

Университет ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №3
«Вычислительная математика»

Выполнил:
Студент группы Р32102
Гулямов Т.И.

Преподаватель:
Рыбаков С.Д.

Санкт-Петербург
2023

Цель лабораторной работы

Найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

Порядок выполнения работы

1. Вычислительная реализация задачи
2. Программная реализация задачи

Вычислительная реализация задачи

1. Исследуемый интеграл

$$\int_{-3}^{-1} (-3x^3 - 5x^2 + 4x - 2) dx$$

2. Точное вычисление

$$\int_{-3}^{-1} (-3x^3 - 5x^2 + 4x - 2) dx$$

$$\left(-\frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 2x^2 - 2x\right)_{-3}^{-1}$$

$$\left(-\frac{3}{4}(-3)^4 - \frac{5}{3}(-3)^3 + 2(-3)^2 - 2(-3)\right) - \left(-\frac{3}{4}(-1)^4 - \frac{5}{3}(-1)^3 + 2(-1)^2 - 2(-1)\right)$$

Ответ: $-10/3$

3. Вычисление по формуле Ньютона – Котеса

i	x_i	c_5^i	y_i
0	-3.0	0.1319	22
1	-2.6	0.5208	6.528
2	-2.2	0.3472	-3.056
3	-1.8	0.3472	-7.904
4	-1.4	0.5208	-9.168
5	-1.0	0.1319	-8

$$I_{\text{НьюТ}} = \sum_{i=0}^n c_n^i y_i = (0.1319 * 22) + (0.5208 * 6.528) + \dots + (0.1319 * -8) = -3.3336$$

$$\Delta I_{\text{НьюТ}} = |I - I_{\text{НьюТ}}| = |-10/3 - (-3.3336)| = 0.00027$$

$$\delta I_{\text{НьюТ}} = \left| \frac{\Delta I_{\text{НьюТ}}}{I_{\text{НьюТ}}} \right| = \frac{0.00027}{3.42} = 0.000078$$

4. Вычисление по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона

i	x_i	y_i	$x_{i-1/2}$	$y_{i-1/2}$
0	-3.0	22		
1	-2.8	13.456	-2.9	17.517
2	-2.6	6.528	-2.7	9.799
3	-2.4	1.072	-2.5	3.625
4	-2.2	-3.056	-2.3	-1.149
5	-2.0	-6	-2.1	-4.667
6	-1.8	-7.904	-1.9	-7.073
7	-1.6	-8.912	-1.7	-8.511
8	-1.4	-9.168	-1.5	-9.125
9	-1.2	-8.816	-1.3	-9.059
10	-1.0	-8	-1.1	-8.457

$$I_{\text{сред}} = h \sum_{i=1}^n y_{i-1/2} = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n y_{i-1/2} = 0.2 * (-17.1) = -3.42$$

$$\Delta I_{\text{сред}} = |I - I_{\text{сред}}| = |-10/3 - (-3.42)| = 0.0867$$

$$\delta I_{\text{сред}} = \left| \frac{\Delta I_{\text{сред}}}{I_{\text{сред}}} \right| = \frac{0.0867}{3.42} = 0.0254$$

$$I_{\text{трап}} = h \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_{i-1/2} \right) = \frac{b-a}{n} * \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^n y_{i-1/2} \right) = 0.2 * (7 - 22.8) = -3.16$$

$$\Delta I_{\text{трап}} = |I - I_{\text{трап}}| = |-10/3 - (-3.16)| = 0.1733$$

$$\delta I_{\text{трап}} = \left| \frac{\Delta I_{\text{трап}}}{I_{\text{трап}}} \right| = \frac{0.1733}{3.42} = 0.0507$$

$$I_{\text{сим}} = \frac{h}{3} [y_0 + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + y_n]$$

$$I_{\text{сим}} = \frac{0.2}{3} [22 + 4(-9.2) + 2(-13.6) - 8] = -3.333$$

$$\Delta I_{\text{сим}} = |I - I_{\text{сим}}| = |-10/3 - (-3.333)| = 0$$

$$\delta I_{\text{сим}} = \left| \frac{\Delta I_{\text{сим}}}{I_{\text{сим}}} \right| = \frac{0}{3.42} = 0$$

Листинг программы

Метод прямоугольников

```
struct Rectangle {
    let function: Function
```

```

let interval: Interval
let position: RectanglePosition
let tolerance: Double
func run() -> Output {
    Methods.common(tolerance: self.tolerance) { partsCount in
        let delta = self.interval.length / Double(partsCount)
        var x = self.interval.from + self.position.rawValue * delta
        var result = 0.0
        for _ in 0..

```

Метод трапеций

```

struct Trapezoid {
    let function: Function
    let interval: Interval
    let tolerance: Double
    func run() -> Output {
        Methods.common(tolerance: self.tolerance) { partsCount in
            let delta = self.interval.length / Double(partsCount)
            var x = self.interval.from
            var result = (self.function(self.interval.from) +
self.function(self.interval.to)) / 2.0
            for _ in 1..

```

Метод Симпсона

```

struct Simpsons {
    let function: Function
    let interval: Interval
    let tolerance: Double
    func run() -> Output {
        Methods.common(tolerance: self.tolerance) { partsCount in
            let delta = self.interval.length / Double(partsCount)
            var x = self.interval.from
            var result = self.function(self.interval.from) +

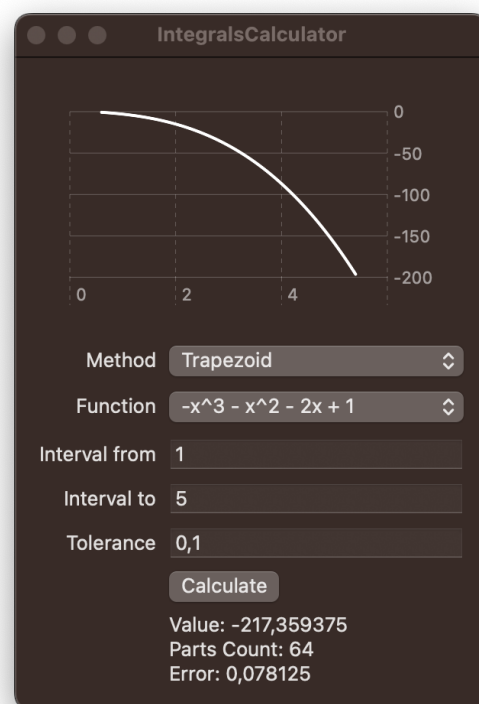
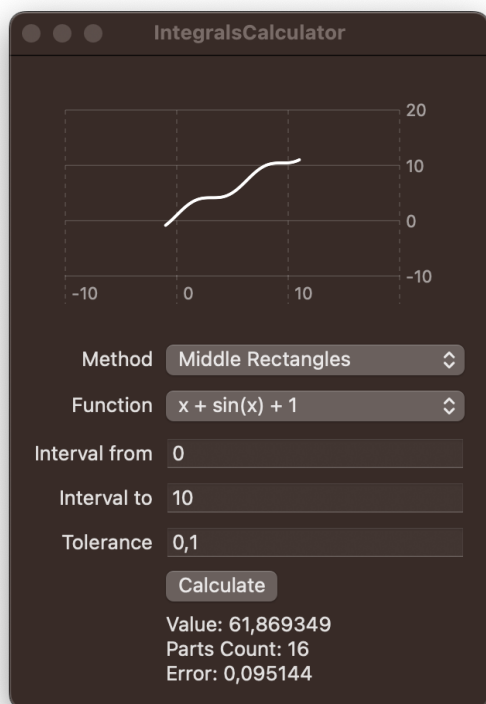
```

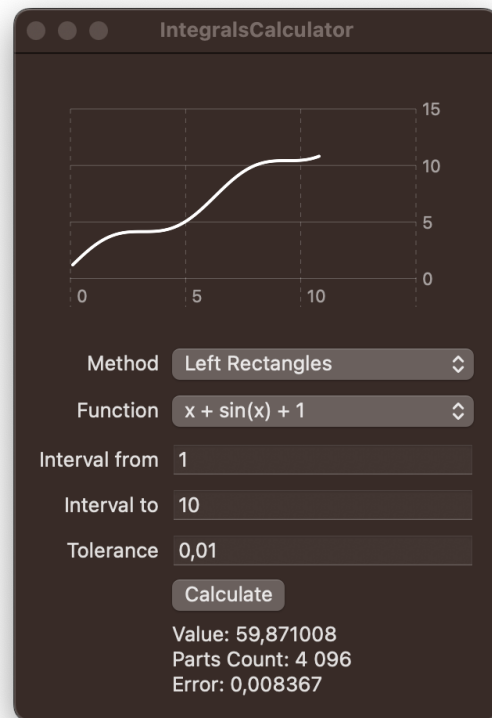
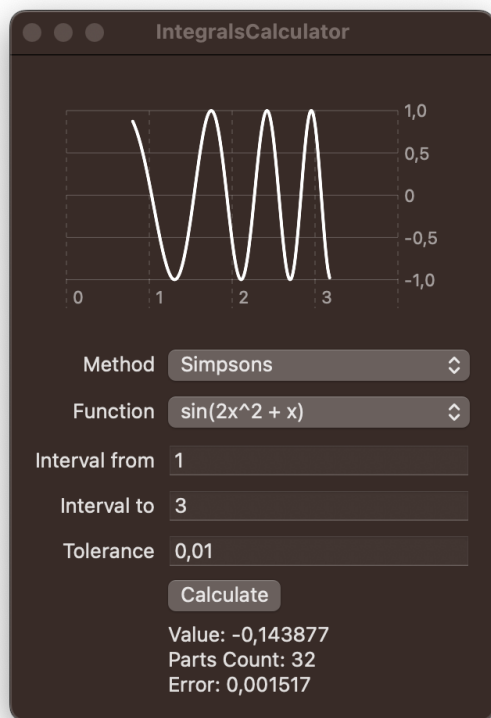
```

self.function(self.interval.to)
  for i in 1..<partsCount {
    x += delta
    result += i.isMultiple(of: 2)
      ? 2.0 * self.function(x)
      : 4.0 * self.function(x)
  }
  return result * delta / 3.0
}
}
}

```

Результаты выполнения программы





Вывод

Во время выполнения лабораторной работы познакомился с методами численного интегрирования. Научился использовать и реализовывать программно некоторые популярные методы. Получил ценные знания, которые несомненно пригодятся в будущем.