



## 1 Inleiding

Kosmische deeltjes bestaan uit snel bewegende atoomkernen, neutrino's of gamma fotonen. Deze primaire kosmische deeltje hebben voldoende energie om interacties aan te gaan met deeltjes in de atmosfeer<sup>1</sup>. Ten gevolge van deze interacties ontstaan grote aantallen nieuwe deeltjes, voornamelijk pionen, die na korte tijd vervallen weer naar muonen en elektronen en hun antideeltjes of gamma fotonen. Een gamma foton kan worden omgezet in een paar van een elektron en een positron (een anti-elektron). Bij de interactie tussen een positron en een elektron verdwijnen de deeltjes en wordt de vrijkomende energie in twee nieuwe gamma fotonen omgezet. Als geladen deeltjes worden afgebogen ontstaan er ook (gamma) fotonen. Deze processen gaan door totdat de energie te laag is voor de creatie van een elektron / positron paar.

Een enkel kosmisch deeltje met voldoende energie start dus een lawine van deeltjes in de atmosfeer, de air-shower. Als de energie van de air-shower groot genoeg is, kunnen grote hoeveelheden deeltjes de grond bereiken en een signaal afgeven in een detector. De grote hoeveelheid deeltjes maakt een statistische interpretatie van de metingen mogelijk.

## 2 Events

Wanneer bij een air-shower enorme hoeveelheden deeltjes de grond bereiken, kunnen we vaststellen of er een kosmisch deeltje in de atmosfeer is binnengedrongen. Meerdere detectoren van een station meten in dat geval nagenoeg tegelijk iets, dit wordt een *event* genoemd. Een enkele detector op de grond kan naast deeltjes van een air-shower ook de straling meten van radioactief verval van stoffen op Aarde, een dergelijke meting wordt een *single* genoemd.

### 2.1 De nauwkeurigheid van het meten van events

Een *event* vindt plaats als het station getriggerd wordt. Bij een tweeplaatsstation wordt het station getriggerd als beide detectoren binnen  $1,5\ \mu\text{s}$  een signaal lager dan  $-70\ \text{mV}$  afgeven. Een vierplaatsstation wordt ook getriggerd als drie detectoren binnen  $1,5\ \mu\text{s}$  een signaal lager dan  $-30\ \text{mV}$  afgeven. Als het station getriggerd wordt, licht er een witte led achter de koelgaten van het HiSPARC kastje op. De tijd van het event is de tijd waarop aan de triggervoorwaarde is voldaan, dit is dus de tweede of derde tijd van een single.

<sup>1</sup>Achtergronden over deze interacties zijn op RouteNet te vinden in de modules „Deeltjes in het standaardmodel” en „Krachten in het standaard model”. (<http://www.hisparc.nl/docent-student/lesmateriaal/routenet/>)



**Figuur 2.1** – De HiSPARC master unit, foto uit [1]. In de blokken PMT 1 en PMT 2 zijn twee gele ledjes te zien. Deze lichten op als er deeltjes door respectievelijk detector 1 of detector 2 wordt gemeten. In de praktijk worden de detectoren ongeveer elke 10 ms geraakt. Achter de koelgaten is een witte led te zien. Deze licht op als beide detectoren binnen een tijdsinterval van 1,5  $\mu$ s deeltjes waarnemen, dit komt veel minder vaak voor.

**Opdracht 1:** Bepaal hoe vaak het witte ledje in 1 minuut oplicht. Doe dit 5 keer en vul de resultaten in de tabel op de volgende pagina in. Gebruik als je geen HiSPARC kastje hebt de volgende website om het meten van een event te simuleren.

[http://data.hisparc.nl/media/jsparc/trigger\\_simulation.html](http://data.hisparc.nl/media/jsparc/trigger_simulation.html)

	1	2	3	4	5	$N_{\text{gem}}$
$N$						

**Opdracht 2:** Bepaal naast het gemiddelde ook de maximale en de minimale waarde. Leg uit welke nauwkeurigheid je verwacht.

---



---



---



---

De nauwkeurigheid is ook wiskundig te bepalen. daartoe gaan we de spreiding  $\sigma$  uitrekenen.

**Opdracht 3:** Bereken het gemiddelde van  $N^2$ .

	1	2	3	4	5	$(N^2)_{\text{gem}}$
$N^2$						

De spreiding is nu te berekenen met  $\sigma = \sqrt{(N^2)_{\text{gem}} - (N_{\text{gem}})^2}$  dit is dus de wortel uit het gemiddelde van de kwadraten min het kwadraat van het gemiddelde ( $N_{\text{gem}}$  is al in opdracht 1 berekend).

**Opdracht 4:** Welke conclusie mag je trekken als je de waarden die je bij opdracht 2 en 3 hebt gevonden vergelijkt?

---



---



---



---

## 2.2 Het toetsen van de hypothese

Het signaal van een enkele detector -een single- wordt gezien als achtergrondstraling. De gelijktijdige signalen van twee detectoren -een event- wijzen op een air-shower. Beide delen van de hypothese zijn natuurlijk te onderzoeken.

### 2.2.1 Het signaal van een enkele detector wordt gezien als achtergrondstraling.

Hoe groot is de kans dat het station wordt getriggerd door achtergrondstraling? De detector geeft alleen een signaal af als er een deeltje door de detector gaat. Om van een air-shower te spreken moeten de deeltjes binnen een triggervenster van  $1,5 \mu\text{s}$  gedetecteerd worden. De achtergrondstraling zorgt dat gemiddeld ongeveer elke 10 ms een deeltje door een detector van 0,500 m bij 1,000 m schiet<sup>2</sup>. Als deze singles netjes verdeeld zouden zijn, is de kans op een tweede toevallig gemeten deeltje van de achtergrondstraling binnen het triggervenster van  $1,5 \mu\text{s}$  te berekenen.

**Opdracht 5:** Bereken (met een boxplot) hoe groot de kans is dat er een tweede radioactief verval binnen  $1,5 \mu\text{s}$  van de eerste radioactief verval optreedt.

---



---



---



---

Een nettere manier om deze kans te berekenen is in 1838 door Siméon Poisson [2] gepubliceerd:

$$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (2.1)$$

<sup>2</sup>Als er op school een Geigerteller is, kan de achtergrondstraling in [pulsen/s/m<sup>2</sup>] ook worden gemeten. Naast het aantal pulsen per seconde is dus ook het oppervlak van de detector van belang.

Hierin is  $k = 1$  als een tweede detector precies éénmaal getriggerd wordt.  $\lambda$  is hier de frequentie van de achtergrondstraling maal de duur van het triggervenster ( $\lambda = f_{single} * T_{venster}$ ).

**Opdracht 6:** Laat zien dat de met de boxplot berekende waarde nauwelijks afwijkt van de met de Poisson-formule berekende waarde  $P_{k=1}$ .

---

---

---

---

Eventueel geldt bij een toevallige trigger ook  $k = 2$ ,  $k = 3$  etc. In het algemeen nemen we  $k > 0$  (met  $k \in \mathbb{N}$ ). De kans dat er GEEN toevallige trigger optreedt is  $P_{k=0}$ .

**Opdracht 7:** Met de kans dat er geen toevallige trigger optreedt, is de kans op een toevallige trigger ook te berekenen. (De kans op een trigger plus de kans op geen trigger is 100%.) Bereken deze kans.

---

---

---

---

De duur van het triggervenster is van belang als we naar de kans op toevallige triggers kijken. We kunnen een grafiek maken van de kans op een toevallige trigger als functie van de duur van het triggervenster  $T_{venster}$ . Er geldt:  $\lambda = f_{single} * T_{venster}$ , en dit geval wordt dit:  $\lambda = 100 * T_{venster}$ .

**Opdracht 8:** Maak de onderstaande tabel voor een station met twee detectoren af.

$T_{venster} [\mu s]$	1,5	3,0	7,5	15	30	75	150
$P_{trigger} = 1 - P_{k=0}$							

Tot nu toe zijn we uitgegaan van een station met twee detectoren. Bij een station met vier detectoren zijn er logischerwijs twee detectoren meer.

**Opdracht 10:** Beredeneer hoe groot de kans op een toevallige trigger is bij een station met 4 detectoren en een triggervenster van  $1,5 \mu s$  (Denk aan het aantal mogelijke combinaties!).

---

---

---

---

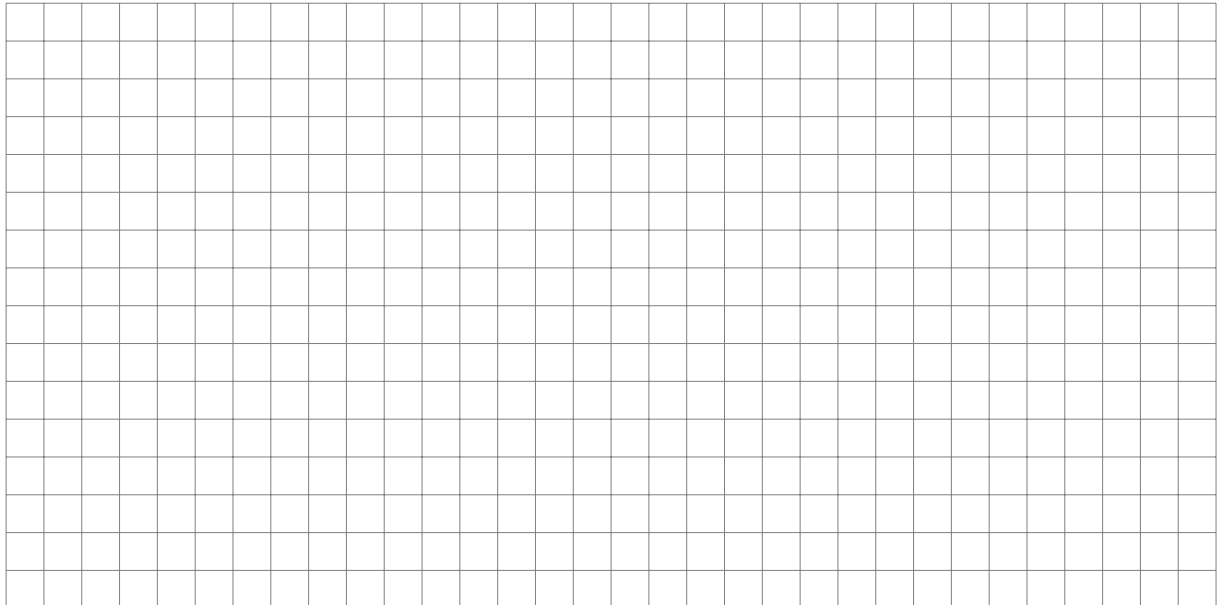
### 2.2.2 De gelijktijdige signalen van twee detectoren wijzen op een air-shower.

Dit experiment is uit te voeren met de simulatie op:

[http://data.hisparc.nl/media/jsparc/station\\_simulation.html](http://data.hisparc.nl/media/jsparc/station_simulation.html)

De simulatie gaat verder bij opdracht 14.

**Opdracht 9:** Maak het diagram van de kans op een toevallige trigger als functie van de duur van het triggervenster.



De simulatie is ook met een practicum te simuleren. In figuur 2.3 is een plattegrond te zien. Hierop zijn zowel een station met 2 detectoren als een station met 4 detectoren te zien. De plattegrond past in de deksel van een papierdoos. Op de plattegrond zijn de scintillatorplaten van 0,500 m bij 1,000 m op schaal getekend.

**Opdracht 11:** Bepaal het oppervlak in de doos in  $\text{cm}^2$ . In werkelijkheid komt dit overeen met een oppervlak in  $\text{m}^2$ , dit tweede oppervlak is te berekenen.

---



---



---



---

We willen de kans bepalen dat een air-shower gedetecteerd wordt. Deze kans hangt af van de deeltjesdichtheid  $\rho$ , het aantal deeltjes per  $\text{m}^2$  in de air-shower. Deze deeltjes simuleren we met korreltjes couscous of hagelslag. Hier gaan we met couscous aan de slag.

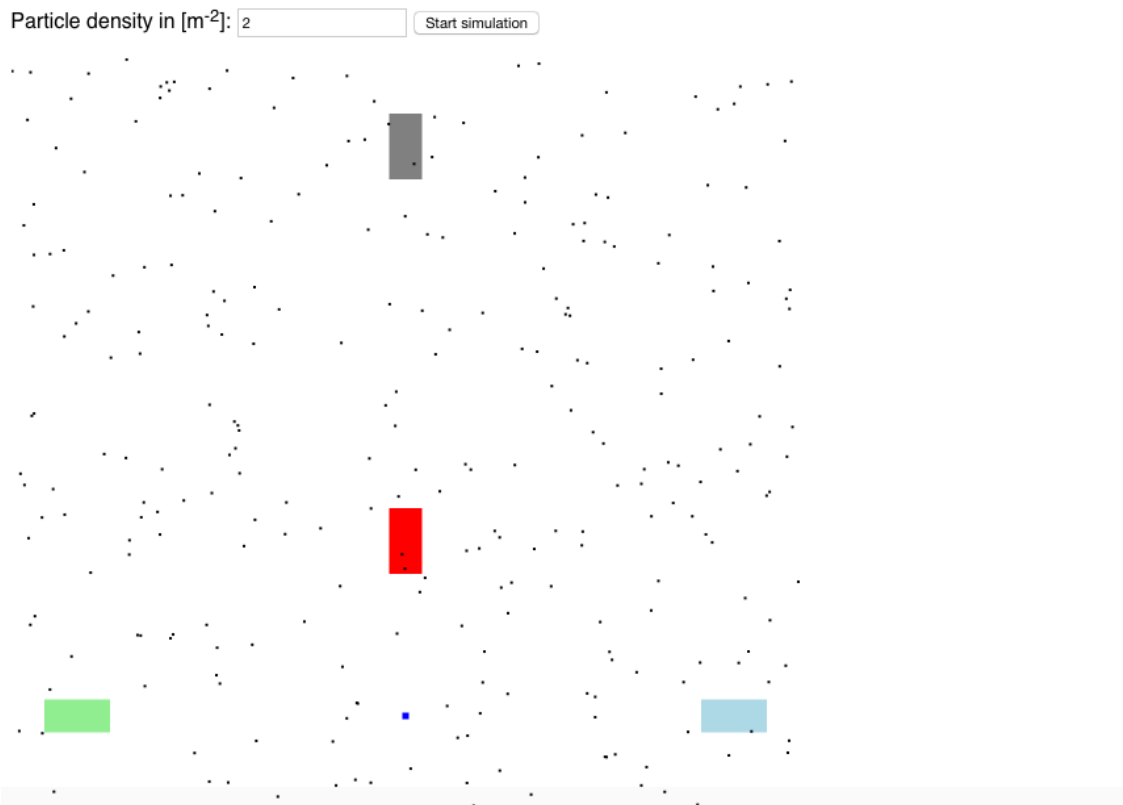
**Opdracht 12:** Bereken hoeveel deeltjes nodig zijn.

$\rho_{\text{werkelijk}} [\text{m}^{-2}]$	0,5	1	2	5	10
Aantal korreltjes in de doos					

Het wordt een heel karwei om de korreltjes te tellen. We wegen een aantal korreltjes en bereken de massa couscous die nodig is.

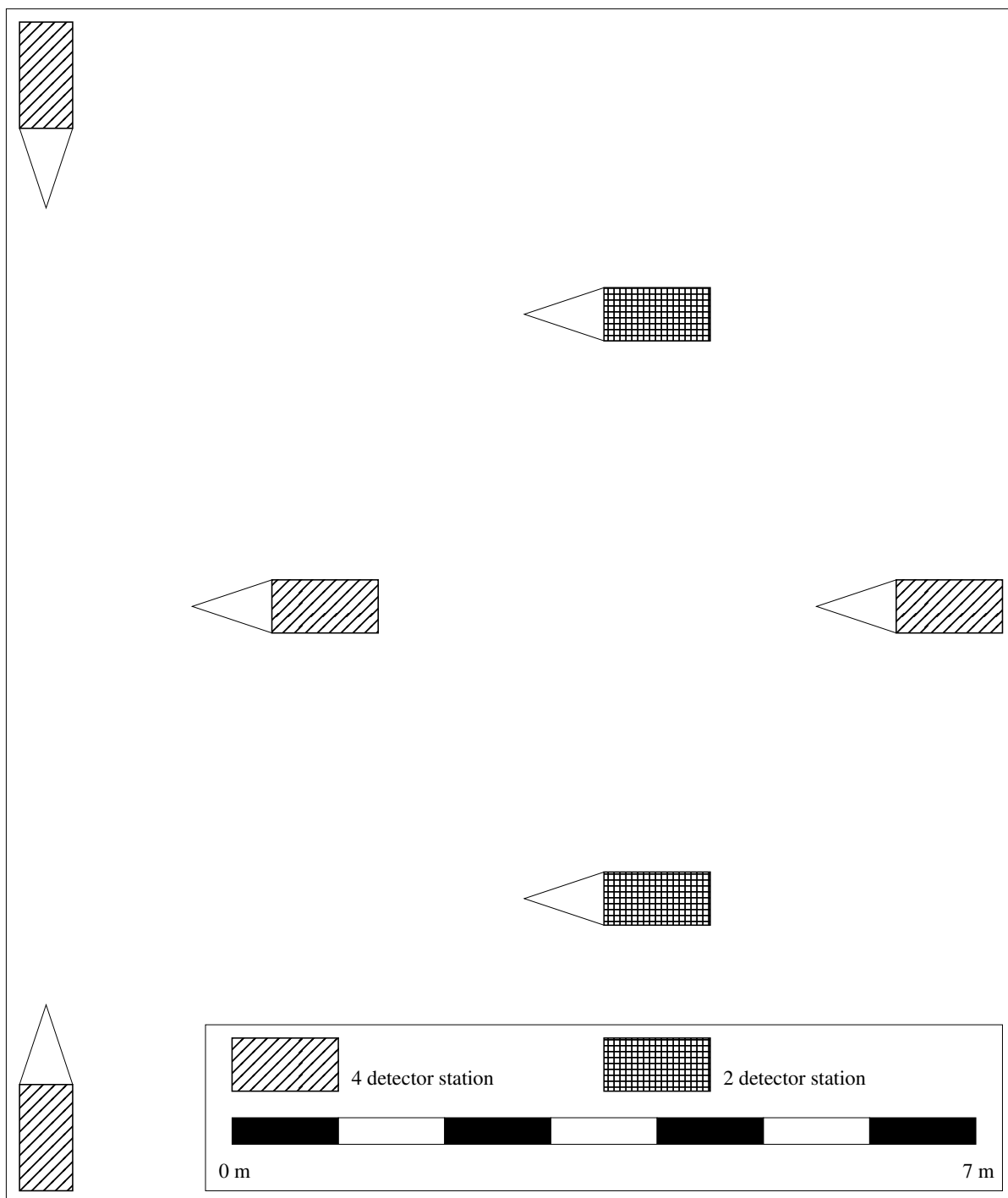
**Opdracht 13:** Bereken de massa couscous.

$\rho_{\text{werkelijk}} [\text{m}^{-2}]$	0,5	1	2	5	10
Massa couscous in de doos					



**Figuur 2.2** – Station simulatie. Het aantal deeltjes per  $\text{m}^2$  in een deeltjes-lawine kan worden ingevuld. In dit geval zijn er dus gemiddeld 2 deeltjes per  $\text{m}^2$ . Met de knop 'Start simulation' zijn deze willekeurig te verstrooien. We nemen aan dat het station getriggerd wordt als minimaal twee detectoren door een deeltje geraakt worden

Nu kunnen we de hoeveelheid couscous in de doos doen die overeenkomt met 0,5 deeltjes per  $\text{m}^2$  in werkelijkheid. We schudden de doos en proberen de couscous zo gelijkmatig te verdelen. Als er op twee detectoren van een station minstens 1 korreltje ligt is het station getriggerd. Let op dat je niet elke keer net zo lang schudt totdat er „toevallig” een trigger wordt afgegeven. Dit is een aantal malen te herhalen en we kunnen aanvinken of het „station” getriggerd wordt of niet. Let op, één detector kan per keer maximaal een tiental deeltjes meten.



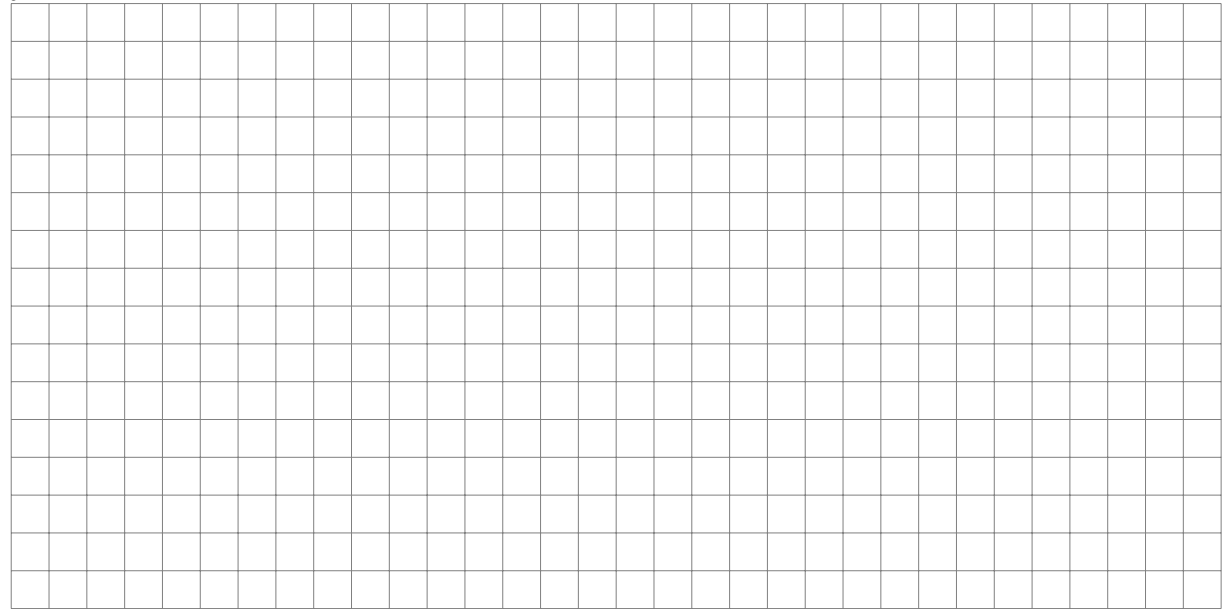
**Figuur 2.3** – Een meetstation met twee detectoren en een meetstation met vier detectoren.

**Opdracht 14:** Voer het experiment een aantal keren uit en bepaal de kans dat het station getriggerd wordt.

	twee detectoren					vier detectoren				
$\rho \text{ [m}^{-2}\text{]}$	0,5	1	2	5	10	0,5	1	2	5	10
meting 1										
meting 2										
meting 3										
meting 4										
meting 5										
meting 6										
meting 7										
meting 8										
meting 9										
meting 10										
triggerkans										

Met deze gegevens is een diagram voor de triggerkans als functie van de deeltjesdichtheid te maken.

**Opdracht 15:** Maak het diagram van de triggerkans als functie van de deeltjesdichtheid, voor een station met twee en een station met vier detectoren.



**Figuur 2.4** – Het diagram van de triggerkans als functie van de deeltjesdichtheid  $\rho$ .



### 3 Coïncidenties

Een event vindt plaats als twee of meerdere detectoren van een station nagenoeg tegelijkertijd worden getriggerd. Dit gebeurt al met relatief kleine air-showers. Een grotere air-shower<sup>3</sup> kan deeltjes over een groter oppervlak verspreiden. In dit grotere oppervlak kunnen meerdere stations liggen. Als meerdere stations nagenoeg tegelijk worden getriggerd, spreken we van een coïncidentie.

Als een coïncidentie door een enkele air-shower wordt veroorzaakt, moeten de metingen aan een aantal randvoorwaarden voldoen. Deeltjes kunnen niet sneller dan de lichtsnelheid bewegen. De locaties van de stations zijn bekend. Als een station getriggerd wordt, wordt deze tijd binnen het station op 2,5 ns nauwkeurig opgeslagen. Tussen stations onderling geldt een nauwkeurigheid van 15 ns. Omdat de afstand tussen de stations bekend is, is er een vrij klein tijdvenster waarbinnen de detectoren deeltjes kunnen meten. Met de afstanden tussen de stations en de triggertijden is het zelfs mogelijk om de richting van de air-shower te bepalen [3].

**Opdracht 16** Ook bij coïncidenties kan een triggervenster worden gebruikt. Dit venster hangt af van de afstand tussen de stations en de lichtsnelheid. De air-shower geeft het grootste tijdsverschil als deze horizontaal door de opstelling beweegt. Een dergelijke air-shower wordt gegenereerd door een primair kosmisch deeltje met een extreem grote energie. In de praktijk komen deze air-showers zelden voor.

Bereken de grootte van het triggervenster in de volgende gevallen:

Afstand tussen de stations [m]	100	200	500	1000
Duur van het triggervenster [ns]				

#### 3.1 Tijdsverschillen tussen stations

De gemeten tijd van de verschillende stations heeft een nauwkeurigheid van 15 ns. Als we uitgaan van de hypothese dat de kosmische straling in dezelfde mate vanuit elk punt aan de hemel komt en de klokken allemaal goed lopen, zal het gemiddelde tijdsverschil bij een voldoende grote steekproef 0 ns moeten zijn. Als er een tijdsverschil gemeten wordt, lopen de klokken niet synchroon. We kunnen zelfs bepalen hoeveel de klokken voor of achter lopen. Dit kan door gebruik te maken van event gegevens van een aantal stations.

Deze zijn bijvoorbeeld op te vragen met:

<http://data.hisparc.nl/data/501/events?start=2013-08-01+00:00:00&end=2013-08-01+01:00:00>.

Het stationnummer (501), het startmoment (datum (2013-08-01) en tijd (00:00:00)) en het stopmoment (datum (2013-08-01) en tijd (01:00:00)) worden in de url<sup>4</sup> meegestuurd, hier zijn ook

<sup>3</sup>De grote van de voetafdruk van de air-shower op Aarde is een maat voor de hoeveelheid energie van het primaire kosmische deeltje dat als eerste de atmosfeer raakt.

<sup>4</sup>Unified Resource Locator: het internet adres.

andere stationnummers, data en tijden in te vullen<sup>5</sup>. De server stuurt een csv<sup>6</sup>-bestand met event gegevens terug. Dit bestand is in een spreadsheet programma te openen, maar kan ook door JavaScript worden ingelezen.

Om de verschiltijden te bepalen kan de volgende procedure gevolgd worden:

- Geef de stations namen, bijvoorbeeld a, b, c, etc.
- Neem de eerste tijd van station a en kijk of er binnen het venster events van de stations b, c, etc. zijn. Schrijf de tijdverschillen van a met b, c, etc. op en verwijder de eerste tijd uit de lijst van station a.
- Neem de eerste tijd van station b en kijk of er binnen het venster events van de stations c, etc. zijn. Schrijf de tijdverschillen van b met c, etc. op en verwijder de eerste tijd uit de lijst van station b.
- Herhaal dit tot het een na laatste station.
- Begin opnieuw bij station a met de kortere lijst en herhaal alles tot de lijsten leeg zijn.
- We hebben nu verschillijsten van a en b, a en c, etc. Er zijn ook verschillijsten van b en c, etc. Met deze lijsten zijn histogrammen te maken.

We weten dat stations niet nauwkeuriger kunnen meten dan 2,5 ns. Karl Pearson (1857-1936) [2] ontwikkelde een methode om met lijsten gebeurtenissen een histogram te maken. In dit geval gaan we uit van het aantal verschiltijden (de frequentie van verschiltijden) tussen twee grenzen (de bin-waarden). Een reeks grenzen levert een reeks frequenties op. Hiermee is een histogram of staafdiagram te maken. We kunnen de grenzen bijvoorbeeld zo vastleggen:

Bin-waarde [ns]	eerder	-7,5 tot -5	-5 tot -2,5	-2,5 tot 0	0 tot 2,5	2,5 tot 5	5 tot 7,5	later
Frequentie								

Het maken van een dergelijke tabel is een behoorlijke klus met een spreadsheet programma. Het uiteindelijke histogram is langs de horizontale as te verdelen in bin-waarden. Langs de verticale as komen de frequenties te staan. In het ideale geval ligt het maximum bij 0 ns. In de praktijk zal dit zelden het geval zijn.

---

<sup>5</sup>In principe kan een grote periode worden opgevraagd. Begin echter met een uur, het opvragen van een dag voor meerdere stations duurt wel even.

<sup>6</sup>Comma Separated Value: de waarden kunnen door komma's gescheiden zijn, dit is niet altijd het geval. In dit bestand worden „tabs” gebruikt.

**Opdracht 17** *Het bepalen van de bin-breedte -de afstand tussen de bin-waarden- verdient enige aandacht. Als de frequentie van verschilwaarden laag is, is het niet handig om een kleine bin-breedte te nemen. De frequentie hangt namelijk af van de bin-breedte. Een kleine bin-breedte geeft een grote nauwkeurigheid in de tijd, maar een lage frequentie. Een grote bin-breedte geeft een hoge frequentie maar een kleine nauwkeurigheid in de tijd.*

*Bedenk een methode om de bin-breedte handig te kiezen als het totale aantal verschiltijden (coïncidenties) ( $N$ ) en de minimale ( $t_{\min}$ ) en maximale ( $t_{\max}$ ) bin-waarde bekend zijn:*

---

---

---

---

## Referenties

- [1] Nikhef, *HiSPARC Elektronica*,  
<https://www.nikhef.nl/wetenschap-techniek/technische-afdelingen/elektronicatechnologie/projecten/>.
- [2] Wikipedia,  
<http://www.wikipedia.org>.
- [3] C.G.N. van Veen, *Richting Reconstructie* (2013).