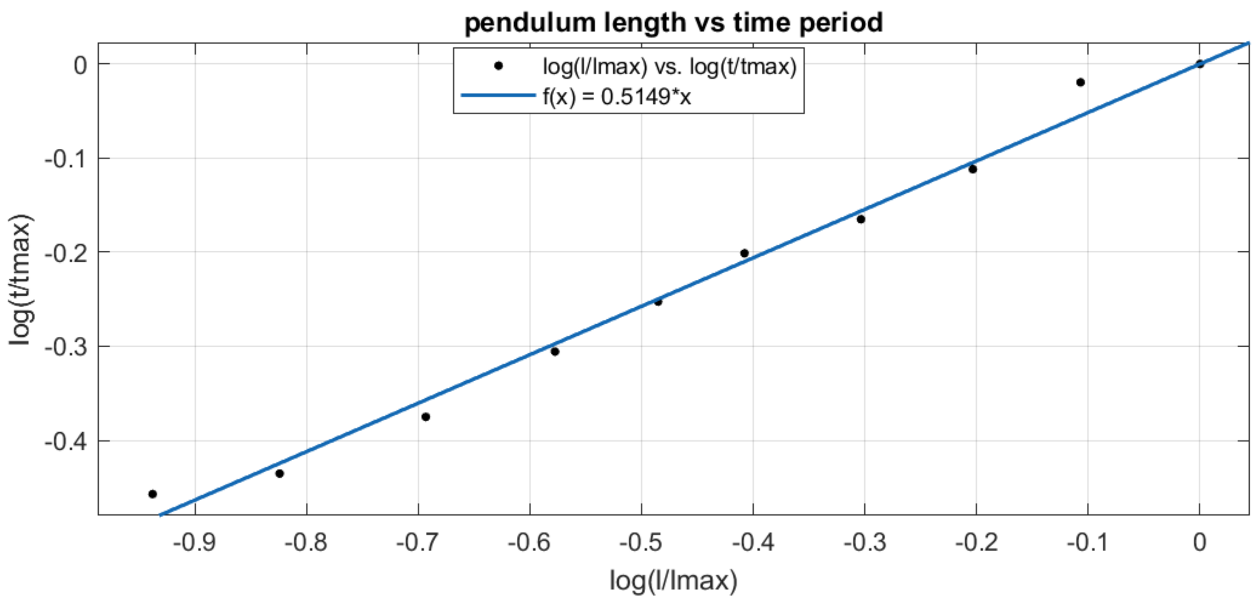


גרף 1:הקשר בין הזווית שחרור לזמן המחזור

הגדרנו את תחום השגיאה עבור המעלות כ $2°$ בגין אי דיוק של העין שלנו לאיפה החוט. ואת תחום השגיאה של הזמן לקחנו את זמן התגובה האנושי($0.25[sec]$) חלקי מספר המחזורים שמדדנו. ויצא שהשגיאה $0.025[sec]$.

ניתן לראות שעד אזור $25°$ מעלות אין שינו לכן בחרנו לעבוד עם $20°$.

לאחר מכן ניגשנו לעיקר הניסוי. מדדנו עבור 10 אורכי חוט שונים את זמן המחזור. כאשר הזווית השחרור נשארת קבועה ($20°$). על מנת להקטין את השגיאה עקב זמן התגובה האנושי מדדנו לכל אורך 10 זמני מחזור.



גרף 2: תלות משוואה (2) המבטאת את הקשר בין אורך החוט לזמן המחזור

בנוסף ביצענו רגרסיה לינארית והתאמה לפונקציה חזקה.

כפי שניתן לראות בגרף 2 זמן המחזור עולה ככל שאורך החוט גדל.

על פי הרגרסיה הלינארית יוצא $a = p1 = 0.5149 \pm 0.0227$ שזה בקרוב טוב מאוד 0.5 אותו צפינו מהתאוריה. בנוסף $R^2 =$ 0.9888 מה שמראה לנו על קירוב לינארי טוב.

```
f(x) = p1*x + p2
Coefficients (with 95% confidence bounds):
    p1 =     0.5149  (0.4922, 0.5377)
    p2 =          0  (fixed at bound)

Goodness of fit:
  SSE: 0.002665
  R-square: 0.9888
  Adjusted R-square: 0.9888
  RMSE: 0.01721
```

איור 1 – הפונקציה וה R^2 המתקבלים

<u>דיון והשוואה לתאוריה</u>

על פי התאוריה הערך a במשוואה 2 הוא 0.5 ולנו לפי הניסוי יצא כי הוא 0.5149 אך עם טווח שגיאה של 0.0227. כלומר יש לנו שגיאה יחסית של 3% מה שמאשש לנו את התאוריה עם זאת ניתן להסיר את השגיאות על ידי כמה גורמים. ראשית מדידת אורך החוט לא הייתה מדויקת מספיק מכיוון שזה סרגל עם רמת דיוק של מילימטרים שלא יורד לרזולוציות מספיק קטנות, דבר זה משפיע בפועל האורך של החוט הנלקח וגורם להזנת נתונים לא מספיק מדויקים. שנית אופן ביצוע הניסוי הוא שהמשקולת היא תלויה על אמצע חוט, ייתכן שכאשר הארכנו את החוט המשקולת לא זזה לאמצע בדיוק מה שמשפיע על המערכת והתנודות שלה. בנוסף השגיאה האנושית שנלקחה היא הממוצעת, לא מדדנו את השגיאה שלנו ייתכן מאוד כי היא שונה מה שמשפיע ישירות כל זמן המחזור.

<u>מסקנות</u>

בדקנו במהלך הניסוי האם יש קשר בין אורך חוט המטוטלת לזמן המחזור שלה? או המילים אחרות איך משפיע האורך על הזמן. על פי תוצאות הניסוי, שראינו שמתאימות לתאוריה, ניתן לומר כי ההנחות הניסוי אותם ציינו במבוא בנוסף לעבודה תחת זוויות קטנות מספיק מאפשרות לנו לבצע הניסוי בצלחה.

מצאנו כי זווית השחרור המקסימלית האפשרי היא 25°, וכן כי $a \cong 0.5$.

נספח - חישוב הנוסחאות

חישוב נוסחה (1)

לפי הנחות המודל זמן המחזור תלוי באורך החוט, משקל המטוטלת וכח הכבידה. נבצע אנליזת מימדים בה פועלים על פי ההנחה בה שתי צדדית המשוואה צריכים להיות בעלי אותם יחידות. נסתכל על המשוואה אצלינו:

$$T = l^a g^b m^c$$

כאשר $T[sec], l[m], g\left[\frac{m}{sec^2}\right], m[kg]$

כדי לקבל בשני הצדדים אותו הדבר $a = 0.5\,, b = -0.5\,, c = 0$

ונקבל כי:

$$T = Const\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ובאופן כללי יותר נוכל לומר כי:

$$\boldsymbol{T = const \times L^a} \qquad (1)$$

חישוב נוסחה (2)

נרצה לעשות כי הביטוי יהיה חסר יחידות על מנת שנוכל לבצע לינאריזציה. לכן נחלק כל צד בביטוי שמתקבל עבור האורך המקסימלי.

$$\frac{T}{T(l_{max})} = \frac{Const \times l^a}{Const \times {l_{max}}^a} = \left(\frac{l^a}{{l_{max}}^a}\right) = \left(\frac{l}{l_{max}}\right)^a$$

נפעיל ln על שני האגפים ונקבל

$$\mathbf{ln}\left(\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{T(l_{max})}}\right) = \boldsymbol{a} \times \mathbf{l\,n}\left(\frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{l_{max}}}\right) \qquad (2)$$