# Model Predictive Control of a Sewer System

June 14, 2018

Group 1030

Jacob Naundrup Pedersen Thomas Holm Pilgaard

Department of Electronic Systems Aalborg University Denmark





Group 1030

### ntroduktio

rensningsanlæ

Problemformuler

### System beskrive

Løsninger o afarænsnin

### afgrænsninger

Modelloring

#### Modellerin

Struktu

Preissmann

Implementerin

## Linearis

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

# Introduktion

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

# System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

## Modellering

# Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

## Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



# Typisk opbygning af kloak ledning

Agenda

Group 1030

Introduktioi Kloakker og

rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

Løsninger og

Modellering

.

Simulering

Drainamann

. . .

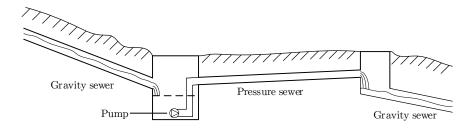
IIIpieilieliteli

Linearise

MDC

Resulta

Diskussion/Konklusion





# Rensning af spildevand

Agenda

Group 1030

#### Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

## System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninge

. . . . . .

#### ....

#### Simulem

Preissman

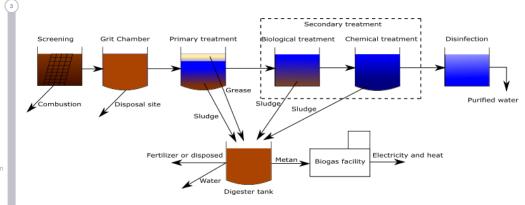
Implemente

impiemente

#### Kontro

Lineariserin

Regults





Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

d ----

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Otendate

Preissman

Implementeri

Kontrol

Lineariseri

Resulta

Diskussion/Konklusion

Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.



Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivels

Løsninger og

#### afgrænsninger

Modellerin

#### WOOGCHCIIII

Simulei

Di diktai

Preissmann

Implementerir

### Kontrol

Linearisering

Resulta

- Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - Større udledninger uden varsel



Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivels

Løsninger og

#### afgrænsninger

Modellerin

Simule

- ·

Preissmann

Implementering

#### Kontro

Lineariserin

Resulta

- ▶ Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - Større udledninger uden varsel
  - Problemer for aerobe bakterier



Agenda

Group 1030

#### Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

#### System beskrivels

Løsninger og

#### Modellerin

.

Simulei

Struktur

Preissmann

Implementerin

#### Kontro

Linearisering

Resulta

- Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - Større udledninger uden varsel
  - Problemer for aerobe bakterier
  - Andre forstyrrelser



Group 1030

Problemformulering

Diskussion/Konklusion

How can a simulation environment be constructed, which mimic the behavior of a real sewer system, where MPC is utilized as the control scheme to obtain stable sewage output such that optimal performance can be obtained from a WWTP.



# Udgangspunkt i et virkeligt setup

### Agenda

Group 1030

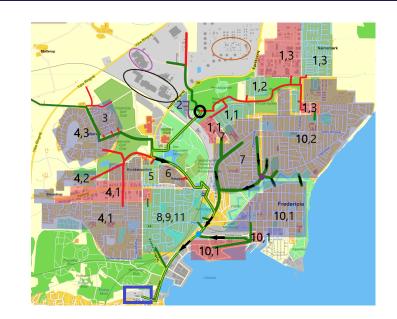
#### System beskrivelse

### Modellering

## Simulering

## Kontrol

Resultat





# Udgangspunkt i et virkeligt setup

### Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformule

#### System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninge

#### Modellerina

#### Modellerii

Struktur

Preissmann

Implementeri

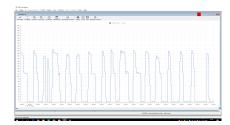
#### KOHITOI

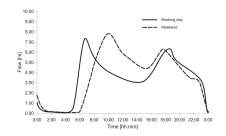
Lineariserin

Resulta

Diskussion/Konklusion

- ▶ Data fra industri.
- Flow profiler af beboelse og mindre industri.







# Løsninger og afgrænsninger

Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

. . . . .

Modellering

Simuleri

Struktur

Preissmann

IIIpioiliolitoi

#### Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indsættelse af tank



# Løsninger og afgrænsninger

Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

atgrænsninger

Modellering

#### ....

Simuleri

- .

Preissmann

Implementer

#### Kontro

Lineariserin

MPC

Resulta

- ► Indsættelse af tank
- ► Afgrænse simulering til enkelt kemisk komponent



# Løsninger og afgrænsninger

### Agenda

Group 1030

#### ntroduktion

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

#### afgrænsninger

Modellering

#### ....

Simulerin

Struktur

Preissmann

Implemente

#### Kontro

Lineariserin

Resultat

- Indsættelse af tank
- ► Afgrænse simulering til enkelt kemisk komponent
- ▶ Runde kloakrør



## Agenda

Group 1030

### System beskrivelse

Modellering

Kloakledning

► Transport af koncentrat i kloakledning

Sammenkobling af kloakledninger

Tank



### Agenda

#### Group 1030

### Modellering

Diskussion/Konklusion

# Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial t}{\partial Q} + \frac{\partial x}{\partial Q} +$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

Transport af koncentrat i kloakledning

Sammenkobling af kloakledninger

Tank



### Agenda

#### Group 1030

## Modellering

Diskussion/Konklusion

# Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathcal{U}}{A}\right) + \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} + \mathcal{S}_f$$

- ▶ Transport af koncentrat i kloakledning
  - Afhænger af flow i kloakledning
  - Antagelser
- Sammenkobling af kloakledninger

Tank



### Agenda

### Group 1030

#### Modellerina

Diskussion/Konklusion

# Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) +$$

$$\left(\frac{Q}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - \frac{\partial h}{\partial x}$$

- Transport af koncentrat i kloakledning
  - Afhænger af flow i kloakledning
  - Antagelser
- Sammenkobling af kloakledninger
  - Summering af flow og koncentrat
  - Antagelser
- Tank



### Agenda

#### Group 1030

### Modellerina

Diskussion/Konklusion

# Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)$$

Antagelser

# Transport af koncentrat i kloakledning

- Afhænger af flow i kloakledning
- Antagelser

- Summering af flow og koncentrat
- Antagelser

## Tank

- Ændring i højde og koncentrat
- Antagelser



Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

#### Ciandada

### Struktur

ruktur

eissmann

Implementering

#### Kontrol

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Intialisering

Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



### Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

Modellerin

## Simulering

### Struktur

issmann

### Implementaring

.

### Lineariserir

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

## Intialisering

Opsætning af komponenter



Agenda

Group 1030

#### Introduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

### System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

#### Modelielini

### Struktur

uuktui

- reissilidilii

Implementering

#### Kontrol

Lineariserii

Resulta

Diskussion/Konklusion

# Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state



Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

#### Simulering

#### Struktur

minamana

mplementering

IIIpidiliolitaliii

#### Kontrol

Lineariserin

Resulta

Diskussion/Konklusion

## Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state
- Simulering



### Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

#### KANADA SA

Wodeliering

### Struktur

truktur

reissmann -

Implementerin

#### Kontrol

Lineariserin

D . . . II . .

Diskussion/Konklusion

# Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state

# Simulering

► Iterativ beregning af komponenterne



### Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

#### System beskrive

Løsninger og

Modellerin

### Struktur

HUKUI

Preissmann

Implementerin

#### Kontrol

Lineariserin

Resulta

Diskussion/Konklusio

# Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state

# Simulering

- Iterativ beregning af komponenterne
- ► Gennemgang af resultat



# Preissmann

Agenda

Group 1030

System beskrivelse

Modellering

Preissmann

Resultat

► Kinematisk bølge approksimation

$$ightharpoonup S_b = S_f$$

► Fyldningsgrads kurve for rør



Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

#### afgrænsninger

Modellering

#### 01-1-1-1-1

Otendatus

Preissmann

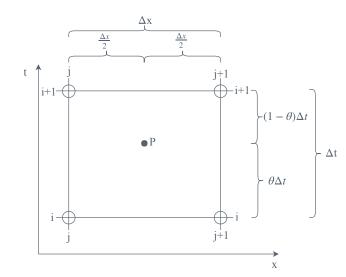
#### Implementer

#### implementer

### Kontrol Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion





# Preissmann stabilitet

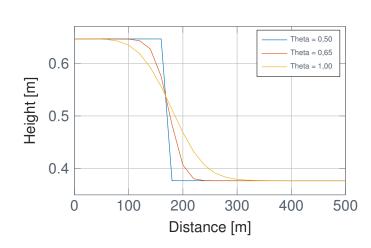
Agenda

Group 1030

## Modellering

Preissmann

▶ Ubetinget stabilitet



# Courant's tal

### Agenda

Group 1030

#### Introduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

### Modellering

Modellerin

Simulering

Preissmann

Implementer

#### . . . .

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indikation af præcision

$$C_r = \frac{\sqrt{g \cdot \overline{\mathsf{H}}} \cdot \Delta t}{\Delta x}$$



Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivel

Løsninger og

#### atgrænsninger

Modellering

Simulerir

Preissmann

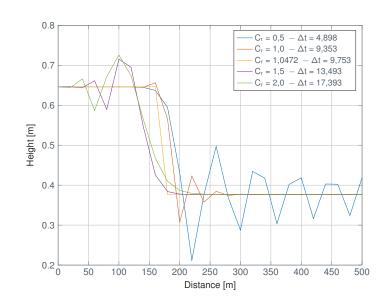
#### Implementer

Kontrol

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

#### Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuleri

#### System beskrivel

Løsninger og

#### aigraonainigoi

Modellering

\_\_\_\_

Preissmann

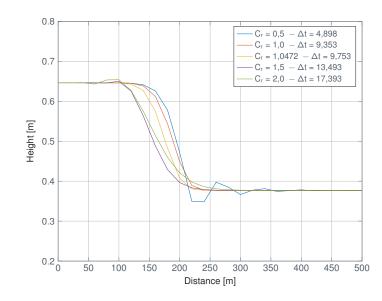
#### Implementer

### Kontrol

Linearisen

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

#### afgrænsninger

Modellering

#### Modellerii

. . .

Struktur

Preissmann

Implementering

#### ....

Kontrol

Lineariserin

Resulta

- ► Implementering
- ► Kontrol
- ▶ Resultater
- ▶ Diskussion/Konklusion



Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

øsninger og

## Modellering

#### .

omnulem

Drojoomoon

Fielssillallii

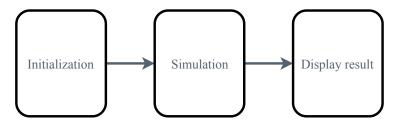
## Implementering

### Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

Implementering

Diskussion/Konklusion

## 1. Rør

- Længde [m]
- Sektioner
- S<sub>b</sub> (Hældning) [‰]
- $\triangle x = \text{Længde/Sektioner [m]}$
- Diameter [m]
- ► Theta
- $ightharpoonup Q_f[m^3/s]$
- Side inflow
- Placering i data

## 2. Tank

- ▶ Størrelse [m³]
- ► Højde [m]
- ► Areal = Størrelse / Højde [m²]
- ► Maksimum outflow [m³/s]
- Placering i data



Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

#### argreenamiger

Modellering

#### Modellerii

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

### mplemente

Lineariserin

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Steady state

► System opsætning

Fields	type type	e component	sections
1	'Pipe'	1	35
2	'Tank'	1	1
3	'Pipe'	17	207
4	'Tank'	1	1
5	'Pipe'	1	38
6	'Total'	21	282

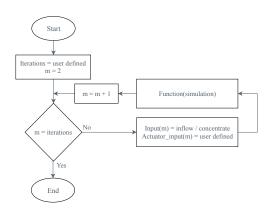


Group 1030

### Modellering

Implementering

Beregner parameter for hvert tidsskridt





# Group 1030

## ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg Problemformuleri

# System beskrivel

Løsninger og

# afgrænsninger

# Modellering

## Simulering

Preisemann

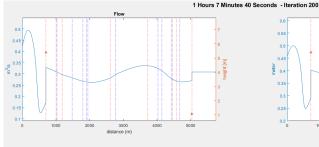
# Implementering

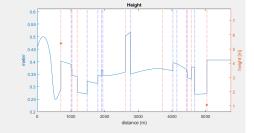
# Kontrol

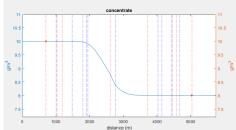
Lineariseri

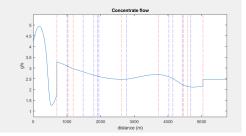
# Resultat

Dickussion/Konklusio









Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

# ntrodulation

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

# System beskrive

Løsninger og

# Løsninger og

Modellering

## Wodeliering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementer

### Kontre

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

▶ Lineær model til MPC

► Linearisering af kontinuitets ligningen

► Højde states

► Preissmann scheme

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial A(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} = 0$$



Group 1030

Linearisering

Opstilles på state space form

$$\left[\underbrace{\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\theta}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{a} \underbrace{\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} + \frac{\theta}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{b}\right] \begin{bmatrix} h_{j+1}^{j+1} \\ h_{j+1}^{j+1} \end{bmatrix} =$$

$$- \left[\underbrace{\frac{-1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} - \frac{(1-\theta)}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{c} \underbrace{\frac{-1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} + \frac{(1-\theta)}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{d} \right] \begin{bmatrix} h_{j+1}^{i} \\ h_{j+1}^{i} \end{bmatrix} =$$



Group 1030

# atroduktion

rensningsanlæg

Problemformulerin

# System beskrivel

Løsninger og

### .....

Modellering

### . . . .

----

Preissmann

Implemente

Implemente

# Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & a_1 & b_2 & \ddots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{m-1} & b_m
\end{bmatrix}
\underbrace{\begin{bmatrix}
h_0^{i+1} \\ h_1^{i+1} \\ h_2^{i+1} \\ \vdots \\ h_m^{i+1}
\end{bmatrix}}_{x(k+1)}$$

$$=\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 & d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_1 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & c_{m-1} & d_m \end{bmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{bmatrix} h_0^i \\ h_1^i \\ h_2^i \\ \vdots \\ h_m^i \end{bmatrix}}_{\chi(k)} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -a_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} h_0^{i+1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dh}{dQ}}{0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_d} d_0^{i+1}$$



Group 1030

# ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuleri

# System beskrive

Løsninger og

# afgrænsninger

Modellering

### Simulerii

Struktur

Preissmann

Implementeri

# Kontrol

Linearisering

MPC

## Resulta

Diskussion/Konklusion

- ► e Forøgelse af højde i tank(inflow)
- ► f Reducering af højde i tank(Outflow)
- ► g Inflow i efterfølgende rør

$$= \underbrace{ \begin{bmatrix} b_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{2,1} & b_{2,2} \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} h_{1,2}^{i+1} \\ h_{2,0}^{i+1} \\ h_{2,1}^{i+1} \end{bmatrix}}_{x(k+1)} }_{x(k+1)} + \underbrace{ \begin{bmatrix} d_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{2,0} & d_{2,1} \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} h_{1,2}^{i} \\ h_{2,0}^{i} \\ h_{2,1}^{i} \\ h_{2,1}^{i} \end{bmatrix}}_{x(k)} }_{B} + \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -f \\ 0 & g \\ 0 & 0 \end{bmatrix} }_{B} \underbrace{ \begin{bmatrix} h_{0}^{i+1} \\ u_{tank} \end{bmatrix} }_{B}$$



Group 1030

# Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

# System beskrivelse

Løsninger og

## afgrænsninger

# Modellering

## Simulerir

Droinomonn

1 1010011101111

Implementer

# . . . .

# Linearisering

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

► Samligning af ulineær og lineær model for små forstyrrelser

► System setup

Sinus input

Туре	Components	Sections
Pipe	1	35
Tank	1	1
Pipe	18	227
Total	20	263



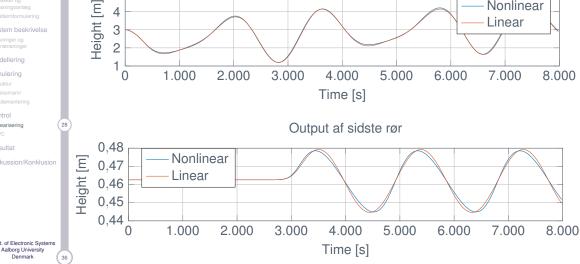
5



Group 1030

# Modellering

Linearisering



Tank højde

Nonlinear

Linear

Dept. of Electronic Systems Aalborg University



Group 1030

# System beskrivelse

# Modellering

MPC

# Cost funktion

- Afgrænset til at minimiere flow variationer
- ▶ Constraints
  - ► Højde
  - Kontrol input
- ► Prediktions model



Group 1030

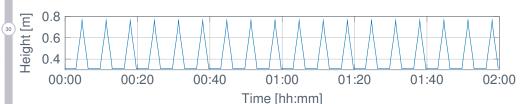
Modellering

MPC

▶ Begrænset i længde af prediktions horisont

- System setup
- ► Forstyrrelses input

Fields	type type	<b>⊞</b> component	sections     sections
1	'Pipe'	1	5
2	'Tank'	1	1
3	'Pipe'	1	5
4	'Total'	3	11







Group 1030

# ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuler

# System beskrivel

Løsninger og

# afgrænsninger

# Modellering

01...............

Struktı

Preissman

Implementer

# Kontr

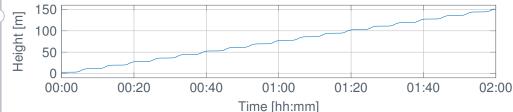
Linearisering

Pocult

Hesultat







Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark





# Group 1030

## ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemiormulerin

# System beskrive

Løsninger og

# argracinomingor

# Modellering

Simule

Droiceman

# rieissillai

impiementen

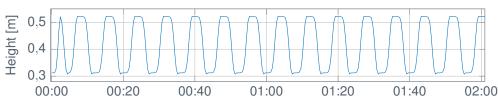
# Lincor

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

# Input højde i rør efter tank



# Tank højde



Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

## ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

# System beskrivelse

Løsninger og

### afgrænsninger

# Modellering

### 1110001101111

Simulering

Preissmann

1 1010011101111

# Kontrol

Linearisering

# Resultat

Diskussion/Konklusion

 System setup, efterligning af Fredericia

▶ Flow profiler

Type	Component	Sections
Pipe	1	35
Tank	1	1
Pipe	17	207
Tank	1	1
Pipe	1	38
Total	21	282



Group 1030

# troduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

# System beskrivel

Løsninger og

# afgrænsninger

# Modellering

# 11100001101111

Ottoulation

Preissma

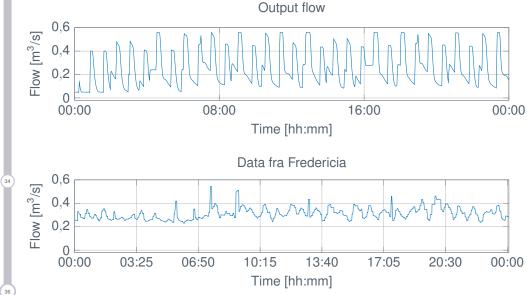
Implementer

### Kontrol Linearise

MPC

# Resultat

Diskussion/Konklusion



Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

## ntroduletie

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

# System beskrivelse

Løsninger og

## Løsninger og

# Modellering

# ....

## Simulering

Struktur

Preissmann

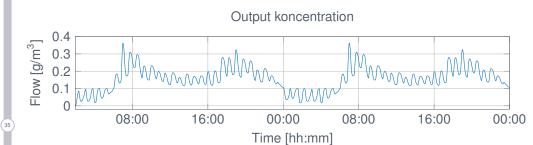
Implementeri

# Kontrol

Lineariserin

# Resultat

Diskussion/Konklusi





# Diskussion/Konklusion

# Agenda

Group 1030

# and the state of

Kloakker og

Problemformulerin

# System beskrivelse

Løsninger og

## .....

Modellering

Simulei

Droinemann

Preissmann

Implementering

### Kontro

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion (36

- ► Courant's tal
- ▶ Model reduktion
- Simulering
- ► MPC