

# Model Predictive Control of a Sewer System

June 14, 2018

Group 1030

Jacob Naundrup Pedersen

Thomas Holm Pilgaard

Department of Electronic Systems

Aalborg University

Denmark



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

## Introduktion

Kloakker og rensningsanlæg  
Problem formulering

## System beskrivelse

Løsninger og begrænsninger

## Modellering

## Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

## Kontrol

Linearisering  
MPC

## Resultat

## Diskussion/Konklusion

# Typisk opbygning af kloak ledning

## Agenda

Group 1030

2

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

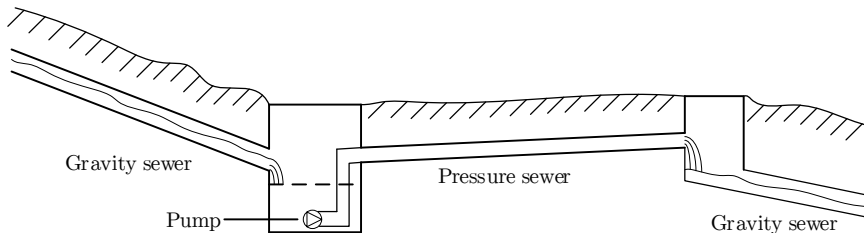
Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

3

► Mekanisk rensning.

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

3

- Mekanisk rensning.
- Sandfang.



# Resning af spildevand

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

3

- ▶ Mekanisk rensning.
- ▶ Sandfang.
- ▶ Primær rensning.

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

3

- ▶ Mekanisk rensning.
- ▶ Sandfang.
- ▶ Primær rensning.
- ▶ Sekundær rensning.

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

3

- ▶ Mekanisk rensning.
- ▶ Sandfang.
- ▶ Primær rensning.
- ▶ Sekundær rensning.
- ▶ Kemisk rensning.





# Udfordringer ved spildevands rensning

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

4

► Virksomheds besøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.



# Udfordringer ved spildevands rensning

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

4

- ▶ Virksomheds besøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - ▶ Større udledninger uden varsel

# Udfordringer ved spildevands rensning

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

4

- ▶ Virksomheds besøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
  - ▶ Større udledninger uden varsel
  - ▶ Problemer for aerobe bakterier

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

4

## ► Virksomheds besøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.

- Større udledninger uden varsel
- Problemer for aerobe bakterier
- Andre forstyrrelser

# Problem formulering

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

5

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

How can a simulation environment be constructed, which mimic the behavior of a real sewer system, where MPC is utilized as the control scheme to obtain stable sewage output such that optimal performance can be obtained from a WWTP.

# Udgangspunkt i et virkeligt setup

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

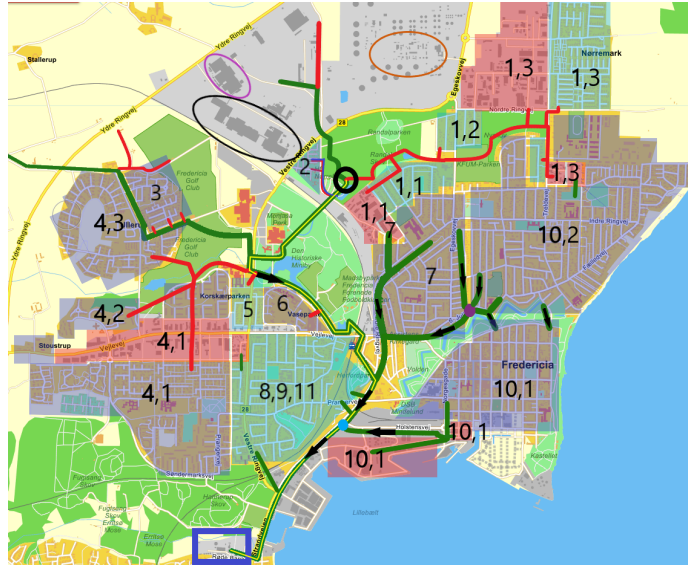
### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

6



# Udgangspunkt i et virkeligt setup

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
Preisssmann  
Implementering

### Kontrol

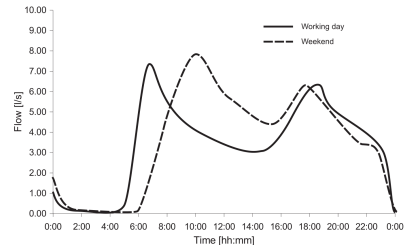
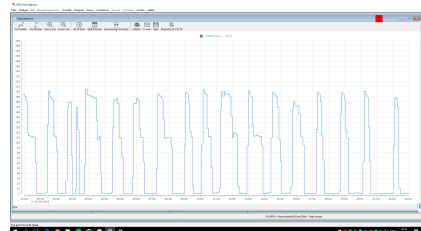
Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

7

- Data fra industri.
- Flow profiler af beboelse og mindre industri.



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

8

► Indsættelse af tank.



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

8

- Indsættelse af tank.
- Afgrænse simulering til enkelt kemisk component.

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

8

- ▶ Indsættelse af tank.
- ▶ Afgrænse simulering til enkelt kemisk component.
- ▶ Runde kloak rør.

# 4 modeller

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

#### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

#### Kontrol

Linearisering  
MPC

#### Resultat

#### Diskussion/Konklusion

- ▶ Kloak ledning.
- ▶ Transport af koncentrat i kloak ledning.
- ▶ Sammenkobling af kloakledninger.
- ▶ Tank.

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

#### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

#### Kontrol

Linearisering  
MPC

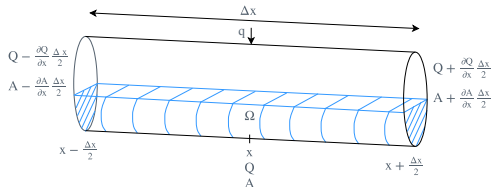
#### Resultat

#### Diskussion/Konklusion

10

### ► Kontinuitets ligning:

$$\frac{\partial A(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0$$





## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

#### Simulering

Struktur  
Preisssmann  
Implementering

#### Kontrol

Linearisering  
MPC

#### Resultat

#### Diskussion/Konklusion

10

### ► Kontinuitets ligning:

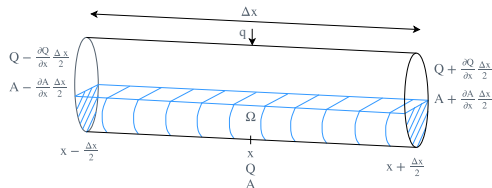
$$\frac{\partial A(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0$$

### ► Impuls ligning:

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) +$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

### ► Approksimationer af momentum ligningen.



## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

11

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

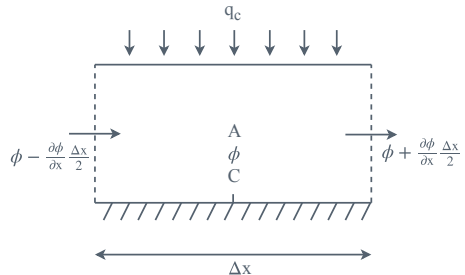
### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

$$\blacktriangleright \frac{\partial(A \cdot C)}{\partial t} + \frac{\partial(Q \cdot C)}{\partial x} = 0$$



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

11

Simulering

Struktur  
Preisssmann  
Implementering

Kontrol

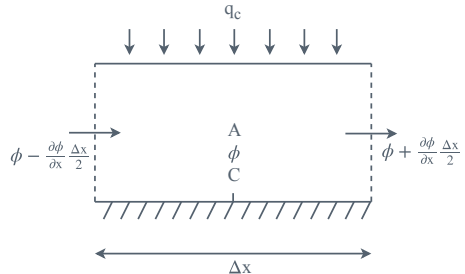
Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

$$\blacktriangleright \frac{\partial(A \cdot C)}{\partial t} + \frac{\partial(Q \cdot C)}{\partial x} = 0$$

$$\blacktriangleright C \cdot \frac{\partial(A)}{\partial t} + C \cdot \frac{\partial(Q)}{\partial x} = 0$$





## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

11

### Simulering

Struktur  
Preisssmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

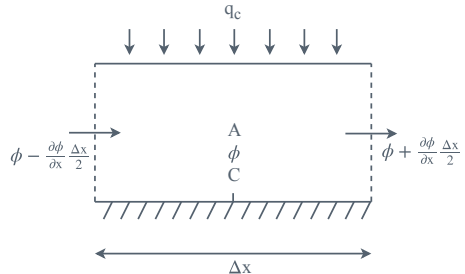
### Resultat

### Diskussion/Konklusion

$$\triangleright \frac{\partial(A \cdot C)}{\partial t} + \frac{\partial(Q \cdot C)}{\partial x} = 0$$

$$\triangleright C \cdot \frac{\partial(A)}{\partial t} + C \cdot \frac{\partial(Q)}{\partial x} = 0$$

$$\triangleright A \cdot \frac{\partial C}{\partial t} + Q \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = 0$$



## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

11

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

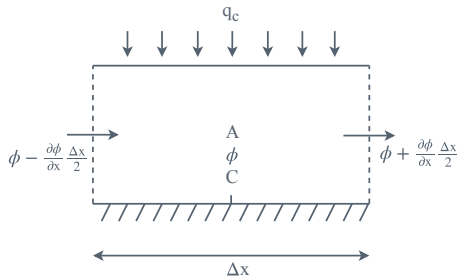
### Diskussion/Konklusion

$$\triangleright \frac{\partial(A \cdot C)}{\partial t} + \frac{\partial(Q \cdot C)}{\partial x} = 0$$

$$\triangleright C \cdot \frac{\partial(A)}{\partial t} + C \cdot \frac{\partial(Q)}{\partial x} = 0$$

$$\triangleright A \cdot \frac{\partial C}{\partial t} + Q \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = 0$$

$\triangleright$  Afhænger af kendt  $A$  og  $Q$ .



# Sammenkobling af kloak ledninger

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

**Modellering**

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

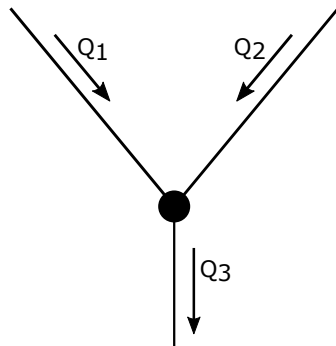
Resultat

Diskussion/Konklusion

12

► Flow:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$



# Sammenkobling af kloak ledninger

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

12

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

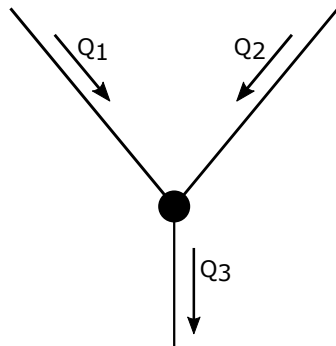
Diskussion/Konklusion

### ► Flow:

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

### ► Koncentrat:

$$C_3 = \frac{C_1 \cdot Q_1 + C_2 \cdot Q_2}{Q_1 + Q_2}$$



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

**Modellering**

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

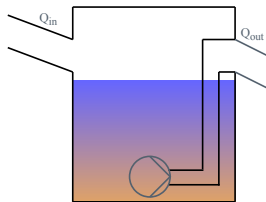
Resultat

Diskussion/Konklusion

13

► Højde:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} (Q_{in}(t) - u(t) \cdot \bar{Q})$$



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

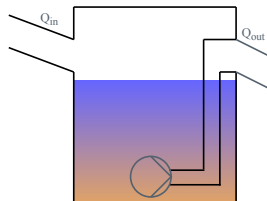
13

► Højde:

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} (Q_{in}(t) - u(t) \cdot \bar{Q})$$

► Koncentrat:

$$\frac{dC_{tank}(t)}{dt} = \frac{1}{A} \left( C_{in}(t) \cdot \frac{Q_{in}(t)}{h(t)} - C_{tank}(t) \cdot \frac{Q_{out}(t)}{h(t)} \right)$$





# Tre dele

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

## ► Initialisering

14

42

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- **Intialisering**
- Opsætning af komponenter.

14

42



## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

#### Struktur

Preissmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering

MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

- ▶ **Intialisering**
- ▶ Opsætning af komponenter.
- ▶ System i steady state.

14

42

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur

Preissmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

- ▶ **Intialisering**
- ▶ Opsætning af komponenter.
- ▶ System i steady state.
- ▶ **Simulering**

14

42

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- ▶ **Intialisering**
- ▶ Opsætning af komponenter.
- ▶ System i steady state.
- ▶ **Simulering**
- ▶ Iterativ beregning af komponenterne

14

42

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur

Preissmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

- ▶ **Intialisering**
- ▶ Opsætning af komponenter.
- ▶ System i steady state.
- ▶ **Simulering**
- ▶ Iterativ beregning af komponenterne
- ▶ **Gennemgang af resultat**

14

42

# Playback funktion

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

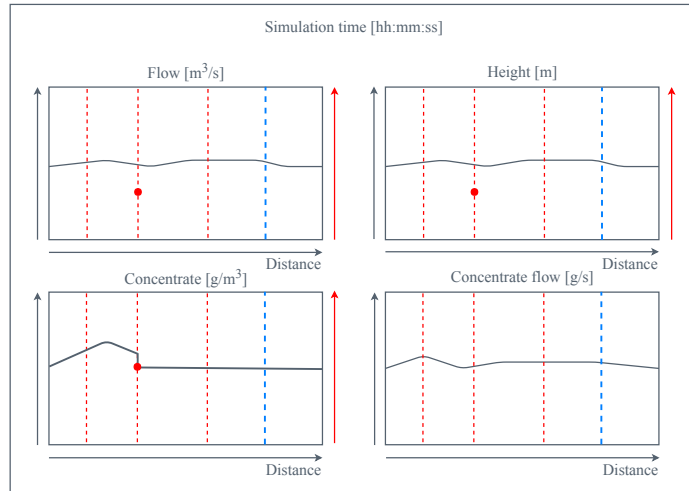
### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

15





## Agenda

### Group 1030

#### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

#### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

#### Modellering

#### Simulering

Struktur

**Preissmann**

Implementering

#### Kontrol

Linearisering

MPC

#### Resultat

#### Diskussion/Konklusion

- Kinematisk bølge aproksimering.
- Fyldningsgrad kurve for rør.

16

42

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
**Preissmann**  
Implementering

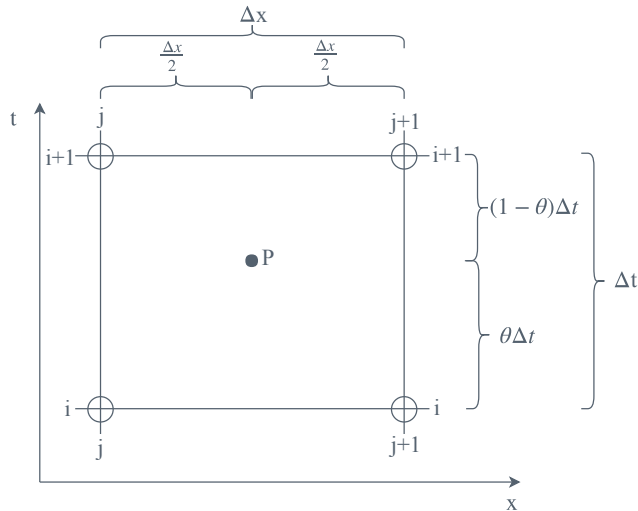
### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

17



42

# Preissmann iteration

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

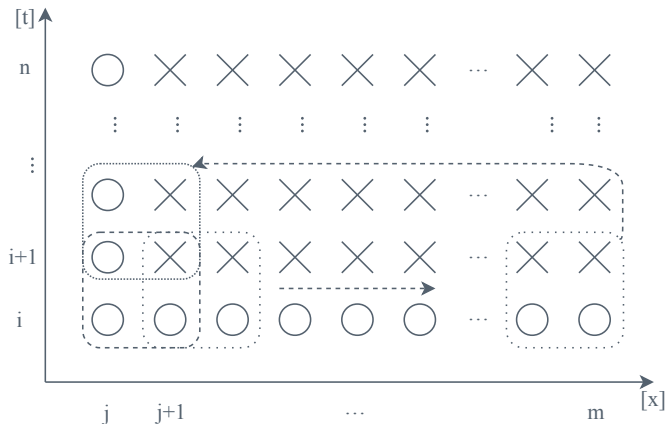
Struktur  
**Preissmann**  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion





## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

**Preissmann**  
Implementering

Kontrol

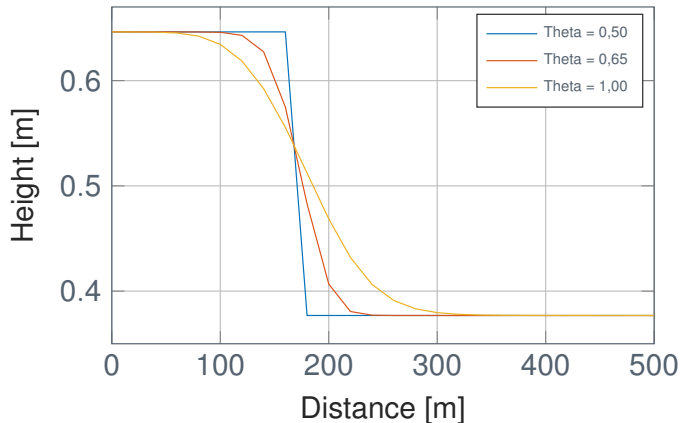
Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

19

► Ubetinget  
stabilitet





# Courant's tal

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

**Preissmann**

Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indikation af præcision

20

42

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

**Preissmann**

Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indikation af præcision

► 
$$C_r = \frac{\sqrt{g \cdot \bar{H}} \cdot \Delta t}{\Delta x}$$

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur

**Preissmann**

Implementering

### Kontrol

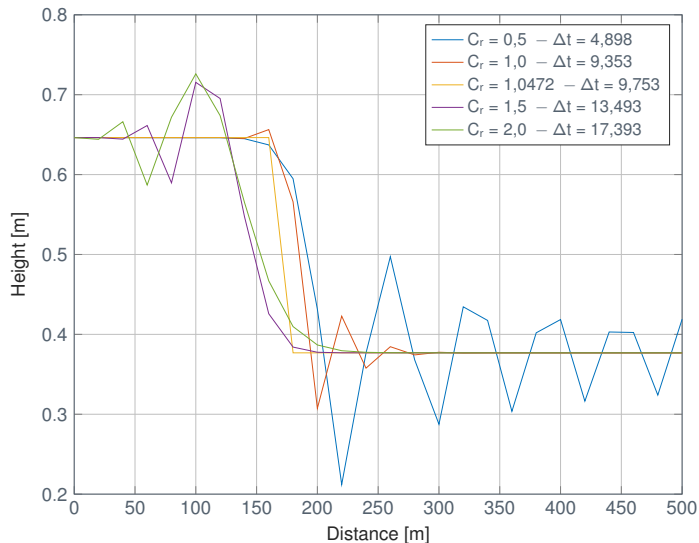
Linearisering

MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

21



42

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

**Preissmann**  
Implementering

Kontrol

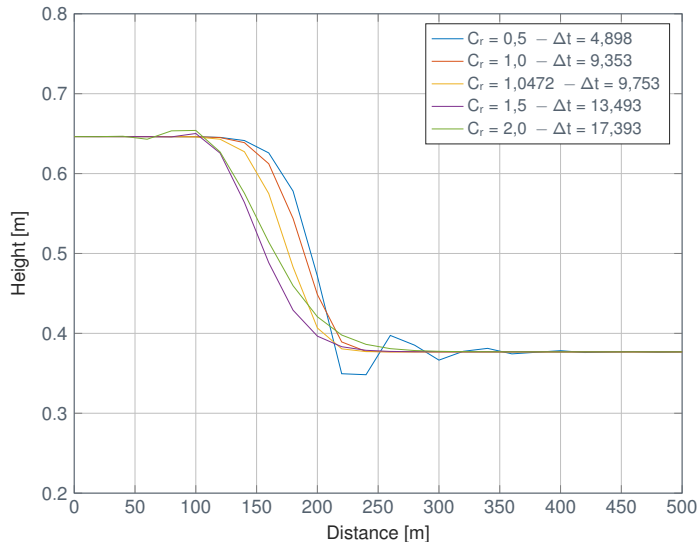
Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

22





# Indhold

Jacob Naundrup Pedersen

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

23

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- Implementering
- Kontrol
- Resultater
- Diskussion/Konklusion

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

24

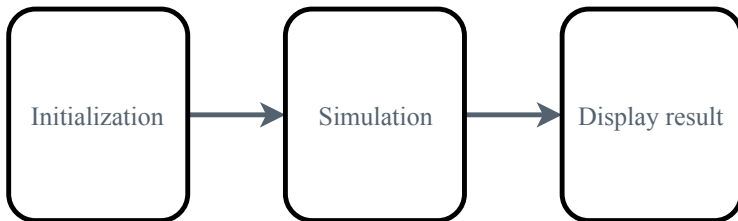
Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion



### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

25

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

## 1. Pipe

- ▶ Længde [m]
- ▶ Sektioner
- ▶  $S_b$  (Hældning) [‰]
- ▶  $\Delta x = \text{Længde/Sektioner}$  [m]
- ▶ Diameter [m]
- ▶ Theta
- ▶  $Q_f$  [m<sup>3</sup>/s]
- ▶ Side inflow
- ▶ Placering i data

## 2. Tank

- ▶ Størrelse [m<sup>3</sup>]
- ▶ Højde [m]
- ▶  $\text{Areal} = \text{Størrelse} / \text{Højde}$  [m<sup>2</sup>]
- ▶ Maximum outflow [m<sup>3</sup>/s]
- ▶ Placering i data



### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

26

Kontrol




Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- Steady state
- System opsætning

Fields	 type	 component	 sections
1	'Pipe'	1	35
2	'Tank'	1	1
3	'Pipe'	17	207
4	'Tank'	1	1
5	'Pipe'	1	38
6	'Total'	21	282

### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

27

Kontrol

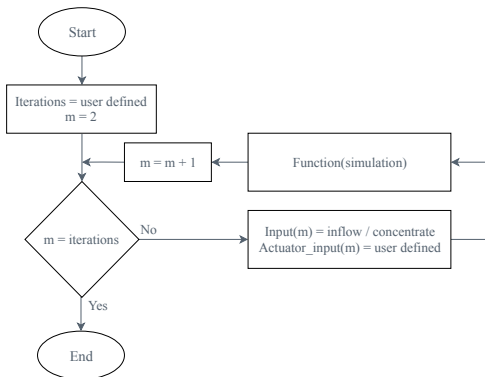
Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

### ► Iterere igennem rør og tank for hvert tidsskridt



# Implementering Display

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

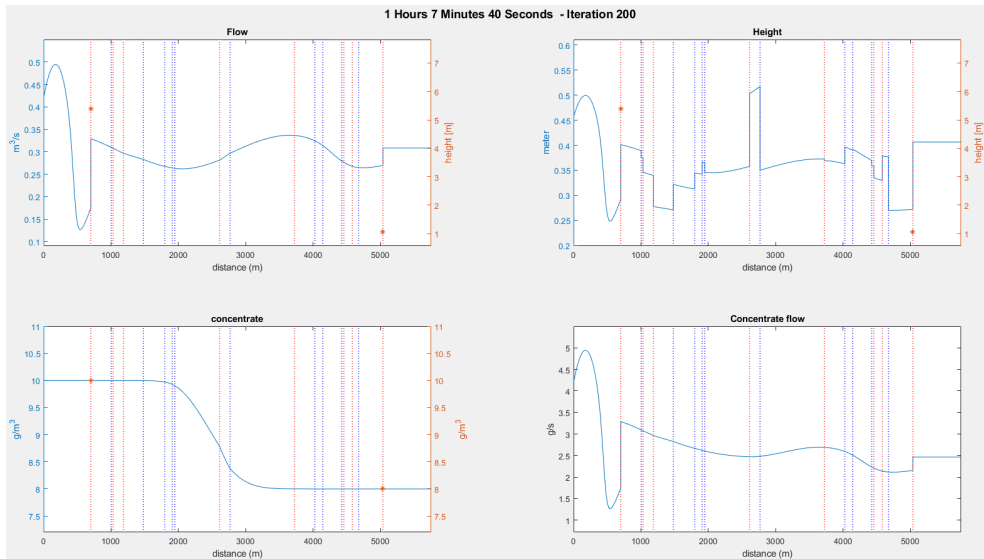
Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

28

42



### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Linear model til MPC

► Linearisering af kontinuitets ligningen

► Højde states

► Priessmann scheme

$$\frac{\partial A(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial A(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x, t)}{\partial x} = 0$$

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Opsat på matrix og vektor form

► Opstilles på state space form

$$\begin{aligned} & \left[ \underbrace{\frac{1}{2\Delta t} \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial h}}_a \quad \underbrace{\frac{1}{2\Delta t} \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial h}}_b \right] \begin{bmatrix} h_j^{i+1} \\ h_{j+1}^{i+1} \end{bmatrix} = \\ & - \left[ \underbrace{\frac{-1}{2\Delta t} \frac{\partial A}{\partial h} - \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial h}}_c \quad \underbrace{\frac{-1}{2\Delta t} \frac{\partial A}{\partial h} + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \frac{\partial Q}{\partial h}}_d \right] \begin{bmatrix} h_j^i \\ h_{j+1}^i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

# Kontrol

Opsætning på state space

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & b_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{m-1} & b_m \end{bmatrix}}_{\xi} \underbrace{\begin{bmatrix} h_0^{i+1} \\ h_1^{i+1} \\ h_2^{i+1} \\ \vdots \\ h_m^{i+1} \end{bmatrix}}_{x(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 & d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_1 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & c_{m-1} & d_m \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} h_0^i \\ h_1^i \\ h_2^i \\ \vdots \\ h_m^i \end{bmatrix}}_{x(k)} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -a_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_B h_0^{i+1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dh}{dQ} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_d} d_0^{i+1}$$

### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- e - Forøgelse af højde i tank(inflow)
- f - Reducering af højde i tank(Outflow)
- g - Inflow i efterfølgende rør

$$\underbrace{\begin{bmatrix} b_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{2,1} & b_{2,2} \end{bmatrix}}_{\xi} \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1,2}^{i+1} \\ h_{tank}^{i+1} \\ h_{2,0}^{i+1} \\ h_{2,1}^{i+1} \end{bmatrix}}_{x(k+1)} \\
 = \underbrace{\begin{bmatrix} d_{1,2} & 0 & 0 & 0 \\ e & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{2,0} & d_{2,1} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1,2}^i \\ h_{tank}^i \\ h_{2,0}^i \\ h_{2,1}^i \end{bmatrix}}_{x(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -f \\ 0 & g \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} h_0^{i+1} \\ u_{tank} \end{bmatrix}$$

### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- ▶ Samligning af ulineær og linear model for små signal
- ▶ System setup
- ▶ Sinus input

Type	Components	Sections
Pipe	1	35
Tank	1	1
Pipe	18	227
Total	20	263



### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

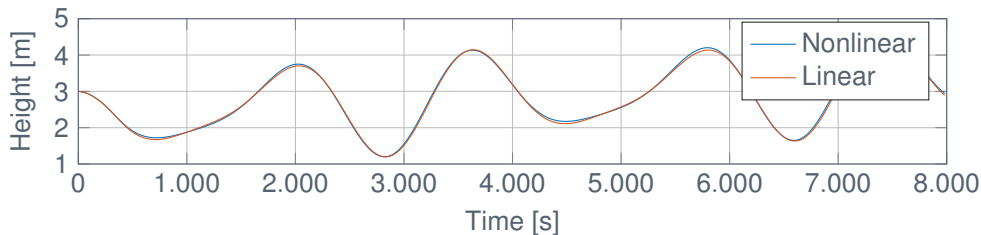
Resultat

Diskussion/Konklusion

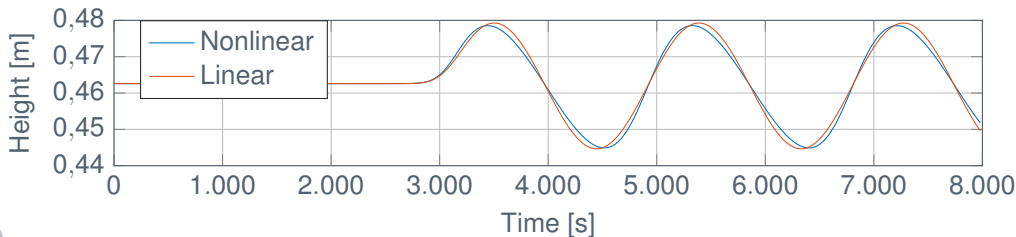
34

42

### Tank højde



### Output af sidste rør



### Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

- ▶ Cost function
  - ▶ Afgrænset til at minimiere flow variationer
- ▶ Constraints
  - ▶ Højde
  - ▶ Kontrol input
- ▶ Prediction model

35

42

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering




### Kontrol

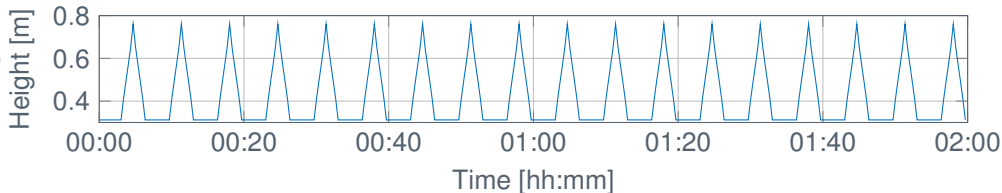
Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

- Begrænsning af Prediction horizon
- System setup
- Forstyrrelses input

Fields	 type	 component	 sections
1	'Pipe'	1	5
2	'Tank'	1	1
3	'Pipe'	1	5
4	'Total'	3	11



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

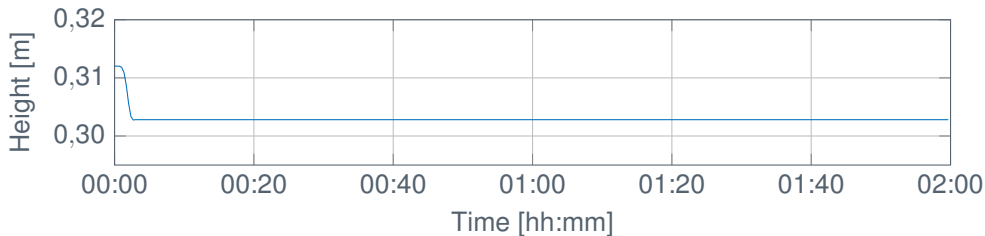
Linearisering

MPC

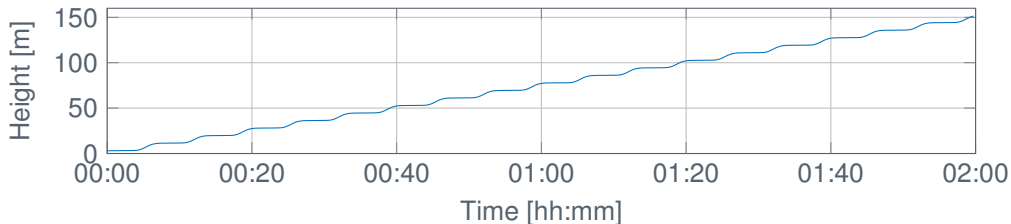
Resultat

Diskussion/Konklusion

### Output højde af tank



### Tank højde



## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

Kontrol

Linearisering  
MPC

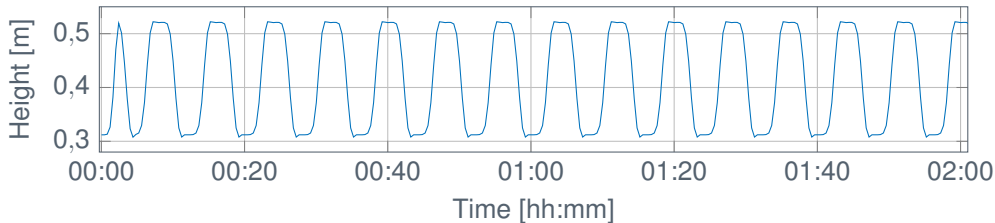
Resultat

Diskussion/Konklusion

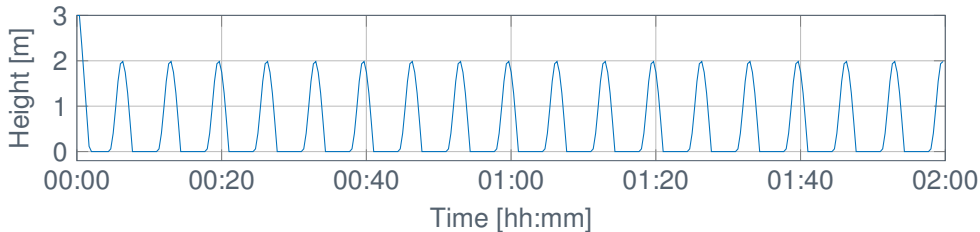
38

42

### Output højde af tank



### Tank højde



### Agenda

Group 1030

#### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

#### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

#### Modellering

#### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

#### Kontrol

Linearisering  
MPC

#### Resultat

#### Diskussion/Konklusion

- System setup, efterligning af Fredericia
- Flow profiler

Type	Component	Sections
Pipe	1	35
Tank	1	1
Pipe	17	207
Tank	1	1
Pipe	1	38
Total	21	282

39

42

## Agenda

Group 1030

Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

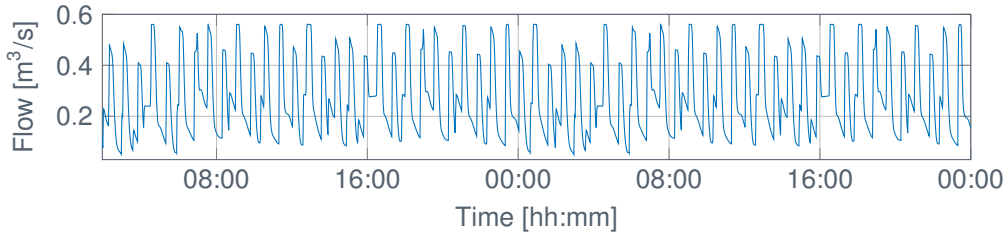
Kontrol

Linearisering  
MPC

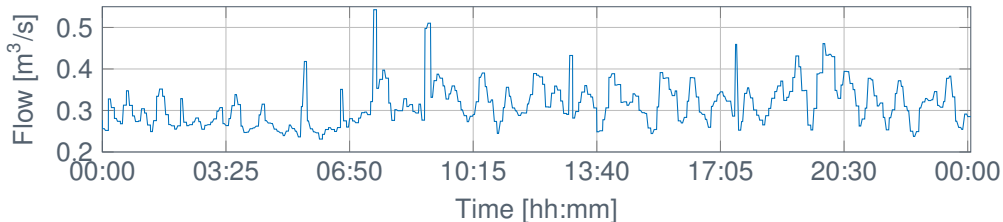
**Resultat**

Diskussion/Konklusion

### Output flow



### Data fra Fredericia



### Agenda

Group 1030

#### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg  
Problem formulering

#### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

#### Modellering

#### Simulering

Struktur  
Preisssmann  
Implementering

#### Kontrol

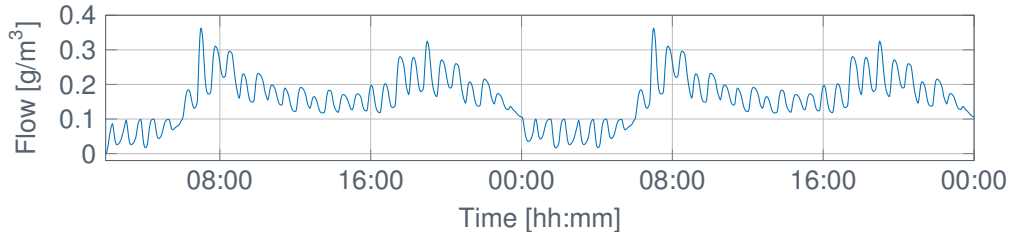
Linearisering  
MPC

#### Resultat

#### Diskussion/Konklusion

41

### Output koncentration



42





# Diskussion/Konklusion

## Agenda

Group 1030

### Introduktion

Kloakker og  
rensningsanlæg

Problem formulering

### System beskrivelse

Løsninger og  
begrænsninger

### Modellering

### Simulering

Struktur  
Preissmann  
Implementering

### Kontrol

Linearisering  
MPC

### Resultat

### Diskussion/Konklusion

42

- ▶ Courant's tal
- ▶ Model reduktion
- ▶ Simulering
- ▶ MPC

42