Model Predictive Control of a Sewer System

June 14, 2018

Group 1030

Jacob Naundrup Pedersen Thomas Holm Pilgaard

Department of Electronic Systems Aalborg University Denmark





Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæ

Problemformuler

System beskrive

Løsninger o afarænsnin

afgrænsninger

Modelloring

Modellerin

Struktu

Preissmann

Implementerin

Linearis

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

Introduktion

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementering

Kontrol

Linearisering

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Typisk opbygning af kloak ledning

Agenda

Group 1030

Introduktioi Kloakker og

rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

Løsninger og

Modellering

.

Simulering

Drainamann

. . .

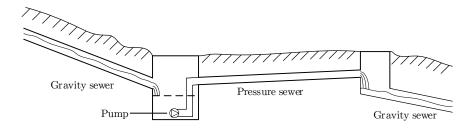
IIIpieilieliteli

Linearise

MDC

Resulta

Diskussion/Konklusion





Rensning af spildevand

Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

Løsninger og

Modellering

Simulering

Struktu

Preissmann

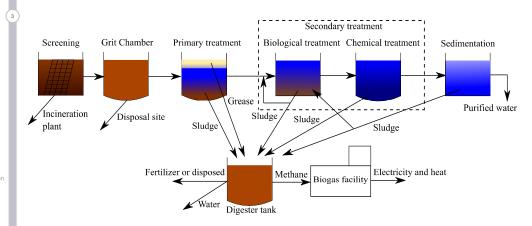
Implementer

Kontro

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion





Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivel

Lagninger on

Løsninger og

......

Modellering

Simulerin

Struktur

Preissmann

Implementerin

Kontro

Linearisering

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.



Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

....

Simule

- ·

FIEISSIIIdilli

Implementerin

Kontrol

Linearisering

....

nesultat

- ▶ Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
 - Større udledninger uden varsel



Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivels

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

01111010

Droinemann

1 1010011101111

Implementeri

Kontroi

Lineariserin

Resulta

- ▶ Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
 - Større udledninger uden varsel
 - ► Problemer for aerobe bakterier



Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivel

Løsninger og afgrænsning

Modelloring

Modelletilli

Simuler

Struktur

Preissmann

Implementeri

Kontrol

Linearisering

Resulta

- ▶ Virksomhedsbesøg ved Fredericia Spildevand og Energi A/S.
 - Større udledninger uden varsel
 - Problemer for aerobe bakterier
 - Andre forstyrrelser



Group 1030

Problemformulering

Diskussion/Konklusion

How can a simulation environment be constructed, which mimic the behavior of a real sewer system, where MPC is utilized as the control scheme to obtain stable sewage output such that optimal performance can be obtained from a WWTP.



Udgangspunkt i et virkeligt setup

Agenda

Group 1030

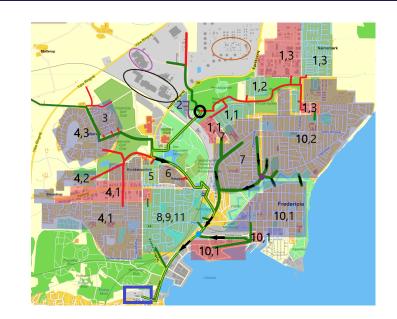
System beskrivelse

Modellering

Simulering

Kontrol

Resultat





Udgangspunkt i et virkeligt setup

Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuler

System beskrivelse

Løsninger og

Modellerina

Modelleriii

0.....

Preissmann

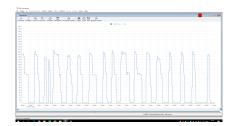
Implementer

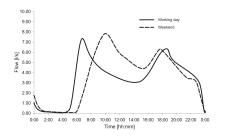
Kontro

Linearisering

Resulta

- ▶ Data fra industri
- ► Flow profiler af beboelse og mindre industri







Løsninger og afgrænsninger

Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Modellerii

Simulerii

- .

Preissmani

Implementerir

Kontro

Linearisering

....

Resultat

Diskussion/Konklusion

▶ Indsættelse af tank



Løsninger og afgrænsninger

Agenda

Group 1030

System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

- Indsættelse af tank
- ► Afgrænse simulering til enkelt kemisk komponent



Løsninger og afgrænsninger

Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivelse

Løsninger og afgrænsninger

Modellorin

Modelleilli

Simulei

Draiceman

FIEISSIIIdIIII

Implementer

Kontro

Linearisering

Daniella

- Indsættelse af tank
- ► Afgrænse simulering til enkelt kemisk komponent
- ▶ Runde kloakrør



Agenda

Group 1030

System beskrivelse

Modellering

Kloakledning

► Transport af koncentrat i kloakledning

Sammenkobling af kloakledninger

Tank



Agenda

Group 1030

stroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrive

Løsninger og

Modellering

. . . .

Struktur

Preissmann

Implementer

Linearise

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

Kloakledning

- ► Saint-Venant
- ► Kontinuitet:
- ► Impuls:

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

Antagelser

► Transport af koncentrat i kloakledning

► Sammenkobling af kloakledninger

► Tank



Agenda

Group 1030

Modellering

Diskussion/Konklusion

Kloakledning

- Saint-Venant
- ► Kontinuitet:

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

- Antagelser
- Transport af koncentrat i kloakledning
 - Afhænger af flow i kloakledning
 - Antagelser
- Sammenkobling af kloakledninger

Tank



Agenda

Group 1030

Modellerina

Diskussion/Konklusion

Kloakledning

- Saint-Venant
- ► Kontinuitet:
- ► Impuls:

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{1}{4} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right)$$

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$$

- Transport af koncentrat i kloakledning
 - Afhænger af flow i kloakledning
 - Antagelser
- Sammenkobling af kloakledninger
 - Summering af flow og koncentrat
 - Antagelser
- Tank



Agenda

Group 1030

Modellerina

Diskussion/Konklusion

Kloakledning

Saint-Venant

Kontinuitet:

Antagelser

► Impuls:

$$\frac{1}{a}$$

 $\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$

 $\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + \frac{\partial h}{\partial x} + S_f - S_b = 0$

Transport af koncentrat i kloakledning

- Afhænger af flow i kloakledning
- Antagelser

Sammenkobling af kloakledninger

- Summering af flow og koncentrat
- Antagelser

Tank

- Ændring i højde og koncentrat
- Antagelser



Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

Modellellil

Simulering

Struktur

untui

mplementering

implementering

Kontroi

Lineariserir

Resultat

Diskussion/Konklusion

Intialisering



Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

.

Modellerin

Simulering

Struktur

reissmann

Implementering

Ventual

Lineariseri

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

Intialisering

Opsætning af komponenter



Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

modeliering

Simulering

Struktur

reissmann

eissmann

Implementering

Lineariserir

Dogultos

Diskussion/Konklusion

► Intialisering

- Opsætning af komponenter
- ► System i steady state



Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

Modellerin

Struktur

truktur

rieissilidilli

Implementerin

KOHITOI

Lineariserin

Resulta

Diskussion/Konklusion

► Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state
- ► Simulering



Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

Modelloring

WOOGCHCIIII

Simulering

Struktur

eissmann

Implementerin

Kontrol

Lineariserin

.

Diskussion/Konklusion

Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state

Simulering

Iterativ beregning af komponenterne



Agenda

Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrive

Løsninger og

Modellerin

Struktur

uuktui

Implementerin

IIIpieilieilieili

Kontrol

Lineariserin

....

Diskussion/Konklusion

Intialisering

- Opsætning af komponenter
- System i steady state
- Simulering
 - Iterativ beregning af komponenterne
- ► Gennemgang af resultat



Preissmann

Agenda

Group 1030

System beskrivelse

Modellering

Preissmann

Resultat

► Kinematisk bølge approksimation

$$ightharpoonup S_b = S_f$$

► Fyldningsgrads kurve for rør



Group 1030

ntroduktio

Kloakker og

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

01-1-1-1-1

Otendatus

Preissmann

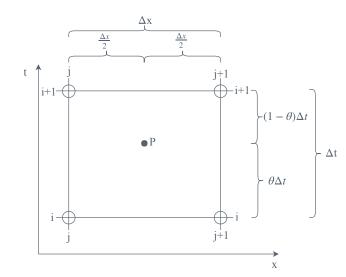
Implementer

implementer

Kontrol Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion





Preissmann stabilitet

Agenda

Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivels

Løsninger og

Modellering

Simulem

Preissmann

Implementerio

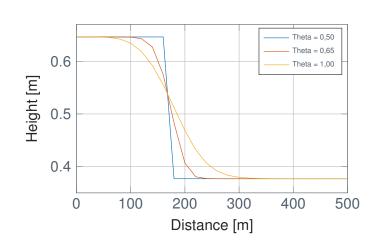
...,

Linearisering

Resulta

Diskussion/Konklusion

Ubetinget stabilitet



Courant's tal

Agenda

Group 1030

Introduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

11100001101111

Simulering

Preissmann

Implementer

. . . .

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Indikation af præcision

$$C_r = \frac{\sqrt{g \cdot \overline{\mathsf{H}} \cdot \Delta t}}{\Delta x}$$



Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivel

Løsninger og

atgrænsninger

Modellering

Simulerir

Preissmann

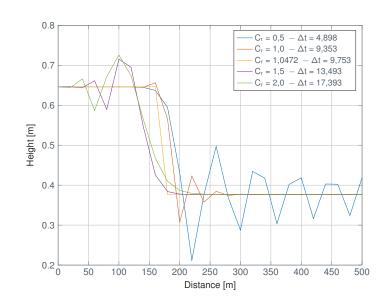
Implementer

Kontrol

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

Introduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuleri

System beskrivel

Løsninger og

aigraonainigoi

Modellering

Preissmann

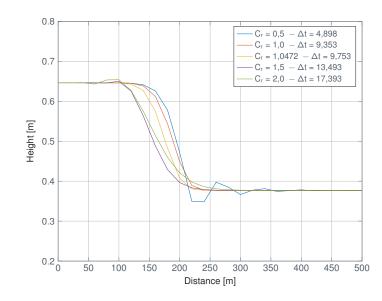
Implementer

Kontrol

Linearisen

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Simularing

Struktur

Preissmann

FIEISSIIIdiiii

Implementering

Ventral

Kontrol

Linearisering

Resultat

- ► Implementering
- ► Kontrol
- ► Resultater
- ▶ Diskussion/Konklusion



Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

øsninger og

Modellering

.

omnulem

Drojoomoon

Fielssillallii

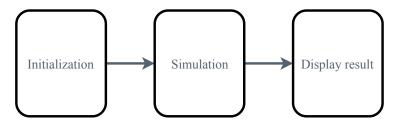
Implementering

Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion





Group 1030

Implementering

Diskussion/Konklusion

1. Rør

- ▶ Længde [m]
- Sektioner
- ► S_b (Hældning) [‰]
- $\Delta x = Længde/Sektioner [m]$
- Diameter [m]
- ► Theta
- $Q_f[m^3/s]$
- Side inflow
- Placering i data

2. Tank

- Størrelse [m³]
- ► Højde [m]
- ▶ Areal = Størrelse / Højde [m²]
- Maksimum outflow [m³/s]
- Placering i data



Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

....

Simulering

Preissmann

Implementering

impiemente

Linearicerin

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion

► Steady state

► System opsætning

| Fields | type type | □ component | |
|--------|-----------|-------------|-----|
| 1 | 'Pipe' | 1 | 35 |
| 2 | 'Tank' | 1 | 1 |
| 3 | 'Pipe' | 17 | 207 |
| 4 | 'Tank' | 1 | 1 |
| 5 | 'Pipe' | 1 | 38 |
| 6 | 'Total' | 21 | 282 |

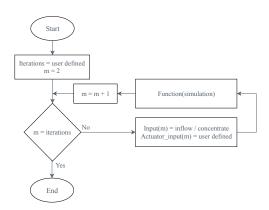


Group 1030

Modellering

Implementering

► Beregner parameter for hvert tidsskridt





Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg Problemformuleri

System beskrivel

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Simulering

Preisemann

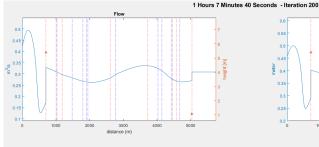
Implementering

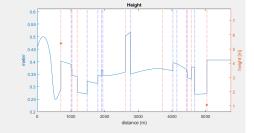
Kontrol

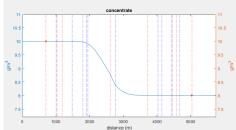
Lineariseri

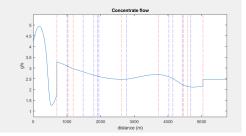
Resultat

Dickussion/Konklusio









Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

Linearisering

Diskussion/Konklusion

▶ Lineær model til MPC

- Linearisering af kontinuitets ligningen
- Højde states
- Preissmann scheme

$$\frac{\partial A(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial A(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(h)}{\partial h} \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} = 0$$



Group 1030

ntroduktion

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrive

System beskrives

Løsninger og

aigrænsninger

Modellering

. . .

0. . .

Droinomor

Preissmann

Implemente

Kontro

......

Linearisering

Dogulto

nesultat

Diskussion/Konklusion

► Opstilles på state space form

$$\left[\underbrace{\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} - \frac{\theta}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{a} \underbrace{\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} + \frac{\theta}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{b}\right] \begin{bmatrix} h_{j+1}^{i+1} \\ h_{j+1}^{i+1} \end{bmatrix} =$$

$$- \left[\underbrace{\frac{-1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} - \frac{(1-\theta)}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{c} \underbrace{\frac{-1}{2\Delta t}\frac{\partial A}{\partial h} + \frac{(1-\theta)}{\Delta x}\frac{\partial Q}{\partial h}}_{d} \right] \begin{bmatrix} h_{j+1}^{i} \\ h_{j+1}^{i} \end{bmatrix} =$$



Group 1030

atroduktion

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivel

Løsninger og

.....

Modellering

. . . .

-

Preissmann

Implemente

Implemente

Kontrol

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & a_1 & b_2 & \ddots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & a_{m-1} & b_m
\end{bmatrix}
\underbrace{\begin{bmatrix}
h_0^{i+1} \\ h_1^{i+1} \\ h_2^{i+1} \\ \vdots \\ h_m^{i+1}
\end{bmatrix}}_{x(k+1)}$$

$$=\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_0 & d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_1 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & c_{m-1} & d_m \end{bmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{bmatrix} h_0^i \\ h_1^i \\ h_2^i \\ \vdots \\ h_m^i \end{bmatrix}}_{\chi(k)} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -a_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} h_0^{i+1} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dh}{dQ}}{0} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_d} d_0^{i+1}$$



Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuleri

System beskrive

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Simulering

Struktur

Preissmann

Implementerir

Kontrol

Linearisering

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

- ▶ e Forøgelse af højde i tank(inflow)
- ► f Reducering af højde i tank(Outflow)
- ► g Inflow i efterfølgende rør



Group 1030

Introduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivelse

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Modelleilli

Simulerin

Ou aktai

1 1010011101111

Implementer

KOHUOI

Linearisering

Resulta

Diskussion/Konklusion

► Samligning af ulineær og lineær model for små forstyrrelser

- ► System setup
- Sinus input

| Туре | Components | Sections |
|-------|------------|----------|
| Pipe | 1 | 35 |
| Tank | 1 | 1 |
| Pipe | 18 | 227 |
| Total | 20 | 263 |



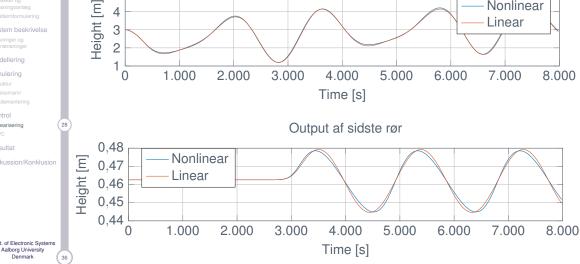
5



Group 1030

Modellering

Linearisering



Tank højde

Nonlinear

Linear

Dept. of Electronic Systems Aalborg University



Group 1030

System beskrivelse

Modellering

MPC

▶ Cost funktion

- Afgrænset til at minimiere flow variationer
- ▶ Constraints
 - ▶ Højde
 - ► Kontrol input
- ► Prediktions model



Group 1030

ntroduktio

- Kloakker og rensningsanlæg
- Problemformuleri

System beskrivels

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Modellelli

011110110

- .

FIEISSIIIdiii

impiementerii

Nontroi

MPC

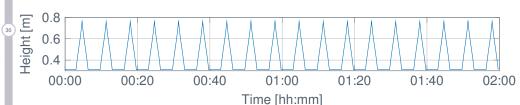
Resultat

Diskussion/Konklusion

 Begrænset i længde af prediktions horisont

- ► System setup
- ► Forstyrrelses input

| Fields | type type | component | = sections |
|--------|-----------|-----------|------------|
| 1 | 'Pipe' | 1 | 5 |
| 2 | 'Tank' | 1 | 1 |
| 3 | 'Pipe' | 1 | 5 |
| 4 | 'Total' | 3 | 11 |
| | | | |







Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformuler

System beskrivel

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

Struktı

Preissman

Implementer

Kontr

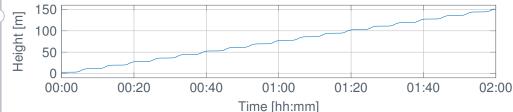
Linearisering

Pocult

Hesultat







Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark





Group 1030

ntroduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemiormulerin

System beskrive

Løsninger og

argracinomingor

Modellering

Simule

Droiceman

rieissillai

impiementen

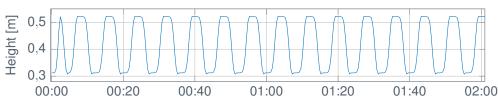
Lincor

MPC

Resulta

Diskussion/Konklusion

Input højde i rør efter tank



Tank højde



Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

ntroduktio

rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

Simulering

Otendeton

Preissmann

Implementer

Kontrol

Lineariserin

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusio

 System setup, efterligning af Fredericia

Flow profiler

| Type | Component | Sections |
|-------|-----------|----------|
| Pipe | 1 | 35 |
| Tank | 1 | 1 |
| Pipe | 17 | 207 |
| Tank | 1 | 1 |
| Pipe | 1 | 38 |
| Total | 21 | 282 |



Group 1030

troduktio

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivel

Løsninger og

afgrænsninger

Modellering

11100001101111

Ottoulation

Preissma

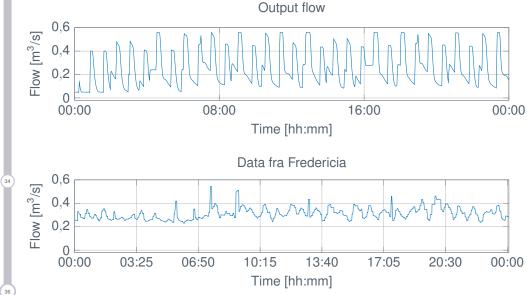
Implementer

Kontrol Linearise

MPC

Resultat

Diskussion/Konklusion



Dept. of Electronic Systems Aalborg University Denmark



Group 1030

ntroduletie

Kloakker og rensningsanlæg

Problemformulering

System beskrivelse

Løsninger og

Løsninger og

Modellering

....

Simulering

Struktur

Preissmann

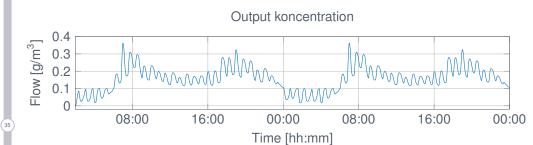
Implementeri

Kontrol

Lineariserin

Resultat

Diskussion/Konklusi





Diskussion/Konklusion

Agenda

Group 1030

and the state of

rensningsanlæg

Problemformulerin

System beskrivelse

Løsninger og

Modellering

-

D :

Preissmar

Implementering

Kontro

Linearisering

Resultat

Diskussion/Konklusion 36

- ► Courant's tal
- ► Model reduktion
- ► Simulering
- ► MPC