# Model Predictive Control of a Sewer System

June 14, 2018

Group 1030

Jacob Naundrup Pedersen Thomas Holm Pilgaard

Department of Electronic Systems Aalborg University Denmark





Group 1030

### ntroduktio

rensningsanlæ

Problemformuler

### System beskrive

Løsninger o afarænsnin

### afgrænsninger

Modelloring

### Modellerin

Struktu

Preissmann

Implementerin

## Linearis

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

# Introduktion

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

# System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

## Modellering

## Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

## Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



# Typisk opbygning af kloak ledning

Agenda

Group 1030

Introduktioi Kloakker og

rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

Løsninger og

Modellering

.

Simulering

Drainamann

. . .

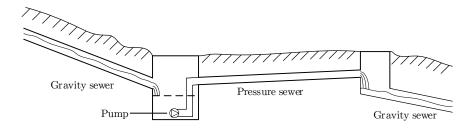
IIIpieilieliteli

Linearise

MDC

Resulta

Diskussion/Konklusion





# Rensning af spildevand

Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

### System beskrivels

Løsninger og

## Modellering

Simulering

Struktu

Preissmann

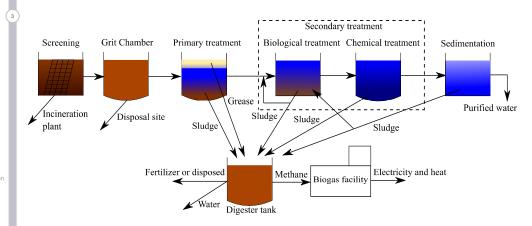
Implementer

#### Kontro

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion





Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

d ----

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Otendate

Preissman

Implementeri

Kontrol

Lineariseri

Resulta

Diskussion/Konklusion

Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.



Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivels

Løsninger og

#### afgrænsninger

Modellerin

#### WOOGCHCIIII

Simulei

Di diktai

Preissmann

Implementerir

## Kontrol

Linearisering

Resulta

- Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - Større udledninger uden varsel



Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivels

Løsninger og

#### afgrænsninger

Modellerin

Simule

- ·

Preissmann

Implementering

#### Kontro

Lineariserin

Resulta

- ▶ Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - Større udledninger uden varsel
  - Problemer for aerobe bakterier



Agenda

Group 1030

#### Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

#### System beskrivels

Løsninger og

#### Modellerin

.

Simulei

Struktur

Preissmann

Implementerin

### Kontro

Linearisering

Resulta

- Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - Større udledninger uden varsel
  - Problemer for aerobe bakterier
  - Andre forstyrrelser



Group 1030

Problemformulering

Diskussion/Konklusion

How can a simulation environment be constructed, which mimic the behavior of a real sewer system, where MPC is utilized as the control scheme to obtain stable sewage output such that optimal performance can be obtained from a WWTP.



# Udgangspunkt i et virkeligt setup

### Agenda

Group 1030

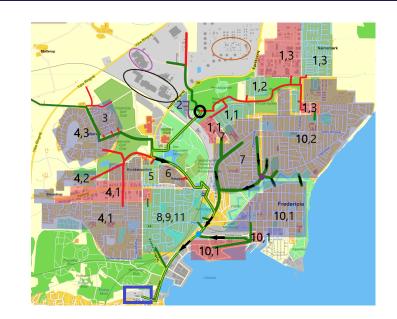
### System beskrivelse

### Modellering

## Simulering

## Kontrol

Resultat





# Udgangspunkt i et virkeligt setup

### Agenda

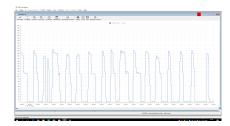
Group 1030

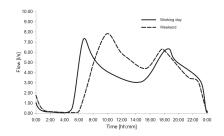
#### System beskrivelse

### Modellerina

Diskussion/Konklusion

- Data fra industri
- Flow profiler af beboelse og mindre industri







# Løsninger og afgrænsninger

Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

. . . . .

Modellering

Simuleri

Struktur

Preissmann

IIIpioiliolitoi

### Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indsættelse af tank



# Løsninger og afgrænsninger

### Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

atgrænsninger

Modellering

#### ....

Struktur

Preissmann

Implementer

#### Kontro

Lineariseri

Resulta

- Indsættelse af tank
- ► Enkelt kemisk komponent



# Løsninger og afgrænsninger

## Agenda

Group 1030

#### ntroduktion

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

## afgrænsninger

Modellering

Cian de la la

Struktur

Preissmann

Implementer

### Kontrol

Lineariserin

MPC

nesulta

- Indsættelse af tank
- ► Enkelt kemisk komponent
- ▶ Runde kloakrør



## Agenda

Group 1030

### System beskrivelse

Modellering

Kloakledning

► Transport af koncentrat i kloakledning

Sammenkobling af kloakledninger

Tank



## Agenda

#### Group 1030

### Modellering

Diskussion/Konklusion

## Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

Transport af koncentrat i kloakledning

Sammenkobling af kloakledninger

Tank



## Agenda

### Group 1030

### Modellering

Diskussion/Konklusion

## Kloakledning

- Saint-Venant
- ► Kontinuitet:

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right)$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)$$

Antagelser

- ▶ Transport af koncentrat i kloakledning
  - Afhænger af flow i kloakledning
  - Antagelser
- Sammenkobling af kloakledninger

Tank



## Agenda

### Group 1030

### Modellerina

Diskussion/Konklusion

## Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) +$$

$$\left(\frac{Q}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - \frac{\partial h}{\partial x}$$

- Transport af koncentrat i kloakledning
  - Afhænger af flow i kloakledning
  - Antagelser
- Sammenkobling af kloakledninger
  - Summering af flow og koncentrat
  - Antagelser
- Tank



## Agenda

#### Group 1030

### Modellerina

Diskussion/Konklusion

## Kloakledning

Saint-Venant

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)$$

Antagelser

# Transport af koncentrat i kloakledning

- Afhænger af flow i kloakledning
- Antagelser

- Summering af flow og koncentrat
- Antagelser

## Tank

- Ændring i højde og koncentrat
- Antagelser



Agenda

Group 1030

### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

#### Ciandada

### Struktur

ruktur

eissmann

Implementering

### Kontrol

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Intialisering

Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



### Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

Modellerin

## Simulering

## Struktur

issmann

### Implementaring

.

### Lineariserir

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

## Intialisering

Opsætning af komponenter



## Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

#### Modelloring

WOOGCHCIIII

### Struktur

ruktur

mplementering

Implementering

### Kontrol

Lineariserir

Daniella

Diskussion/Konklusion

## Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state



## Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

#### Modellerin

### Struktur

uuktui

reissmann

Implementerin

### Kontrol

Lineariserin

Resulta

Diskussion/Konklusion

## Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state
- Simulering



## Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

#### KAN DING ST

Wodeliering

## Struktur

truktur

reissmann -

Implementerin

### Kontrol

Lineariserin

D . . . II . .

Diskussion/Konklusion

## Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state

# Simulering

► Iterativ beregning af komponenterne



## Agenda

Group 1030

#### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

#### System beskrive

Løsninger og

Modellerin

## Struktur

HUKUU

Preissmann

Implementerin

### Kontrol

Lineariserin

Resulta

Diskussion/Konklusio

## Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state

# Simulering

- Iterativ beregning af komponenterne
- ► Gennemgang af resultat



# Preissmann

Agenda

Group 1030

System beskrivelse

Modellering

Preissmann

Resultat

► Kinematisk bølge approksimation

$$ightharpoonup S_b = S_f$$

► Fyldningsgrads kurve for rør



Group 1030

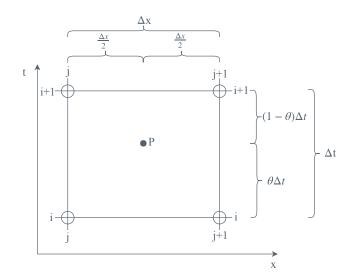
#### System beskrivelse

## Modellering

Preissmann

# Kontrol

Resultat





# Preissmann stabilitet

Agenda

Group 1030

#### Introduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivels

Løsninger og

## Modellering

\_\_\_\_

Preissmann

Implementer

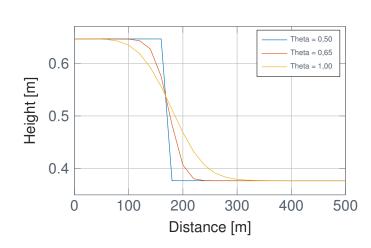
#### ...,

Linearisering

Resulta

Diskussion/Konklusion

Ubetinget stabilitet



# Courant's tal

Agenda

Group 1030

Introduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

. . .

Løsninger og

argrænsning

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementer

Lineariserin

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indikation af præcision

$$C_r = \frac{\sqrt{g \cdot \overline{\mathsf{H}} \cdot \Delta t}}{\Delta x}$$



Group 1030

#### Introduktio

Kloakker og

Problemformuleri

#### System beskrivel

Løsninger og

#### aigiconailiigoi

## Modellering

Simulem

Preissmann

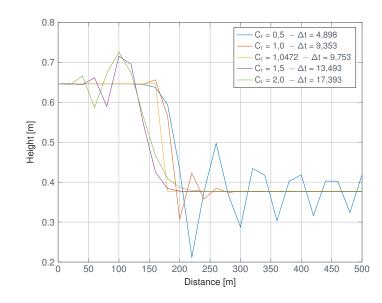
#### Implementer

## Kontrol

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuleri

### System beskrivel

Løsninger og

## Modellering

Jiiiiuleiii

Preissmann

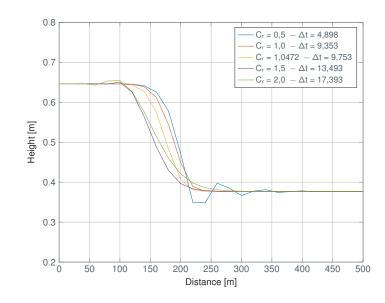
#### Implementer

Kontrol Lineariseri

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

### System beskrivelse

Modellering

Implementering

- ► Implementering
- Kontrol
- Resultater
- Diskussion/Konklusion



Group 1030

#### ntroduktion

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivelse

Løsninger og

## Modellering

illiulei

Projeemann

Implementering

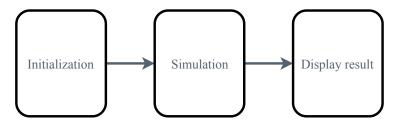
## Kontrol

#### .....

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

## Implementering

Diskussion/Konklusion

## 1. Rør

- Længde [m]
- Sektioner
- S<sub>b</sub> (Hældning) [‰]
- $\triangle x = \text{Længde/Sektioner [m]}$
- Diameter [m]
- ► Theta
- $ightharpoonup Q_f[m^3/s]$
- Side inflow
- Placering i data

## 2. Tank

- ▶ Størrelse [m³]
- ► Højde [m]
- ► Areal = Størrelse / Højde [m²]
- ► Maksimum outflow [m³/s]
- Placering i data



Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

#### aigiæiiaiiiigei

Modellering

#### ....

Simulering

Preissmann

Implementering

### implemente

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Steady state

► System opsætning

Fields	type type	<b>⊞</b> component	sections
1	'Pipe'	1	35
2	'Tank'	1	1
3	'Pipe'	17	207
4	'Tank'	1	1
5	'Pipe'	1	38
6	'Total'	21	282



Group 1030

#### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

#### System beskrivels

Løsninger og

.....

### Modellering

Simularina

-

Preissmann

Implementering

### IZ. . I . . I

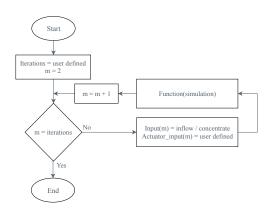
Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

Beregner parameter for hvert tidsskridt





### Group 1030

### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg Problemformuleri

# System beskrivel

Løsninger og

### afgrænsninger

# Modellering

### Simulering

Preisemann

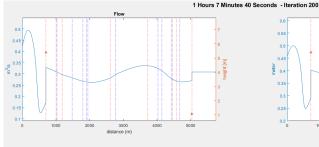
## Implementering

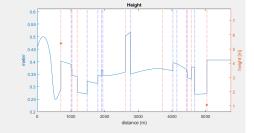
# Kontrol

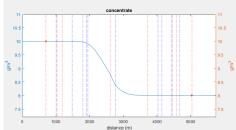
Lineariseri

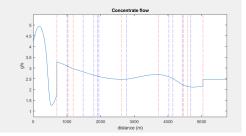
### Resultat

Dickussion/Konklusio









Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

### ntrodulation

- Kloakker og rensningsanlæg
- Problemformulering

### System beskrive

Løsninger og

### Løsninger og afgrænsninger

Modellering

### .

Simulerin

Droinomonn

Preissmann

Implementer

### Kontro

Linearisering

WPG

Resultat

Diskussion/Konklusion

- ► Lineær model til MPC
- ► Kontinuitets ligningen
- ► Højde states
- ▶ Preissmann scheme

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial A(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} = 0$$



Group 1030

Linearisering

Opstilles på state space form

$$\left[\underbrace{\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\theta}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{a} \underbrace{\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} + \frac{\theta}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{b}\right] \begin{bmatrix} h_{j+1}^{j+1} \\ h_{j+1}^{j+1} \end{bmatrix} =$$

$$- \left[\underbrace{\frac{-1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} - \frac{(1-\theta)}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{c} \underbrace{\frac{-1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} + \frac{(1-\theta)}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{d} \right] \begin{bmatrix} h_{j+1}^{i} \\ h_{j+1}^{i} \end{bmatrix} =$$



Group 1030

### atroduktion

rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivel

Løsninger og

### .....

Modellering

### . . . .

----

Preissmann

Implemente

Implemente

### Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & a_1 & b_2 & \ddots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{m-1} & b_m
\end{bmatrix}
\underbrace{\begin{bmatrix}
h_0^{i+1} \\ h_1^{i+1} \\ h_2^{i+1} \\ \vdots \\ h_m^{i+1}
\end{bmatrix}}_{x(k+1)}$$

$$=\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 & d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_1 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & c_{m-1} & d_m \end{bmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{bmatrix} h_0^i \\ h_1^i \\ h_2^i \\ \vdots \\ h_m^i \end{bmatrix}}_{\chi(k)} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -a_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} h_0^{i+1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dh}{dQ}}{0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_d} d_0^{i+1}$$



Group 1030

### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuleri

### System beskrive

Løsninger og

### afgrænsninger

Modellering

### Simulerii

Struktur

Preissmann

Implementeri

### Kontrol

Linearisering

MPC

### Resulta

Diskussion/Konklusion

- ► e Forøgelse af højde i tank(inflow)
- ► f Reducering af højde i tank(Outflow)
- ► g Inflow i efterfølgende rør

$$= \underbrace{ \begin{bmatrix} b_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{2,1} & b_{2,2} \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} h_{1,2}^{i+1} \\ h_{2,0}^{i+1} \\ h_{2,1}^{i+1} \end{bmatrix}}_{x(k+1)} }_{x(k+1)} + \underbrace{ \begin{bmatrix} d_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{2,0} & d_{2,1} \end{bmatrix} \underbrace{ \begin{bmatrix} h_{1,2}^{i} \\ h_{2,0}^{i} \\ h_{2,1}^{i} \\ h_{2,1}^{i} \end{bmatrix}}_{x(k)} }_{B} + \underbrace{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -f \\ 0 & g \\ 0 & 0 \end{bmatrix} }_{B} \underbrace{ \begin{bmatrix} h_{0}^{i+1} \\ u_{tank} \end{bmatrix} }_{B}$$



Group 1030

### Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

### afgrænsninger

# Modellering

### Simulerir

Droinomonn

1 1010011101111

Implementer

### . . . .

### Linearisering

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

► Samligning af ulineær og lineær model for små forstyrrelser

► System setup

Sinus input

Туре	Components	Sections
Pipe	1	35
Tank	1	1
Pipe	18	227
Total	20	263



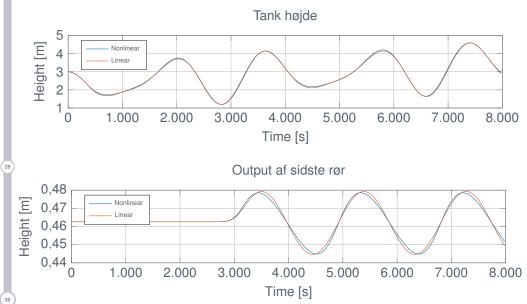


Modellering

# Kontrol

Linearisering





Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

### System beskrivelse

### Modellering

MPC

# Cost funktion

- Afgrænset til at minimiere flow variationer
- ▶ Constraints
  - ► Højde
  - Kontrol input
- ► Prediktions model



Group 1030

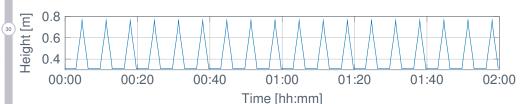
Modellering

MPC

▶ Begrænset i længde af prediktions horisont

- System setup
- ► Forstyrrelses input

Fields	type type	<b>⊞</b> component	sections     sections
1	'Pipe'	1	5
2	'Tank'	1	1
3	'Pipe'	1	5
4	'Total'	3	11







### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuler

# System beskrivel

Løsninger og

### afgrænsninger

## Modellering

Struktı

Preissman

Implementer

### Kontr

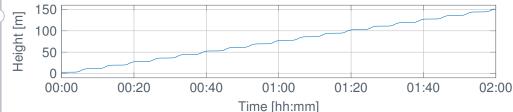
Linearisering

Pocult

Hesultat







Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark





### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemiormulerin

# System beskrive

Løsninger og

### argracinomingor

## Modellering

Simule

Droiceman

### rieissillai

impiernenten

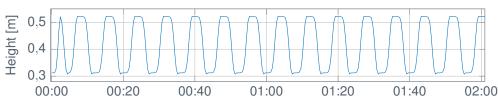
# Lincor

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

# Input højde i rør efter tank



# Tank højde



Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

### ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

### System beskrivelse

Løsninger og

### afgrænsninger

### Modellering

### 1110001101111

Simulering

Preissmann

1 1010011101111

# Kontrol

Linearisering

### Resultat

Diskussion/Konklusion

 System setup, efterligning af Fredericia

▶ Flow profiler

Type	Component	Sections
Pipe	1	35
Tank	1	1
Pipe	17	207
Tank	1	1
Pipe	1	38
Total	21	282



### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivel

Løsninger og

### afgrænsninger

Modellering

### ....

Simulering

Oli UKIUI

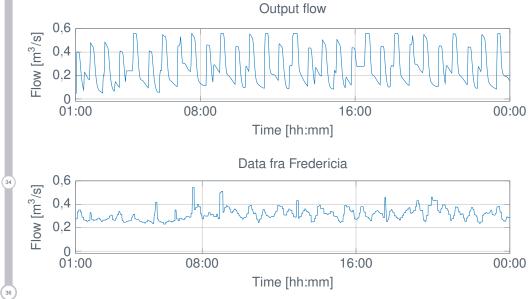
FIEISSIIIdii

Implementerin

# MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion



Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

### ntroduletie

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

### System beskrivelse

Løsninger og

### Løsninger og

### Modellering

### ....

### Simulering

Struktur

Preissmann

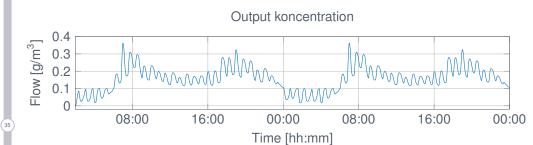
Implementeri

### Kontrol

Lineariserin

# Resultat

Diskussion/Konklusi





# Diskussion/Konklusion

## Agenda

Group 1030

### ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

### System beskrivelse

Løsninger og

# Modellering

### modolioning

## Simulering

Struktur

Preissmann

Implementeri

### Kontrol

Linearisering

WIFG

Resultat

Diskussion/Konklusion (36)

- ► Courant's tal
- ► Model reduktion
- Simulering