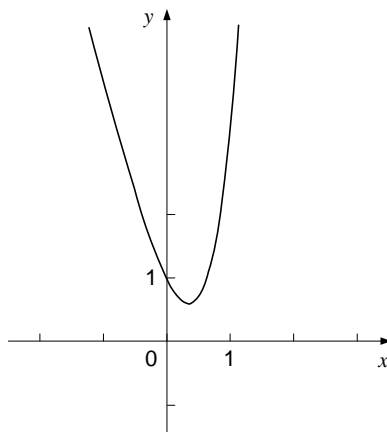


## UPORABA ODVODA

1. Izračunajte odvode funkcij:  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ,  $g(x) = x^2 \sin x$ ,  $h(x) = \frac{1+x}{1-x}$ . Odvod funkcije  $h(x)$  poenostavite.

(8 točk)

2. Na sliki je graf funkcije  $f(x) = e^{2x} - 4x$ .



- 2.1. Izračunajte koordinati stacionarne točke funkcije  $f$ . Rezultat naj bo točen.

(4 točke)

- 2.2. Izračunajte ploščino lika, ki ga oklepajo graf funkcije, koordinatni osi in premica  $x = 1$ .

(3 točke)

- 2.3. Izračunajte kot med grafom funkcije in osjo  $y$ .

(2 točki)

- 2.4. Dokazite, da se premica  $y + 4x - 5 = 0$  in graf funkcije sekata v točki z absciso

$$x = \frac{\log 5}{\log e^2}.$$

(3 točke)

3. Izračunajte presečišči parabole in premice z enačbama  $y = x^2 - x - 2$  in  $y = x + 1$ . Izračunajte še kot, pod katerim se premica in parabola sekata v prvem kvadrantu. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje natančno.

(8 točk)

4. Tangenta na graf funkcije  $f(x) = a \ln x + x^2 - 2$  v točki z absciso  $x_0 = 1$  je pravokotna na premico z enačbo  $2x + 3y - 1 = 0$ . Izračunajte realno število  $a$ .

(7 točk)

5. Izračunajte abscisi stacionarnih točk funkcije  $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + 5$ .

(7 točk)

6. Dana je funkcija  $f(x) = 2x^3 + 1$ . Napišite enačbo tangente na graf funkcije v točki  $A(1, y_1)$ .  
(6 točk)

7. Imamo funkciji  $f(x) = x^2 - 3x$  in  $g(x) = 1 - \frac{3}{x}$ .

7.1. Izračunajte vsa tri presečišča grafov funkcij  $f$  in  $g$ . Grafa obeh funkcij narišite v dani koordinatni sistem.

(6 točk)

7.2. Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa teh funkcij v presečišču z najmanjšo absciso.

(4 točke)

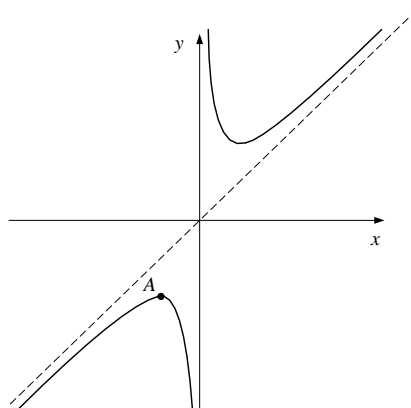
7.3. Izračunajte ploščino lika med grafoma funkcij  $f$  in  $g$ .

(4 točke)

7.4. Zapišite definicijsko območje funkcije  $h(x) = g(f(x))$ .

(2 točki)

8. Na sliki je graf funkcije  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$ .



Izračunajte odvod funkcije. V točki  $A$  doseže funkcija svoj lokalni maksimum. Zapišite razdaljo  $d_1$  točke  $A$  od premice  $x = 4$  in razdaljo  $d_2$  točke  $A$  od premice  $y = -1$ .

(6 točk)

9. Izračunajte odvode funkcij:

9.1.  $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 4$  (1)

9.2.  $f_2(x) = \sqrt[3]{x}$  (1)

9.3.  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}; x \neq -1$  (2)

9.4.  $f_4(x) = \ln(2x + 1); x > -\frac{1}{2}$  (1)

9.5.  $f_5(x) = (x - 1)e^x$  (2)

(7 točk)

10. Nalogo rešujte brez uporabe računalna.

Dana je funkcija  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

10.1. Zapišite ničlo, enačbo asimptote, stacionarne točke in narišite graf funkcije  $f$ .  
Zapišite še definicijsko območje in zalogo vrednosti te funkcije.

(5 točk)

10.2. Zapišite vsa presečišča grafa funkcije  $f$  s premico, ki je dana z enačbo  $y = \frac{x}{5}$ .  
Izračunajte tangens kota med to premico in grafom funkcije  $f$  v presečišču z največjo absciso.

(5 točk)

10.3. Za katera realna števila  $k$  ima premica z enačbo  $y = kx$  z grafom funkcije  $f$  tri presečišča? Odgovor utemeljite.

(4 točke)

11. Nalogo rešite brez uporabe računalna.

Dana je funkcija  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$ .

11.1. Zapišite definicijsko območje in narišite graf funkcije  $f$ .

(4 točke)

11.2. Izračunajte tangens kota med grafom funkcije  $f$  in premico  $y = x$  v presečišču s pozitivno absciso.

(4 točke)

11.3. Natančno izračunajte ploščino lika, ki ga oklepajo graf funkcije  $f$  ter premice  $x = 1$ ,  $x = 5$ ,  $y = 0$  in  $y = x$ .

(4 točke)

11.4. Poiščite tiste točke na grafu funkcije  $f$ , ki so od vodoravne asimptote te funkcije oddaljene za  $\frac{9}{40}$ .

(4 točke)

12. Imamo funkcijo  $f(x) = a \sin x + 2$ ;  $a \in \mathbb{R}$ .

12.1. Za katera števila  $a$  se graf funkcije  $f$  dotika osi  $x$ ? Za katera števila  $a$  graf funkcije  $f$  seka os  $x$ ?

(2 točki)

12.2. Določite število  $a$ , da bo tangenta na graf funkcije  $f$  v točki z absciso  $\frac{\pi}{3}$  vzporedna premici  $3x + 2y + 2 = 0$ .

(3 točke)

- 12.3. Število  $-\frac{\pi}{6}$  je ničla funkcije  $f$ . Izračunajte število  $a$  in zapišite vse ničle te funkcije.  
(4 točke)
- 12.4. Določite število  $a > 0$ , da bo ploščina lika med grafom funkcije  $f$  in abscisno osjo na intervalu  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$  enaka  $\frac{4\pi+15}{6}$ .  
(4 točke)
13. Dana je kvadratna funkcija s predpisom  $f(x) = -\frac{x^2}{4} + x$ .
- 13.1. V koordinatni sistem narišite graf funkcije  $f$ . Dokažite, da sta tangenti na graf funkcije  $f$  v presečiščih z osjo  $x$  med seboj pravokotni.  
(4 točke)
- 13.2. Krivulja z enačbo  $y^2 = f(x)$  je elipsa. Zapišite njeno enačbo v obliki  $\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$ . Zapišite njena temena in gorišči. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo tako, da to elipso zavrtimo za  $360^\circ$  okrog osi  $x$ .  
(8 točk)
- 13.3. Krivulja z enačbo  $y^2 = -f(x)$  je hiperbola. Zapišite njeno enačbo v obliki  $\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$  in izračunajte enačbi njenih asimptot.  
(3 točke)
14. Dana je funkcija s predpisom  $f(x) = \frac{2\sin x + \tan x}{\cos x}$ .
- 14.1. Določite definicijsko območje funkcije  $f$  in izračunajte njene ničle.  
(5 točk)
- 14.2. Dokažite, da je funkcija  $f$  liha.  
(2 točki)
- 14.3. Ali funkcija narašča ali pada v točki z absciso  $x_0 = \frac{2\pi}{3}$ ? Odgovor utemeljite.  
(3 točke)
- 14.4. Izračunajte  $\int f(x) dx$ .  
(4 točke)
15. Tangenta na graf funkcije  $f(x) = \ln(x+5) + x^2$  je vzporedna premici z enačbo  $y = -7x + 1$  in se dotika grafa funkcije  $f$  v dveh točkah. Natančno izračunajte koordinati dotikaljšč  $D_1$  in  $D_2$ .  
(8 točk)

16. Nalogo rešite brez uporabe računalu.

Dana je družina kvadratnih funkcij :  $f(x) = ax^2 - (a - 1)x + 3; a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

16.1. Za  $a = -1$  zapišite funkcijski predpis, ničli in maksimum ter narišite parabolo, ki je graf funkcije  $f$ .

(3 točke)

16.2. Za  $a = -1$  izračunajte ploščino odseka med parabolo in tetivo, ki povezuje teme in desno presečišče parabole z  $x$  osjo.

(4 točke)

16.3. Natančno izračunajte, za katero vrednost parametra  $a$  bo imela funkcija  $f$  ekstremno vrednost pri  $x = -\frac{3}{2}$ .

(3 točke)

16.4. Za katero vrednost parametra  $a$  je premica  $y = x + 1$  tangenta na graf funkcije  $f$ ? Izračunajte dotikališče.

(4 točke)

17. Dani sta realni funkciji  $f$  in  $g$  s predpisoma  $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  in  $g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ .

17.1. V preglednico zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcij  $f$  in  $g$ .

Predpis funkcije	Definicijsko območje	Zaloga vrednosti
$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$		
$g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$		

Dokažite, da za vsak  $x \in \mathbb{R}$  velja  $f'(x) = g(x)$  in  $g'(x) = f(x)$ .

(5 točk)

17.2. Dokažite, da je funkcija  $f$  soda in da je funkcija  $g$  naraščajoča.

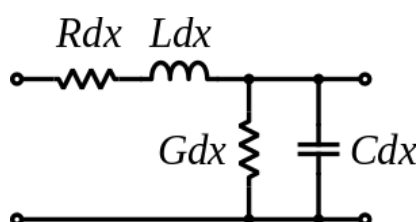
(2 točki)

17.3. Dokažite, da tangenta na graf funkcije  $f$  v točki  $T(1, y_1)$  seka ordinatno os v točki z ordinato  $e^{-1}$ .

(3 točke)

17.4. Izračunajte nedoločeni integral  $\int \frac{g(x)}{f(x)} dx$ .

(4 točke)



## REŠITVE:

### 1. Skupaj: 8 točk

Izračunan odvod, npr.  $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$  ..... 2 točki

(Le zapis  $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$  ... 1 točka.)

Izračun odvoda, npr.  $g'(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x$  ..... (1+1+1) 3 točke  
(Le formula za odvod produkta ... 1 točka.)

Izračunan in poenostavljen odvod  $h'(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$  ..... (1+1+1) 3 točke  
(Le formula za odvod kvocienta ... 1 točka.)

### 2. Skupaj: 12 točk

#### 2.1. (4 točke)

Izračunani odvod  $f'(x) = 2e^{2x} - 4$  ..... 1 točka

Zapis enačbe, npr.  $2e^{2x} - 4 = 0$  ..... \*1 točka

Stacionarna točka  $T\left(\frac{\ln 2}{2}, 2 - 2\ln 2\right)$  ..... (1+1) 2 točki

#### 2.2. (3 točke)

Nastavek za ploščino  $\int_0^1 (e^{2x} - 4x) dx$  ..... 1 točka

Izračunan nedoločen integral  $\frac{1}{2}e^{2x} - 2x^2 + C$  (lahko tudi brez  $C$ ) ..... 1 točka

Rezultat  $S = \frac{e^2}{2} - \frac{5}{2}$  ..... 1 točka

#### 2.3. (2 točki)

Izračunan  $k_t = f'(0) = -2$  ..... \*1 točka

Izračunan kot, npr.  $\beta = 90^\circ - \arctan 2 \approx 26,6^\circ$  ..... 1 točka

#### 2.4. (3 točke)

##### 1. način

Nastavek enačbe  $e^{2x} = 5$  ..... 1 točka

Logaritmiranje z osnovo 10, npr.  $\log e^{2x} = \log 5$  ..... 1 točka

Rešitev  $x = \frac{\log 5}{\log e^2}$  ..... 1 točka

##### 2. način

Vstavljanje  $x = \frac{\log 5}{\log e^2}$  v enačbi premice in grafa funkcije ..... 1 točka

Izračun obeh ordinat in ugotovitev, da sta enaki ..... (\*1+1) 2 točki

### 3. Skupaj: 8 točk

Nastavek enačbe za presečišče, npr. $x^2 - x - 2 = x + 1$ .....	1 točka
Rešitvi enačbe $x_1 = 3$ in $x_2 = -1$ .....	1 točka
Presečišči $T_1(3, 4)$ in $T_2(-1, 0)$ .....	*1 točka
Ugotovitev ali upoštevanje $k_1 = 1$ .....	1 točka
Izračunan odvod $y' = 2x - 1$ .....	1 točka
Ugotovitev $k_2 = 5$ .....	*1 točka
Izračunan $\tan j = \frac{2}{3}$ .....	*1 točka
Zapisan rezultat $j \approx 33,69^\circ$ .....	1 točka

### 4. Skupaj: 7 točk

Zapisan odvod $f'(x) = \frac{a}{x} + 2x$ .....	2 točki
(Pravilno izračunan odvod le dveh členov ... 1 točka.)	
Izračun $f'(1) = a + 2$ .....	*1 točka
Zapis ali upoštevanje $k_t = f'(1)$ .....	1 točka
Izračunan smerni koeficient dane premice, npr. $k_p = -\frac{2}{3}$ .....	1 točka
Upoštevanje, da je $k_t = -\frac{1}{k_p}$ .....	*1 točka
Zapisana rešitev $a = -\frac{1}{2}$ .....	1 točka

### 5. Skupaj: 7 točk

Odvod $f'(x) = 2x^2 - x - 1$ .....	3 točke
(Dva pravilno odvajana člena ... 1 točka, trije pravilno odvajani členi ... 2 točki, vsi štirje pravilno odvajani členi ... 3 točke.)	
Upoštevana enačba, npr. $2x^2 - x - 1 = 0$ .....	2 točki
(Le zapis ali uporaba $f'(x) = 0$ ... *1 točka.)	
Rešitvi $x_1 = 1$ in $x_2 = -\frac{1}{2}$ .....	(*1+1) 2 točki

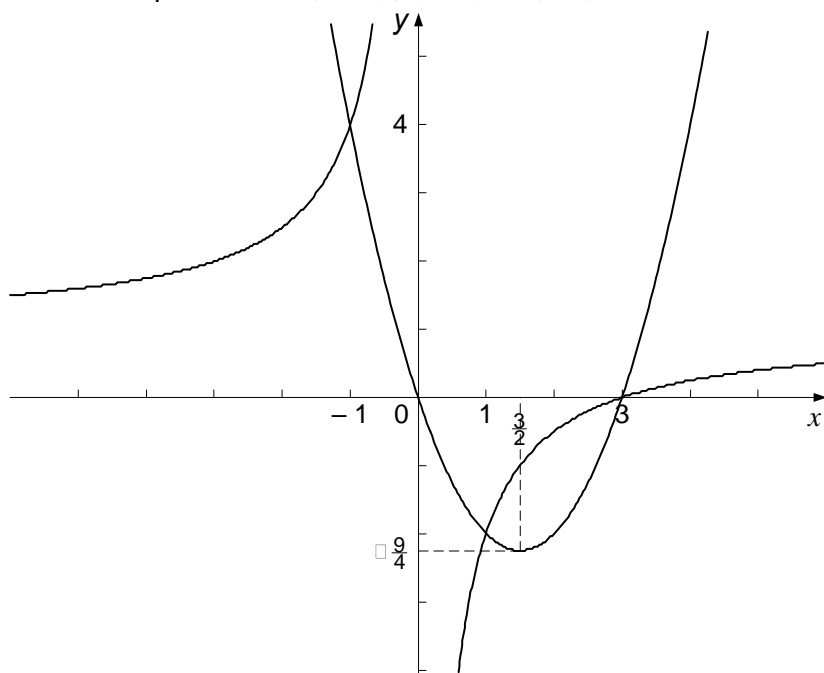
### 6. Skupaj: 6 točk

Zapisana točka $A(1, 3)$ (zadošča $y_1 = 3$ ) .....	1 točka
Odvod funkcije $f'(x) = 6x^2$ .....	1 točka
Izračunan smerni koeficient tangente $k_t = 6$ .....	(*1+1) 2 točki
Enačba tangente $y = 6x - 3$ .....	2 točki
(Le splošna enačba premice ... 1 točka.)	

## 7. Skupaj: 16 točk

### 7.1. (6 točk)

Izračunana presečišča  $(-1, 4)$ ,  $(1, -2)$  in  $(3, 0)$  ..... (1+1) 2 točki



Narisan graf funkcije  $f$  ..... 2 točki

(Izračunani ničli in teme  $(\frac{3}{2}, -\frac{9}{4})$  ... 1 točka.)

Narisan graf funkcije  $g$  ..... 2 točki

(Ničla, pol, asimptota ... 1 točka.)

### 7.2. (4 točke)

Izračunana odvoda  $f'(x) = 2x - 3$  in  $g'(x) = \frac{3}{x^2}$  ..... (1+1) 2 točki

Izračunana smerna koeficienta  $k_1 = -5$  in  $k_2 = 3$  ..... \*1 točka

Izračunan kot  $\beta \approx 29,7^\circ$  (zadošča  $\arctan \frac{4}{7}$ ) ..... 1 točka

### 7.3. (4 točke)

Nastavek za ploščino  $S = \int_1^3 (1 - \frac{3}{x} - x^2 + 3x) dx$  ..... 1 točka

Izračunan nedoločen integral  $x - 3\ln|x| - \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$  (lahko tudi brez  $C$ ) .. (1+1) 2 točki

Rezultat  $S = \frac{16}{3} - 3\ln 3 \approx 2,037$  ..... 1 točka

### 7.4. (2 točki)

Rezultat  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$  ..... 2 točki

(Samo  $g(f(x)) = 1 - \frac{3}{x^2 - 3x}$  ... 1 točka.)



## 8. Skupaj: 6 točk

Izračunan odvod  $f'(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2}$  ..... 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za odvod kvocienta ... 1 točka.)

Ugotovljeni koordinati točke A (-3, -6) ..... 2 točki

(Le upoštevanje  $f'(x) = 0$  ... \*1 točka.)

Zapisani razdalji  $d_1 = 7$  in  $d_2 = 5$  ..... (1+1) 2 točki

## 9. Skupaj: 7 točk

### 5.1. (1 točka)

$f_1'(x) = 6x^2 - 3$  ..... 1 točka

### 5.2. (1 točka)

$f_2'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$  ..... 1 točka

### 5.3. (2 točki)

$f_3'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$  ..... 2 točki

(Le zapis ali uporaba pravila za odvod kvocienta ... 1 točka.)

### 5.4. (1 točka)

$f_4'(x) = \frac{2}{2x+1}$  ..... 1 točka

### 5.5. (2 točki)

$f_5'(x) = x e^x$  ..... 2 točki

(Le zapis ali uporaba pravila za odvod produkta ... 1 točka.)

## 10. Skupaj: 14 točk

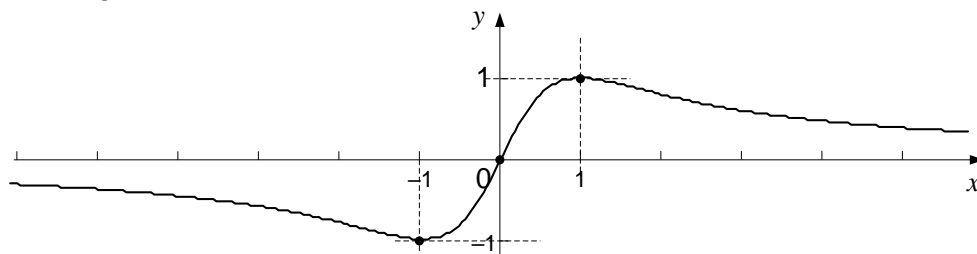
### 10.1. (5 točk)

Zapisana ničla  $x = 0$  in enačba asimptote  $y = 0$  ..... 1 točka

Zapisani stacionarni točki  $T_1(1, 1)$  in  $T_2(-1, -1)$  (zadoščata tudi samo abscisi) ..... (1+1) 2 točki

(Le izračunan odvod  $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}$  ... 1 točka.)

Narisan graf



(potekati mora skozi koordinatno izhodišče, točki  $T_1(1, 1)$  in  $T_2(-1, -1)$  ter

se bližati asimptoti) ..... 1 točka

Zapisani množici, npr.  $D_f = \mathbb{R}$  in  $Z_f = [-1, 1]$  ..... 1 točka

**10.2. (5 točk)**

Zapisana presečišča  $P_1(0, 0)$ ,  $P_2(3, \frac{3}{5})$  in  $P_3(-3, -\frac{3}{5})$  ..... 2 točki

(Le dve zapisani presečišči ali vse tri abscise ... 1 točka.)

Izračunan  $\tan j = \frac{45}{121}$  ..... 3 točke

(Le zapisana smerna koeficienta  $\frac{1}{5}$  in  $-\frac{4}{25}$  ... \*1 točka, uporaba formule za tangens kota med premicama ... 1 točka.)

**10.3. (4 točke)**1. način

Enačba za izračun abscis presečišč ..... 1 točka

Zapisan pogoj, npr.  $k(k-2) < 0$  ali  $\frac{k-2}{k} < 0$  ..... 2 točki

(Le zapisan pogoj, da je diskriminanta kvadratne enačbe  $kx^2 + k - 2 = 0$  večja od 0 ... 1 točka.)

Zapisana rešitev  $k \in (0, 2)$  ..... 1 točka

2. način

Izračunan smerni koeficient tangente  $k_t = f'(0) = 2$  ..... (\*1+1) 2 točki

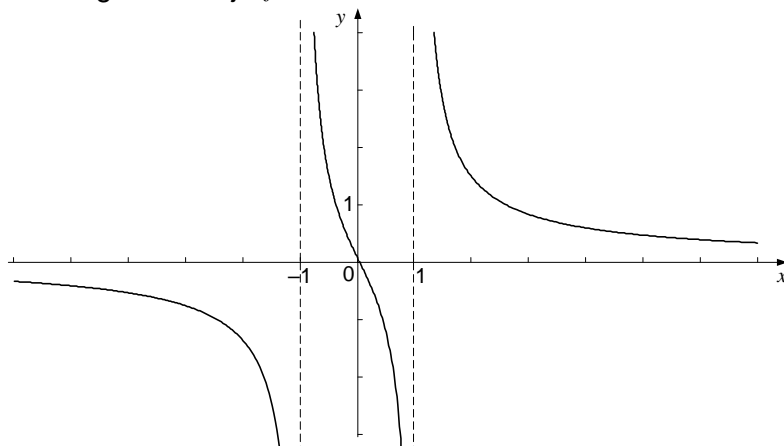
Zapisana rešitev  $k \in (0, 2)$  ..... (1+1) 2 točki

(Preverjanja konveksnosti oz. konkavnosti funkcije ne zahtevamo.)

**11. Skupaj: 16 točk****11.1. (4 točke)**

Zapisano definicijsko območje, npr.  $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$  ..... 1 točka

Narisan graf funkcije  $f$



..... 3 točke

(Vsaka veja grafa ... 1 točka.)

**11.2. (4 točke)**

Izračunano presečišče grafa funkcije  $f$  s premico:  $P(\sqrt{3}, \sqrt{3})$  ..... 1 točka

(Zadošča  $x = \sqrt{3}$ .)

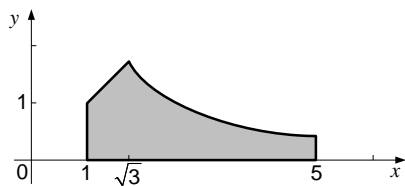
Izračunan odvod funkcije  $f$ , npr.  $f'(x) = \frac{-2(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$  ..... 1 točka

Izračunana ali upoštevana oba smerna koeficienta tangent, npr.  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = -2$  \*1 točka

Izračunan tangens kota  $\tan j = 3$  ..... 1 točka

### 11.3. (4 točke)

Zapisana ploščina, npr.  $S = \int_1^{\sqrt{3}} x dx + \int_{\sqrt{3}}^5 \frac{2x}{\sqrt{3}x^2 - 1} dx$



..... 1 točka

Izračunana nedoločena integrala, npr.  $\frac{1}{2}x^2 + C$ ,  $\ln|x^2 - 1| + C$  (lahko tudi brez  $C$ ) (1+1) 2 točki

(Izračun prvega integrala lahko kandidat nadomesti z izračunano ploščino ustreznega trapeza.)

Izračunana ploščina, npr.  $S = 1 + \ln 12$  ..... 1 točka

### 11.4. (4 točke)

Zapisana enačba, npr.  $\frac{2x}{x^2 - 1} = \frac{9}{40}$  (ali  $\frac{2x}{x^2 - 1} = -\frac{9}{40}$ ) ..... 1 točka

Rešitvi enačbe  $x_1 = -\frac{1}{9}$  in  $x_2 = 9$  (ali  $x_1 = \frac{1}{9}$  in  $x_2 = -9$ ) ..... 1 točka

Zapisane točke  $T_1(-\frac{1}{9}, \frac{9}{40})$ ,  $T_2(9, \frac{9}{40})$ ,  $T_3(\frac{1}{9}, -\frac{9}{40})$ ,  $T_4(-9, -\frac{9}{40})$  ..... 2 točki  
(Le dve točki ... 1 točka.)

## 12. Skupaj: 13 točk

### 12.1. (2 točki)

Graf se dotika osi  $x$ , če je  $(a = 2) \cup (a = -2)$  ..... 1 točka

Graf seka os  $x$ , če je  $(a \neq 2) \cup (a \neq -2)$  (lahko tudi za  $(a > 2) \cup (a < -2)$ ). ..... 1 točka  
(Za zapisana pogoja  $a = 2$  in  $a \neq 2$  dobi kandidat od dveh točk 1 točko.)

### 12.2. (3 točke)

Zapisan ali upoštevan  $k_t = -\frac{3}{2}$  ..... 1 točka

Izračun, npr.  $f(\frac{p}{3}) = a \cos \frac{p}{3}$  ..... 1 točka

Izračunan  $a = -3$  ..... 1 točka

### 12.3. (4 točke)

Izračunan  $a = 4$  ..... 2 točki

(Le zapisana enačba, npr.  $f(-\frac{p}{6}) = 0$  ... 1 točka.)

Zapisane ničle, npr.  $x_1 = -\frac{p}{6} + 2kp$  in  $x_2 = \frac{7p}{6} + 2kp$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  ..... (1+1) 2 točki  
(Le pravilno zapisani partikularni rešitvi ... 1 točka.)

### 12.4. (4 točke)

Izražena ploščina z določenim integralom, npr.  $S = \int_0^{\frac{p}{3}} f(x) dx$  ..... 1 točka

Izračunan nedoločeni integral  $-a \cos x + 2x + C$  (lahko tudi brez  $C$ ) ..... 1 točka

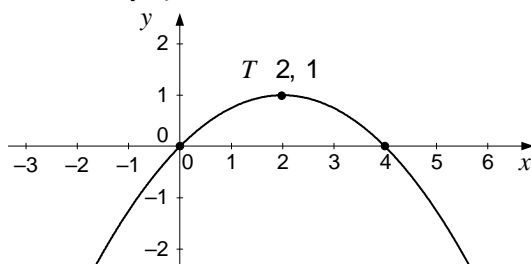
Izračunana ploščina, npr.  $S = \frac{3a + 4p}{6}$  ..... 1 točka

Izračunan  $a = 5$  ..... 1 točka

### 13. Skupaj: 15 točk

#### 13.1. (4 točke)

Graf funkcije  $f$



..... 2 točki

(Le upoštevani ničli ... 1 točka. Le upoštevano teme ... 1 točka.)

Ugotovitev, da sta tangenti pravokotni..... 2 točki

(Uporaba zveze  $f'(x_0) = k_t$  ... \*1 točka.)

#### 13.2. (8 točk)

Zapisana enačbe elipse  $\frac{(x-2)^2}{4} + y^2 = 1$  ..... 2 točki

(Vsak člen leve strani enačbe elipse ... 1 točka.)

Zapisana temena  $T_1(0, 0)$ ,  $T_2(4, 0)$ ,  $T_3(2, -1)$  in  $T_4(2, 1)$  ..... 2 točki

(Zapisana vsa temena napačno določene elipse ... \*1 točka. Zapisani vsaj dve temeni pravilno določene elipse ... \*1 točka.)

Zapisani gorišči  $F_1(2 - \sqrt{3}, 0)$  in  $F_2(2 + \sqrt{3}, 0)$  ..... 2 točki

(Le izračunan  $e = \sqrt{3}$  ... \*1 točka.)

Izračunana prostornina  $\frac{8p}{3}$  ..... 2 točki

(Le zveza, npr.  $V = \int_0^4 \int_{-\sqrt{1-(x-2)^2}}^{\sqrt{1-(x-2)^2}} dx dy$  ... 1 točka.)

#### 13.3. (3 točke)

Zapisana enačba hiperbole, npr.  $\frac{(x-2)^2}{4} - y^2 = 1$  ..... 1 točka

Zapisani enačbi asimptot, npr.  $y = \frac{x}{2} - 1$  in  $y = -\frac{x}{2} + 1$  ..... (1+1) 2 točki

(Le izračunana smerna koeficienta  $\frac{1}{2}$  in  $-\frac{1}{2}$  ... \*1 točka.)

### 14. Skupaj: 14 točk

#### 14.1. (5 točk)

$D_f = \square - \left\{ \frac{p}{2} + kp, k \in \square \right\}$  ..... 1 točka

Razcep  $\frac{\sin x (2 \cos x + 1)}{\cos^2 x} = 0$  ..... 1 točka

(Zadošča le razcep števca.)

Zapisane ničle, npr.  $x_1 = kp$ ,  $x_2 = \frac{2p}{3} + 2kp$ ,  $x_3 = -\frac{2p}{3} + 2kp$ ,  $k \in \square$  ..... (1+1+1) 3 točke

(Za zapis vseh parcialnih ničel  $0, \frac{2p}{3}, -\frac{2p}{3}$  dobi kandidat 1 točko.)

(Če kandidat nikjer ne zapiše  $k \in \square$ , izgubi 1 točko.)

**14.2. (2 točki)**

$$f(-x) = \frac{2\sin(-x) + \tan(-x)}{\cos(-x)} = -\frac{2\sin x + \tan x}{\cos x} = -f(x) \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ točki}$$

**14.3. (3 točke)**

Izračunan odvod  $f'(x)$ , npr.  $f'(x) = \frac{\sin^2 x + 2\cos x + 1}{\cos^3 x} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Izračunan  $f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -6 \dots\dots\dots *1 \text{ točka}$

Utemeljitev, npr.  $f'(x_0) < 0$ , funkcija pada v  $x_0 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

**14.4. (4 točke)**

Uvedba nove neznanke  $u = \cos x$ ,  $du = -\sin x dx \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Rezultat  $-2\ln|\cos x| + \frac{1}{\cos x} + C \dots\dots\dots 3 \text{ točke}$

(Izračun  $\int \frac{2}{u} du = 2\ln|u| + C \dots 1 \text{ točka. Izračun } \int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C \dots 1 \text{ točka.})$

**15. Skupaj: 8 točk**

Zapisano ali upoštevano, da je smerni koeficient tangente enak  $-7 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Izračunan odvod, npr.  $f'(x) = \frac{1}{x+5} + 2x \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ točki}$

Zapisana enačba za absciso dotikališča  $D$ , npr.  $\frac{1}{x+5} + 2x = -7 \dots\dots\dots *1 \text{ točka}$

Urejena kvadratna enačba, npr.  $2x^2 + 17x + 36 = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Zapisani rešitvi kvadratne enačbe:  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = -\frac{9}{2} \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ točki}$

Ugotovitev, da premica skozi  $D_1$  in  $D_2$  ni tangenta na graf funkcije  $f \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

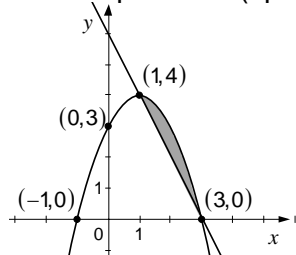
(Tudi zapisani točki  $D_1(-4, 16)$  in  $D_2\left(-\frac{9}{2}, -\ln 2 + \frac{81}{4}\right) \dots 1 \text{ točka.})$

**16. Skupaj: 14 točk****16.1. (3 točke)**

Zapisana funkcija  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ , ničli  $-1$  in  $3$ , maksimum  $4$  ali teme  $T(1, 4) \dots\dots\dots 2 \text{ točki}$

(Le dva pravilno navedena od treh zahtevanih podatkov  $\dots 1 \text{ točka.})$

Narisana parabola (upoštevani ničli, teme in začetna vrednost)



$\dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

**16.2. (4 točke)**

Izračunana ploščina odseka  $S = \frac{4}{3}$  ..... 4 točke

(Nosilka tetive  $y = -2x + 6$  ali ploščina trikotnika med tetivo in abscisno osjo  $S_D = 4$

... \*1 točka. Nastavek za ploščino, npr.  $S = \int_1^3 ((-x^2 + 2x + 3) - (-2x + 6))dx$  ali

$S = \int_1^3 (-x^2 + 2x + 3)dx - S_D$  ... 1 točka. Izračun nedoločenega integrala ... \*1 točka.)

**16.3. (3 točke)**

Izračunan odvod  $f'(x) = 2ax - (a - 1)$  ali  $p = \frac{a-1}{2a}$  ..... 1 točka

Zapisano ali upoštevano, da je  $f'(-\frac{3}{2}) = 0$  ali enačba  $\frac{a-1}{2a} = -\frac{3}{2}$  ..... \*1 točka

Rezultat  $a = \frac{1}{4}$  ..... 1 točka

**16.4. (4 točke)**

Zapis ali upoštevanje, da je  $f'(x) = 1$  ..... \*1 točka

Izračun  $x = \frac{1}{2}$  ..... 1 točka

Zapis dotikališča  $D(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$  ..... 1 točka

Izračun  $a = 8$  ..... 1 točka

**17. Skupaj: 14 točk****17.1. (5 točk)**

Predpis funkcije	Definicijsko območje	Zaloga vrednosti
$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$	$\mathbb{R}$	$[1, \infty)$
$g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$

Izpolnjena preglednica ..... 3 točke

(Obe definicijski območji ... 1 točka, zaloga vrednosti ... 1 + 1 točka.)

Izračunana  $f'(x)$  in  $g'(x)$  ..... (1 + 1) 2 točki

**17.2. (2 točki)**

Ugotovitev, da je  $f(-x) = f(x)$  in da je  $g'(x) > 0$  za vsak  $x$  ..... (1 + 1) 2 točki

**17.3. (3 točke)**

Dokaz, da je odsek na ordinatni osi enak  $e^{-1}$  ..... 3 točke

(Le izračunan smerni koeficient tangente  $k = \frac{e - e^{-1}}{2}$  ... 1 točka, zapisana enačba

tangente, npr.  $y - \frac{e + e^{-1}}{2} = \frac{e - e^{-1}}{2}(x - 1)$  ... 1 točka.)

**17.4. (4 točke)**1. način

Uvedba nove neznanke, npr.  $e^x + e^{-x} = t$  ..... 1 točka

Izračun  $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln|t| + C = \ln|e^x + e^{-x}| + C$  (tudi brez  $C$ ) (1 + 1 + 1) 3 točke

2. način

Uvedba nove neznanke, npr.  $e^x = t$  ..... 1 točka

Izračun (tudi brez  $C$ )

$$\int \frac{t^2 - 1}{t(t^2 + 1)} dt = \int \frac{2t}{t^2 + 1} - \frac{1}{t} dt = \ln|t^2 + 1| + C = \ln\left|\frac{e^{2x} + 1}{e^x}\right| + C \dots\dots\dots (1 + 1 + 1) 3 \text{ točke}$$

(Če kandidat zamenja funkciji  $f$  in  $g$ , dobi največ 3 točke.)